

古典化に最適な着目系 / 環境系の分割

岡村 隆

関西学院大学

「生物から宇宙までの非線形現象」研究会

2017年9月21日@京大・人環

まとめ

- 阪上さんとの出会いは約四半世紀前 基研@宇治？
阪上さん 30 半ば, 岡村 D1~2 の頃？
 - ▶ 当時, 阪上さんは自己重力多体系の緩和を研究
(1 次元シートモデル; 郷田さん, 山城さん)
 - ▶ その少し前は, インフラトン密度揺らぎの古典化の研究
(素粒子奨学生懸賞論文) ▶ dec
 - 当時の印象: 「器用な人だな〜」「面白いこと考える人だな〜」
けど, “妄想癖” のある怪しい人かも…
 - 若かりし頃の阪上さんの研究経歴をさらに遡ると… ▶ list
 - ▶ 院生 (D?) の頃は 有名な量子場の非平衡現象の研究 非平衡問題!
 - ▶ さらにその前 (M?, B?) は ソリトンの研究 非線形問題!
- ⇒ 昔から非線形・非平衡問題に取り組んだ筋金入りの硬派

まとめ

- 阪上さんとの出会いは約四半世紀前 基研@宇治？
阪上さん 30 半ば, 岡村 D1~2 の頃？
 - ▶ 当時, 阪上さんは自己重力多体系の緩和を研究
(1 次元シートモデル; 郷田さん, 山城さん)
 - ▶ その少し前は, インフラトン密度揺らぎの古典化の研究
(素粒子奨学生懸賞論文) ▶ dec

- 当時の印象: 「器用な人だな〜」 「面白いこと考える人だな〜」
けど, “妄想癖” のある怪しい人かも...

- 若かりし頃の阪上さんの研究経歴をさらに遡ると... ▶ list
 - ▶ 院生 (D?) の頃は 有名な量子場の非平衡現象の研究 非平衡問題!
 - ▶ さらにその前 (M?, B?) は ソリトンの研究 非線形問題!

⇒ 昔から非線形・非平衡問題に取り組んだ筋金入りの硬派

まとめ

- 阪上さんとの出会いは約四半世紀前 基研@宇治？
阪上さん 30 半ば, 岡村 D1~2 の頃？
 - ▶ 当時, 阪上さんは自己重力多体系の緩和を研究 (1 次元シートモデル; 郷田さん, 山城さん)
 - ▶ その少し前は, インフラトン密度揺らぎの古典化の研究 (素粒子奨学生懸賞論文) ▶ dec
 - 当時の印象: 「器用な人だな~」 「面白いこと考える人だな~」
けど, “妄想癖” のある怪しい人かも...
 - 若かりし頃の阪上さんの研究経歴をさらに遡ると... ▶ list
 - ▶ 院生 (D?) の頃は 有名な量子場の非平衡現象の研究 非平衡問題!
 - ▶ さらにその前 (M?, B?) は ソリトンの研究 非線形問題!
- ⇒ 昔から非線形・非平衡問題に取り組んだ筋金入りの硬派

まとめ

- 阪上さんとの出会いは約四半世紀前 基研@宇治？
阪上さん 30 半ば, 岡村 D1~2 の頃？
 - ▶ 当時, 阪上さんは自己重力多体系の緩和を研究 (1 次元シートモデル; 郷田さん, 山城さん)
 - ▶ その少し前は, インフラトン密度揺らぎの古典化の研究 (素粒子奨学生懸賞論文) [▶ dec](#)
- 当時の印象: 「器用な人だな~」 「面白いこと考える人だな~」
けど, “妄想癖” のある怪しい人かも...
- 若かりし頃の阪上さんの研究経歴をさらに遡ると... [▶ list](#)
 - ▶ 院生 (D?) の頃は 有名な量子場の非平衡現象の研究 非平衡問題!
 - ▶ さらにその前 (M?, B?) は ソリトンの研究 非線形問題!

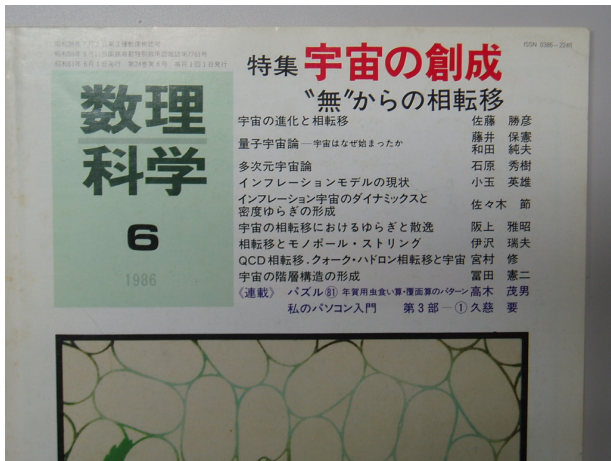
⇒ 昔から非線形・非平衡問題に取り組んだ筋金入りの硬派

まとめ

- 阪上さんとの出会いは約四半世紀前 基研@宇治？
阪上さん 30 半ば, 岡村 D1~2 の頃？
 - ▶ 当時, 阪上さんは自己重力多体系の緩和を研究 (1 次元シートモデル; 郷田さん, 山城さん)
 - ▶ その少し前は, インフラトン密度揺らぎの古典化の研究 (素粒子奨学生懸賞論文) ▶ dec
 - 当時の印象: 「器用な人だな~」 「面白いこと考える人だな~」
けど, “妄想癖” のある怪しい人かも...
 - 若かりし頃の阪上さんの研究経歴をさらに遡ると... ▶ list
 - ▶ 院生 (D?) の頃は 有名な量子場の非平衡現象の研究 非平衡問題!
 - ▶ さらにその前 (M?, B?) は ソリトンの研究 非線形問題!
- ⇒ 昔から非線形・非平衡問題に取り組んだ筋金入りの硬派

まとめ

実は もっと前に阪上さんを知っていた



まとめ

- 再誕したことでもあるし 何か本を書いて下さい！



目次

- ① はじめに
- ② 量子系の古典化問題
- ③ 着目系 / 環境系の分割の任意性
- ④ “古典化に最適な” 分割の探索
- ⑤ まとめ

目次

- 1 はじめに
- 2 量子系の古典化問題
- 3 着目系 / 環境系の分割の任意性
- 4 “古典化に最適な” 分割の探索
- 5 まとめ

はじめに

えうご教授

- 偶数個の要素からなる数列 $\{E_\alpha\}_{\alpha=1,2,\dots,2\mathcal{N}}$ を 2 分

$$\rightarrow \{E_{\uparrow,J}\}_{J=1,2,\dots,\mathcal{N}} \qquad \{E_{\downarrow,J}\}_{J=1,2,\dots,\mathcal{N}}$$

→ 2 つの対角行列を構成

$$\mathbb{E}_i = \text{diag}(E_{i,1}, E_{i,2}, \dots, E_{i,\mathcal{N}}) \qquad (i = \uparrow, \downarrow)$$

$$\Rightarrow I = \text{tr} \left[\{ \Delta \mathbb{E}_\uparrow - \mathbb{U} \Delta \mathbb{E}_\downarrow \mathbb{U}^\dagger \}^2 \right] \qquad \left(\Delta \mathbb{E}_i = \mathbb{E}_i - \frac{\text{tr} \mathbb{E}_i}{\mathcal{N}} \right)$$

\mathbb{U} は \mathcal{N} -次元ユニタリー行列 (一種の“接続”?)

Q. I を最大にする「 E_α の 2 分の仕方, \mathbb{U} の選び方」は?

目次

- ① はじめに
- ② 量子系の古典化問題
- ③ 着目系 / 環境系の分割の任意性
- ④ “古典化に最適な” 分割の探索
- ⑤ まとめ

量子系の古典化問題

何が問題か？

- 量子論では重ね合わせ状態が許される

eg. $|\rightarrow\rangle \propto |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$ $|\leftarrow\rangle \propto |\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$

- 一方 古典論ではマクロに異なる状態の重ね合わせは観測されない

eg. $|\text{猫}\rangle \propto |\text{alive}\rangle + |\text{dead}\rangle$ (×)

Q. なぜ マクロ系では重ね合わせ状態が観測されないのか？

注 量子論でも 重ね合わせ状態が観測されない例がある → **超選択則**

eg. $|\text{陽子}\rangle + |\text{中性子}\rangle$ (×) アイソ・スピン空間

eg. $|e\rangle + |2e\rangle$ (×) 電荷

量子系の古典化問題

pointer state

- 超選択則

- ▶ 存在し得る状態を大幅に制限する機構

＝ 本来対等な状態ベクトル間に「優劣」をつくる機構

(o) $|alive\rangle, |dead\rangle$ と (×) $|alive\rangle + |dead\rangle$ との違いは何か？

⇒ 前者のような特別な状態を **pointer state** という

- 「なぜ マクロ系に超選択則がはたらくか？」に答えるには…

- ▶ マクロ系に超選択則を導く機構は？

- ▶ pointer state は何か？

- ▶ pointer state の重ね合わせ状態が実際に禁止されているか？

に答えなければならない

量子系の古典化問題

環境誘導型超選択則

- 環境誘導型超選択則 (環境誘導型デコヒーレンス)

einselection

(environment induced superselection)

- ▶ マクロ系に超選択則を導く機構の一つ
- ▶ マクロ系は「開いた系」とならざるを得ないことに着眼

マクロ系は 我々が観測しない (できない) 多数のマイクロ系との結合が不可避

マクロ系 → 着目系 (system)

観測しないマイクロ系 → 環境系 (environment)

- ▶ ユニタリー時間発展する全系 = (着目系) + (環境系) から
着目系に**非**ユニタリー時間発展を導き 超選択則を誘導

- 着目系, 環境系の例

- ▶ 着目系 (S) : 被測定自由度 (マイクロ自由度; 電子スピン) + 検出器 (マクロ系)
- ▶ 環境系 (E) : 検出器と相互作用するあらゆる自由度 eg. **電磁場**

検出器は荷電粒子 (電子と原子核) から構成されるので電磁場と必ず結合
(3K 宇宙背景放射)

量子系の古典化問題

環境誘導型超選択則：理想的な具体例 1/2

- 全系の Hamiltonian : $H = g A_S \otimes B_E + 1_S \otimes H_E$

- ▶ $A_S |a_i\rangle = a_i |a_i\rangle$ 環境系の状態 : $|\phi\rangle$

- ▶ $H(|a_i\rangle \otimes |\phi\rangle) = |a_i\rangle \otimes (g a_i B_E + H_E)|\phi\rangle$
 $= |a_i\rangle \otimes H_E^{(i)}|\phi\rangle$

- 全系の初期状態 : $|\Psi_0\rangle = \left(\sum_i c_i |a_i\rangle \right) \otimes |\psi_0\rangle$

- 全系の状態 @ t

- ▶ $|\Psi_t\rangle = U(t) |\Psi_0\rangle = \sum_i c_i \left(U(t) |a_i\rangle \otimes |\psi_0\rangle \right)$
 $= \sum_i c_i |a_i\rangle \otimes \left(e^{-iH_E^{(i)}t} |\psi_0\rangle \right) = \sum_i c_i |a_i\rangle \otimes |\psi_i\rangle$

量子系の古典化問題

環境誘導型超選択則：理想的な具体例 2/2

- 着目系の物理量 \mathcal{O}_S の期待値 (着目系の縮減密度行列があれば十分)

$$\begin{aligned}\because \langle \mathcal{O}_S \rangle &= (\Psi_t | \mathcal{O}_S | \Psi_t) = \text{Tr} \left[\mathcal{O}_S | \Psi_t \rangle \langle \Psi_t | \right] = \text{Tr} \left[\mathcal{O}_S \rho_t \right] \\ &= \text{Tr}_S \left[\text{Tr}_E \left(\mathcal{O}_S \rho_t \right) \right] = \text{Tr}_S \left[\mathcal{O}_S \text{Tr}_E \left(\rho_t \right) \right] = \text{Tr}_S \left[\mathcal{O}_S \rho_S(t) \right]\end{aligned}$$

$$\triangleright \rho_t = | \Psi_t \rangle \langle \Psi_t | = \sum_{i,j} c_i c_j^* | a_i \rangle \langle a_j | \otimes | \psi_i \rangle \langle \psi_j |$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \rho_S(t) &= \text{Tr}_E \left(\rho_t \right) = \sum_{i,j} c_i c_j^* \langle \psi_j | \psi_i \rangle | a_i \rangle \langle a_j | \\ &\sim \sum_i |c_i|^2 | a_i \rangle \langle a_i | \quad (\text{if } \langle \psi_j | \psi_i \rangle \sim 0 \quad i \neq j)\end{aligned}$$

- ★ A_S の固有状態の重ね合わせ状態が 時間発展で
混合状態 (古典的な統計集団) \wedge \rightarrow 超選択則の発現！
- ★ (理想的) pointer state は A_S の固有状態 $\leftarrow [H, A_S] = 0$

目次

- 1 はじめに
- 2 量子系の古典化問題
- 3 着目系 / 環境系の分割の任意性**
- 4 “古典化に最適な” 分割の探索
- 5 まとめ

着目系 / 環境系の分割の任意性

環境誘導型超選択則の不満な点

- 環境誘導型超選択則は ごく自然な考え方
- ただ 着目系 / 環境系の分割法が 予め与えられている
 - ▶ 宇宙進化の過程で 古典化する自由度の生成と分化 を調べる上で不満
 - ▶ 着目系 / 環境系の分割法は 時間発展とともに物理的に決まるはず
- 古典化自由度の“創発”をどのように議論するか？
 - ▶ 全系の自由度 & Hamiltonian (& 初期状態) は与える
 - ▶ “古典化した” という基準を 何らかの方法で 定める
 - ▶ 上記の基準を満たす「着目系 (～ 古典系) / 環境系の分割法」を探す
→ 時間発展とともに「着目系」に組み込まれる自由度の増大を期待

⇒ 古典化の度合いを定量化できれば、一種の最適化問題

- ▶ もちろん 解くのは難しいだろう …

Q. そもそもどう定式化するか？

目次

- ① はじめに
- ② 量子系の古典化問題
- ③ 着目系 / 環境系の分割の任意性
- ④ “古典化に最適な” 分割の探索
- ⑤ まとめ

“古典化に最適な” 分割の探索

ケース・スタディ ~ 理想的 pointer state と環境系との分割 1/8

全系の状態数を $N = 2\mathcal{N}$ として “もっとも古典化する”

2 状態 $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ (最小!) 着目系 を見つけたい

- ▶ “もっとも古典化する” の定量化はしばらく不問に付して後回し
- ▶ まずは直積分解 $\mathcal{H} = \mathcal{H}_2 \otimes \mathcal{H}_{\mathcal{N}}$ をしたい

- 全系の Hamiltonian H は given

\Leftrightarrow その固有値 (縮退なしとする) E_α と固有状態 $|\alpha\rangle$ は (原理的に) 既知

- 2 状態着目系の pointer state は理想的とする $\rightarrow [H, A_S] = 0$

▶ pointer state はエネルギー固有状態 (のラベル) でもある

$\rightarrow |\alpha\rangle = |i; J\rangle \sim |i\rangle \otimes |J\rangle$ ($i = \uparrow, \downarrow$) と表したい

Q. どうやって? その手順は?

“古典化に最適な” 分割の探索

ケース・スタディ ~ 理想的 pointer state と環境系との分割 2/8

分割の手順

① $2\mathcal{N}$ 個の $|\alpha\rangle$ を $|\uparrow; J\rangle$ と $|\downarrow; J\rangle$ ($J=1\sim\mathcal{N}$) に二分する

⇒ 2つの \mathcal{N} -次元 Hilbert 空間 $\mathcal{H}_{\mathcal{N},\uparrow}$ $\mathcal{H}_{\mathcal{N},\downarrow}$ が得られる

$|\uparrow; J\rangle$ と $|\downarrow; J\rangle$ がそれぞれの正規直交基底を張る

⇒ $\mathcal{H}_{\mathcal{N},\uparrow}$ $\mathcal{H}_{\mathcal{N},\downarrow}$ を同一視して環境系の Hilbert 空間 \mathcal{H}_E としたい

★ その際 $|\uparrow; J\rangle$ と $|\downarrow; J\rangle$ を \mathcal{H}_E 内の同じ正規直交基底に対応させる
必要なし $|\uparrow; J\rangle \mapsto |J^\uparrow\rangle \in \mathcal{H}_E$ $|\downarrow; J\rangle \mapsto |J^\downarrow\rangle \in \mathcal{H}_E$ ▶ Q. 齊田

② ユニタリー変換 U_E を用いて $|J^\downarrow\rangle = U_E |J^\uparrow\rangle$ と対応付ける

U_E は一種の“接続”?

⇒ $|\downarrow; J\rangle = |\downarrow\rangle \otimes U_E |J\rangle$ $|\uparrow; J\rangle = |\uparrow\rangle \otimes |J\rangle$

▶ $|\downarrow; J\rangle = |\downarrow\rangle \otimes \sum_K |K\rangle \langle K| U_E |J\rangle = |\downarrow\rangle \otimes \sum_K |K\rangle U_{KJ}$
 $\mathbb{U} = (U_{KJ}) = (\langle K| U_E |J\rangle)$

“古典化に最適な” 分割の探索

ケース・スタディ ~ 理想的 pointer state と環境系との分割 3/8

Rem U_E (および U) も着目系 / 環境系の分割に影響 (eg $N = 2 \times 2$)

▶ 全系の Hamiltonian $H = \sum_{\alpha} E_{\alpha} |\alpha\rangle \langle \alpha|$ ($|\alpha\rangle$ のエネルギー固有状態
 $|\alpha\rangle = \{ |00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle \}$ ($E_{00} < E_{01} < E_{10} < E_{11}$))

▶ 簡単のため $E_{00} = -E_{11}$, $E_{01} = -E_{10}$ とする

$$E_c = (E_{11} + E_{10})/2 \quad \delta E = E_{11} - E_{10}$$

① まず $|\alpha\rangle$ を 2 分する

eg エネルギー固有値の符号 $E_{00} < E_{01} < 0 < E_{10} < E_{11}$ で分けると

$$\mathcal{H}_{\uparrow} = \{ |10\rangle, |11\rangle \} = \{ |\uparrow; 1\rangle, |\uparrow; 2\rangle \}$$

$$\mathcal{H}_{\downarrow} = \{ |01\rangle, |00\rangle \} = \{ |\downarrow; 1\rangle, |\downarrow; 2\rangle \}$$

“古典化に最適な” 分割の探索

ケース・スタディ ~ 理想的 pointer state と環境系との分割 4/8

② 次に \mathcal{H}_\uparrow , \mathcal{H}_\downarrow を \mathcal{H}_S , \mathcal{H}_E の状態 ($|\cdot\rangle$, $|\cdot\rangle\rangle$) と対応付ける

$$\text{例 1 } \mathcal{H}_\uparrow = \{ |10\rangle, |11\rangle \} = \{ |\uparrow\rangle \otimes |0\rangle\rangle, |\uparrow\rangle \otimes |1\rangle\rangle \}$$

$$\mathcal{H}_\downarrow = \{ |01\rangle, |00\rangle \} = \{ |\downarrow\rangle \otimes |0\rangle\rangle, |\downarrow\rangle \otimes |1\rangle\rangle \}$$

$U_E = 1$ を選んだことに対応

$$\text{例 2 } \mathcal{H}_\uparrow = \{ |10\rangle, |11\rangle \} = \{ |\uparrow\rangle \otimes |0\rangle\rangle', |\uparrow\rangle \otimes |1\rangle\rangle' \}$$

$$\mathcal{H}_\downarrow = \{ |01\rangle, |00\rangle \} = \{ |\downarrow\rangle \otimes |1\rangle\rangle', -|\downarrow\rangle \otimes |0\rangle\rangle' \}$$

$U_E = |1\rangle\rangle'\langle\langle 0|' - |0\rangle\rangle'\langle\langle 1|'$ を選んだことに対応

★ 上の 2 例で 全系の状態 $|\Psi\rangle$, Hamiltonian H が異なって解釈される

▶ $|\Psi\rangle = |10\rangle + |00\rangle$

▶ $H = \sum_\alpha E_\alpha |\alpha\rangle$

“古典化に最適な” 分割の探索

ケース・スタディ ~ 理想的 pointer state と環境系との分割 5/8

異なる対応付けで 全系の同じ状態 $|\Psi\rangle$, Hamiltonian H が違う解釈をされる

例 1 $|\Psi\rangle = |10\rangle + |00\rangle = |\uparrow\rangle \otimes |0\rangle + |\downarrow\rangle \otimes |1\rangle$

最大纏れ状態

$$H = E_c \sigma_{S,3} + \frac{\delta E}{2} \sigma_{S,3} \otimes (|1\rangle\langle 1| - |0\rangle\langle 0|)$$

相互作用あり

$$\sigma_{S,3} = |\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|$$

着目系のスピン第 3 成分

例 2 $|\Psi\rangle = |10\rangle + |00\rangle = (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) \otimes |0\rangle$

積状態

$$H = E_c \sigma_{S,3} + \frac{\delta E}{2} (|1\rangle\langle 1|' - |0\rangle\langle 0|')$$

相互作用なし

分割法 (2 分の仕方 & 対応付け) で全系の $|\Psi\rangle$ と H の “意味” が変化

- ★ 状態だけ与えられて「この状態の連れ具合は？」という問は無意味
∴ 纏れ具合は全系の分割法に依存する
- ★ 2 分の仕方だけでなく $\mathcal{H}_\uparrow, \mathcal{H}_\downarrow \leftrightarrow \mathcal{H}_E$ の対応付けも重要

“古典化に最適な” 分割の探索

ケース・スタディ ~ 理想的 pointer state と環境系との分割 6/8

ともかく 分割法を一つ定めれば

それに応じた纏れ具合 (着目系の古典化具合) が定まる

- ★ 以下では “もっとも古典化する” を「pointer state 間の量子性 (干渉項) がもっとも素早く消失する」と定義
- 無相関 (着目系が量子性を完全に保持した) 状態からのデコヒーレンス

$$\begin{aligned} \triangleright |\Psi_0\rangle &= (c_\uparrow |\uparrow\rangle + c_\downarrow |\downarrow\rangle) \otimes \left(\sum_J c_J |J\rangle \right) = \dots \\ &= c_\uparrow \sum_J c_J |\uparrow; J\rangle + c_\downarrow \sum_J (U^\dagger \vec{c})_J |\downarrow; J\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow |\Psi_t\rangle &= c_\uparrow \sum_J c_J e^{-iE_{\uparrow,J}t} |\uparrow; J\rangle \\ &\quad + c_\downarrow \sum_J (U^\dagger \vec{c})_J e^{-iE_{\downarrow,J}t} |\downarrow; J\rangle \end{aligned}$$

“古典化に最適な” 分割の探索

ケース・スタディ ~ 理想的 pointer state と環境系との分割 7/8

$$\Rightarrow \rho_S(t) = |c_\uparrow|^2 |\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |c_\downarrow|^2 |\downarrow\rangle\langle\downarrow| \\ + c_\uparrow c_\downarrow^* z(t) |\uparrow\rangle\langle\downarrow| + (\text{h.c.})$$

$$\blacktriangleright z(t) = \sum_{J,K} (\mathbf{U}^\dagger \vec{\mathcal{C}})_J^* e^{iE_{\downarrow,J}t} (\mathbf{U}^\dagger)_{JK} e^{-iE_{\uparrow,K}t} \mathcal{C}_K$$

$$= \text{tr} \left[\vec{\mathcal{C}} \vec{\mathcal{C}}^\dagger \mathbf{U} e^{iE_{\downarrow}t} \mathbf{U}^\dagger e^{-iE_{\uparrow}t} \right] \quad \leftarrow \quad \text{干渉項の消失具合を決める}$$

● 環境系の初期状態 \mathcal{C}_J について平均化

(ダイナミクスの効果のみをみるため)

$$\blacktriangleright \overline{z(t)} = \frac{1}{\mathcal{N}} \text{tr} \left[\mathbf{U} e^{iE_{\downarrow}t} \mathbf{U}^\dagger e^{-iE_{\uparrow}t} \right] \sim e^{-t^2/\tau^2} \quad (t \sim 0)$$

$$\blacktriangleright \frac{1}{\tau^2} = \frac{1}{2\mathcal{N}} \text{tr} \left[\left\{ \Delta E_{\uparrow} - \mathbf{U} \Delta E_{\downarrow} \mathbf{U}^\dagger \right\}^2 \right] \quad \left(\Delta E_i = E_i - \frac{\text{tr} E_i}{\mathcal{N}} \right)$$

“古典化に最適な” 分割の探索

ケース・スタディ ~ 理想的 pointer state と環境系との分割 8/8

★ “もっとも古典化する” 分割法は decoherence time

$$\star \frac{1}{\tau^2} = \frac{1}{2\mathcal{N}} \text{tr} \left[\left\{ \Delta \mathbb{E}_\uparrow - U \Delta \mathbb{E}_\downarrow U^\dagger \right\}^2 \right] \quad \left(\Delta \mathbb{E}_i = \mathbb{E}_i - \frac{\text{tr} \mathbb{E}_i}{\mathcal{N}} \right)$$

を **最小**にする分割法

“もっとも古典化する” 着目系 / 環境系の分割法

与えられた数列 (エネルギー固有値) $E_1 < E_2 < \dots < E_{2\mathcal{N}}$ を

- E_α を適当に 2 分して

$$\mathbb{E}_\downarrow = \text{diag}(E_{\downarrow 1}, E_{\downarrow 2}, \dots, E_{\downarrow \mathcal{N}}) \quad \mathbb{E}_\uparrow = \text{diag}(E_{\uparrow 1}, E_{\uparrow 2}, \dots, E_{\uparrow \mathcal{N}})$$

- \mathcal{N} -次元ユニタリ行列 U を適当に選んだとき

★ $\text{tr} \left[\left\{ \Delta \mathbb{E}_\uparrow - U \Delta \mathbb{E}_\downarrow U^\dagger \right\}^2 \right]$ が **最大**となる分割法

目次

- 1 はじめに
- 2 量子系の古典化問題
- 3 着目系 / 環境系の分割の任意性
- 4 “古典化に最適な” 分割の探索
- 5 まとめ

- 環境誘導型超選択則は 着目系 / 環境系の分割を予め与えて議論
 - ▶ 古典化自由度の “創発” を議論できない点が不満
 - ▶ 全系の自由度 & Hamiltonian を与え,
“もっとも古典化する” ような着目系 / 環境系の分割を探すべき
- 「decoherence time 最小」を “もっとも古典化” とした
そして 理想的 pointer state $[H, A_S] = 0$ に対し考察
 - ▶ 全系のエネルギー固有値 E_α ($\alpha = 1, 2, \dots, 2\mathcal{N}$) を 2 分

$$\rightarrow \mathbb{E}_i = \text{diag}(E_{i,1}, E_{i,2}, \dots, E_{i,\mathcal{N}}) \quad (i = \uparrow, \downarrow)$$
 - ▶ $1/\tau^2 \propto \text{tr} \left[\left\{ \Delta E_\uparrow - \mathbb{U} \Delta E_\downarrow \mathbb{U}^\dagger \right\}^2 \right]$ ($\Delta E_i = E_i - \frac{\text{tr} E_i}{\mathcal{N}}$)
 ここで \mathbb{U} は \mathcal{N} -次元ユニタリー行列 (一種の “接続” ?)
- ★ τ を最小にする 「 E_α の 2 分の仕方, \mathbb{U} の選び方」が
 “もっとも古典化する” 着目系 / 環境系の分割法

全系のエネルギー固有値分布が重要 固有状態は寄与しない

Q & A

質疑

斉田さんの質問

Q. $|\downarrow; J\rangle = |\downarrow\rangle \otimes |J^\downarrow\rangle$ などと積状態で表せるとした理由は？
エンタングルした状態の可能性はないのか？

戻る

A. 必ず積状態で表せる

- ▶ 目的は、 $2\mathcal{N}$ 次元 Hilbert 空間 \mathcal{H} を $\mathcal{H} = \mathcal{H}_2 \otimes \mathcal{H}_{\mathcal{N}}$ と直積分解すること
- ▶ そこですでに \mathcal{H} の正規直交基底 $\{|\alpha\rangle\}$ を 2 分し、
 $\{|\uparrow; J\rangle\}_{J=1,2,\dots,\mathcal{N}}$ $\{|\downarrow; J\rangle\}_{J=1,2,\dots,\mathcal{N}}$ とする
- ▶ それぞれ \mathcal{N} 次元 Hilbert 空間を張る： $\mathcal{H}_{\mathcal{N},i} = \{|\uparrow; J\rangle, |\downarrow; J\rangle\}_{1 \leq J \leq \mathcal{N}}$ ($i = \uparrow, \downarrow$)
- ▶ 環境系となる \mathcal{N} 次元 Hilbert 空間 $\mathcal{H}_{\mathcal{N}} = \{|J\rangle\}_{J=1,2,\dots,\mathcal{N}}$ を導入し
 $|\uparrow; J\rangle = |J^\uparrow\rangle$ $|\downarrow; J\rangle = |J^\downarrow\rangle$ と対応付け
- ▶ そもそも $|\uparrow; J\rangle$ と $|\downarrow; J'\rangle$ は \mathcal{H} における直交する元だったので
着目系となる 2 次元 Hilbert 空間 $\mathcal{H}_2 = \{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ ($\langle \uparrow | \downarrow \rangle = 0$) を導入し
 $|\uparrow; J\rangle = |\uparrow\rangle \otimes |J^\uparrow\rangle$ $|\downarrow; J\rangle = |\downarrow\rangle \otimes |J^\downarrow\rangle$ と表して矛盾はない

資料

インフレーション宇宙での密度ゆらぎの起源^{†)}広大・理論研 阪上 雅 昭^{††)}

(1987年4月15日受理)

abstract

インフレーション宇宙での秩序パラメタに対応するスカラー場およびそれと相互作用するスカラー場 (environment) からなるモデルを考える。environment を積分して得られる ϕ に対する reduced density matrix $\bar{\rho}(\phi, \phi')$ の時間発展を調べその非対角成分が時間とともに減衰することを示す。この $\bar{\rho}$ のふるまいからインフレーション宇宙での古典的密度ゆらぎの起源を説明する。

§1 Introduction

Big Bang 宇宙論は、3K 背景輻射および軽元素合成をうまく説明することができ、Big Bang 後約1秒から現在に至る宇宙を正しく記述する理論として認められている。しかし、この Big Bang 宇宙論にも horizon 問題・flatness 問題と呼ばれる基本的問題があることが知られている¹⁾

Big Bang 宇宙論では宇宙の大きさを特徴づけるスケール因子 $a(t)$ は時間 t とともに

$$a(t) \propto \begin{cases} t^{1/2} & \text{for radiation dominant era} \\ t^{2/3} & \text{for matter dominant era} \end{cases} \quad (1-1)$$

と大きくなる。一方、因果的につながっている領域 (horizon) の大きさは時間 t に比例する。これは現在見えている宇宙は過去においては因果的につながっていなかったことを意味する。従って現在の宇宙が「一様等方²⁾」であることは初期条件として設定しなければならない。例えば Planck time ($t_P \sim 10^{-44}$ 秒) ならば、この時期に因果的に関係している領域に比べて 10^{30} 倍以上大きな範囲で宇宙の一様等方性を仮定しなければならない。これが horizon 問題である。また宇宙膨張がエントロピーを保存することも Big Bang 宇宙論の特徴である。従って現在の宇宙が 10^{90} 以上の莫大な量のエントロピーをもっていることも初期条件として設定しなければならない。これが flatness 問題である。

インフレーション宇宙モデルは上の2つの問題を解決するため登場したモデルである³⁻⁴⁾ 図1のようなポテンシャルで表わされる初期宇宙での相転移を考えよう。宇宙が高温 ($T > T_c$) の時は Einstein 方程式の Energy-momentum tensor $T_{\mu\nu}$ に対して輻射が最も寄与し、宇宙は $a \sim t^{1/2}$ とゆっくり膨張しまた秩序パラメタは $\phi = 0$ とポテンシャルの原点にある。やがて宇宙の膨張のため温度が下がると ($T < T_c$)

†) 応募論文

††) 素粒子探学生

1. Two-neutron transfer reactions on nuclei in the transitional region

T. Takemasa, M. Sakagami, M. Sano. 1971. 4 pp.

Published in **Phys.Lett.** **37B** (1971) 473-476

DOI: [10.1016/0370-2693\(71\)90348-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(71)90348-0)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)
[OSTI Information Bridge Server](#)

[レコードの詳細](#) - Cited by 11 records

2. Scattering Of Solitons With Fermion Number $\pm 1/2$

Masa-aki Sakagami (Osaka U.). May 1982. 17 pp.

Published in **Nucl.Phys.** **B207** (1982) 430-446

OU-HET-49

DOI: [10.1016/0550-3213\(82\)90209-7](https://doi.org/10.1016/0550-3213(82)90209-7)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[レコードの詳細](#) - Cited by 4 records

3. Nonequilibrium Thermodynamics in Field Theory: Transport Coefficients

Akio Hosoya, Masa-aki Sakagami, Masaru Takao (Osaka U.). Mar 1983. 43 pp.

Published in **Annals Phys.** **154** (1984) 229

OU-HET-53

DOI: [10.1016/0003-4916\(84\)90144-1](https://doi.org/10.1016/0003-4916(84)90144-1)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)
[OSTI Information Bridge Server](#)

[レコードの詳細](#) - Cited by 163 records **100+**

4. Time Development of Higgs Field at Finite Temperature

Akio Hosoya (Osaka U.), Masa-aki Sakagami (KEK, Tsukuba & Osaka U.). Sep 1983. 45 pp.

Published in **Phys.Rev.** **D29** (1984) 2228

OU-HET-57

DOI: [10.1103/PhysRevD.29.2228](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.29.2228)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)
[KEK scanned document](#); [ADS Abstract Service](#); [OSTI Information Bridge Server](#)

[レコードの詳細](#) - Cited by 94 records **50+**

5. Classical Soliton as a Limit of the Quantum Field Theory

Miki Wadati, Masa-aki Sakagami (Tokyo U., Komaba & KEK, Tsukuba & Osaka U.). Feb 1984. 13 pp.

Published in **J.Phys.Soc.Jap.** **53** (1984) 1933-1938

KEK-TH-78

戻る

1. Quench Dynamics in Two-Dimensional Integrable SUSY Models

Axel Cortes Cubero (INFN, Trieste & SISSA, Trieste), Giuseppe Mussardo (ICTP, Trieste & INFN, Trieste & SISSA, Trieste), Milosz Panfil (SISSA, Trieste & INFN, Trieste). Nov 9, 2015. 47 pp.

Published in *J.Stat.Mech.* **1603 (2016) no.3, 033115**

DOI: [10.1088/1742-5468/2016/03/033115](https://doi.org/10.1088/1742-5468/2016/03/033115)

e-Print: [arXiv:1511.02712](https://arxiv.org/abs/1511.02712) [[cond-mat.stat-mech](#)] | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)
[ADS Abstract Service](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 1 record](#)

2. Bound States of Majorana Fermions in Semi-classical Approximation

Giuseppe Mussardo (INFN, Trieste & SISSA, Trieste & ICTP, Trieste & IIP, Brazil). Aug 24, 2015. 43 pp.

Published in *J.Stat.Mech.* **2015 (2015) no.12, P12003**

DOI: [10.1088/1742-5468/2015/12/P12003](https://doi.org/10.1088/1742-5468/2015/12/P12003)

e-Print: [arXiv:1508.05975](https://arxiv.org/abs/1508.05975) [[cond-mat.stat-mech](#)] | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)
[ADS Abstract Service](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 1 record](#)

戻る

3. Kink Confinement and Supersymmetry

Giuseppe Mussardo (SISSA, Trieste & INFN, Trieste). Jun 2007. 29 pp.

Published in *JHEP* **0708 (2007) 003**

SISSA-EP-41-2007

DOI: [10.1088/1126-6708/2007/08/003](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2007/08/003)

e-Print: [arXiv:0706.2546](https://arxiv.org/abs/0706.2546) [[hep-th](#)] | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)
[ADS Abstract Service](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 5 records](#)

4. Fractionization In The Sine-gordon System

Luis J. Boya, Javier Casahorran (Zaragoza U.). Oct 27, 1988. 11 pp.

DFTUZ-88-8

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[Detailed record](#)