

Three generations on twisted orbifolds with magnetic flux

三浦貴司 (神戸大) 2013.8.7 @ 素粒子物理学の発展2013

To be based on arXiv:1308.????[hep-th].

Outline

共同研究者: 阿部智大(京都大), 藤本教寛(神戸大), 小林達夫(京都大), 西脇健二(HCRI), 坂本真人(神戸大)

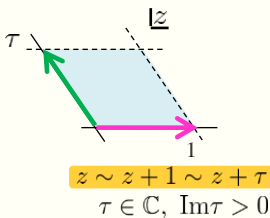
標準模型において残されているいくつかの謎の中で**世代の起源**に着目する。今回、世代数がどのように決まるかに関する1つの機構を提示する。この機構は**余剰次元空間の構造**とそこに存在するU(1)ゲージ理論に関する**磁束**に由来しており、世代の起源と余剰次元空間の構造の関係についての1つの可能性を示す。特に、余剰次元空間として**Z_N twisted orbifolds**を用いる。このとき、non-trivialなフレーバー構造を持つ3世代模型を導出する可能性がある。また、特異なKaluza-Klein towerを形成する。

1. Torus models with magnetic flux

高次元ゲージ理論においてコンパクトな余剰空間に磁束を持つ場合に世代数の起源を与える可能性がある。

D. Cremades, L. E. Ibáñez and F. Marchesano ('04)

ex.) M⁴ × T²



要請: Lagrangian密度は一価である。

磁束が量子化される: $M \in \mathbb{Z}$

(zero-mode) 波動関数の縮退度: $|M|$

$\Psi_{R/L} = \begin{pmatrix} \Psi_{R/L} \\ \Psi_{L/R} \end{pmatrix}$

Scherk-Schwarz phases

Wilson line phase

$$\Psi_{R(L),0}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x,z) \sim \varphi_0(x) \times \psi_{+(-)}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(z; a_w) \quad M > 0 (M < 0)$$

The realizing of chiral model!

$j = 0, 1, 2, \dots, |M| - 1$

$$\psi_{+}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(z; a_w) = \mathcal{N} e^{i\pi M(z+a_w) \frac{\text{Im}(z+a_w)}{\text{Im}\tau}} \cdot \vartheta \left[\begin{matrix} \frac{j+\alpha_1}{M} \\ -\alpha_2 \end{matrix} \right] (M(z+a_w), M\tau) \quad \text{for } M > 0,$$

$$\psi_{-}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(z; a_w) = \mathcal{N} e^{i\pi M(z+a_w) \frac{\text{Im}(z+a_w)}{\text{Im}\tau}} \cdot \vartheta \left[\begin{matrix} \frac{j+\alpha_1}{M} \\ -\alpha_2 \end{matrix} \right] (M(z+a_w), M\tau) \quad \text{for } M < 0.$$

⇒ "磁束の大きさ" = "世代数"

Wilson line phaseとScherk-Schwarz phasesの間には場を再定義することによって以下の様な関係があるため、独立な変数ではない。

$$\tilde{a}_w = 0, \quad \tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 + \frac{M \text{Im} a_w}{\text{Im}\tau}, \quad \tilde{\alpha}_2 = \alpha_2 + \frac{M \text{Im}(\tau a_w)}{\text{Im}\tau}.$$

3. KK modes and mass spectra

KKモードとそれに伴う質量スペクトラムはどう変化するか?

ex.) M⁴ × T²/Z₃ and for M=2

$$\psi_{+,n}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(z) = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\tilde{a}_+^{\dagger})^n \psi_{+,0}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(z),$$

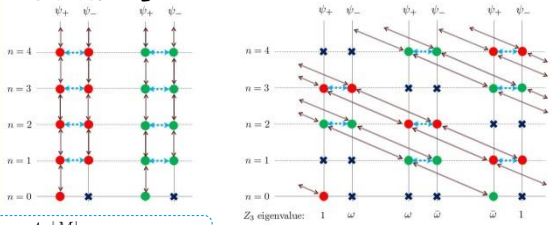
$$\psi_{-,n}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(z) = \frac{2}{m_n} D_{\tilde{z}}^n \psi_{-,n}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(z).$$

$$\Delta = \frac{4\pi|M|}{\text{Im}\tau} \left(\hat{N}_+ + \frac{1}{2} \right), \quad \hat{N}_+ \equiv \tilde{a}_+^{\dagger} \tilde{a}_+,$$

$$\tilde{a}_+ \equiv i \sqrt{\frac{\text{Im}\tau}{\pi|M|}} D_{\tilde{z}}, \quad \tilde{a}_+^{\dagger} \equiv i \sqrt{\frac{\text{Im}\tau}{\pi|M|}} D_{\tilde{z}},$$

$$[\tilde{a}_+, \tilde{a}_+^{\dagger}] = 1, \quad |0\rangle \equiv \psi_{+,0}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(z).$$

cf.) M⁴ × T² and for M=2



$$m_n^2 = \frac{4\pi|M|}{\text{Im}\tau} n \quad \text{for } n \in \mathbb{N}.$$

質量スペクトラムはねじれながら成長する奇妙な構造を持つ。

2. Orbifolds with magnetic flux

余剰次元空間の構造と波動関数の縮退度にはどのような関係があるだろうか? (もしも、non-trivialな縮退の仕方をしていたらフレーバー構造にいかにさせるかも、...)

⇒ Z_N twisted orbifolds $z \sim z+1 \sim z+\tau \sim \omega z$ $\omega \equiv e^{2\pi i/N}$

このとき、Wilson line phaseとScherk-Schwarz phasesは自由な値をとることができず、orbifoldごとにある決まった値のみが許される。

$$U_1(z) \equiv e^{iq\alpha_1(z)-2\pi i\alpha_1},$$

$$U_2(z) \equiv e^{iq\alpha_2(z)+2\pi i\alpha_2}.$$

ex.) M⁴ × T²/Z₃

$$S \equiv \text{diag}(1_4, \omega 1_4)$$

N=2,3,4,6

$$\Psi(x, z+1)_{\omega^k} = U_1(z) \Psi(x, z)_{\omega^k}, \quad k=0,1,2.$$

$$\Psi(x, z+\tau)_{\omega^k} = U_2(z) \Psi(x, z)_{\omega^k},$$

$$\Psi(x, \omega z)_{\omega^k} = \begin{cases} \omega^k S \Psi(x, z)_{\omega^k} & \text{for } a_w = 0 \\ \omega^k U_1(z) U_2(z) S \Psi(x, z)_{\omega^k} & \text{for } a_w = \frac{2+\omega}{3} \\ \omega^k U_2(z) S \Psi(x, z)_{\omega^k} & \text{for } a_w = \frac{1+2\omega}{3} \end{cases}$$

$$U_1(z) \equiv e^{iq\alpha_1(z+a_w)+2\pi i\alpha_1}, \quad U_2(z) \equiv e^{iq\alpha_2(z+a_w)+2\pi i\alpha_2}$$

$$(0,0), \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad \text{for } M = \text{even},$$

$$\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{5}{6}, \frac{5}{6}\right) \quad \text{for } M = \text{odd}.$$

固定点の数と同じだけ種類が存在する!

Wilson line phaseがゼロの部分を見てみると、...

$$\Psi_{+,0}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x,z)_{\omega^k} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{\ell=0}^2 \omega^{(3-k)\ell} \Psi_{+,0}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x, \omega^{\ell} z)$$

$$\Psi_{+,0}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x, \omega^k z) = \sum_{i=0}^{|M|-1} C_k^i \Psi_{+,0}^{(i+\alpha_1,\alpha_2)}(x, z)$$

▲ The number of $\psi_{R/D}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x,z)_{\omega^k}$ is the number of $\psi_{R/D}^{(i+\alpha_1,\alpha_2)}(x,z)_{\omega^k}$.

| M | (0) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
|----|-----|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | (1) | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 5 | 5 |
| ω | (0) | 0 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 |
| ω̄ | (0) | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 5 |

The number of $\psi_{R/D}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x,z)_{\omega^k}$ for $(\alpha_1, \alpha_2) = (0,0)$.

| M | (0) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 |
|----|-----|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | (1) | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| ω | (0) | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 |
| ω̄ | (0) | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 |

The number of $\psi_{R/D}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x,z)_{\omega^k}$ for $(\alpha_1, \alpha_2) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}), (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$.

| M | (0) | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 |
|----|-----|---|---|---|---|---|----|----|
| 1 | (1) | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 |
| ω | (0) | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 |
| ω̄ | (0) | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 |

The number of $\psi_{R/D}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x,z)_{\omega^k}$ for $(\alpha_1, \alpha_2) = (\frac{1}{6}, \frac{1}{6}), (\frac{5}{6}, \frac{5}{6})$.

| M | (0) | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 |
|----|-----|---|---|---|---|---|----|----|
| 1 | (1) | 0 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 |
| ω | (0) | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 5 |
| ω̄ | (0) | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 |

The number of $\psi_{R/D}^{(j+\alpha_1,\alpha_2)}(x,z)_{\omega^k}$ for $(\alpha_1, \alpha_2) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$.

... 3世代模型の候補を見つけることができる。

4. Conclusion

- ◆ 余剰次元空間に磁束が存在する場合、Landau準位と同様の議論から質量の固有状態が磁束の大きさに合わせて縮退する。
- ◆ "磁束の大きさ" ⇔ "世代数"
- ◆ 余剰次元空間の構造を反映して、有限個のnon-trivialな3世代模型の候補を見つけることができる。
- ◆ 一方、Kaluza-Kleinモードを含めた質量スペクトラムはねじれながら成長する奇妙な構造をしている。
- ◆ この機構を実際にいくつかの模型に埋め込むことで、現実的なフレーバー構造を導出できるか?