

## 集中講義「暗黒物質優勢宇宙の構造形成」 (2019年2月12日～14日) レポート課題

以下の講義ノートを参考に、問題 [1]～[4] から 3 題選び、レポートに解答せよ:

[http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~atsushi.taruya/Lecture2019\\_Tohoku/lecture\\_note\\_Tohoku.pdf](http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~atsushi.taruya/Lecture2019_Tohoku/lecture_note_Tohoku.pdf)

レポートの提出締め切り日: 2019年3月8日(金)

送付先: ataruya.(at).yukawa.kyoto-u.ac.jp (.at). を@に変える)

### [1] ボルツマン方程式

講義ノートの (2.7) 式で与えられた光子のゆらぎに対する線形ボルツマン方程式を多重極展開することで、(2.15)–(2.18) 式が得られることを示せ。ここで、多重極展開は

$$\Theta(\mathbf{k}, \mu) = \sum_{\ell} (-i)^{\ell} (2\ell + 1) \Theta_{\ell}(k) \mathcal{P}_{\ell}(\mu) \quad (1)$$

で与えられ、 $\mathcal{P}_{\ell}$  はルジャンドル多項式である (ルジャンドル多項式の性質については講義ノート Appendix C.2 を参考にせよ)。

### [2] 質量密度ゆらぎの特徴的スケール

輻射優勢期～物質優勢期における相対論的な進化を経た質量密度ゆらぎには、いくつかの特徴的スケールが現れる。以下、それに関する問いに答えよ。

- (i) 講義ノートの (2.52) 式で与えられた輻射・物質等密時におけるハッブル地平線スケール (波数)  $k_{\text{eq}}$  の表式を導出せよ。また、このスケールを境に質量密度ゆらぎはどうふるまいを変えるか説明せよ。
- (ii) 講義ノートの (2.57) 式で与えられたバリオン音響振動の振動スケール  $r_s(t)$  の表式 (第 1 式) を導け。また、このスケールを「標準ものさし」として使うことで観測から何を求めることができるか説明せよ。

### [3] 赤方偏移空間歪み

宇宙の標準モデルでは、質量密度ゆらぎは統計的に一様・等方であるが (つまり、ゆらぎのランダムネスは並進対称性と回転対称性を持つ)、実際に観測される銀河分布は等方性が破れている。主な原因の 1 つが赤方偏移空間歪みと呼ばれる効果である。

線形近似にもとづく、観測される銀河の個数密度ゆらぎをフーリエ変換した量  $\delta_g^{(S)}(\mathbf{k})$  は以下のように書き表わせる:

$$\delta_g^{(S)}(\mathbf{k}) = (b + f\mu_k^2)\delta_m(\mathbf{k}) \quad (2)$$

ここで  $\mu_k$  は観測者の視線方向  $\hat{z}$  と波数ベクトル  $\mathbf{k}$  との方向余弦で ( $\mu_k \equiv \hat{z} \cdot \hat{k}$ )、 $\delta_m$  は赤方偏移空間歪みがないときの質量密度ゆらぎ、 $b$  は銀河バイアスのパラメーターである。講義ノート 3.2 節に従って上式を導出し、上式に現れる  $f$  がどう表されるか求めよ。

### [4] 弱い重力レンズ効果

銀河のイメージから重力レンズ効果の影響を取り出すため、次のような観測量を考える:

$$q_{ij}^{\text{obs}} \equiv \frac{\int d^2\vec{\theta} I_{\text{obs}}(\vec{\theta}) \theta_i \theta_j}{\int d^2\vec{\theta} I_{\text{obs}}(\vec{\theta})}, \quad (i, j = 1, 2) \quad (3)$$

ここで、 $I^{\text{obs}}(\theta)$  は観測される背景銀河の表面輝度分布で、 $\theta_i$  は背景銀河を原点に置いたときの天球面上の角度である。この観測量は重力レンズ効果を受けるせいで、重力レンズがないときの量

$$q_{ij}^s \equiv \frac{\int d^2\vec{\theta}_s I_{\text{true}}(\vec{\theta}_s) \theta_{s,i} \theta_{s,j}}{\int d^2\vec{\theta}_s I_{\text{true}}(\vec{\theta}_s)} \quad (4)$$

と違いが現れる。

背景銀河の表面輝度は重力レンズ効果で変わらないため、 $I_{\text{obs}}(\vec{\theta}) = I_{\text{true}}(\vec{\theta}_s)$  となるが (面輝度定理)、背景銀河での天球面上の角度  $\theta_i$  は重力レンズ効果を通じてもとの背景銀河の角度  $\theta_{s,i}$  と

$$\theta_i = (A^{-1})_{ij} \theta_{s,j}; \quad A_{ij} = \delta_{ij} - \begin{pmatrix} \kappa + \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & \kappa - \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

と関係づく。このことを用いて、 $|\kappa|, |\gamma_i| \ll 1$  のもと、 $q_{ij}^{\text{obs}}$  と  $q_{ij}^s$  の間に成り立つ関係 [講義ノートの (3.58)–(3.60) 式] を具体的に求めよ ( $\kappa, \gamma_i$  の最低次のオーダーまでの表式を導く)。銀河のイメージの広がりとは十分小さいと考えてよい。