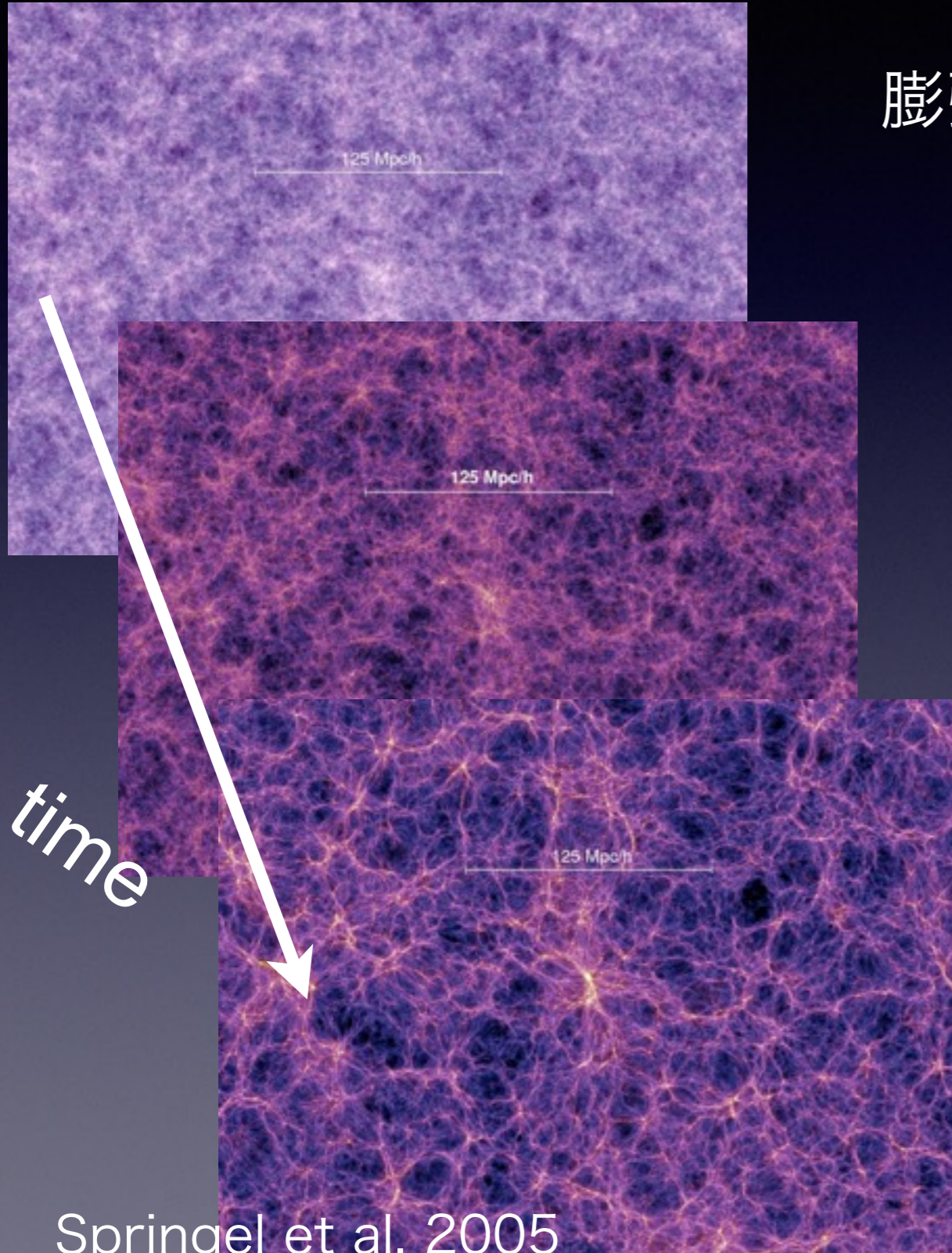


# BAO再構築場の 非ガウス性

Chiaki Hikage

ref) C. Hikage, K. Koyama, A. Heavens  
PRD 96, 043513 (2017)

# 重力不安定性による構造形成



膨張宇宙におけるゆらぎの基礎方程式

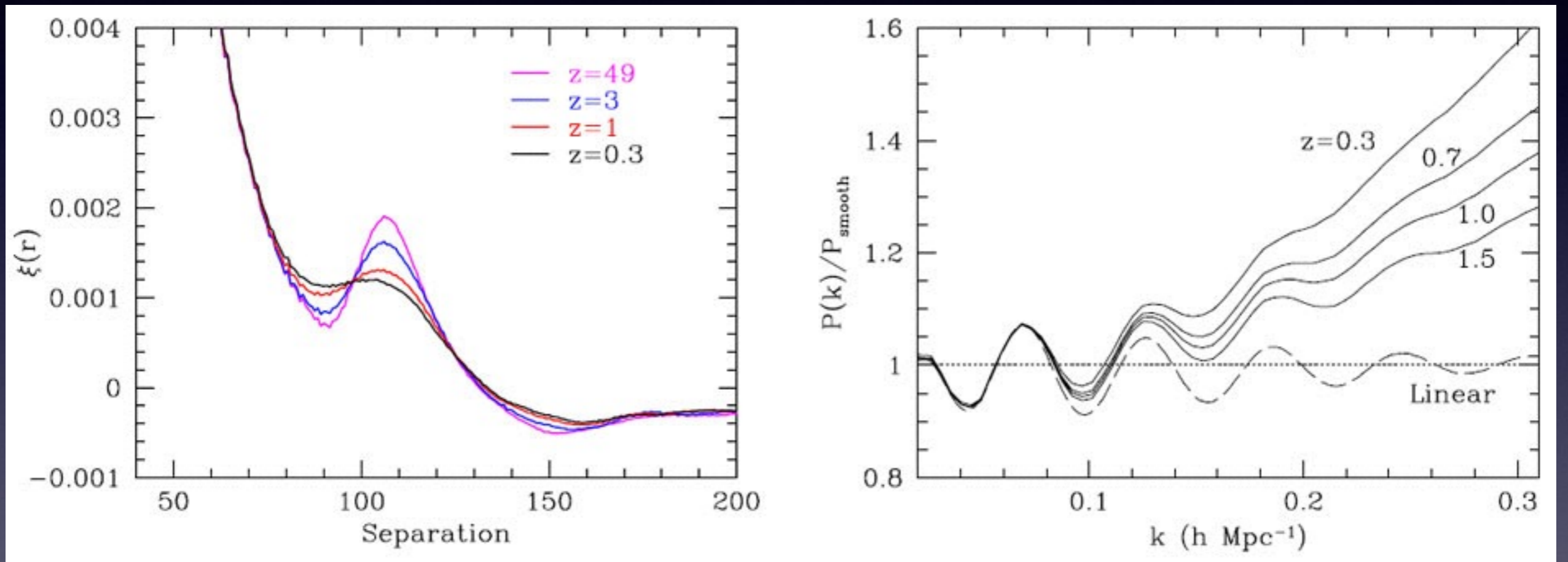
$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla \cdot [(1 + \delta) \mathbf{v}] = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{v} + \frac{1}{a} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{a} \nabla \Phi$$

$$\Delta \phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta$$

ゆらぎの成長は非線形

# BAOシグナルの減衰



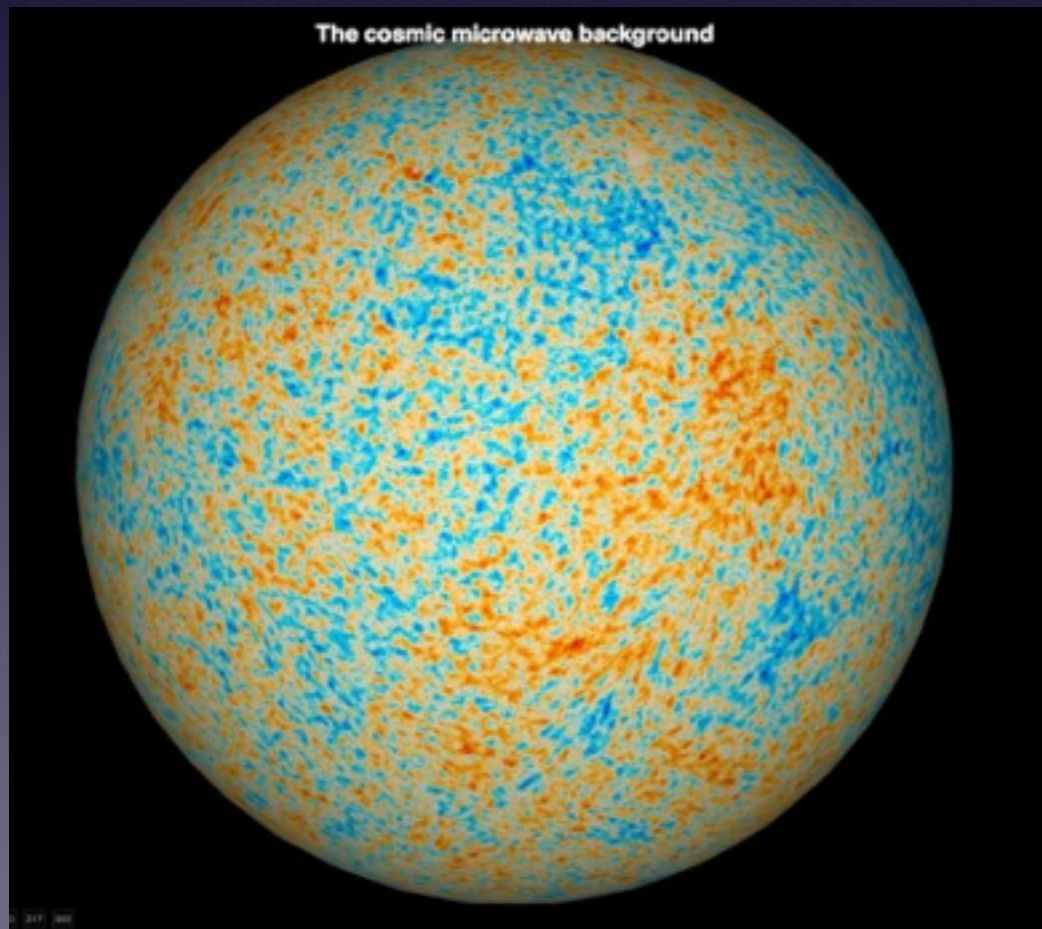
BAOピークがならされ、  
ピーク的位置もシフトする

波数 $k$ が大きいところで振動が減衰

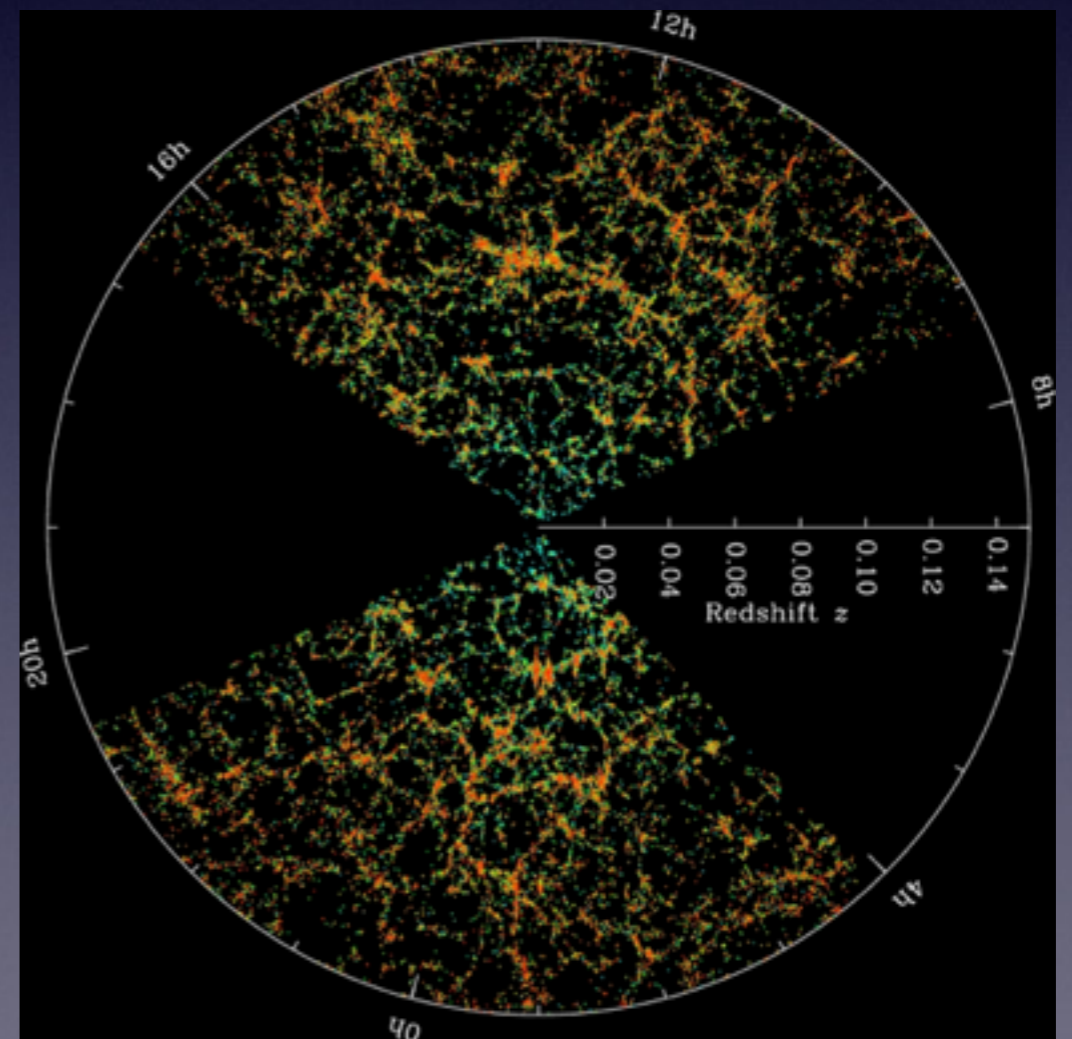
# ゆらぎは非ガウス

ガウシアン統計に従うゆらぎの情報は、パワースペクトル(2点)で全て記述できる

非ガウス場の統計情報は、パワースペクトルだけでは不十分。3点以上の統計量(例: バイスペクトル)を合わせた解析が重要になる



Planck



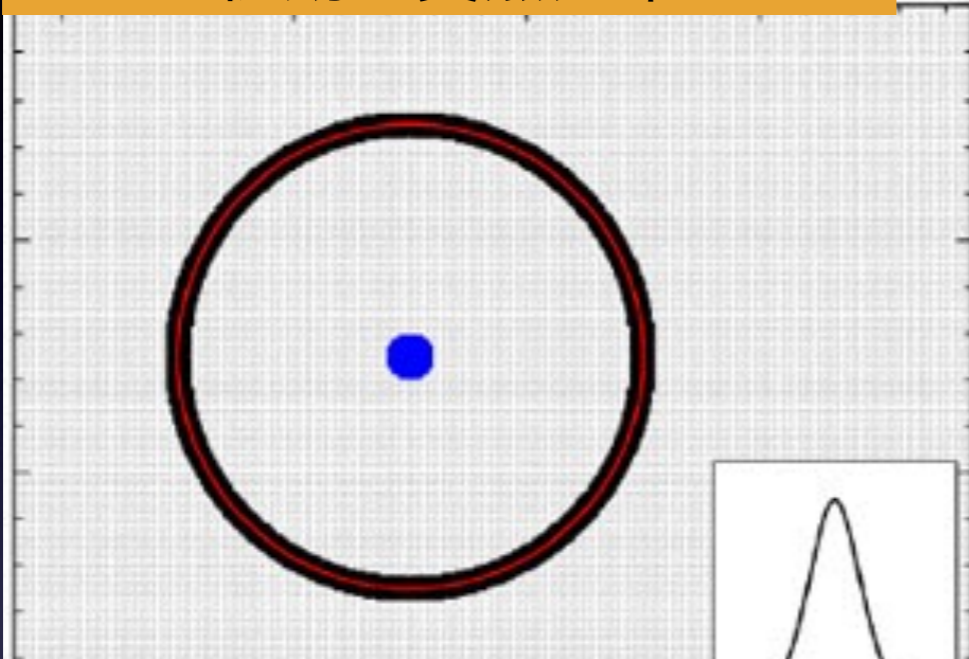
SDSS

# 解析方法

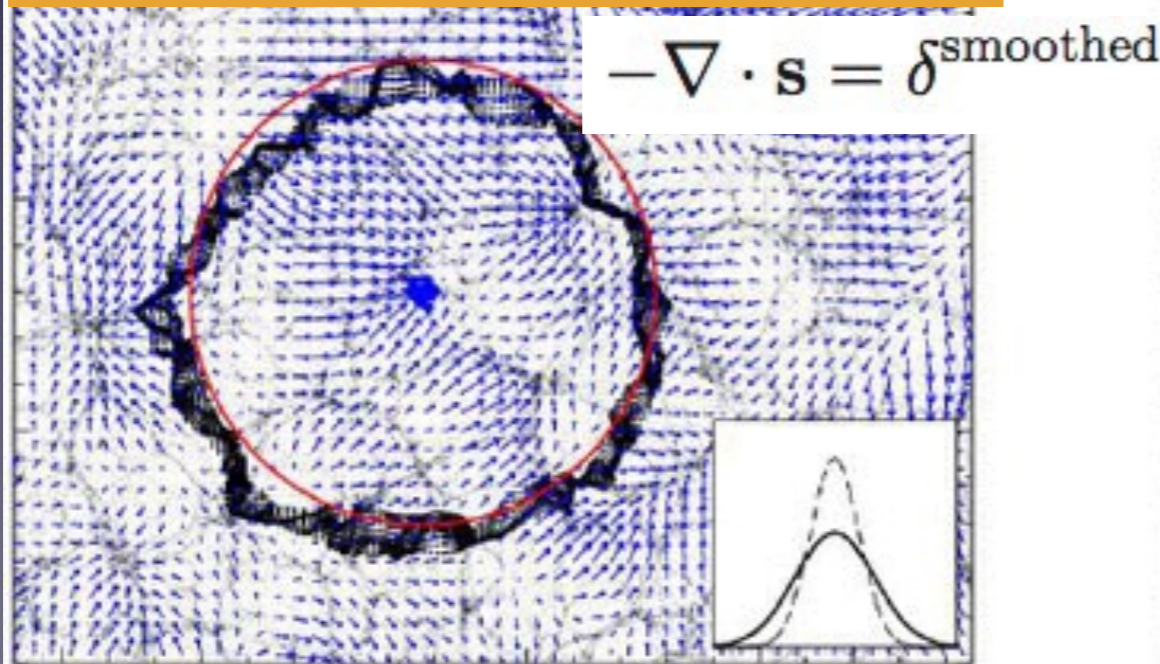
- ・ 高次統計量による解析
  - ・ 王道。今回の研究会の主目的
  - ・ 2点に比べて、理論模型の構築や解析とも大変だけど研究のしがいがある
  - ・ 私も学生の頃から高次統計量に関する仕事ばかりしてきました
- ・ 非線形な密度ゆらぎから線形に近いゆらぎを再構築できないか。。

# BAO 再構築法 (Eisenstein et al. 2007)

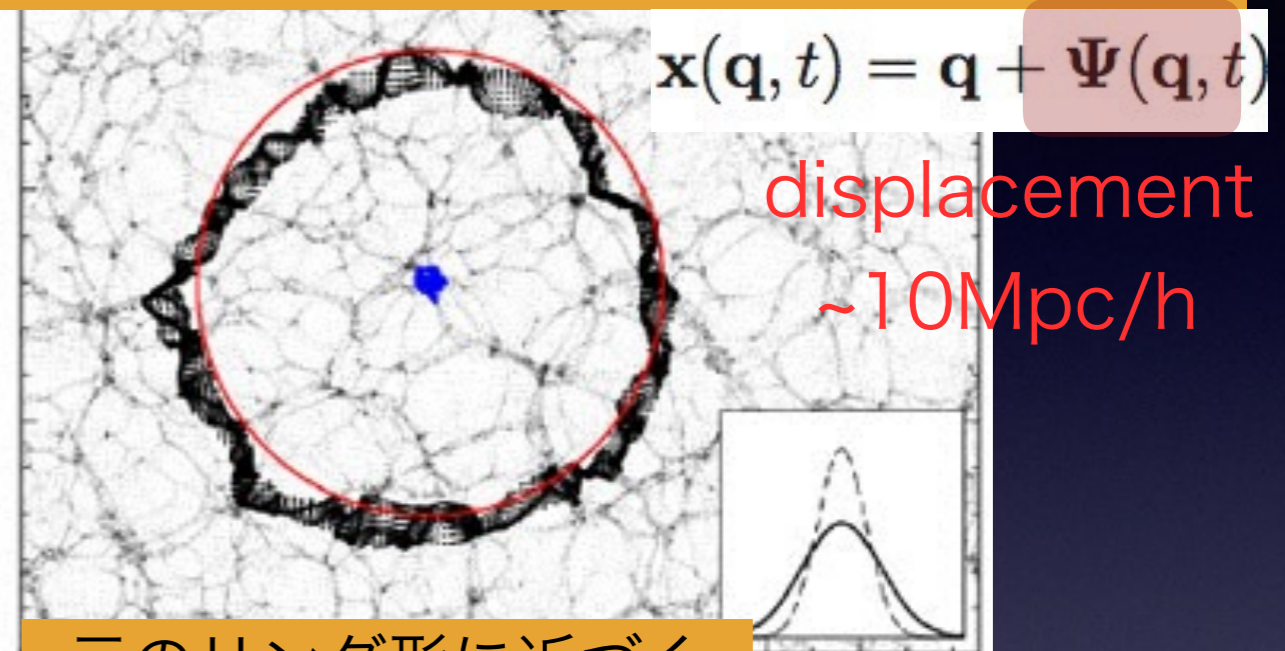
初期の質点分布



ゼルドビッチ近似でsmoothed fieldからbulk motionを補正

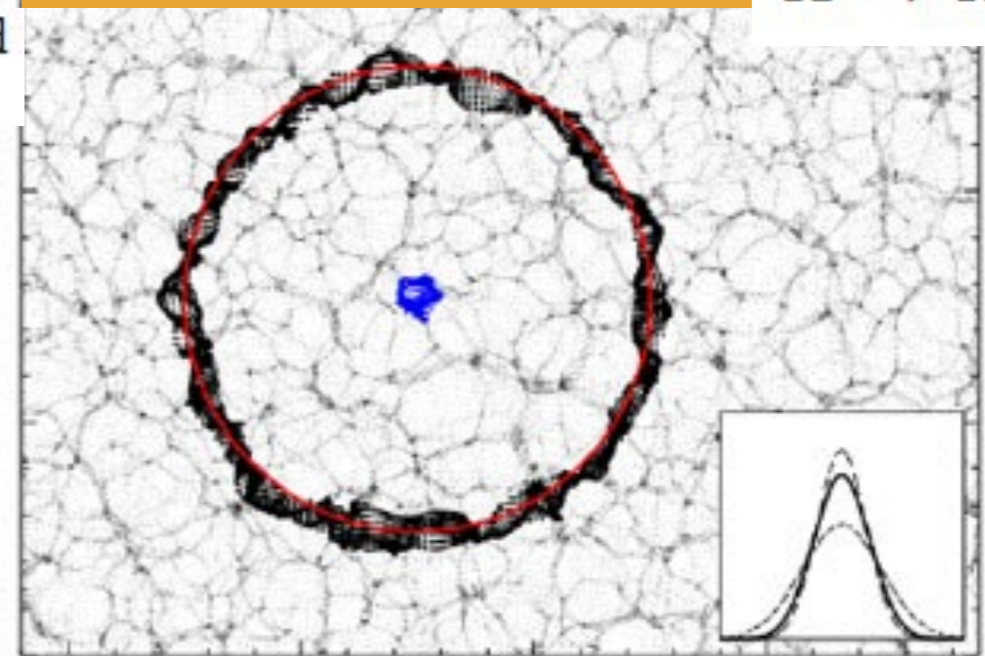


重力進化とともにリングが歪む  
→BAOスケールのシフト、シグナルの減衰

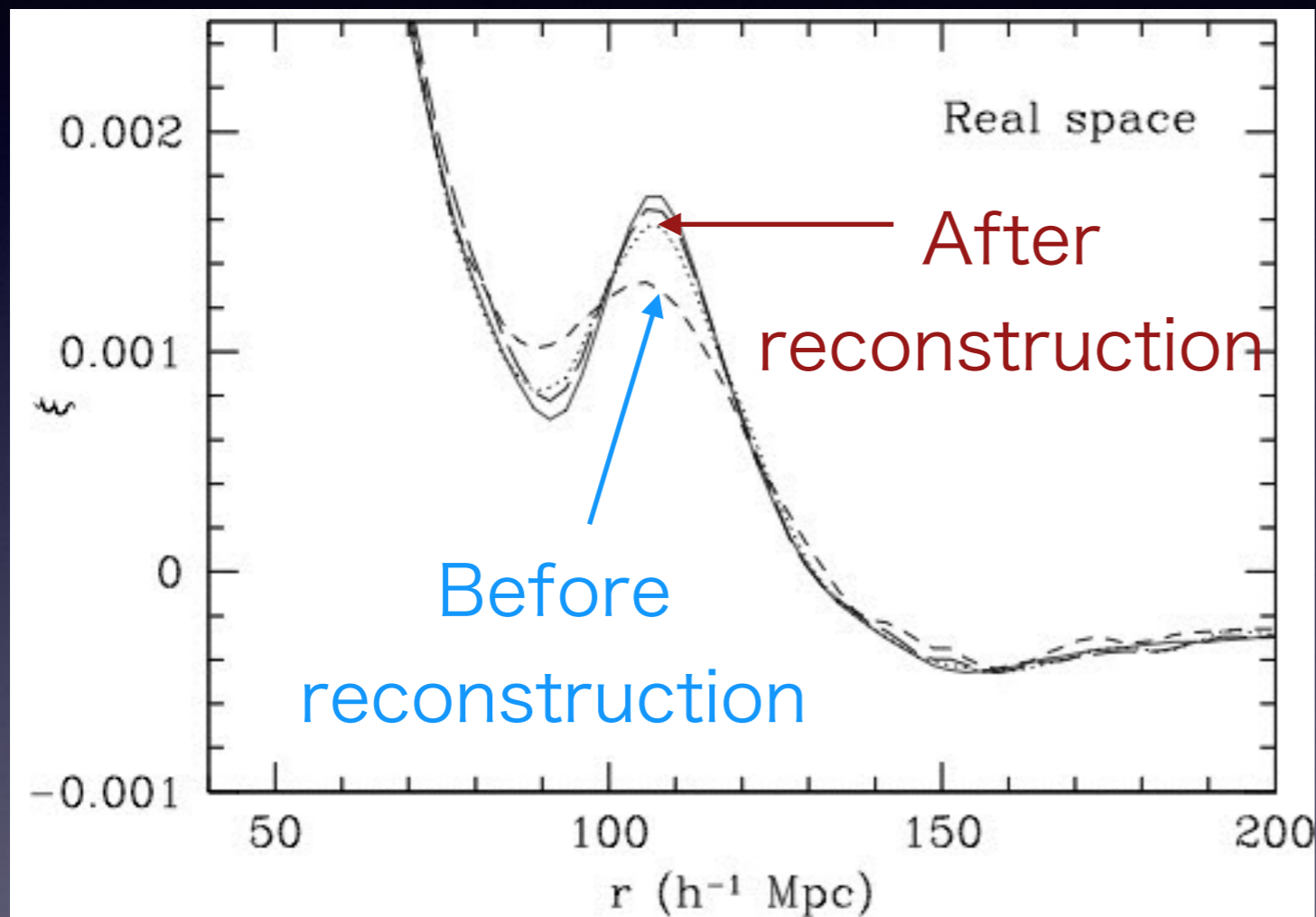


displacement  
~10Mpc/h

元のリング形に近づく  
→BAOシグナルが回復

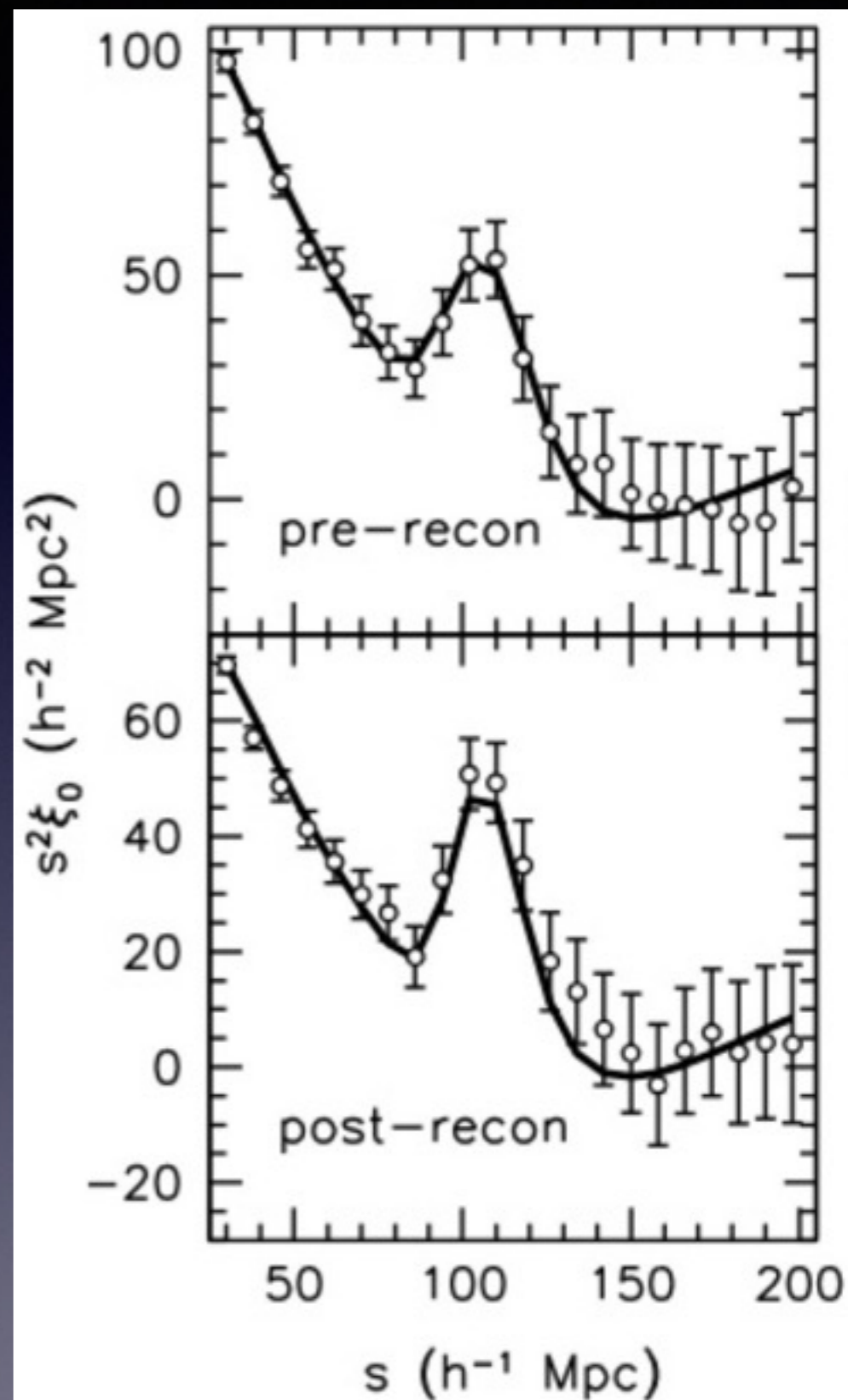


# BAOシグナルの回復



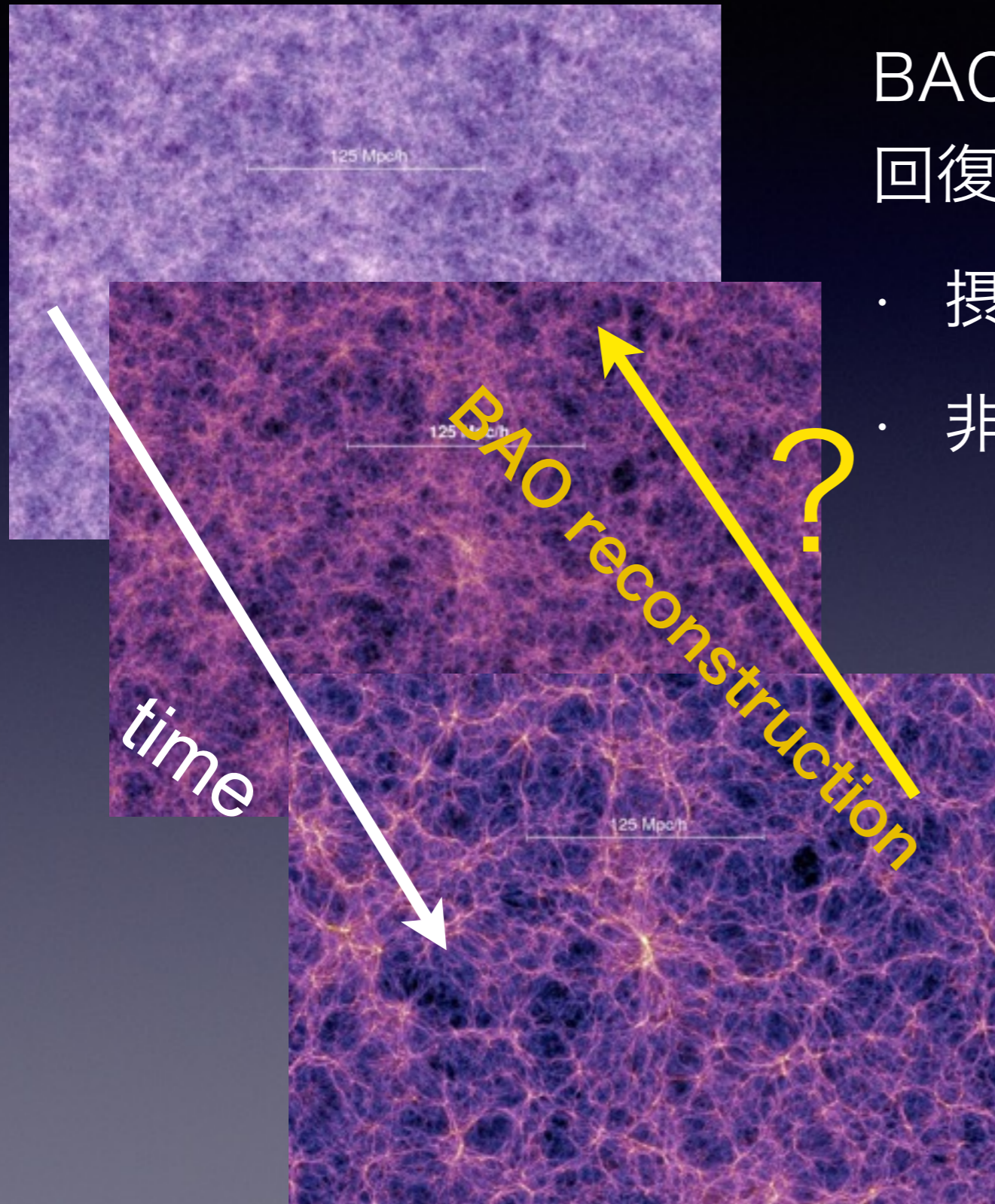
Eisenstein et al. 2007

BOSS/CMASS DR11



Anderson et al. 2013

# BAO再構築場の摂動論解析



BAO再構築によってBAOシグナルは回復

- ・ 摂動論の適用範囲は広がったのか？
- ・ 非ガウス性は小さくなったのか？

今回、再構築後のダークマター  
パワースペクトル、バイスペ  
クトルの摂動表式を導出



# ゆらぎの摂動展開

- ゆらぎの基礎方程式
- 連続の方程式
- オイラー方程式
- ポアソン方程式

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla \cdot [(1 + \delta) \mathbf{v}] = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{v} + \frac{1}{a} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{a} \nabla \Phi$$

$$\Delta \phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta$$

- 摂動展開

$$\delta = \delta^{(1)} + \delta^{(2)} + \delta^{(3)} \dots$$

$$\delta^{(n)} = (\delta^{(1)})^n$$

$$\tilde{\delta}_{\mathbf{k}}^{(n)} = D^n(z) \int \frac{d\mathbf{k}_1 \cdots d\mathbf{k}_n}{(2\pi)^{3n-3}} \delta_D \left( \sum_{j=1}^n \mathbf{k}_j - \mathbf{k} \right) F_n(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n) \tilde{\delta}_{\mathbf{k}_1}^L \cdots \tilde{\delta}_{\mathbf{k}_n}^L$$

摂動カーネル

$$F_2(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{17}{21} + \frac{1}{2} \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{kq} \left( \frac{k}{q} + \frac{q}{k} \right) + \frac{2}{7} \left[ \left( \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{kq} \right)^2 - \frac{1}{3} \right]$$

# ゆらぎの2次の摂動項

$$\delta^{(2)}(\mathbf{x}) = \underbrace{\frac{17}{21} \delta_0^2(\mathbf{x})}_{\text{growth}} + \underbrace{\mathbf{d}(\mathbf{x}) \cdot \nabla \delta_0(\mathbf{x})}_{\text{shift}} + \underbrace{\frac{2}{7} K_{ij}(\mathbf{x}) K_{ij}(\mathbf{x})}_{\text{tidal}}$$

growth: 密度ゆらぎの成長の非線形性

shift: 密度ゆらぎの運動

$$\mathbf{d}(\mathbf{x}) = - \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{i\mathbf{q}}{q^2} \delta_0(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}}$$

BAOピークのシフトやdampingの主な原因

tidal: 密度ゆらぎの非等方性

$$K_{ij}(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \left( \frac{q_i q_j}{q^2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \delta_0(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}}$$

# BAO reconstruction

- ・ 小スケールのゆらぎをsmoothした密度ゆらぎを使って、大スケールのshiftを打ち消すように粒子を動かす

$$\mathbf{s} = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{i\mathbf{q}}{q^2} \tilde{\delta}^G(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}$$

smoothed density field

- ・ 大スケールでは、shift項は完全にキャンセル。growth項も小さくなる

$$\delta^{(2)}(\mathbf{k}) = \underbrace{\frac{17}{21} \delta_0^2(\mathbf{x})}_{\text{growth}} + \underbrace{\mathbf{d}(\mathbf{x}) \cdot \nabla \delta_0(\mathbf{x})}_{\text{shift}} + \underbrace{\frac{2}{7} K_{ij}(\mathbf{x}) K_{ij}(\mathbf{x})}_{\text{tidal}}$$

$$- 4/21 \delta_0^2$$

# 再構築後のPT kernel

2nd-order PT kernel

PT kernel for shift field

$$\begin{aligned} F_2^{(\text{rec})}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) &= F_2^{(\text{pre-rec})}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) + \frac{1}{2} [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}^{(1)}(\mathbf{k}_1)) + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}^{(1)}(\mathbf{k}_2))], \\ &= \frac{5}{7} - \frac{W_1 + W_2}{2} + \frac{2}{7} \left( \frac{\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{k_1 k_2} \right)^2 + \left( \frac{\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{2k_1 k_2} \right) \left[ \frac{k_2}{k_1} (1 - W_1) + \frac{k_1}{k_2} (1 - W_2) \right] \end{aligned}$$

window function  $W_i = W(k_i)$ :  $W \rightarrow 1$  as  $k \rightarrow 0$

3rd-order PT kernel

$$\begin{aligned} F_3^{(\text{rec})}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) &= F_3^{(\text{pre-rec})}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) + \frac{1}{6} \left[ 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}^{(1)}(\mathbf{k}_1)) F_2(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) \right. \\ &\quad \left. + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}^{(1)}(\mathbf{k}_1))(\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}^{(1)}(\mathbf{k}_2)) + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}^{(2)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)) + (2 \text{ perms.}) \right] \end{aligned}$$

shift fieldのkernel

$$\mathbf{S}^{(n)}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n) = -\frac{\mathbf{k}}{k^2} W(k) F_n(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n)$$

# パワースペクトルの1-loop擾動

$$P(k, z) = D^2(z)P_{11}(k) + D^4(z)[P_{22}(k) + P_{13}(k)]$$

線形項

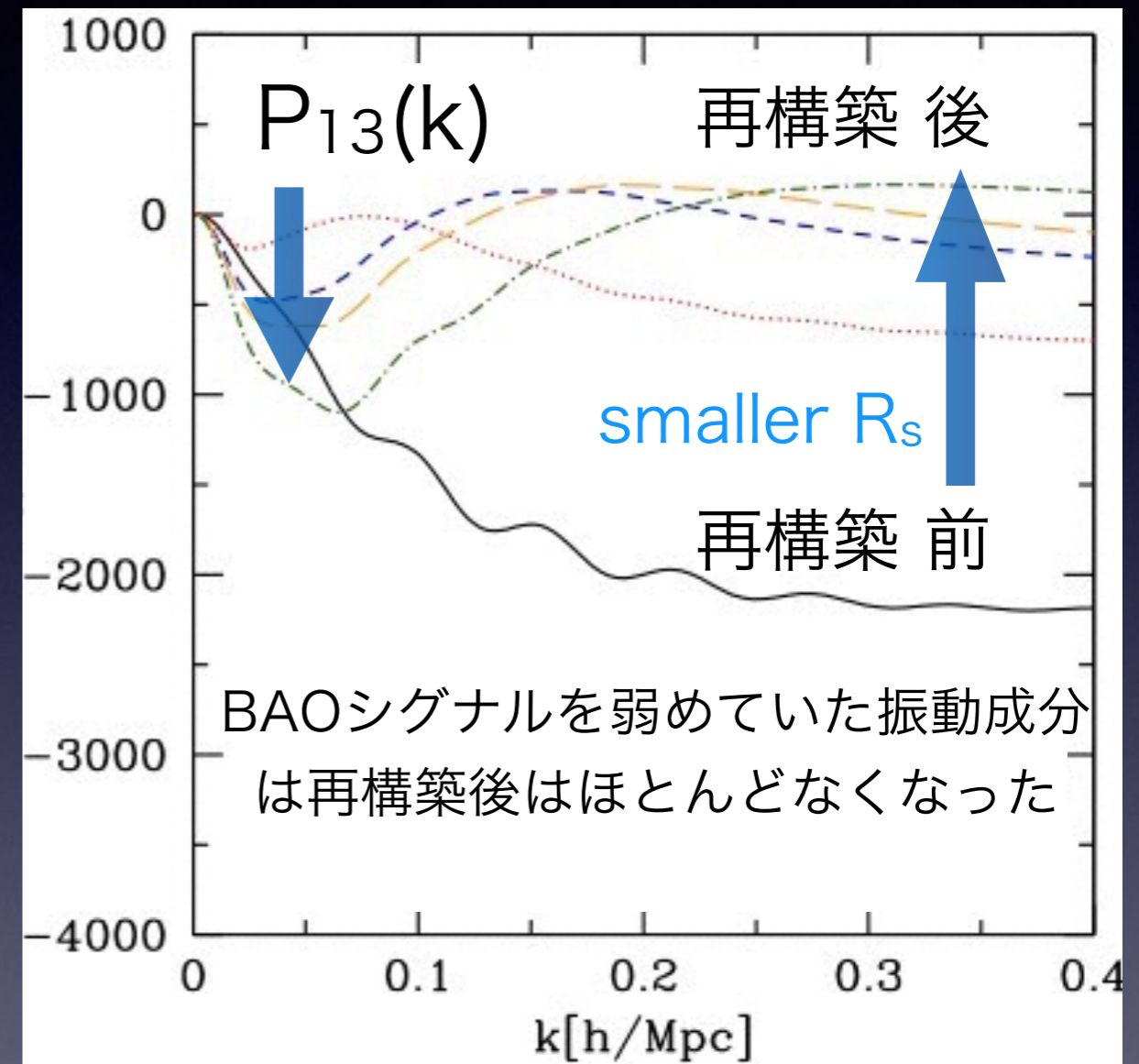
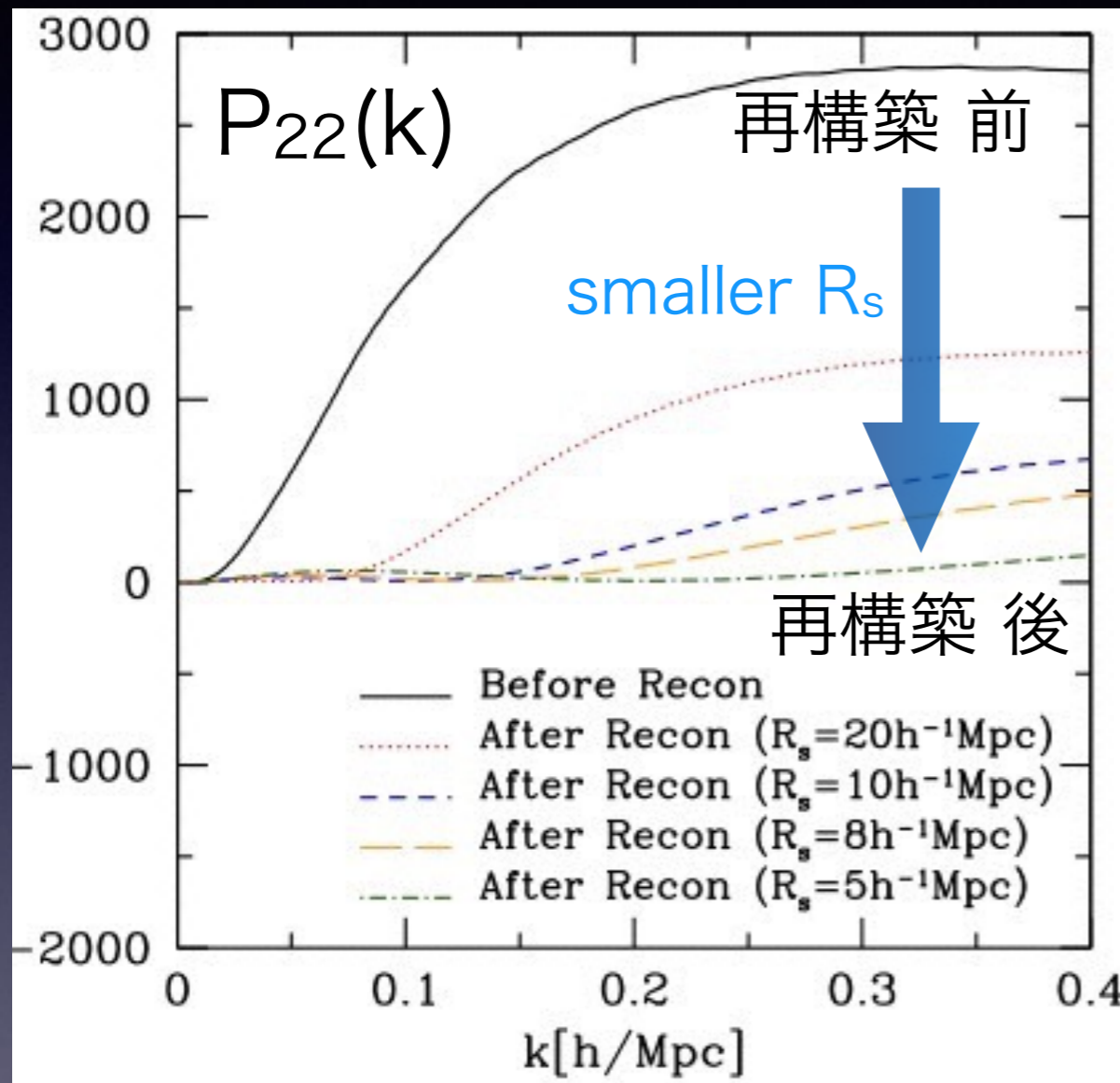
1-loop項

$$\begin{aligned} P_{22}(k) &= 2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} P_L(|\mathbf{k} - \mathbf{p}|) P_L(p) [F_2(\mathbf{k} - \mathbf{p}, \mathbf{p})]^2, \\ &= \frac{1}{98} \frac{k^3}{4\pi^2} \int_0^\infty dr P_L(kr) \int_{-1}^1 dx P_L(k_*) \frac{(3r + 7x - 10rx^2)^2}{(1 + r^2 - 2rx)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{13}(k) &= 6P_L(k) \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} P_L(p) F_3(\mathbf{k}, \mathbf{p}, -\mathbf{p}), \\ &= \frac{1}{252} \frac{k^3}{4\pi^2} P_L(k) \int_0^\infty dr P_L(kr) \left[ \frac{12}{r^2} - 158 + 100r^2 - 42r^4 + \frac{3}{r^3} (r^2 - 1)^3 (7r^2 + 2) \ln \left| \frac{1+r}{1-r} \right| \right] \end{aligned}$$

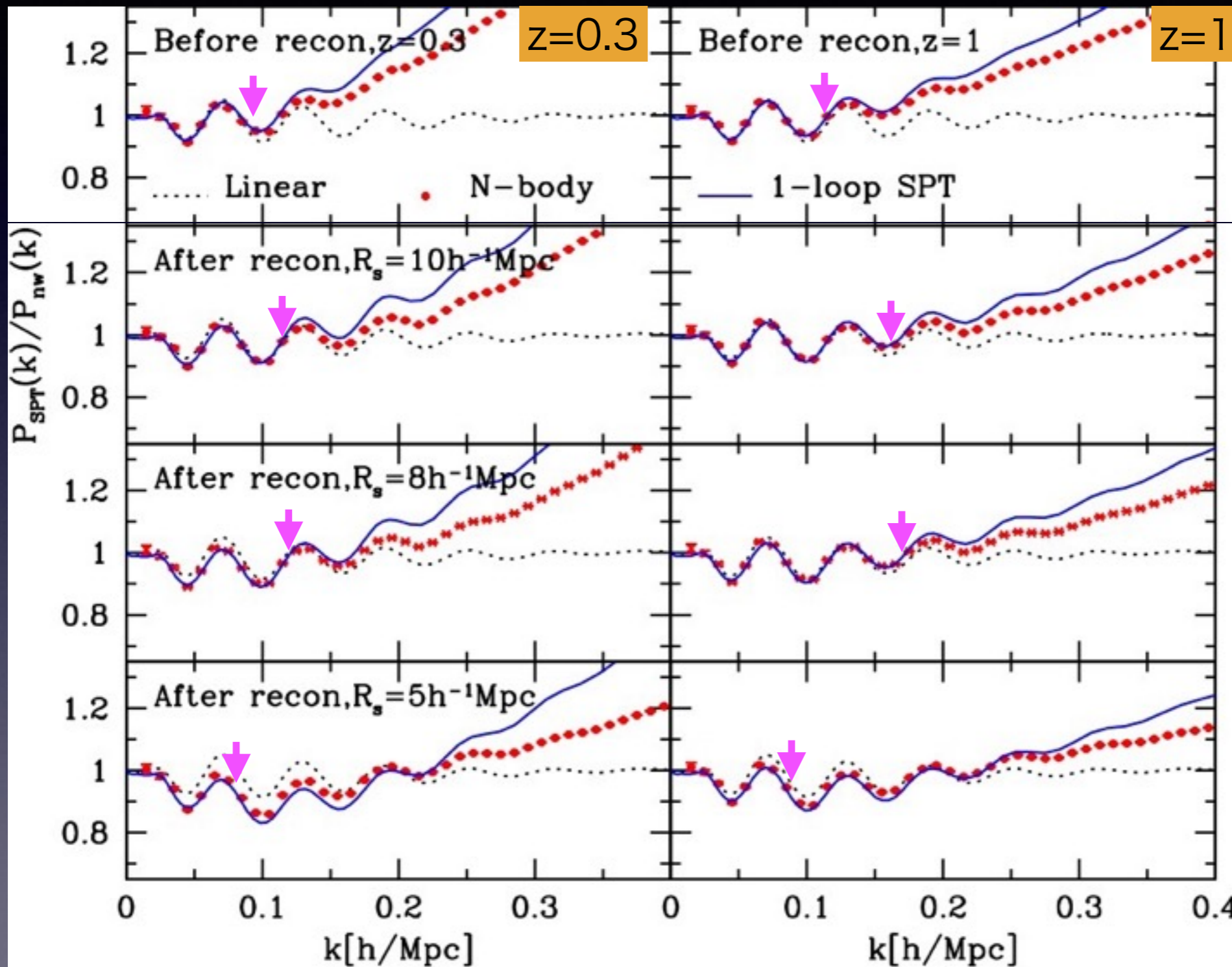
e.g., Makino, Sasaki, Suto (1992)

# 再構築の前後で1 loop 摂動項を比較



再構築後1-loop非線形項の振幅はともに小さくなる→線形ゆらぎに近づく  
ただし、smoothing scale  $R_s$ が小さすぎると、大スケール (small  $k$ )で $P_{13}$ の  
振幅が増え、非線形性が増す ()

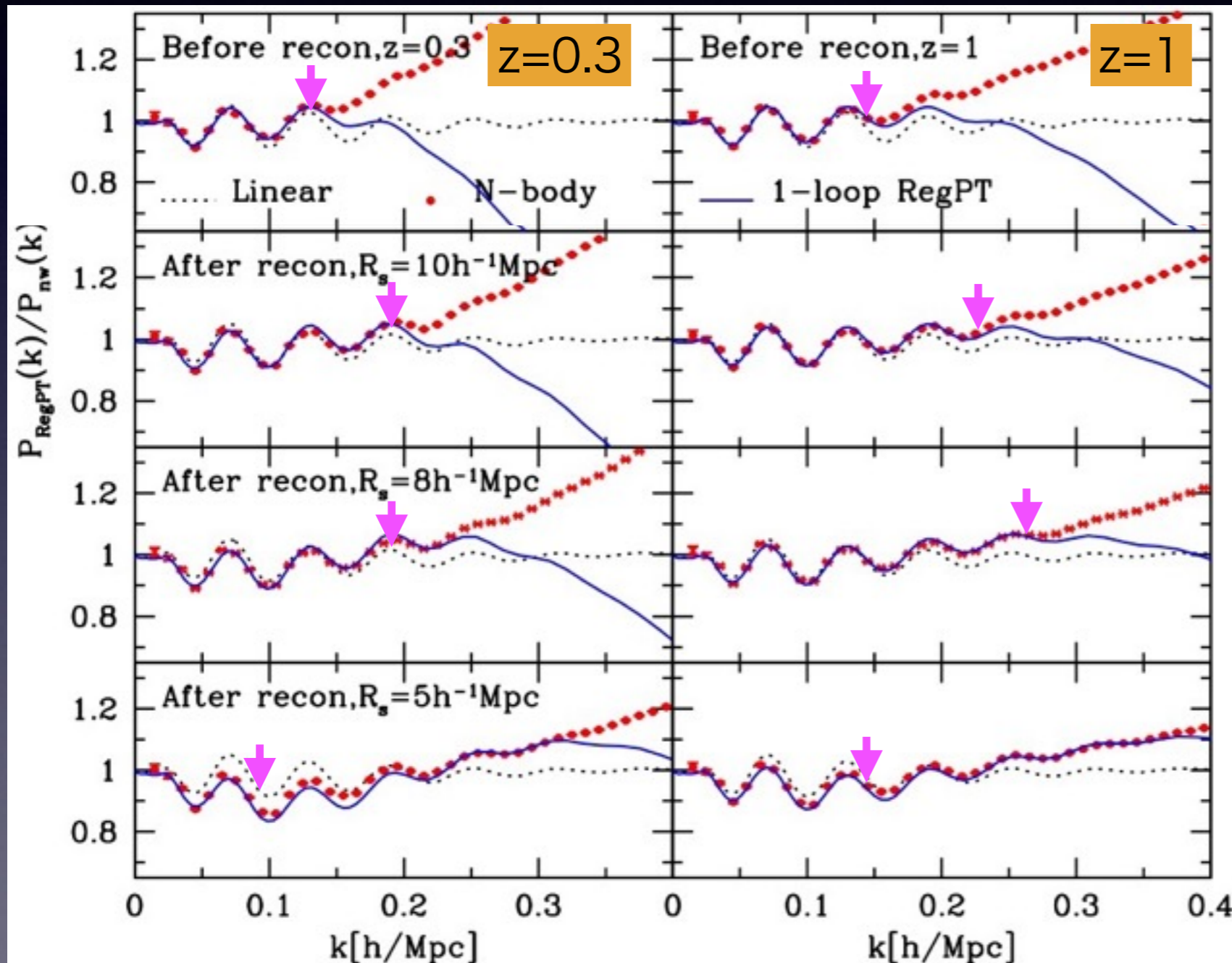
# 1-loop SPT vs N-body



再構築後、より小スケールまで摂動論とN体は合致

# Comparison of Reg PT with N-body

RegPT is an improved PT where SPT is reorganized with multi-point propagator (Taruya, Bernardeau, Nishimichi et al. 2012)



dispersion is fitted

$$(\sigma_d^2(k))^{\text{recon}} = b\sigma_d^2(k)$$

$$\sigma_d^2(k) = \int_0^{k_\Lambda(k)} \frac{d\mathbf{q}}{6\pi^2} P_L(\mathbf{q})$$

$b=0.7$

$b=0.5$

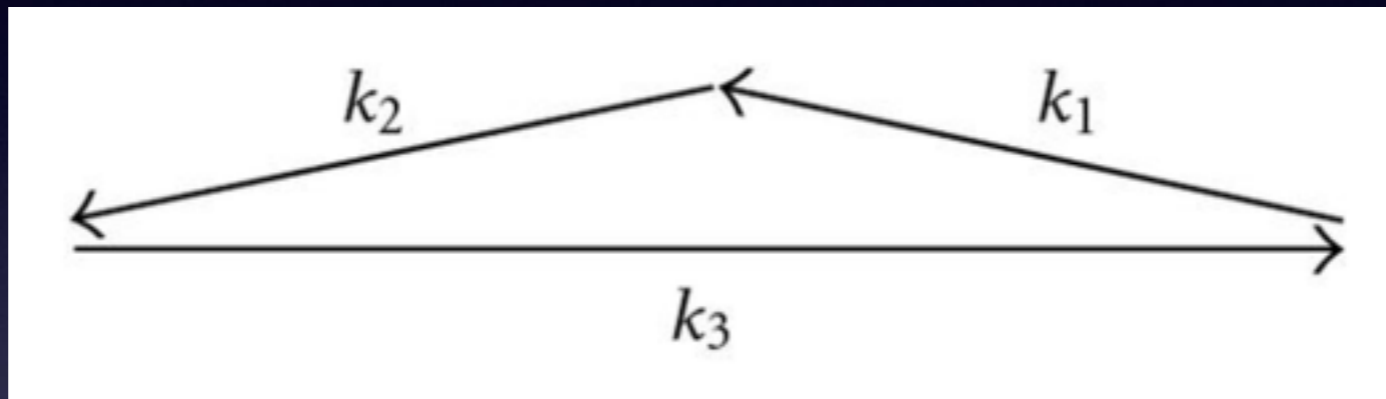
$b=0.3$

The agreement is better after reconstruction



# バイスペクトル

- We use bispectrum to study non-Gaussianity



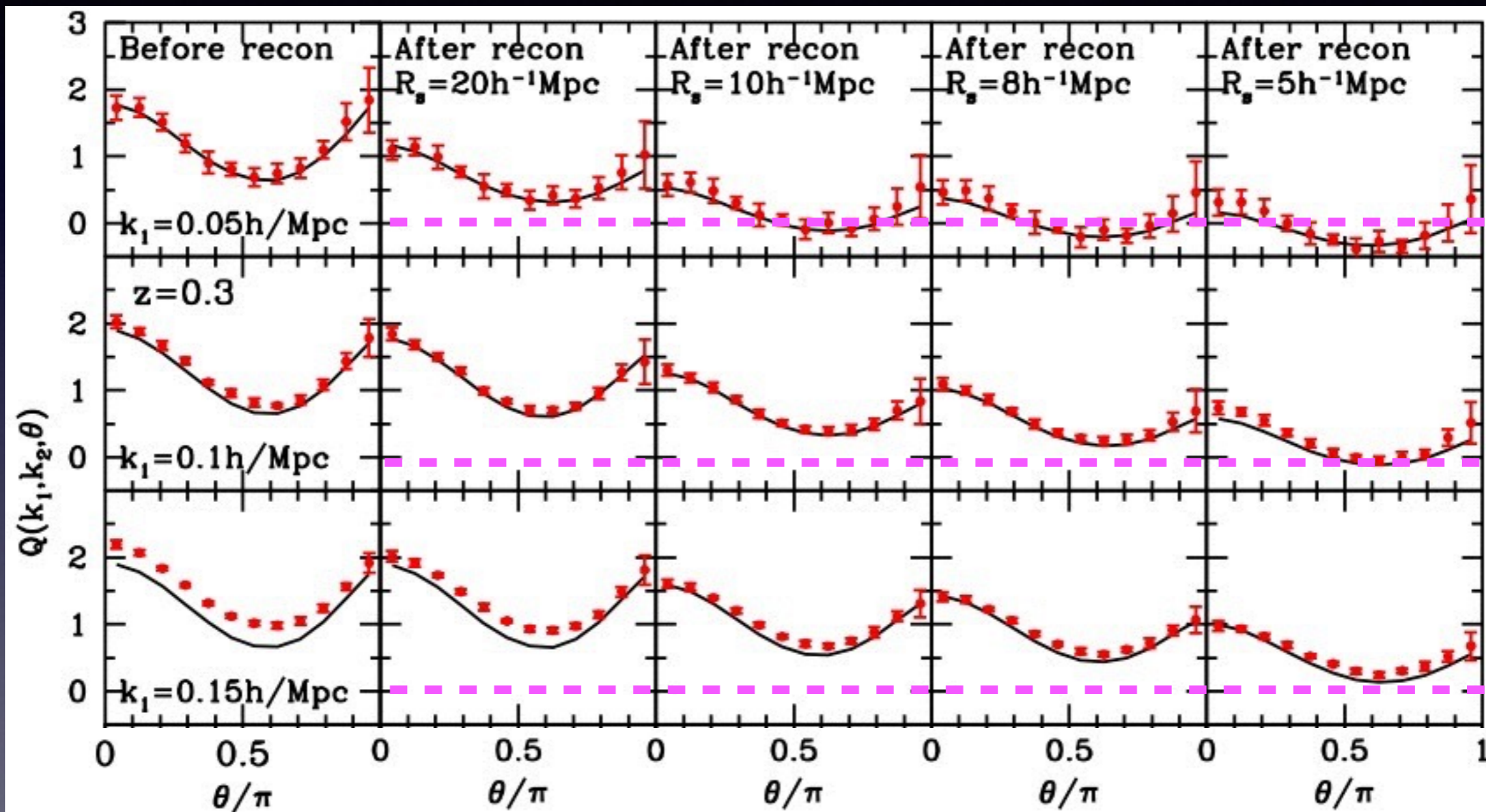
- Leading-order term of bispectrum is tree-level (contributions from  $\langle \tilde{\delta}_{\mathbf{k}}^{(1)} \tilde{\delta}_{\mathbf{k}}^{(1)} \tilde{\delta}_{\mathbf{k}}^{(2)} \rangle$  )

$$B(k_1, k_2, k_3) = 2F_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) D^4(z) P_L(k_1) P_L(k_2) + (2 \text{ perms.})$$

$F_2$  kernel is replaced with the reconstructed one

# 再構築前後のバイスペクトル

reduced bispectrum:  $Q = B_{123}/(P_1P_2+P_2P_3+P_3P_1)$ ,  $k_2/k_1=2$



smoothing scaleを小さくするほど、reconstructionによって非ガウス性は小さくなっている

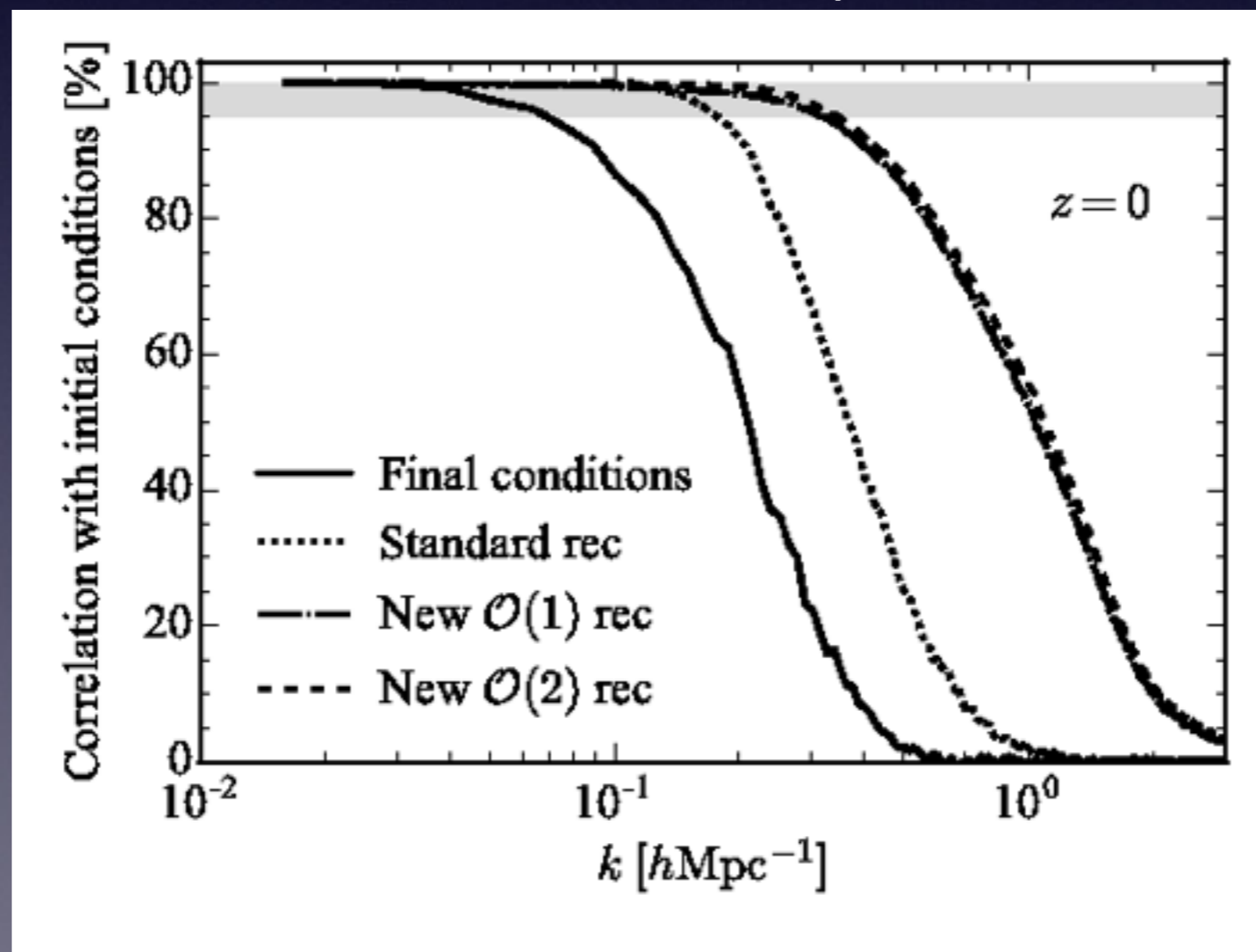
摂動論との一致もより小スケール(high k)まで拡張

0

# Iterative reconstruction

smoothing scaleを小さくしながら、Zel'dovich近似によるshiftを繰り返すことで、BAOピークがさらに回復。初期ゆらぎとの相関も強まる。

95% correlation with initial density field  
for scales  $k < 0.35$  ( $0.53$ )  $h/\text{Mpc}$  at  $z=0$  ( $0.6$ )



# まとめ

- ・ BAO再構築法を適用したダークマター密度ゆらぎについて摂動論解析を行った
  - ・ パワー・スペクトルの1-loop非線形項は小さくなる。ただし、smoothing scale  $R_s$ が小さすぎると、シフト場の非線形性が無視できなくなる。 $R_s=8-10\text{Mpc}/h$ が最適
  - ・ バイスpekトルの振幅（非ガウス性）は小さくなる
  - ・ 再構築後のほうが摂動論の適用範囲が広がる
    - 再構築したほうが、重力進化の非線形性が小さくなり、密度ゆらぎは線形ゆらぎに近づく
- ・ Iterative reconstructionを適用すれば、さらに線形ゆらぎに近づく
- ・ shot noise、redshift space, biasを含む場合にどうなるか、また初期ゆらぎの非ガウス性を含む場合などへ拡張予定