

ニュートリノセクターに おける繰り込み不変量

基研研究会 素粒子物理学の進展2013
2013年8月5日－8月9日
京都大学基礎物理学研究所

参考文献

N. Haba and R. Takahashi, arXiv:1306.1375 [hep-ph]

目次

1. Introduction
2. Analyses under RGEs in neutrino sector
 - 2.1. Renormalization group invariants
 - 2.2. Runnings of other parameters
3. Summary

1. Introduction

1

- ニュートリノ振動実験：

3つの世代混合角(3 σ range, Gonzalez-Garcia, et. al.) ;

$$\sin^2 \theta_{12} = (0.27 \sim 0.34),$$

$$\sin^2 \theta_{23} = (0.34 \sim 0.67),$$

$$\sin^2 \theta_{13} = (0.016 \sim 0.030).$$

2つの質量二乗差(3 σ range, Gonzalez-Garcia, et. al.) ;

$$\Delta m_{21}^2 = (7.00 \sim 8.09) \times 10^{-5} \text{ eV}^2,$$

$$\Delta m_{31}^2 = (2.27 \sim 2.69) \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \text{ for Normal Hierarchy,}$$

$$\Delta m_{32}^2 = (-2.65 \sim -2.24) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

for Inverted Hierarchy.

1. Introduction

2

- これまでのニュートリノ振動実験結果から、2つのタイプの質量階層性が許されている：

$$m_1 < m_2 < m_3; \text{ Normal Hierarchy (NH)}$$

$$m_3 < m_1 < m_2; \text{ Inverted Hierarchy (IH)}$$

- ニュートリノの質量は、他の素粒子標準模型のフェルミオンと比較して極めて軽い：

$$\text{例) } m_\tau = 1.78 \text{ GeV}, \quad m_b = 4.18 \text{ GeV}, \quad m_t = 173 \text{ GeV}.$$

- 素粒子標準模型のフェルミオンの中で、ニュートリノだけがマヨラナ粒子と成ることができる。

2. Analyses under RGEs in neutrino sector 3

セットアップ

1. **Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM)**の枠組みで考察する。
2. ニュートリノは**マヨラナ粒子**であるとする。
3. ニュートリノ質量を記述するWeinberg Operatorの係数 κ に着目する：

$$\mathcal{L} \supset \frac{\kappa}{2} (H_u L)(H_u L),$$

軽いマヨラナ質量の実現のためには、 $\kappa^{-1} \sim 10^{14}$ GeV程度。

2.1. Renormalization group invariants 4

- Weinberg Operatorの係数に対する繰り込み群方程式：

$$16\pi^2 \frac{d\kappa}{dt} = \bar{\alpha}\kappa + (y_e y_e^\dagger)\kappa + \kappa(y_e y_e^\dagger)^T, \quad (t \equiv \ln\mu),$$

$$\bar{\alpha} \equiv -\frac{6}{5}g_1^2 - 6g_2^2 + 6(y_u^2 + y_c^2 + y_t^2),$$

y_e ; 荷電レプトンの (対角的な) 湯川行列,

μ ; 繰り込みスケール,

g_1, g_2 ; ゲージ結合定数,

y_u, y_c, y_t ; アップ、チャーム、トップクォークの

湯川結合定数

2.1. Renormalization group invariants 5

- Weinberg Operatorの係数に対する繰り込み群方程式を解くことにより、任意のエネルギースケールにおけるニュートリノの質量行列は、

$$M_\nu(\mu) = R(\mu)I(\mu)M_\nu(\Lambda_{EW})I(\mu),$$

$$\mathcal{L} \supset M_\nu \bar{\nu}_L^c \nu_L, \quad (M_\nu = \kappa v_u^2 = \kappa v^2 \sin^2 \beta, \quad v = 246 \text{ GeV}),$$

$$I^{-1}(\mu) \equiv \text{Diag}\left\{\sqrt{I_e(\mu)}, \sqrt{I_\mu(\mu)}, \sqrt{I_\tau(\mu)}\right\}, \quad (\tan\beta \equiv \frac{v_u}{v_d}),$$

$$I_\alpha(\mu) \equiv \exp\left[\frac{1}{8\pi^2} \int_t^{t_{EW}} d\bar{t} y_\alpha^2\right], \quad t_{EW} \equiv \ln\Lambda_{EW}, \quad (\alpha = e, \mu, \tau),$$

Λ_{EW} ; 電弱スケール,

$v_{u(d)}$; up(down)-typeヒッグスの真空期待値,

と書くことができる。

2.1. Renormalization group invariants ⁶

- ここで、次の微小なパラメータを導入する：

$$\epsilon_e(\mu) \equiv \sqrt{\frac{I_\tau(\mu)}{I_e(\mu)}} - 1, \quad \epsilon_\mu(\mu) \equiv \sqrt{\frac{I_\tau(\mu)}{I_\mu(\mu)}} - 1.$$

- また、数値的に $\epsilon_e(\mu) = \epsilon_\mu(\mu)$ は、良い近似なので、 $\epsilon(\mu) \equiv \epsilon_e(\mu) = \epsilon_\mu(\mu)$ という微小パラメータを定義する。
- このパラメータを用いると、任意のエネルギースケールにおけるニュートリノの質量行列は、

$$M_\nu(\mu) = r(\mu) \begin{pmatrix} M_\nu(\Lambda_{EW})_{ee} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\mu} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\tau}(1 + \epsilon) \\ M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\mu} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\mu} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\tau}(1 + \epsilon) \\ M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\tau}(1 + \epsilon) & M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\tau}(1 + \epsilon) & M_\nu(\Lambda_{EW})_{\tau\tau}(1 + \epsilon)^2 \end{pmatrix},$$

と書き換えることができる。ここで、 $r(\mu) \equiv R(\mu)/I_e(\mu)$ とした。

2.1. Renormalization group invariants 7

- この任意のエネルギースケールにおけるニュートリノの質量行列と電弱スケールにおけるニュートリノの質量行列

$$M_\nu(\Lambda_{EW}) = \begin{pmatrix} M_\nu(\Lambda_{EW})_{ee} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\mu} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\tau} \\ M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\mu} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\mu} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\tau} \\ M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\tau} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\tau} & M_\nu(\Lambda_{EW})_{\tau\tau} \end{pmatrix},$$

を比較すると、

$$\frac{M_\nu(\mu)_{ee}}{M_\nu(\mu)_{e\mu}} = \frac{M_\nu(\Lambda_{EW})_{ee}}{M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\mu}}, \quad \frac{M_\nu(\mu)_{ee}}{M_\nu(\mu)_{\mu\mu}} = \frac{M_\nu(\Lambda_{EW})_{ee}}{M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\mu}},$$

$$\frac{M_\nu(\mu)_{e\tau}}{M_\nu(\mu)_{\mu\tau}} = \frac{M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\tau}}{M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\tau}}, \quad \frac{M_\nu(\mu)_{e\tau}^2}{M_\nu(\mu)_{ee}M_\nu(\mu)_{\tau\tau}} = \frac{M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\tau}^2}{M_\nu(\Lambda_{EW})_{ee}M_\nu(\Lambda_{EW})_{\tau\tau}},$$

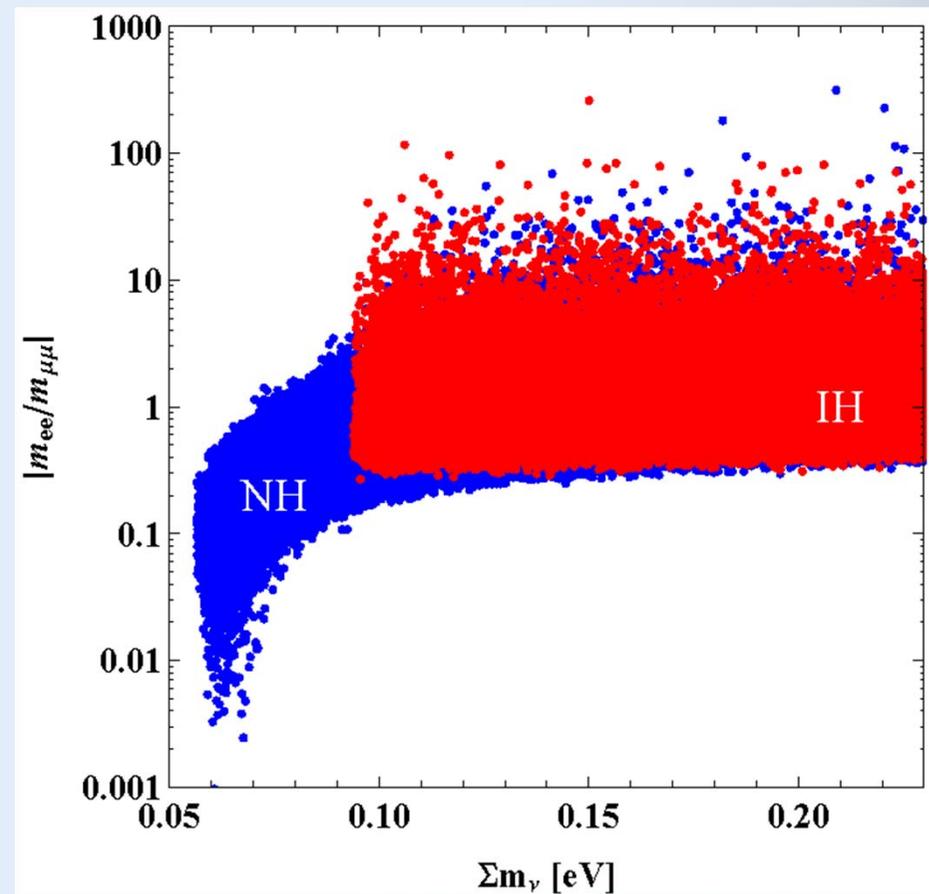
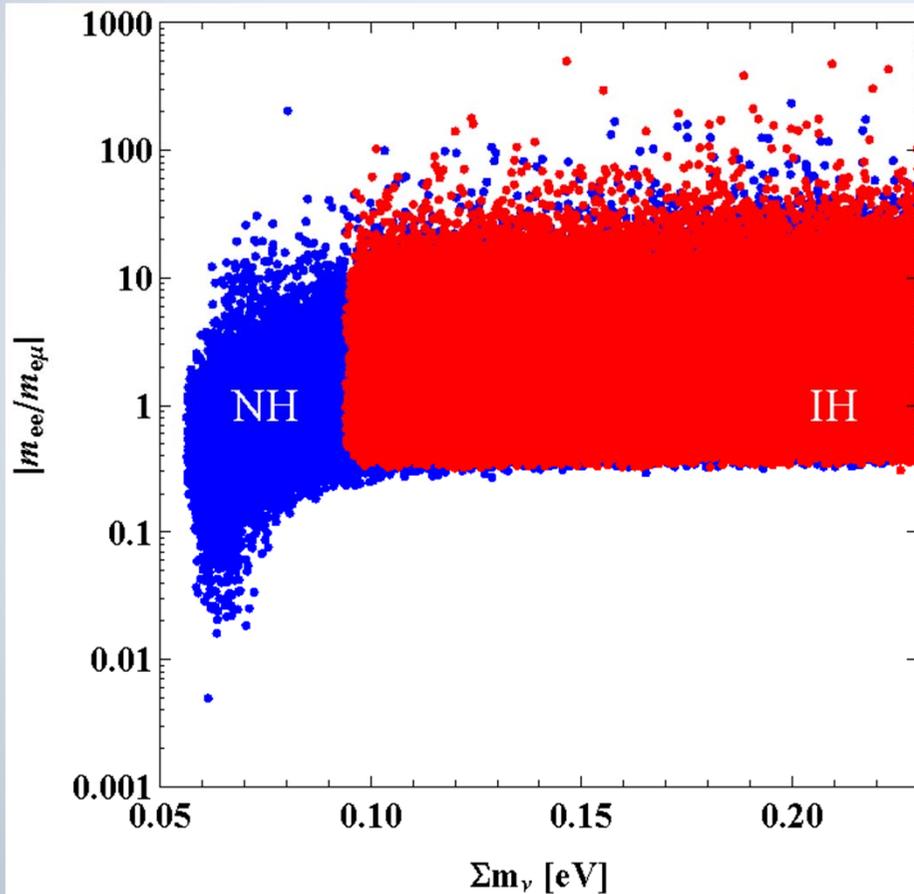
という4つの比が繰り込みスケールに依らない独立な量となることがわかる。

2.1. Renormalization group invariants ⁸

繰り込み不変量が取り得る値 ($0 \leq (\delta, \alpha, \beta) < 2\pi/3$)

(a)

(b)

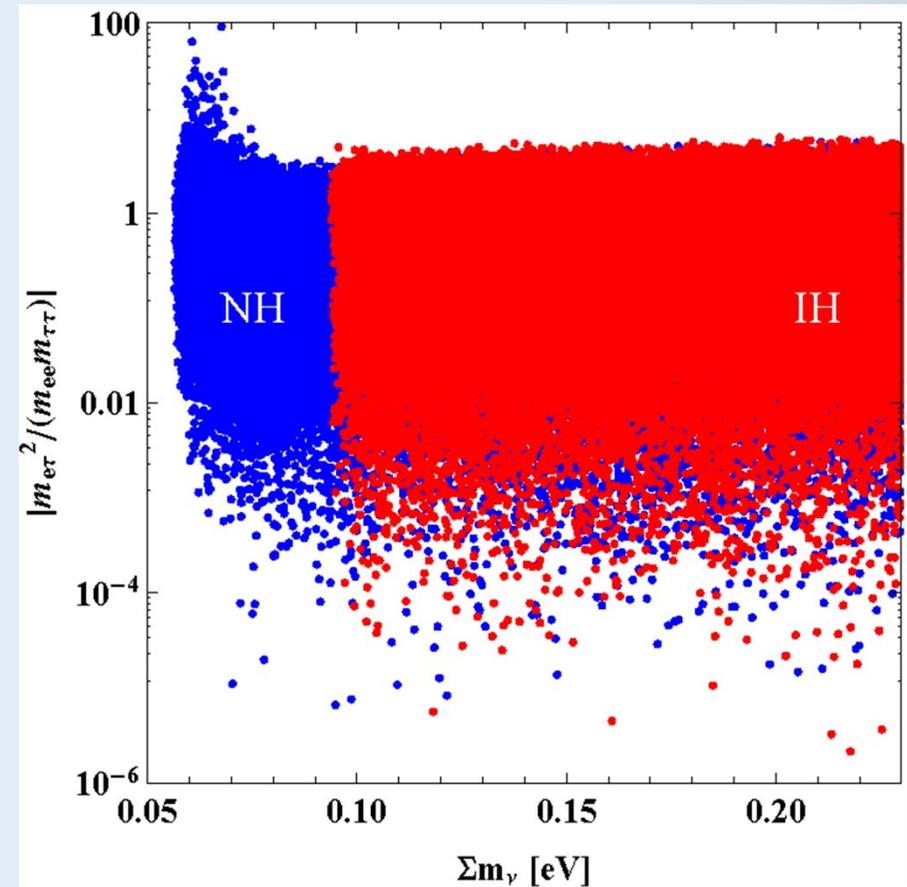
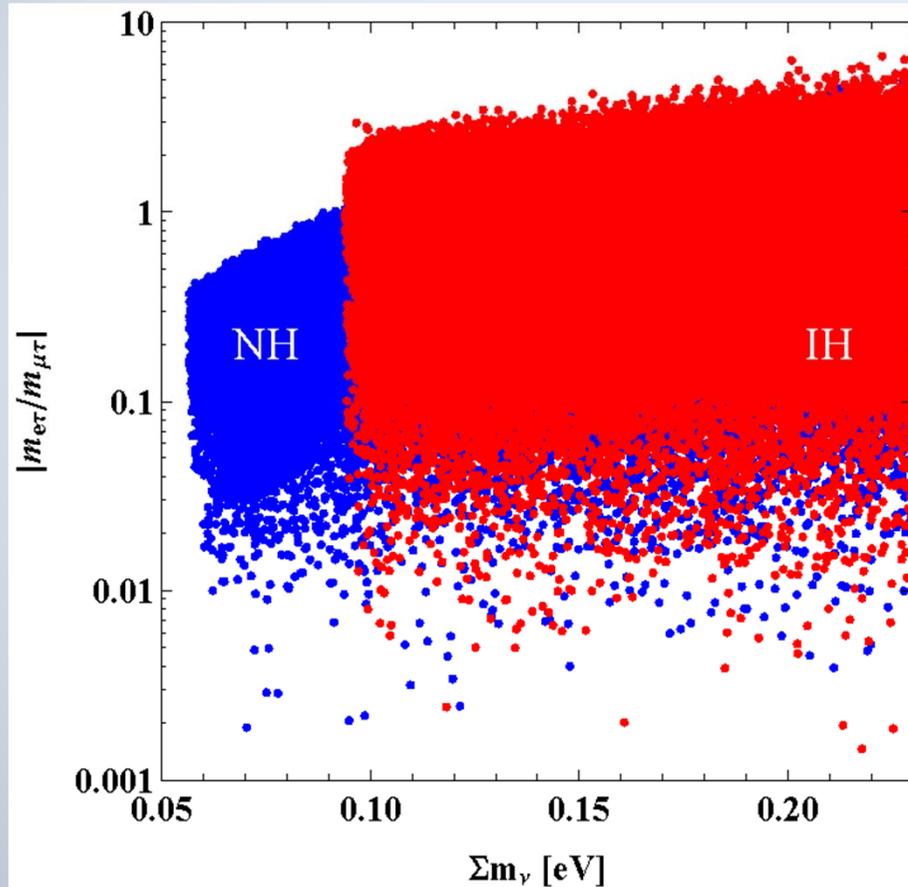


2.1. Renormalization group invariants ⁹

繰り込み不変量が取り得る値 ($0 \leq (\delta, \alpha, \beta) < 2\pi/3$)

(c)

(d)

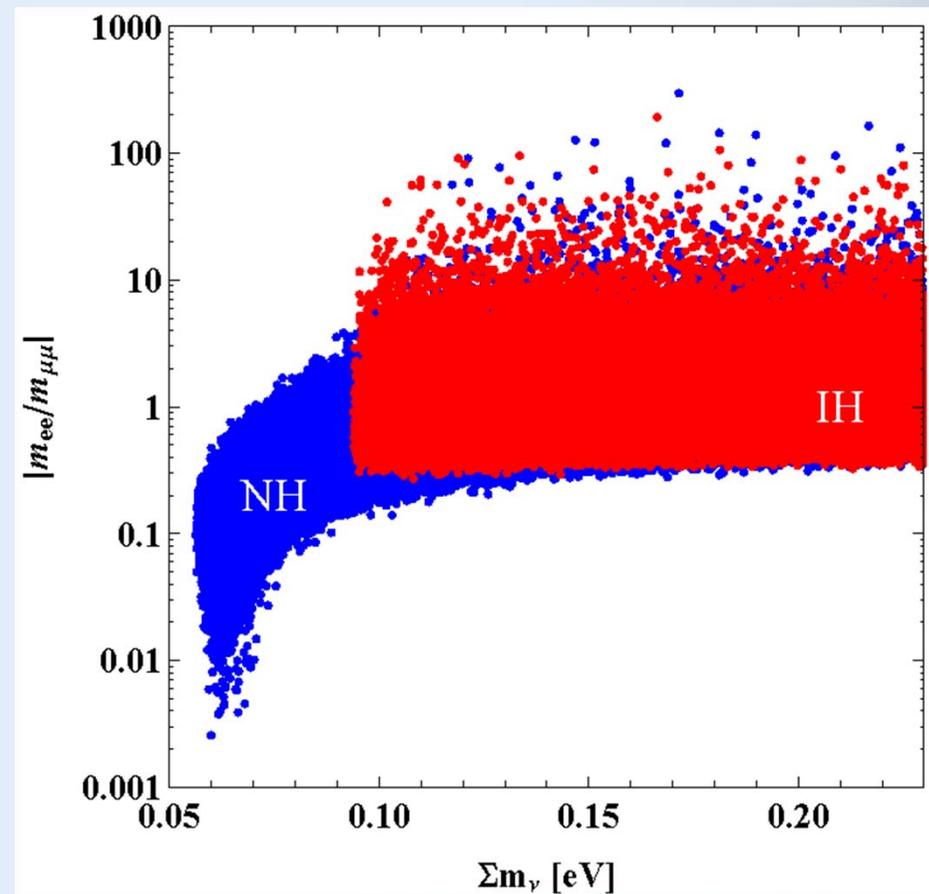
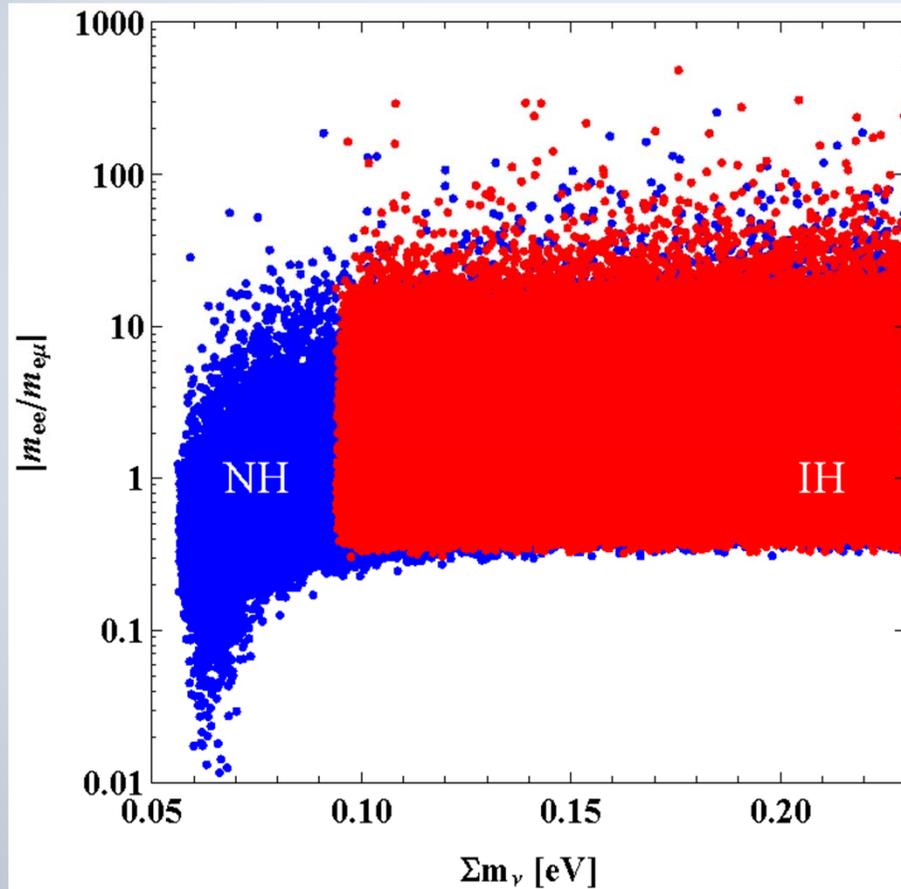


2.1. Renormalization group invariants¹⁰

繰り込み不変量が取り得る値 ($4\pi/3 \leq (\delta, \alpha, \beta) < 2\pi$)

(a)

(b)

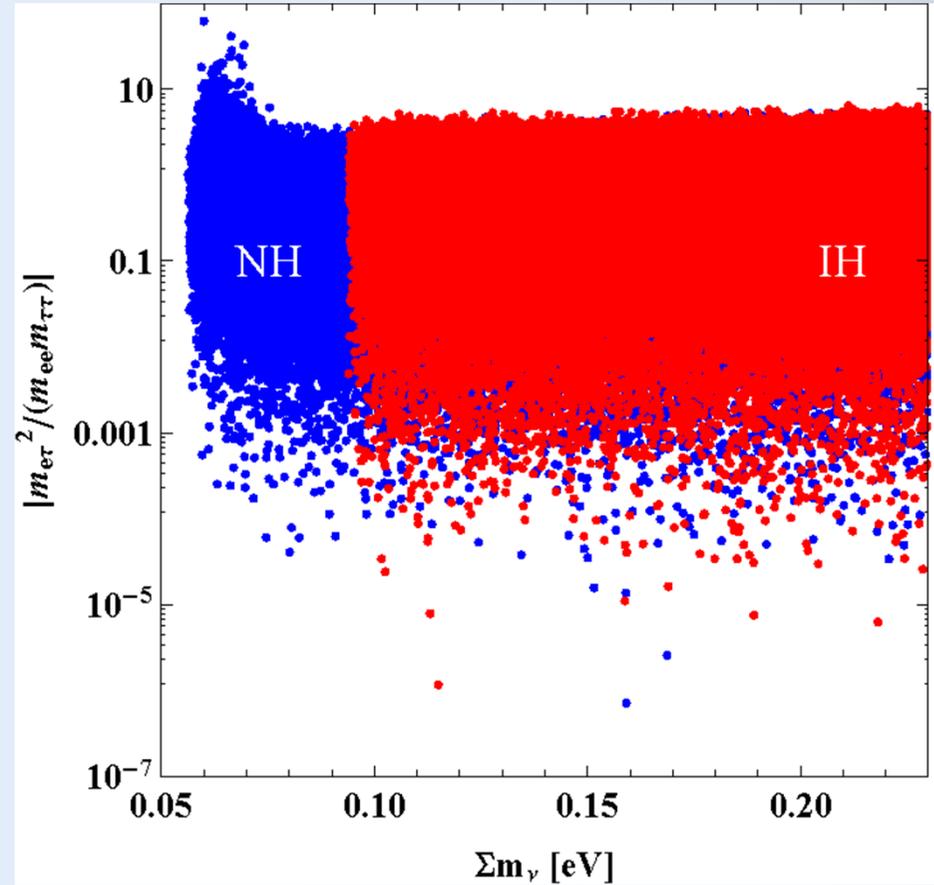
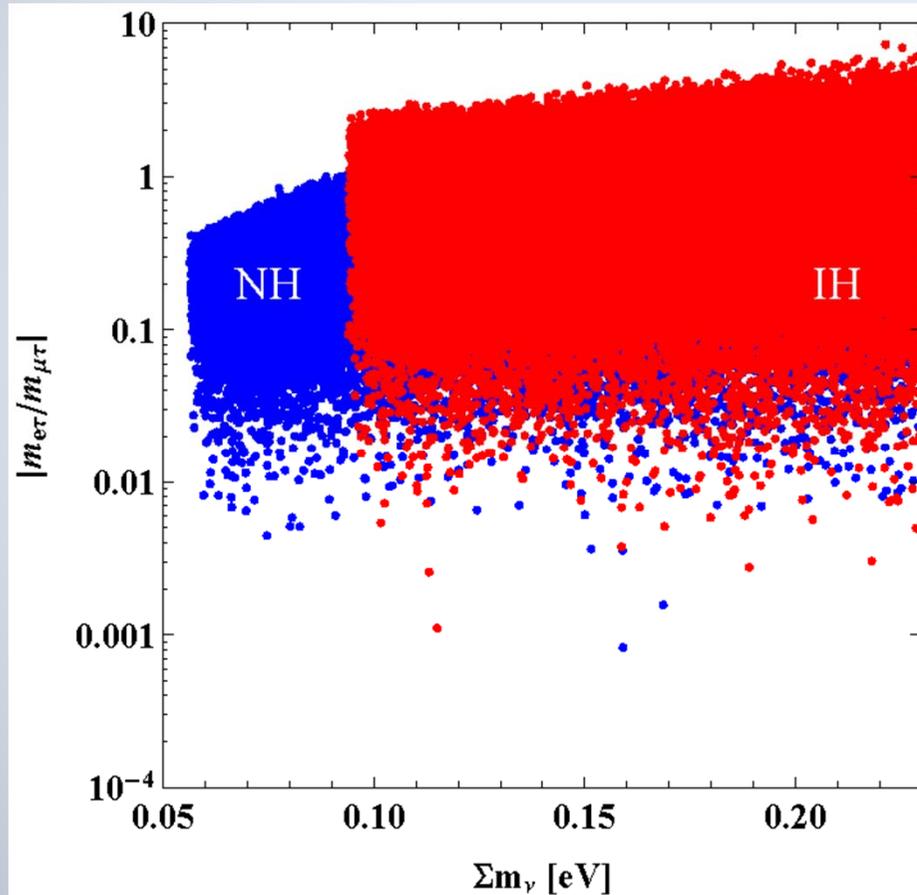


2.1. Renormalization group invariants¹¹

繰り込み不変量が取り得る値 ($4\pi/3 \leq (\delta, \alpha, \beta) < 2\pi$)

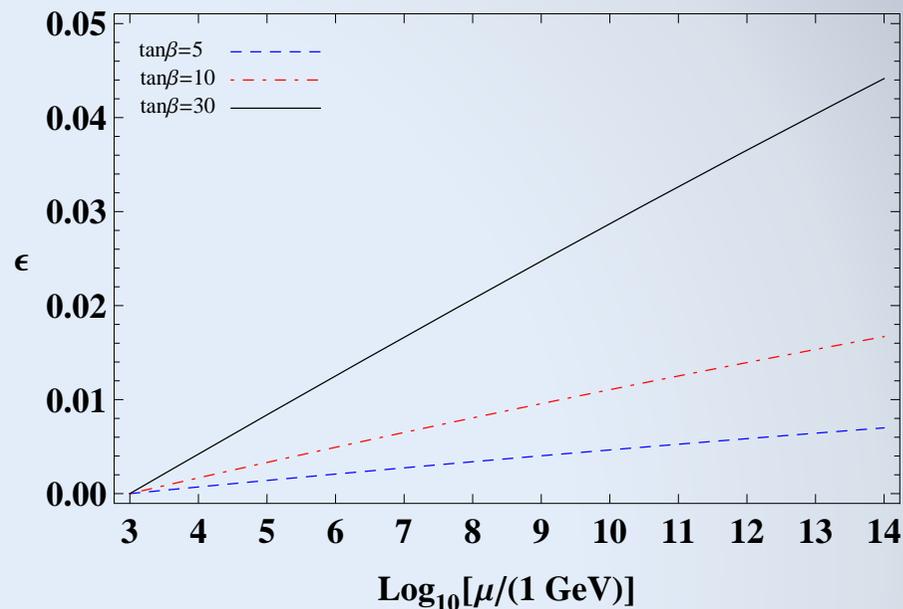
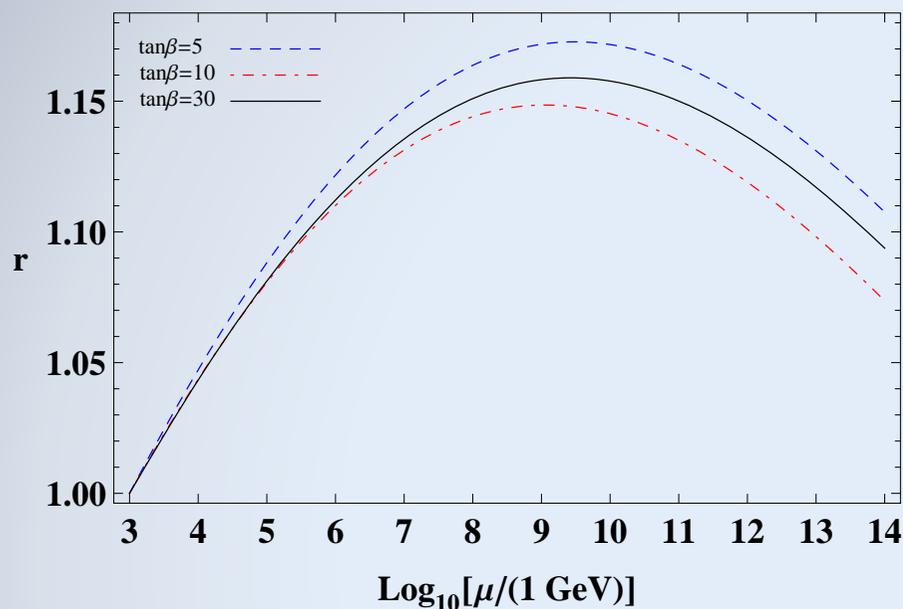
(c)

(d)



2.2. Runnings of other parameters

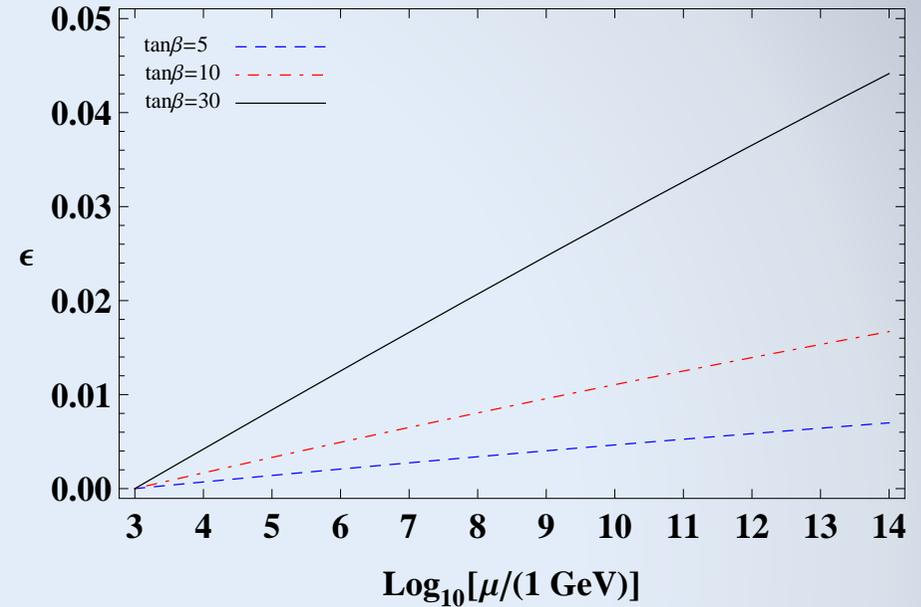
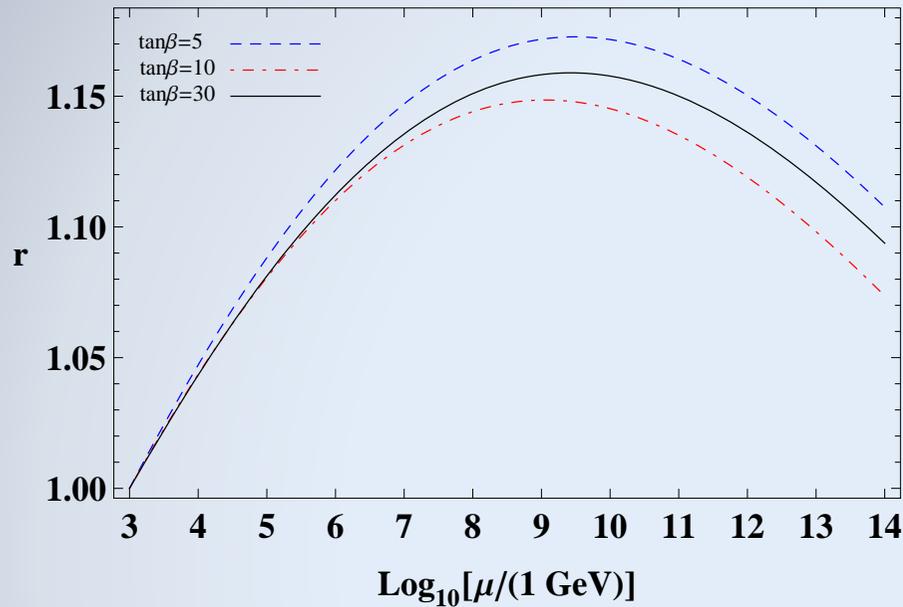
12



- κ の繰り込み群方程式において、 10^9-10^{10} GeV程度まではトップ湯川結合定数からの正の寄与が支配的だが、それ以上のスケールでは、ゲージ結合定数からの負の寄与が支配的になるため、 κ のランニングにおいてピークが現れる。
- $\tan\beta = 10$ の場合のトップ湯川の値は、高エネルギースケールまで $\tan\beta = 5$ の場合よりも常に小さいので、ランニングの曲線は $\tan\beta = 5$ の場合よりもいつも下にある。

2.2. Runnings of other parameters

13



$1 \leq r \lesssim (1.18, 1.15, 1.16)$ for $\tan\beta = 5, 10, 30$

$\epsilon \lesssim (7.00 \times 10^{-3}, 1.39 \times 10^{-2}, 4.42 \times 10^{-2})$ for $\tan\beta = 5, 10, 30$

3. Summary

- Weinberg Operatorの係数に対するRGEの考察により、ニュートリノ質量行列成分から4つの繰り込み不変量を構成できる事を明らかにした：

$$10^{-3} (0.2) \lesssim \frac{M_\nu(\mu)_{ee}}{M_\nu(\mu)_{e\mu}} = \frac{M_\nu(\Lambda_{EW})_{ee}}{M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\mu}} \lesssim 3(1.8) \times 10^3,$$

$$10^{-3} (0.2) \lesssim \frac{M_\nu(\mu)_{ee}}{M_\nu(\mu)_{\mu\mu}} = \frac{M_\nu(\Lambda_{EW})_{ee}}{M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\mu}} \lesssim 6(8) \times 10^2,$$

$$1.2 \times 10^{-4} (10^{-3}) \lesssim \frac{M_\nu(\mu)_{e\tau}}{M_\nu(\mu)_{\mu\tau}} = \frac{M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\tau}}{M_\nu(\Lambda_{EW})_{\mu\tau}} \lesssim 6(8),$$

$$8 \times 10^{-7} \lesssim \frac{M_\nu(\mu)_{e\tau}^2}{M_\nu(\mu)_{ee}M_\nu(\mu)_{\tau\tau}} = \frac{M_\nu(\Lambda_{EW})_{e\tau}^2}{M_\nu(\Lambda_{EW})_{ee}M_\nu(\Lambda_{EW})_{\tau\tau}} \lesssim 10^2 (70),$$

for NH (IH).