Super-survey modes and related topics

Kazuyuki Akitsu (Univ. of Tokyo/Kavli IPMU D1)
in collaboration with Masahiro Takada (Kavli IPMU)
and Yin Li (Kavli IPMU/UC Berkeley)

based on Phys. Rev. D 95, 083522(2017)
and Phys. Rev. D 97, 063527(2018)

2018/03/30@Kyoto Univ.

Outline

1. Super-survey modes
   - Effects of the super-survey modes on the observable
   - Power spectrum response
   - Super-sample signal / Super-sample covariance
2. Separate universe simulation
   - “Tidal” separate universe

Super-survey modes

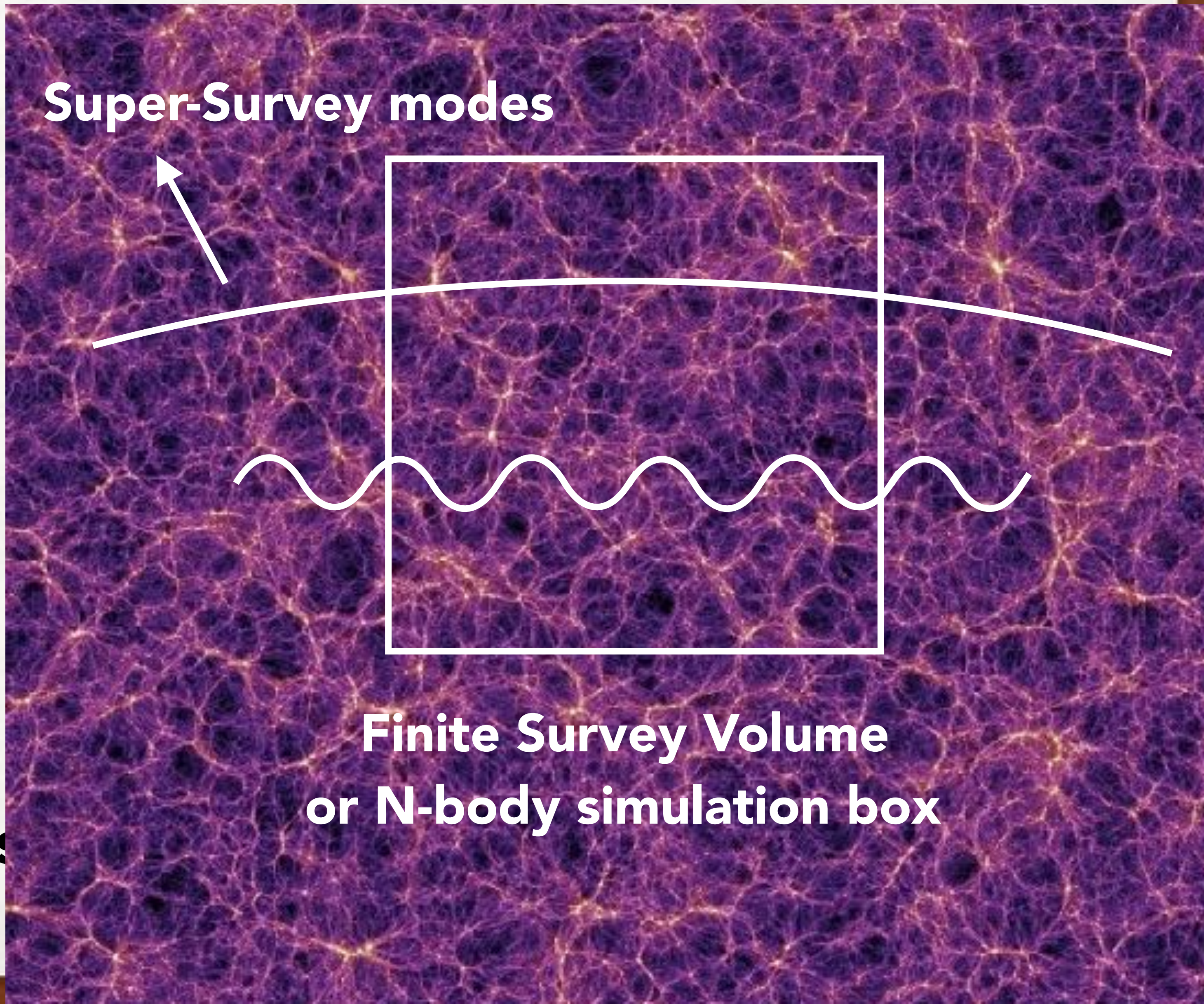
- Super-survey modes : Large-scale perturbations beyond a finite survey volume

- Observations : finite volume
  –> not directly observables

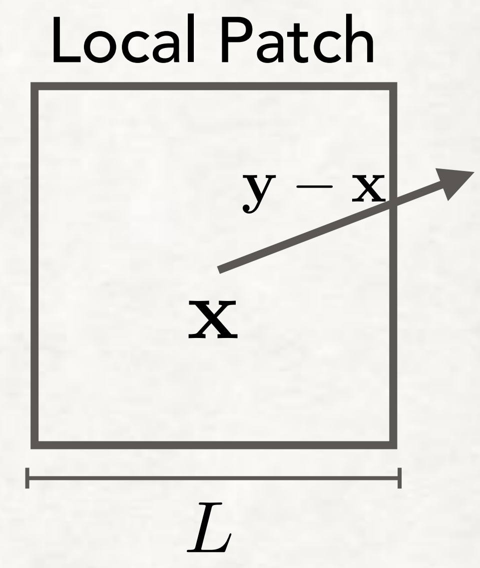
- Theory : N-body simulations
  –> periodic boundary

- The super-survey modes affect observables via nonlinear mode-couplings (Super-sample effects)

- we need to model the effects



isotropic/anisotropic components of super-survey modes



- 長波長ゆらぎによる重力ポテンシャルを定義：

$$\Phi_L(\mathbf{x}) \equiv \frac{1}{V_W}\int d^3\mathbf{y}\,\Phi(\mathbf{y})W(\mathbf{y}-\mathbf{x}), \quad V_W = \int d^3\mathbf{x}\,W(\mathbf{x})$$

$\rightarrow$ サーベイのスケール $L \sim V_W^{1/3}$ 以下のゆらぎをならしたもの

- 長波長ゆらぎによる重力ポテンシャルをサーベイ領域周りで展開：

$$\begin{aligned}
\Phi_L(\mathbf{x}) &= \Phi_L(\mathbf{x_0}) + \nabla_i\Phi_L|_{\mathbf{x_0}}\,x^i + \frac{1}{2}\,\nabla_i\nabla_j\Phi_L|_{\mathbf{x_0}}\,x^i x^j + \mathcal{O}(\nabla^3\Phi_L|_{\mathbf{x_0}}x^3) \\
&\simeq \Phi_L(\mathbf{x_0}) + \nabla_i\Phi_L|_{\mathbf{x_0}}\,x^i + \frac{1}{6}\,\Delta\Phi_L|_{\mathbf{x_0}}\,x^2 + \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\delta^K_{ij}\right)\nabla_i\nabla_j\Phi_L|_{\mathbf{x_0}}\,x^i x^j \\
&= \Phi_L(\mathbf{x_0}) + \nabla_i\Phi_L|_{\mathbf{x_0}}\,x^i + \underbrace{\frac{2}{3}\pi G\bar{\rho}_{\mathrm{m}}a^2\;\delta_{\mathrm{b}}|_{\mathbf{x_0}}\,x^2}_{\text{mean density modulation}} + \underbrace{2\pi G\bar{\rho}_{\mathrm{m}}a^2\;\tau_{ij}|_{\mathbf{x_0}}\,x^i x^j}_{\text{tidal effect}}
\end{aligned}$$

- 等方的な成分（δ_{b}）と非等方的な成分（τ_{ij}）は独立な自由度

In standard perturbation theory

- **2nd order result :**

$$\delta(\mathbf{k}) = \delta_{\mathrm{L}} + \int \frac{d^3\mathbf{k}'}{(2\pi)^3} F_2(\mathbf{k}', \mathbf{k}-\mathbf{k}')\delta_{\mathrm{L}}(\mathbf{k}')\delta_{\mathrm{L}}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')$$

$$F_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{17}{21} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k^2} + \frac{1}{k'^2}\right)(\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}') + \frac{2}{7}\left(\hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{k}}' - \frac{1}{3}\right)$$

$$\delta(\mathbf{x}) = \delta_{\mathrm{L}}(\mathbf{x}) + \underbrace{\frac{17}{21}\delta_{\mathrm{L}}^2}_{\text{growth}} + \underbrace{\mathbf{d}(\mathbf{x})\cdot\nabla\delta_{\mathrm{L}}(\mathbf{x})}_{\text{shift}} + \underbrace{\frac{2}{7}K_{ij}(\mathbf{x})K_{ij}(\mathbf{x})}_{\text{anisotropy (tidal field)}}$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{x}) = -\int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3}\frac{i\mathbf{q}}{q^2}\delta_{\mathrm{L}}(\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \quad K_{ij}(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3}\left(\frac{q_i q_j}{q^2} - \frac{1}{3}\right)\delta_{\mathrm{L}}(\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}$$

- **long-modeとshort-modeに分割：** $\delta = \delta^{\mathrm{short}} + \delta^{\mathrm{long}}$

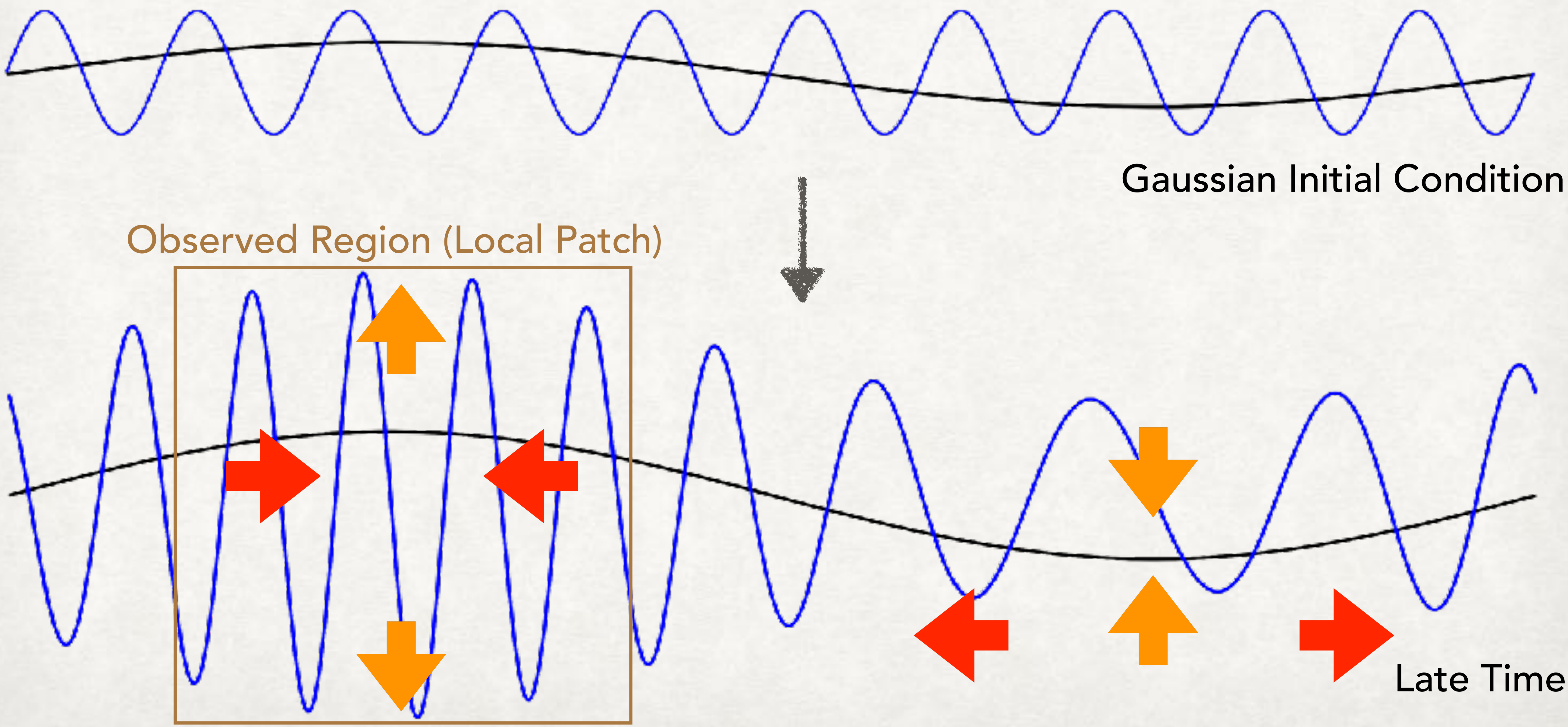
$$\delta^{\mathrm{short}}(\mathbf{x}) = \delta_{\mathrm{L}}^{\mathrm{short}}(\mathbf{x} + \mathbf{d}^{\mathrm{long}}) + \frac{34}{21}\delta_{\mathrm{L}}^{\mathrm{long}}\delta_{\mathrm{L}}^{\mathrm{short}} + \frac{4}{7}K_{ij}^{\mathrm{long}}K_{ij}^{\mathrm{short}}$$

NL mode-coupling btw.Super-Survey modes & short modes

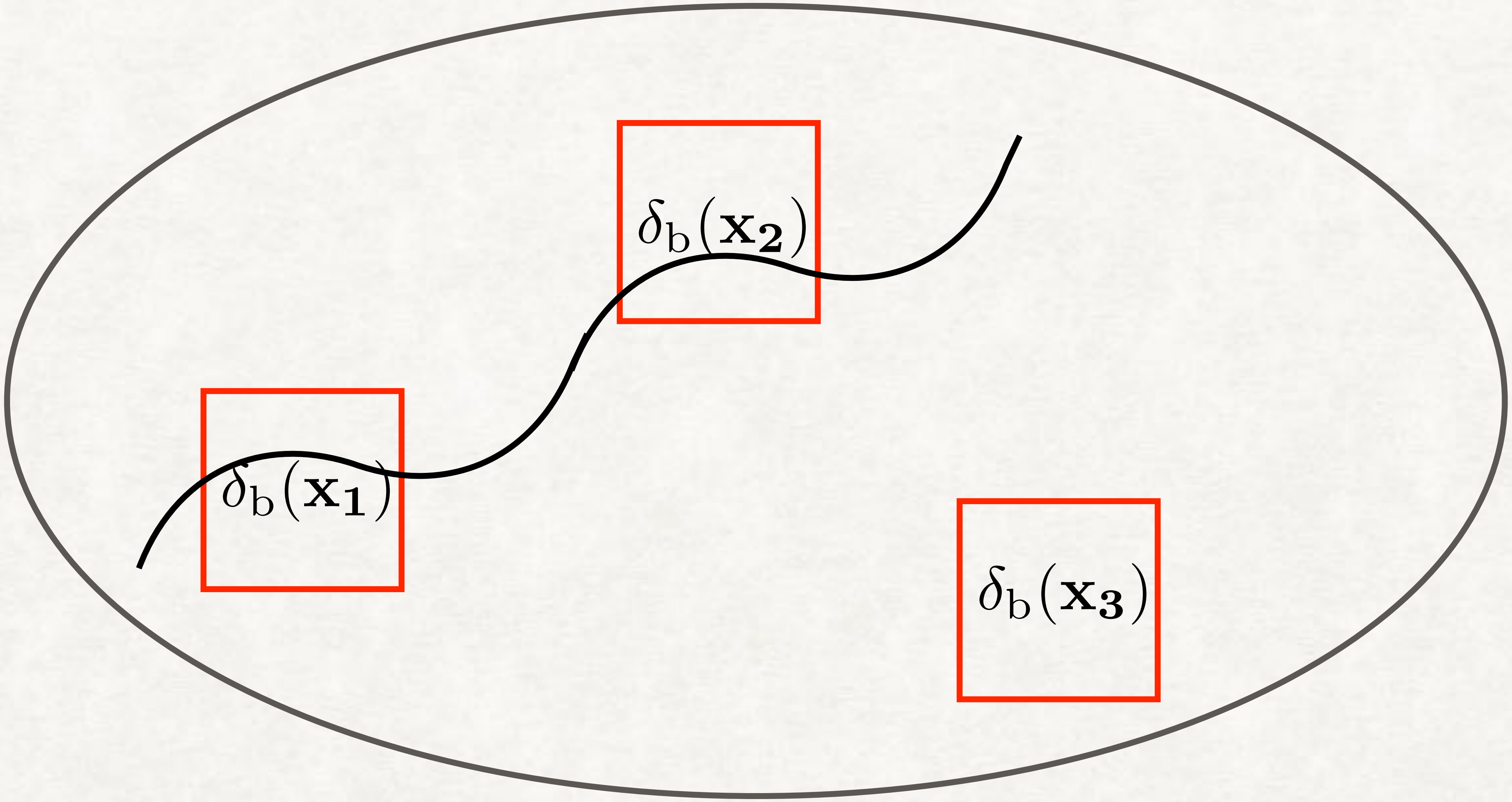
- **Effects of Super-Survey modes :**

  1. **Dilation : change of comoving distance** (Sherwin&Zaldarriaga12, Li+14a)
  2. **Growth : promote/suppresss the structure formation**

(Hamilton+06, Baldauf&Seljak+11)



Super-survey modesの観測に対する影響



- Super-survey modesがいると観測されるmatter power spectrumがensemble averageからズレる

$$P\left(\mathbf{k};\delta_{\rm b}(\mathbf{x}),\tau_{ij}(\mathbf{x})\right)=P(k)\left[1+\underbrace{\frac{\partial\ln P(k)}{\partial\delta_{\rm b}}}_{\text{response}}\delta_{\rm b}(\mathbf{x})+\underbrace{\frac{\partial\ln P(k)}{\partial\tau_{ij}}}_{\text{response}}\tau_{ij}(\mathbf{x})\right]$$

Super-Survey modesに対するPower Spectrumの応答

- 理論：ensemble average

$$P(k) \equiv \langle \delta(\mathbf{k})^2 \rangle$$

観測：統計平均

$$\hat{P}(k_i) \equiv \frac{1}{V_W} \int_{|\mathbf{k}| \in k_i} \frac{d^3\mathbf{k}}{V_{k_i}} \delta(\mathbf{k})\delta(-\mathbf{k})$$

Super-Survey modesの影響を考慮

$$P(\mathbf{k}; \delta_b) \simeq P(k) + \underbrace{\frac{\partial P(k)}{\partial \delta_b}}_{\text{power spectrum response to } \delta_b} \delta_b$$

$$\hat{P}(k_i) \equiv \frac{1}{V_W} \int_{|\mathbf{k}| \in k_i} \frac{d^3\mathbf{k}}{V_{k_i}} \delta_W(\mathbf{k})\delta_W(-\mathbf{k})$$

- dimensionless power spectrumに対する応答

$$\frac{\partial\, k^3 P(k; \delta_b)}{\partial \delta_b} \simeq k^3 \underbrace{\left. \frac{\partial P(k; \delta_b)}{\partial \delta_b} \right|_{k \text{ fixed}}}_{\text{growth}} + \underbrace{\frac{\partial\, k^3 P(k; \delta_b)}{\partial \ln k} \frac{\partial \ln k}{\partial \delta_b}}_{\text{dilation}}$$

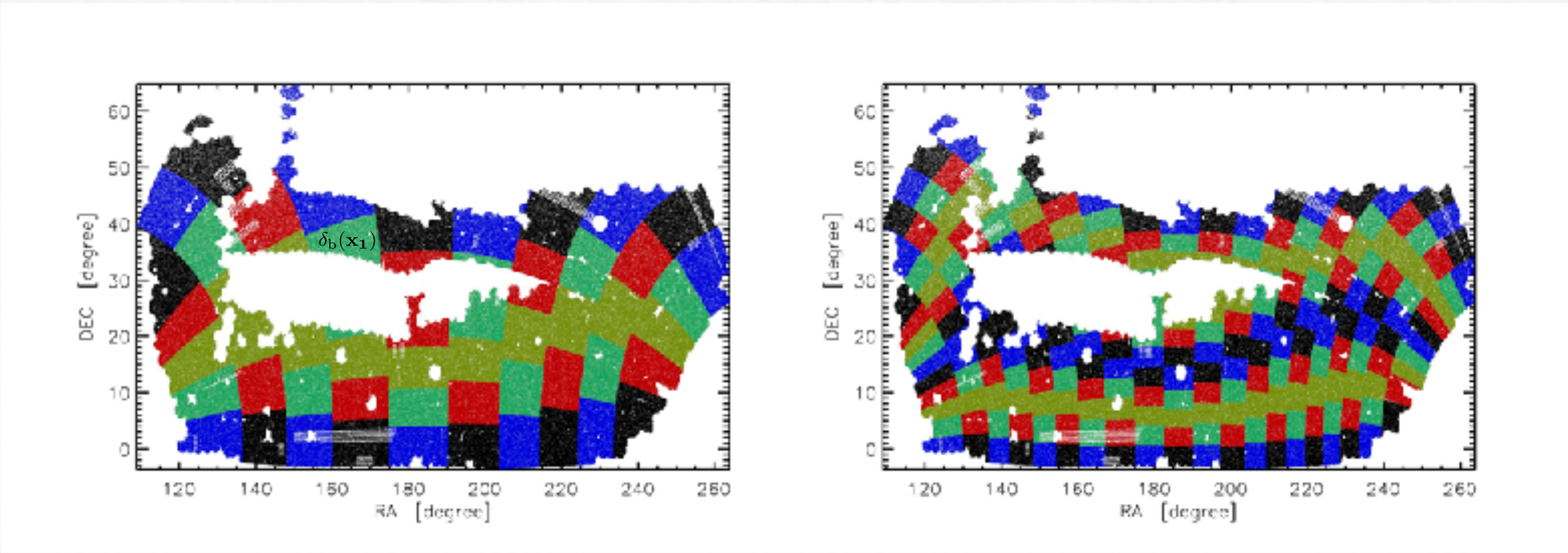
- 標準的な宇宙論を仮定した場合に、responseの具体形がどうなるか？

Position-dependent Power Spectrum

(Chiang+14,15)

- 一つのサーベイ領域を分割し、各サブサーベイ領域で $\hat{P}(\mathbf{k};\mathbf{x})$と
そのサブサーベイ領域での平均密度 $\delta_{\rm b}(\mathbf{x})$ を測る

$$\hat{P}\left(\mathbf{k};\delta_{\rm b}(\mathbf{x}),\tau_{ij}(\mathbf{x})\right) = P(k)\left[1+\frac{\partial\ln P(k)}{\partial\delta_{\rm b}}\delta_{\rm b}(\mathbf{x})+\frac{\partial\ln P(k)}{\partial\tau_{ij}}\tau_{ij}(\mathbf{x})\right]$$



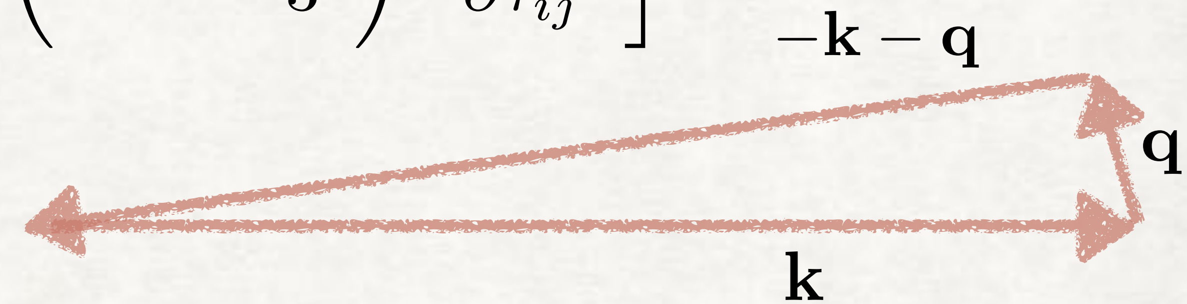
- **Position-dependent power spectrum (response) ~ Squeezed bispectrum**

$$\langle\hat{P}(\mathbf{k},\mathbf{x})\delta_{\rm b}(\mathbf{x})\rangle = \lim_{q\to 0}\int d\Omega_{\mathbf{k}}\ B(\mathbf{k},-\mathbf{k}-\mathbf{q},\mathbf{q})$$
$$= \frac{\partial P(k)}{\partial\delta_{\rm b}}\langle\delta_{\rm b}^2\rangle$$

Power Spectrum Response & Squeezed Bispectrum

- **Consistency Relation : Squeezed Bispectrum (3点相関関数) は長波長ゆらぎに対するPower Spectrum (2点相関関数) のresponseと関係**

$$\lim_{q\to 0} B(\mathbf{k}, -\mathbf{k}-\mathbf{q}, \mathbf{q}) = P^L(q)\left[\frac{\partial P(\mathbf{k})}{\partial \delta_b} + \left(\hat{q}_i\hat{q}_j - \frac{\delta^K_{ij}}{3}\right)\frac{\partial P(\mathbf{k})}{\partial \tau_{ij}}\right]$$



- **Standard Perturbation Theory :**

$$P(\mathbf{k}; \delta_b, \tau_{ij}) \simeq P(k) + \delta_b\left[\underbrace{\frac{47}{21}}_{\text{growth}} - \underbrace{\frac{1}{3}\frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k}}_{\text{dilation}}\right]P(k) + \tau_{ij}\hat{k}_i\hat{k}_j\left[\underbrace{\frac{8}{7}}_{\text{growth}} - \underbrace{\frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k}}_{\text{dilation}}\right]P(k)$$

(Dai+15, Akitsu+17)

- $\hat{k}_i$ **依存性→非等方clustering**

→Redshift-space DistortionやAlcock-Paczynski testに影響

Redshift-space Distortion

- 特異速度によるドップラー効果で視線方向に歪む → 非等方性

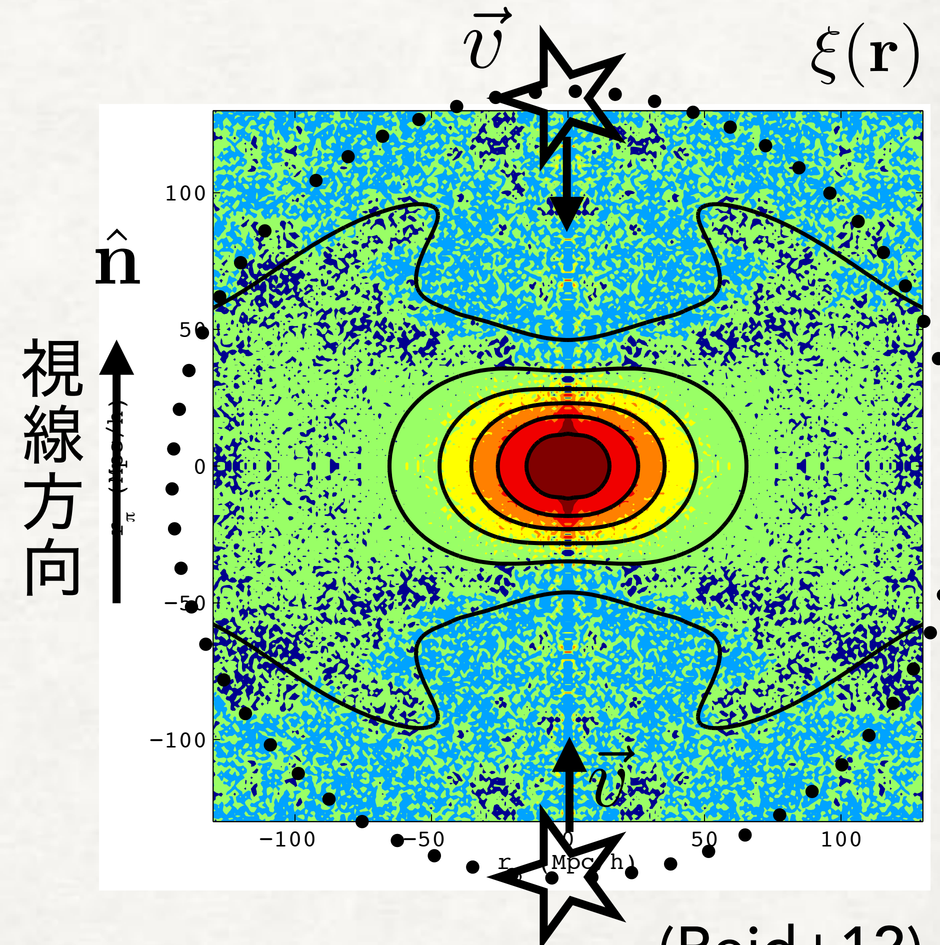
  （視線方向 $\hat{\mathrm{n}}$ がpreferred direction）

$$\underbrace{\mathbf{s}}_{\text{redshift-space coordinate}} = \underbrace{\mathbf{x}}_{\text{real-space coordinate}} + \underbrace{\frac{v_{\|}(\mathbf{x})}{aH(z)}\hat{\mathbf{n}}}_{\text{doppler effect}}$$

- 線形理論（Kaiser87）

$$\delta_g^S(\mathbf{k}) = b\left[1 + \underbrace{\beta\mu^2}_{\text{quadrupole anisotropy}}\right]\delta_m(k)$$

$$\left(\delta_g = b\delta_m,\ \beta \equiv \frac{f}{b} = \frac{1}{b}\frac{d\ln D}{d\ln a},\ \mu \equiv \hat{\mathbf{k}}\cdot\hat{\mathbf{n}}\right)$$



(Reid+12)

- Super-Survey modesを考慮すると、τ_{ij} もpreferred direction

- τ_{ij} は速度場にも影響を与えるので、additionalな非等方性を生むハズ

Power Spectrum Response in redshift space

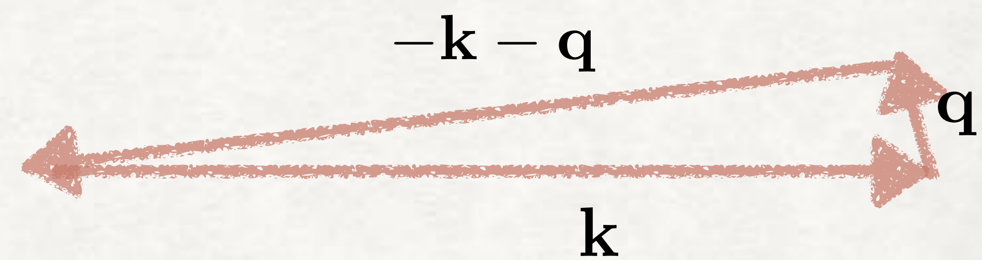
(Akitsu&Takada18,Li+18)

- 赤方偏移空間における密度ゆらぎについて実空間と同様の考察をする。ただし、長波長ゆらぎは実空間のものを考える。

$$\lim_{q\to 0} B_{ssm}(\mathbf{k},-\mathbf{k}-\mathbf{q},\mathbf{q}) = P^L(q)\left[\frac{\partial P_s(\mathbf{k})}{\partial \delta_b} + \left(\hat{q}_i\hat{q}_j - \frac{\delta^K_{ij}}{3}\right)\frac{\partial P_s(\mathbf{k})}{\partial \tau_{ij}}\right]$$

w/ $\langle \delta_s(\mathbf{k_1})\delta_s(\mathbf{k_2})\delta_{mL}(\mathbf{q})\rangle \equiv B_{ssm}(\mathbf{k_1},\mathbf{k_2},\mathbf{q})(2\pi)^3\delta^3_D(\mathbf{k_1}+\mathbf{k_2}+\mathbf{q})$

- **Standard Perturbation theory :**



$$\frac{\partial P_s(\mathbf{k})}{\tau_{ij}} = \left[\frac{8}{7} - \frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k}\right]\hat{k}_i\hat{k}_j b^2 P(k)$$
$$+ \left[b\hat{n}_i\hat{n}_j + \frac{24}{7}\mu^2\hat{k}_i\hat{k}_j - \mu\left(2\mu\hat{k}_i\hat{k}_j + b\hat{k}_i\hat{n}_j\right)\frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k}\right] bfP(k)$$
$$+ \left[\frac{16}{7}\mu\hat{k}_i\hat{k}_j + 4b\hat{k}_i\hat{n}_j - \left(\mu\hat{k}_i\hat{k}_j + 2b\hat{k}_i\hat{n}_j\right)\frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k}\right] f^2\mu^3 P(k)$$
$$+ \left[4\mu\hat{k}_i\hat{n}_j - \hat{n}_i\hat{n}_j - \mu\hat{k}_i\hat{n}_j\frac{\partial \ln P(k)}{\partial \ln k}\right] f^3\mu^4 P(k)$$

- τ_{ij} に対する応答には $\tau_{ij}\hat{k}_i\hat{k}_j$, $\tau_{ij}\hat{k}_i\hat{n}_j$, $\tau_{ij}\hat{n}_i\hat{n}_j$ のような項が現れる

Redshift spaceで現れる非等方性

- $\hat{k}_i\hat{k}_j\hat{n}_i\hat{n}_j$：**Kaiser factorは** $\dfrac{\partial v_z}{\partial z} = \dfrac{\partial(\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}})}{\partial\hat{\mathbf{n}}}\cdot\hat{\mathbf{n}}$ **由来**

  → $\hat{k}_i\hat{k}_j \propto \partial_{(i}v_{j)}$ **velocity shearの視線方向へのprojection**

- $\tau_{ij}\hat{k}_i\hat{k}_j$ ：**large-scale tidal field** τ_{ij} **と**

  small-scale tidal field $\propto \left(\hat{k}_i\hat{k}_j - \dfrac{1}{3}\delta^K_{ij}\right)$**のcoupling**

  $\sim \partial_{(i}v_{j)}$

- $\tau_{ij}\hat{k}_i\hat{n}_j$ ：**必ず** $\tau_{ij}\hat{k}_i\hat{n}_j\hat{k}_l\hat{n}_l$**の形で現れる（**$P_s(\mathbf{k}) = P_s(-\mathbf{k})$ **の対称性）**

  large-scale tidal fieldの視線方向へのprojectionと

  large-scale tidal fieldとsmall-scale velocityのcoupling

- $\tau_{ij}\hat{n}_i\hat{n}_j$ ：**large-scale tidal fieldの視線方向へのprojection**

  （large-scale velocityのKaiserがmappingを通じて見える）

2D power spectrum in redshift space

- **3D power spectrumを視線方向に垂直な平面で角度平均**

  → τ_{ij} の寄与は τ_{33} （1パラメタ）のみ

$$
\begin{aligned}
P^{\rm 2D}_{sW}(k_\perp, k_\parallel; \tau_{ij}) = & (b + f\mu^2)^2 P^L(k) + \left[\frac{8}{7} b^2 P^L(k) - b^2 \frac{{\rm d}P^L(k)}{{\rm d}\ln k}\right] \frac{3\mu^2-1}{2}\tau_{33} \\
& + fb \left[\left\{b + \frac{12}{7}\mu^2(3\mu^2-1)\right\} P^L(k) - \mu^2\left\{b + (3\mu^2-1)\right\}\frac{{\rm d}P^L(k)}{{\rm d}\ln k}\right]\tau_{33} \\
& + f^2\mu^4 \left[\left\{4b + \frac{8}{7}(3\mu^2-1)\right\} P^L(k) - \left(2b + \frac{3\mu^2-1}{2}\right)\frac{{\rm d}P^L(k)}{{\rm d}\ln k}\right]\tau_{33} \\
& + f^3\mu^4 \left[\left(4\mu^2-1\right) P^L(k) - \mu^2 \frac{{\rm d}P^L(k)}{{\rm d}\ln k}\right]\tau_{33},
\end{aligned}
$$

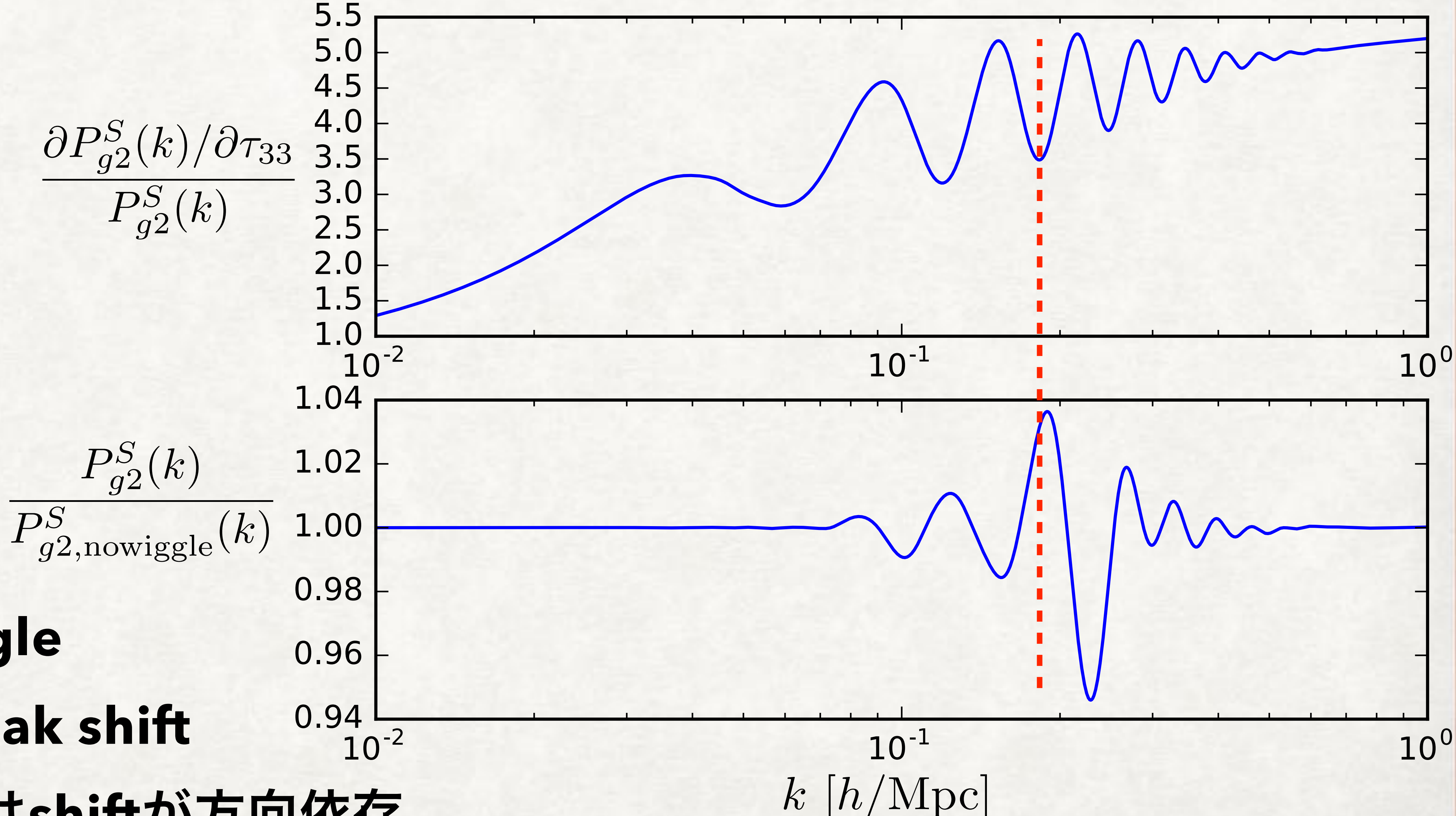
- **Super-survey modeがいると、大スケールで μ^6 (tetrahexadecapole)の非等方性が現れる**

Power Spectrum Response for τ_{33} & BAO peak shift

$$P^S_{g2,\mathrm{obs}}(k) = P^S_{g2} + \underline{\frac{\partial P^S_{g2}(k)}{\partial \tau_{33}}}\tau_{33}$$

power spectrum response to tau
= growth + dilation (k微分)

- **relative responseは $\mathcal{O}(1)$**



- **BAO wiggle**

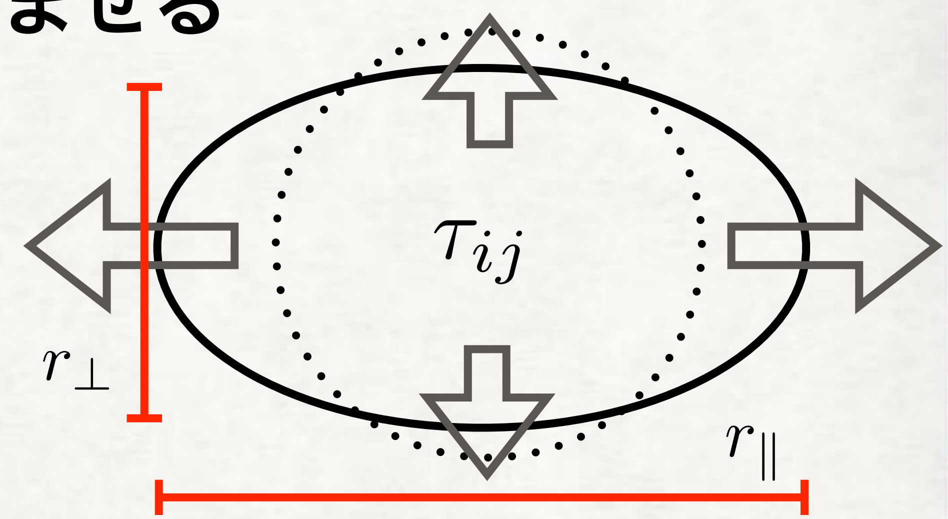
  →BAO peak shift

  特に、τ_{ij} はshiftが方向依存

Alcock-Paczynski test

- 非等方クラスタリング　$\rightarrow$　BAO peakを歪ませる

視線方向 $\longrightarrow$



- **Alcock-Paczynski test** (Alcock&Paczynski79)：

　BAO peakが等方であるべしということから宇宙論パラメタを制限

- 理論：共動距離 $(r_\parallel, r_\perp)$ $\rightleftarrows$ 観測：redshift & angle $(\Delta z, \Delta\theta)$

some cosmological models

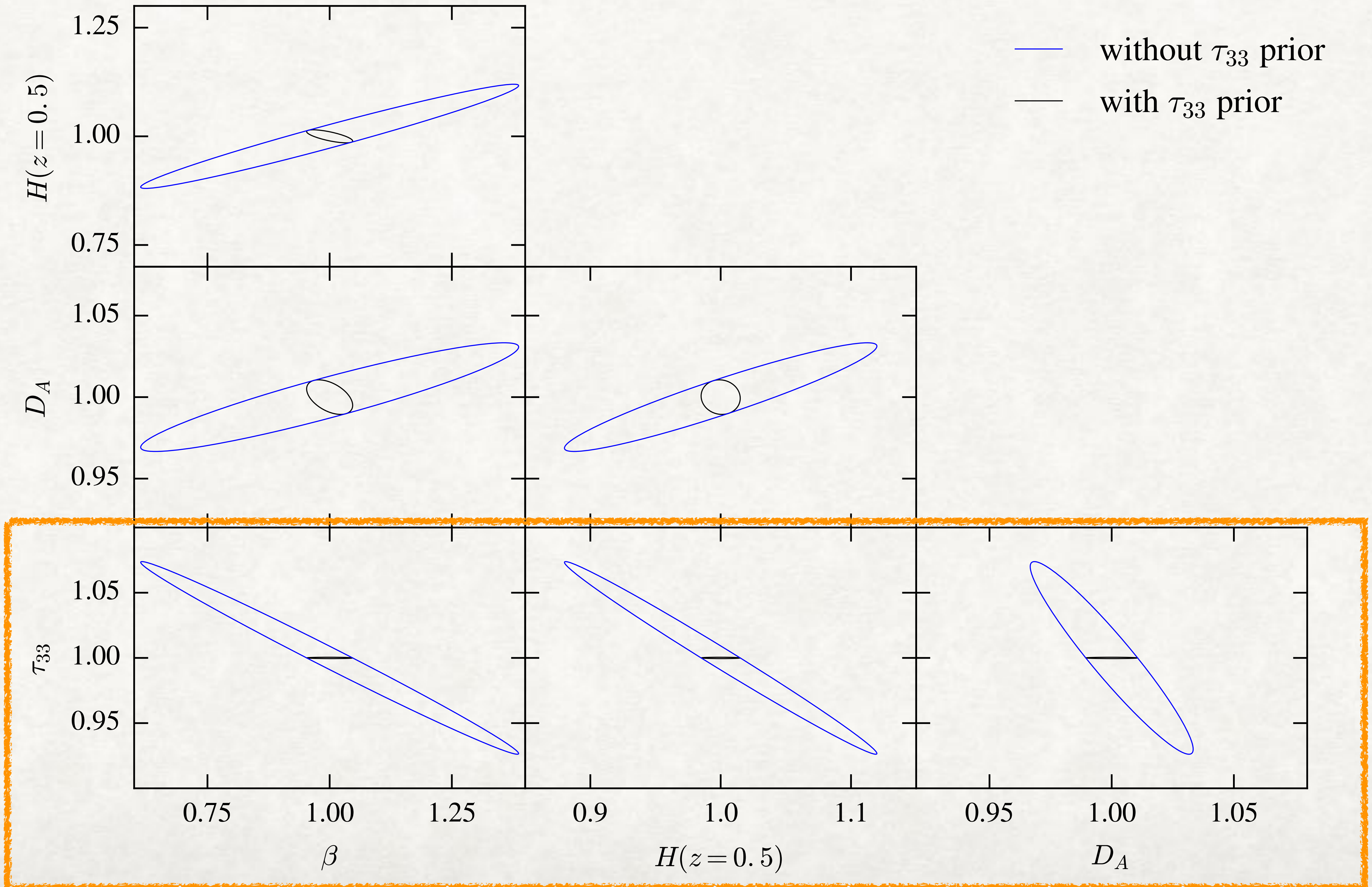
- 視線方向の距離：　$r_\parallel = \dfrac{\Delta z}{H(z)}$

- 視線方向と垂直な方向の距離：$r_\perp = (1+z)D_A(z)\Delta\theta$　　$D_A = \dfrac{1}{1+z}\displaystyle\int_0^z \frac{dz}{H(z)}$

- τ_{ij} は $(r_\parallel, r_\perp)$ を非等方に変えてしまう

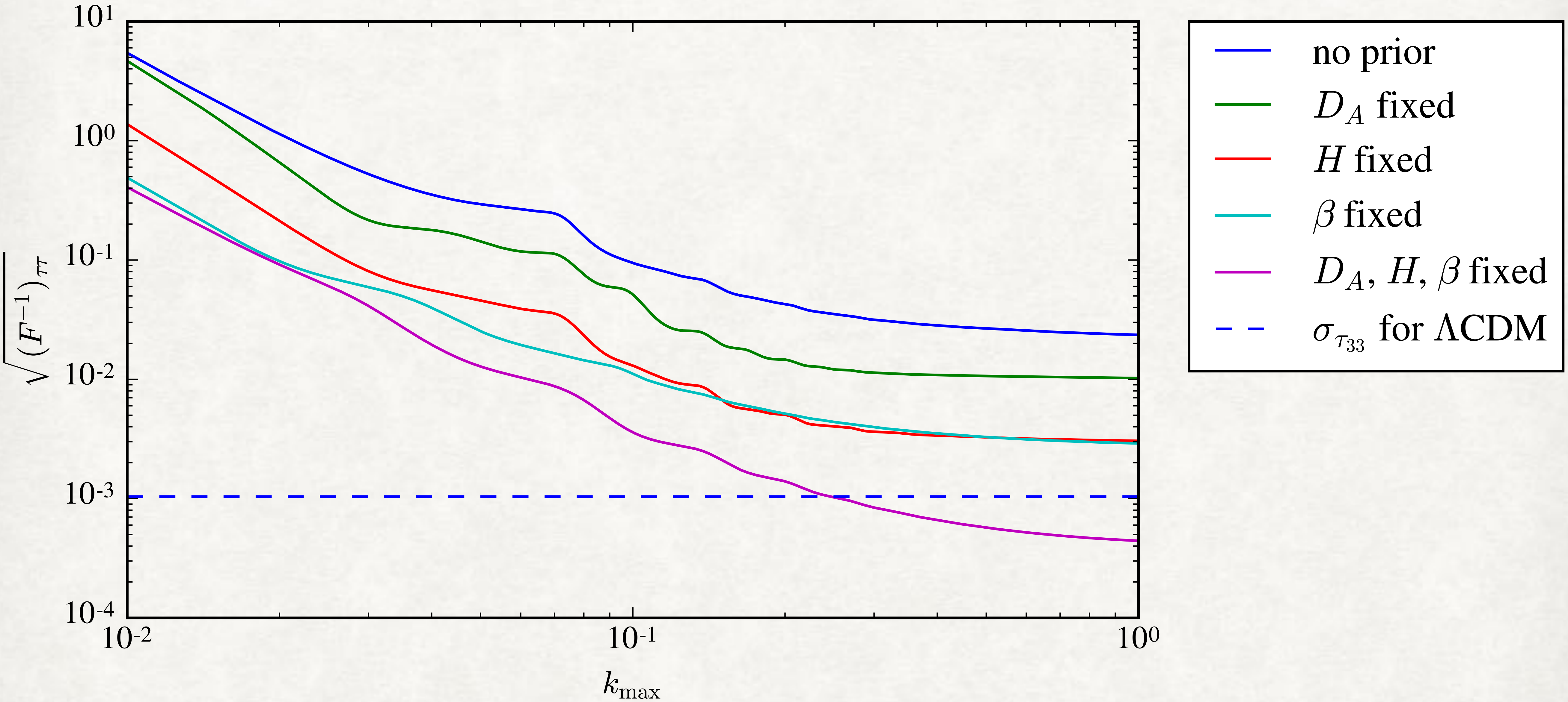
Fisher Forecast

- 銀河サーベイで、τ_{33} と $D_A, H(z), \beta$ がどのくらい縮退するか $(z = 0.5)$



Detectability of the large-scale tidal field

- 摂動論で導出したresponseを小スケールまで外挿して計算



- D_A, H, β などが他のサーベイや大スケールの情報からfixできれば、$k_{\max} \simeq 0.25\ h/\mathrm{Mpc}$ あたりで$\Lambda\mathrm{CDM}$でのrmsを超えられる。

Bipolar-Spherical Harmonic expansion

- τ_{ij} の情報を全て取り出したい（5自由度）

  →**BiPoSH expansion** (Shiraishi+17, Sugiyama+17)

$$P^s(\mathbf{k},\hat{n};\tau_{ij}) = \sum_{LM\ell\ell'} \pi^{LM}_{\ell\ell'}(k;\tau_{ij}) X^{LM}_{\ell\ell'}(\hat{k},\hat{n}),$$

$$X^{LM}_{\ell\ell'}(\hat{k},\hat{n}) = \{Y_\ell(\hat{k}) \otimes Y_{\ell'}(\hat{n})\} = \sum_{mm'} C^{LM}_{\ell m \ell' m'} Y_{\ell m}(\hat{k}) Y_{\ell' m'}(\hat{n})$$

- **2D power spectrum in redshift spaceはM=0に対応**

- **RSDの情報と τ_{ij} の情報を分離することで、パラメタ決定の精度がよくなるか？**

- **Working in progress…**

宇宙論パラメタの推定

- **Likelihood analysis : 観測量（例えばgalaxy power spectrum）からパラメタを推定する** $\vec{\theta}$: fitting parameters

$$\chi^2(\vec{\theta}) = \sum_{i,j} \left[(P_{\rm obs}[\vec{\theta}] - P_{\rm theory}[\vec{\theta}])_{[k_i]} {\rm Cov}^{-1}_{[k_i,k_j]} (P_{\rm obs}[\vec{\theta}] - P_{\rm theory}[\vec{\theta}])_{[k_j]} \right]$$

- **Covarianceも必要：観測できるフーリエモード数が有限→統計誤差**
- **matter power spectrumのcovariance**：4点相関（**trispectrum**）

$$\begin{aligned} {\rm Cov}[k_i, k_j] &= \left\langle \hat{P}(k_i)\hat{P}(k_j) \right\rangle - \left\langle P(\hat{k}_i) \right\rangle \left\langle P(\hat{k}_j) \right\rangle \\ &= \frac{2}{N_{\rm mode}} P(k_i)\delta^K_{ij} + \underbrace{\langle \delta(k_i)\delta(-k_i)\delta(k_j)\delta(-k_j) \rangle}_{\text{non-linear}}{}_{\rm connected} \\ &= C^{\rm G}_{ij} + C^{\rm NG}_{ij} \end{aligned}$$

- **Guassian項は** $N_{\rm mode}(k_i) = \dfrac{4\pi k_i^2 \Delta k}{(2\pi)^3} V_{\rm survey}$ **でスケール**

Super-sample Covariance

(Takada＆Hu13)

- **Super-survey mode : 観測領域内の平均密度ゆらぎ or tidal field**

  →ゆらぎが成長し易い/難いので、ゆらぎの振幅が大きく/小さくなる

- **super-survey modeによって、系統的にずれる**

$$P(\mathbf{k};\delta_\mathrm{b},\tau_{ij}) = P(k)\left[1+\underline{\frac{\partial \ln P(k)}{\partial \delta_\mathrm{b}}\delta_\mathrm{b}+\frac{\partial \ln P(k)}{\partial \tau_{ij}}\tau_{ij}}\right]$$

↓ **2乗**

- **new term : Super-sample covariance (SSC)**

$$C_{ij}^{\mathrm{SSC}} = P(k_i)P(k_j)\left\{\left[\frac{\partial \ln P(k_i)}{\partial \delta_\mathrm{b}}\right]\left[\frac{\partial \ln P(k_j)}{\partial \delta_\mathrm{b}}\right]\sigma_\mathrm{b}^2+\left[\frac{\partial \ln P(k_i)}{\partial \tau_{lm}}\right]\left[\frac{\partial \ln P(k_j)}{\partial \tau_{l'm'}}\right]\sigma_\tau^2\right\}$$

$$\sigma_\mathrm{b}^2 = \left\langle \delta_\mathrm{b}^2\right\rangle,\ \sigma_\tau^2 = \left\langle \tau_{lm}\tau_{l'm'}\right\rangle$$

$$C_{ij} = C_{ij}^{\mathrm{G}} + C_{ij}^{\mathrm{NG}} + C_{ij}^{\mathrm{SSC}}$$

Gaussian covariance vs Super-Sample Covariance

- **Gaussian covariance**

  $\propto N_{\rm mode}^{-1}(k) \propto V_{\rm survey}^{-1}$

- **SSC**

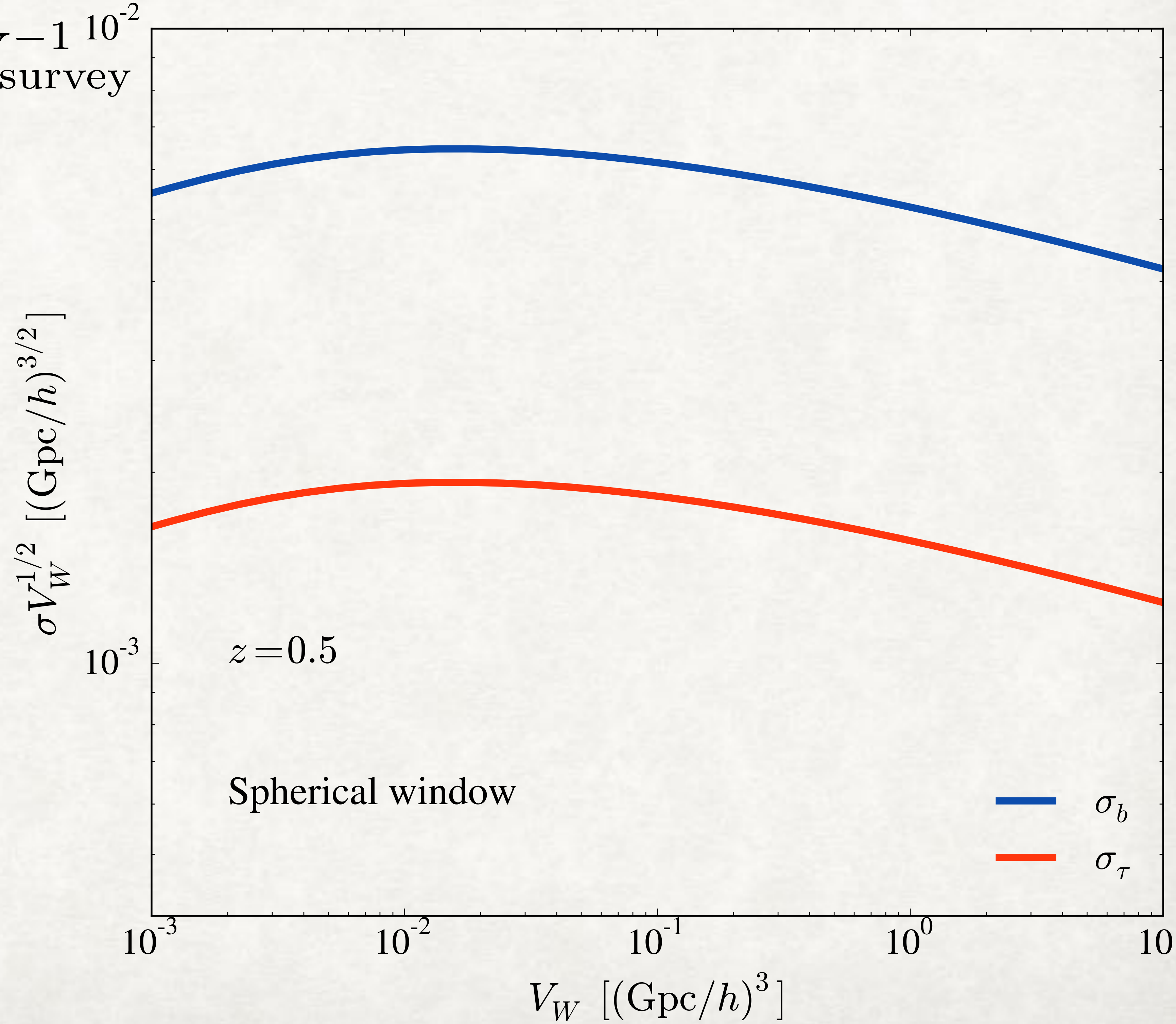
  $\propto \sigma_{\rm b}^2$ or σ_τ^2

- **SSC/Gaussian**

  $\propto \sigma^2 V_{\rm survey}$

- $\sigma_\tau \simeq \frac{1}{3}\sigma_{\rm b}$

- **Survey volume**
  が大きくなっても
  SSCはそこそこ重要



Separate Universe Picture

- 摂動論が破綻する強非線形領域におけるsuper-survey modesに対する応答はどうするか？

  →大きなboxサイズでのsimulation?

  計算コスト大だが、長波長ゆらぎは線形成長。

  非線形成長を計算するというN体simulationの精神から離れていく

  → separate universe picture

- 長波長ゆらぎはLocal patch内で一様成分のように振る舞う

  →長波長ゆらぎはLocalにはbackgroundと見分けがつかないので、

  backgroundの量に取り込んでしまう

Separate Universe Simulation

(Sirko05, Baldauf+11, Li+14a, Baldauf+16)

- 長波長ゆらぎ δ_b の効果をbackgroundに吸収

  → local patchが（別の）FLRW universeにみえる

From the same initial seeds

$$\delta_b \neq 0$$
$$a, h, \Omega_m, \Omega_\Lambda$$
$$\Omega_K = 0$$

Perturbed flat FLRW Universe

=

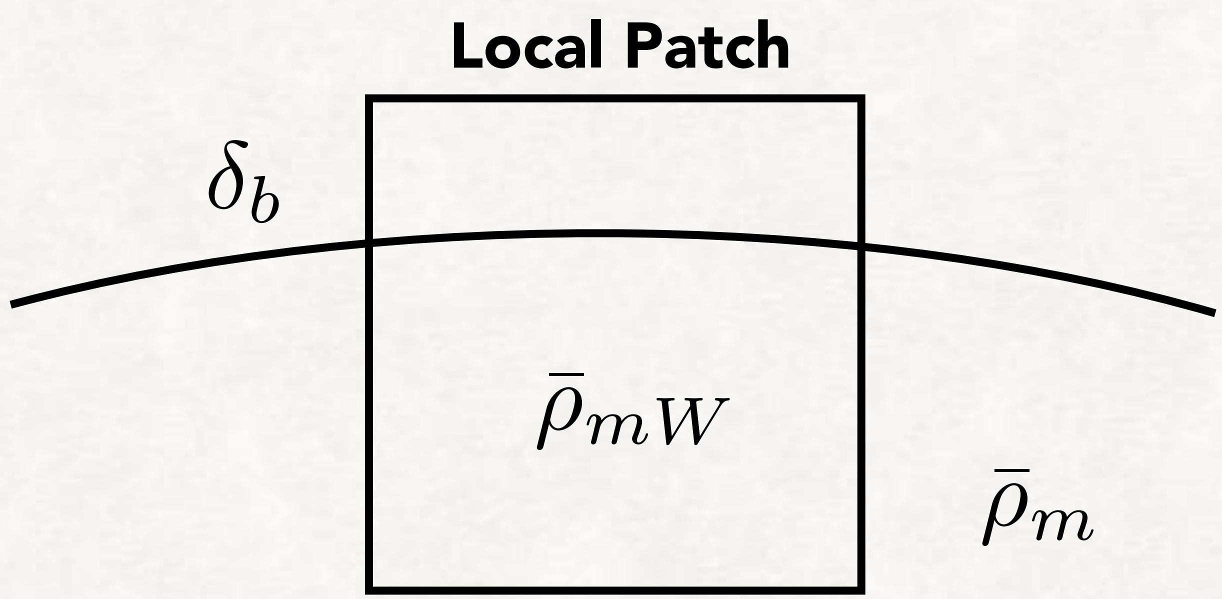
$$\delta_b = 0$$
$$a_W, h_W, \Omega_{mW}, \Omega_{\Lambda W}$$
$$\Omega_{KW} \neq 0$$

curved FLRW Universe (Unperturbed)
= Separate Universe

- パラメタの関係は以下の通り

$$a_W \simeq a\left[1-\frac{1}{3}\delta_b\right], \quad \frac{\delta h}{h} \equiv \frac{h_W - h}{h} \simeq -\frac{5\Omega_m}{6}\frac{\delta_b(t)}{D(t)}, \quad \frac{\delta\Omega_m}{\Omega_m} = \frac{\delta\Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda} = \Omega_{KW} \simeq -2\frac{\delta h}{h}$$

Super-Survey modes in the separate universe picture



$$\bar{\rho}_{mW} = \bar{\rho}_m(1+\delta_b)$$

- $\bar{\rho}_{mW} a_W^3 = \bar{\rho}_m a^3 \quad \rightarrow \quad a_W \simeq a\left[1-\frac{1}{3}\delta_b\right]$

  →宇宙膨張が早く／遅くなる　→　Growth effect

- $a_W \lambda_W^{\mathrm{com}} = a\lambda^{\mathrm{com}} \quad \rightarrow \quad \lambda_W^{\mathrm{com}} \simeq \lambda^{\mathrm{com}}\left[1+\frac{1}{3}\delta_b\right]$

  →共動距離が変わる　→　Dilation effects

Mode-coupling in the separate universe picture

- **separate universeにおける短波長ゆらぎの（線形）発展方程式**

$$\ddot{\delta}_{\mathrm{local},s} + 2H_W\dot{\delta}_{\mathrm{local},s} - 4\pi G\bar{\rho}_{mW}\delta_{\mathrm{local},s} = 0$$

$$\to \ddot{\delta}_{\mathrm{local},s} + 2H\dot{\delta}_{\mathrm{local},s} - 4\pi G\bar{\rho}_m\delta_{\mathrm{local},s} = \underbrace{\frac{2}{3}\dot{\delta}_b\dot{\delta}_{\mathrm{local},s} + 4\pi G\bar{\rho}_m\delta_b\delta_{\mathrm{local},s}}_{\text{mode-coupling btw. long- \& short}}$$

$$\to \delta_{\mathrm{local},s} \propto D(t)\left[1 + \frac{13}{21}\delta_b\right]$$

- $\delta_{\mathrm{local}} \equiv \dfrac{\rho}{\bar{\rho}_{mW}} - 1, \quad \delta_{\mathrm{global}} \equiv \dfrac{\rho}{\bar{\rho}_m} - 1, \quad \bar{\rho}_{mW} = \bar{\rho}_m(1+\delta_b)$

$$\to \delta_{\mathrm{global}} = (1+\delta_b)\delta_{\mathrm{local}}$$

- **Perturbation theory :**

$$\delta_s^{(2)}(\mathbf{k}) = \delta_s^{(1)}(\mathbf{k}) + \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}}}{4\pi} F_2(\mathbf{k},\mathbf{q})\delta_s^{(1)}(\mathbf{k})\delta_l^{(1)}(\mathbf{q})$$

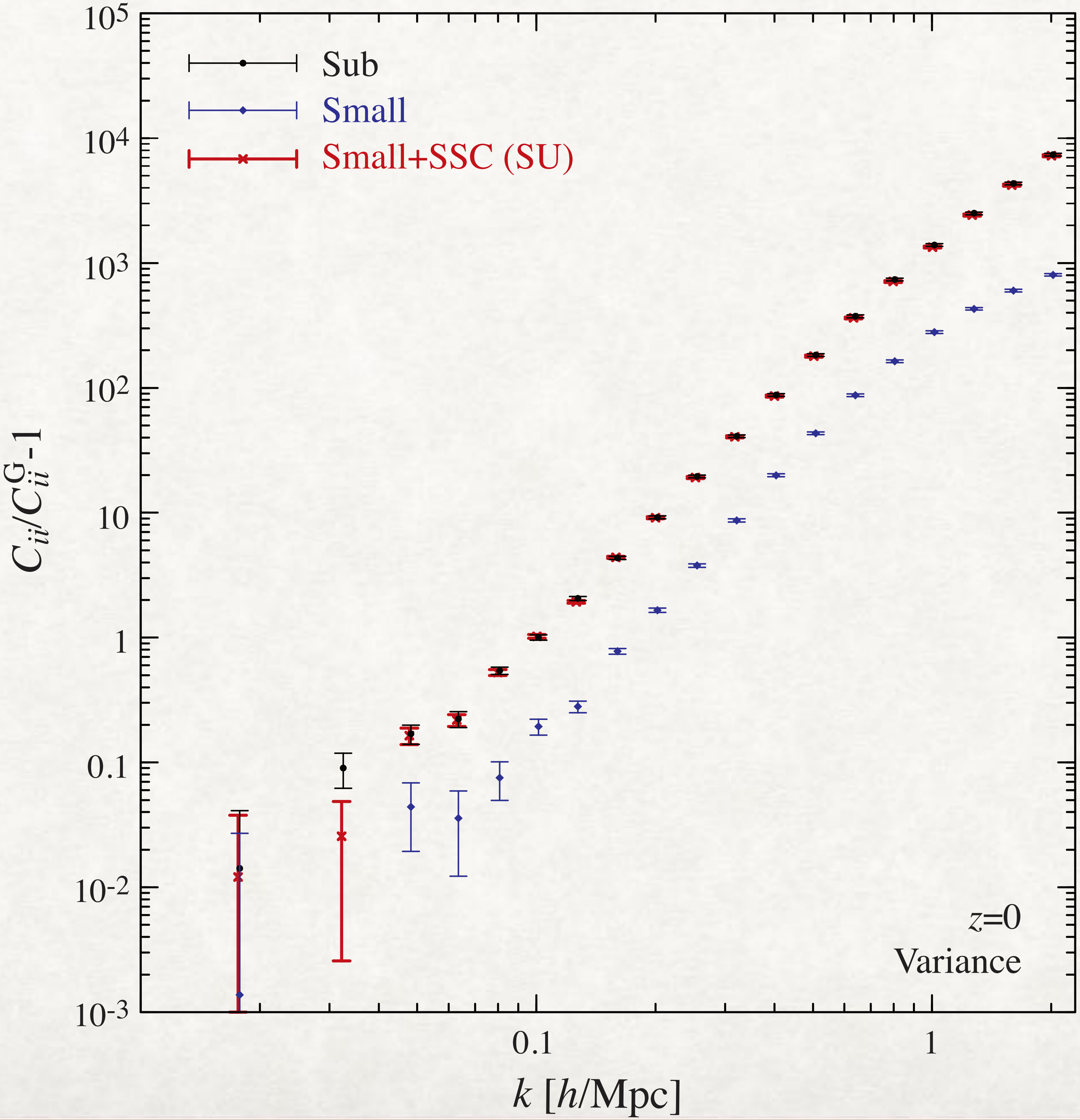
$$= \delta_s^{(1)}(\mathbf{k})\left[1 + \left(1 + \frac{13}{21}\right)\delta_b\right]$$

$$\delta_b = \int \frac{d\Omega_{\mathbf{q}}}{4\pi}\delta_l^{(1)}(\mathbf{q})$$

（Baldauf+11 ,Takada&Hu13, Valageas14）

- **変更されたbackground上で短波長ゆらぎの成長を解けば、長波長ゆらぎと短波長ゆらぎのモードカップリングが考慮される。**

Separate Universe Simulation demonstration

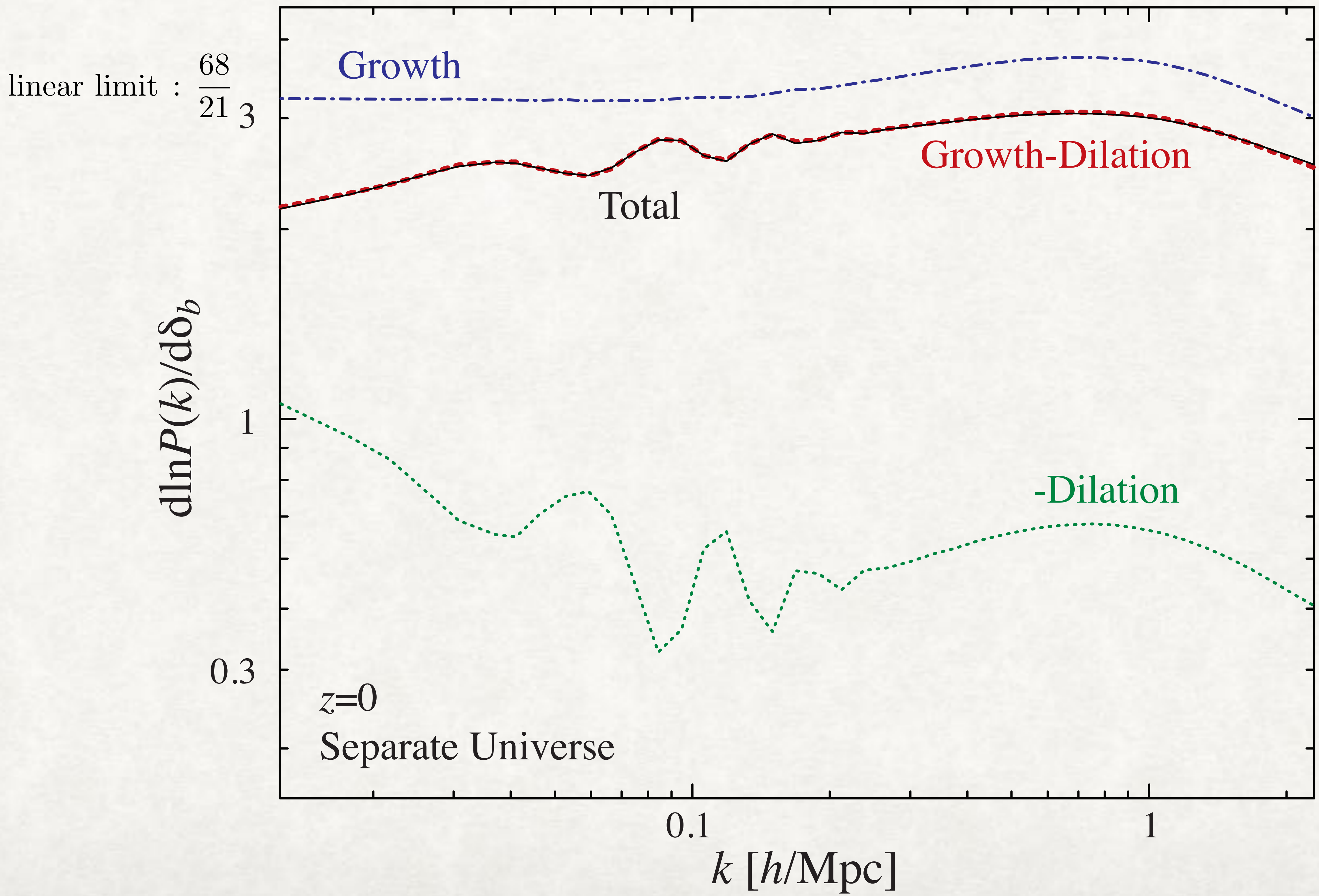


(Li+14a)

Power Spectrum Response for δ_b

- **separate universe simulationからpower spectrum responseを測定**

(Li+14a)



“Tidal” Separate Universe Simulation?

- 長波長ゆらぎの密度ゆらぎ δ_b は一様等方成分→FLRW宇宙に吸収可
- Large-scale tidal field τ_{ij} は一様だが非等方→Bianchi I?

  →No. Bianchi Iの非等方性はRicci tensor起源でlocalに決まる

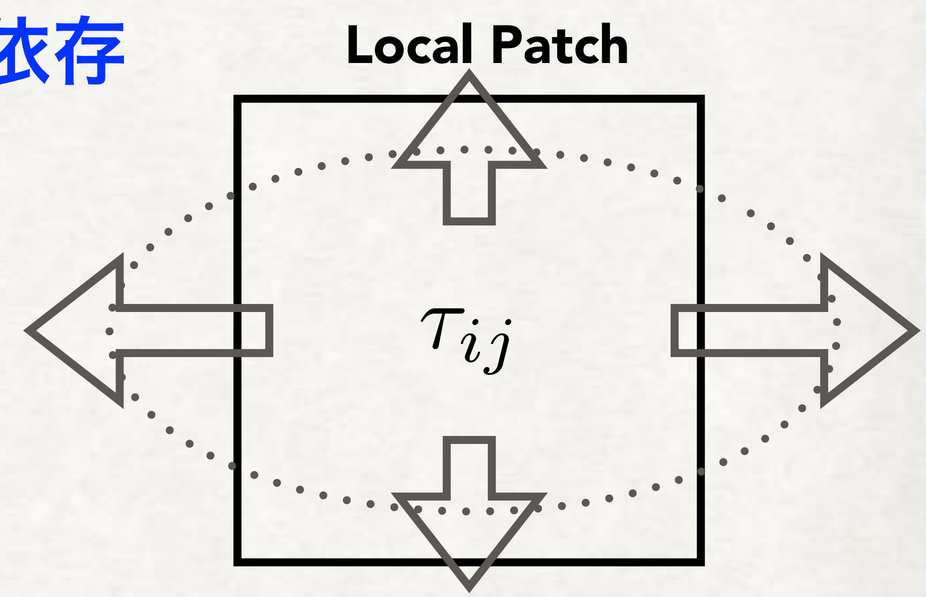
（Ip&Schmidt17）

- Newtonian tidal field τ_{ij} のGR対応物はWeyl tensorにencode

  →non-local : local patchの外の物質分布に依存
- separate universe pictureは破綻するが、

  τ_{ij} がlinearで成長すると思えば、

  方向毎にscale factorを分解すればできそう



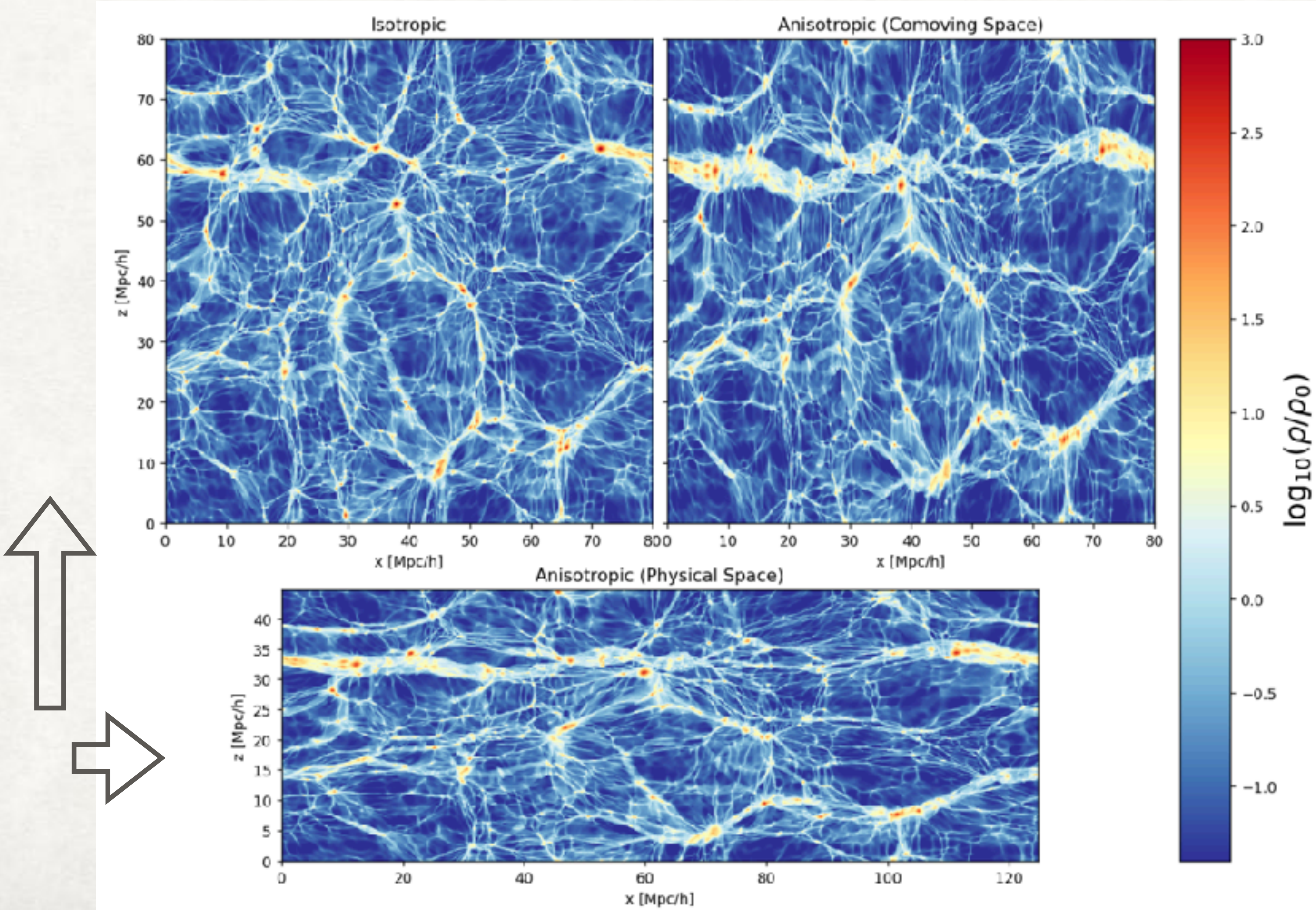
$$\bar{\rho}_W = \bar{\rho}$$

$$a_{Wi} \simeq a[1 - \tau_i] \qquad \left(\sum_i a_{Wi} = 3a\right)$$

“Tidal” Separate Universe Simulation

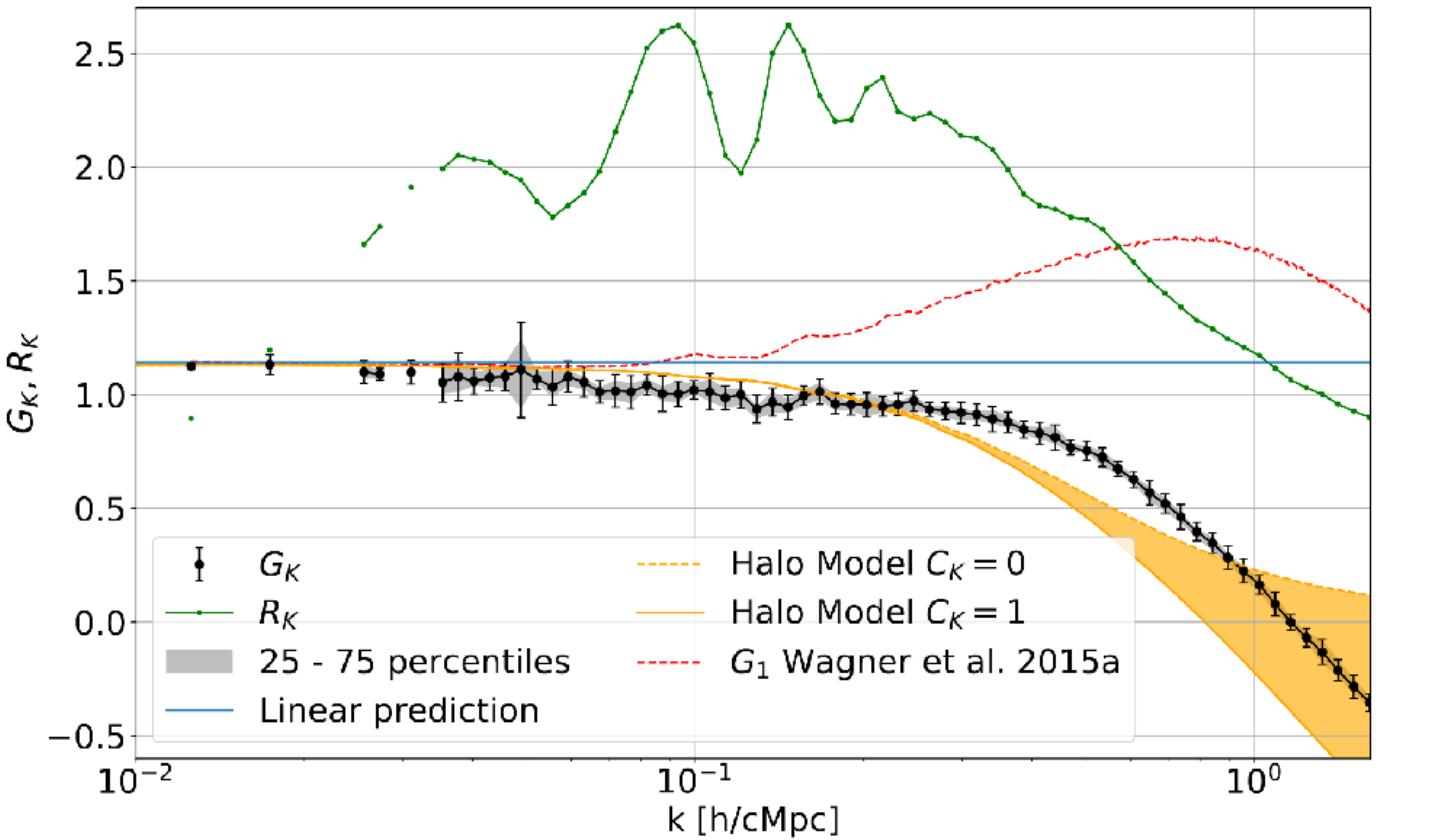
(Schmidt+18)

- **Gadget4をanisotropic scale factorに改変してN体計算（PMのみ）**



power spectrum response for τ_{ij}

(Schmidt+18)



igure 6. The measured growth-only (G_K) and full (R_K) tidal response from our anisotropic N-body simulations. The black symbols show the $z = 0$ m