

研究会番号：YITP- W-11-05

研究会「場の理論と弦理論」

2011年7月25日（月）－7月29日（金）

京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館 Panasonic 国際交流ホール&会議室

目的・趣旨

本研究会の目的は、場の理論と弦理論を中心とした、素粒子理論物理学の最近の研究の進展について、細分化された分野の枠を超えて、関連する研究者が一堂に会し、議論を深めることで、新たな発展への手がかりを得ることである。

場の理論も弦理論も大きな進展を見せてきた。重力を含まない素粒子の相互作用は、場の理論を基本法則とした素粒子標準模型で記述することができる。このことは実験的にも確立しており、今までに数え切れないほどの成功を収めてきた。しかしながら、素粒子や相互作用の統一的な理解という、素粒子物理学の最大の目標の一つに到達するには、重力を含めた量子論が必要である。重力理論に対して確立された量子場の理論を適用すると、紫外発散の除去（繰り込み）が不可能になる、という問題が生じる。その問題を自然な形で解決し、量子重力理論を完成させる可能性が最も高い理論が、超弦理論である。とはいえ、現在でも、いかに超弦理論から標準模型を再現するか、という肝心の問いに対しては、いろいろとヒントはあるものの、まだ理解は進んでいない。最近の LHC 実験でヒッグズ粒子や超対称粒子に対する質量の制限から模型構築に対するヒントを得たり、高エネルギーに存在すると思われる超対称性の破れの機構に関する考察を進めたりするのは重要である。

また、超弦理論はここ十数年の間に目覚ましい発展を遂げた。5つの超弦理論を統一的に理解する双対性や M 理論、また D-brane と呼ばれる弦理論のソリトン解の発見がその端緒となったことは周知の通りである。これらの発見後にも多くの発展が続いたが、いまだに非摂動的な効果に対する全体像がない。特に M 理論の基本的な励起である M2-brane とソリトン励起の M5-brane に関する知見は少なく、M 理論は謎の理論としてベールに包まれていた。この全体像の理解に向けて近年多くの興味深い発展がある。例えば、D-brane の崩壊を含めた様々な真空の弦の場の理論による解析や、超対称ゲージ理論のモジュライにおけるスペクトラムの変動の考察などがある。さらに、特筆すべき発展として、M2-brane 上の理論が提唱され、謎の M 理論のベールがはがされつつある。

このような研究の進展の中で想定していたテーマは次の通りである。

1. 場の理論における展開

超対称ゲージ理論、ゲージ理論の双対性、超対称性の破れの機構、ラーゲ N 展開、

格子ゲージ理論、繰り込み群など

2. 弦理論および重力理論における展開

弦の場の理論、タキオン凝縮、行列理論、純粋スピノル形式、膜理論、
リュービル理論、ブラックホール、量子重力、特異点の問題、宇宙論への応用など

3. 弦理論と場の理論の交流

AdS/CFT 対応、弦理論の可積分性、非可換時空上の場の理論、位相的場の理論と弦理論、
Chern-Simons 理論、余剰次元、素粒子現象論への応用、ホログラフィック QCD、
物性系への応用など

ここまで説明で見てきたように、場の理論と弦理論は互いに密接に影響を与えあいながら発展してきた。また、研究の進展が速いため、効率よく最新の情報を得ることが必要不可欠である。

そこで、本研究会の目的・趣旨は、参加者が素粒子理論物理学の最新の発展を円滑に吸収し、専門や世代を超えて関連する研究者が一堂に会し、最新の発展に関する議論を深めることで、新たな発展への手がかりを得ることである。また、本研究会は若手研究者の育成も目的の一つで、若手研究者にも旅費滞在費の補助を与え、発表の機会を与える方針を取っている。

成果

研究会は 2011 年 7 月 25 日から 29 日まで 5 日間に渡って開催された。遠隔地の参加者の移動にも配慮して、25 日は昼からで 29 日は昼まで、という形態を取った。5 日間の最初に招待講演を配置し、また、3 日目と 4 日目の午後二時間をポスター発表に割り当てた。招待講演は講演 60 分+質疑応答 10 分で、一般講演は講演 20 分+質疑応答 5 分を当てた。

目的・趣旨を踏まえて、本研究会では上記の問題意識が十分に浸透するように、招待講演は

- 浜口幸一氏（東大理）
「LHC and Supersymmetry」
- Barton Zwiebach 氏（MIT）
「String Field Theory: Achievements, Challenges, and Future Directions」
- 山口哲氏（阪大理）
「BPS 状態の数え上げと壁越え現象」
- 細道和夫氏（京大基研）
「Exact results in 3-dim gauge theories and M2-branes」
- 大河内豊氏（IPMU）
「超対称性の破れとその伝達」

に依頼した。また、一般講演に対しても申込みが数多く集まり、最終的に研究会では、口頭発表が 44 名、ポスター発表が 27 名あった。

これらの発表は研究会の目的・趣旨を十分に反映したものであり、素粒子理論物理学の発展に重要な発表が多かった。特に、局所化公式による超対称ゲージ理論の分配関数の計算、格子ゲージ理論を用いた閉じ込めや共形不変性に関する議論が多かった、という印象を受けた。

参加者は延べ 165 人程度であり、これからの研究の方向性を含め、活発に議論が行われた。本研究会の目的に挙げた「細分化された分野の枠を超えて、関連する研究者が一堂に会し、議論を深めることで、新たな発展への手がかりを得る」は十分に達成できたと思われる。

外国人である Zwibach 氏の弦の場の理論に関する招待講演は、氏の基礎物理学研究所滞在に合わせた依頼である。この招待講演に合わせて、それに続く弦の場の理論のセッションは研究会言語を英語に変更して対応した。

世話人

畔柳竜生（理研）、今村洋介（東工大）、大川祐司（東大駒場）、加藤光裕（東大駒場）、国友浩（京大基研）、酒井忠勝（名大理）、坂本真人（神戸大）、杉本茂樹（IPMU）、高柳匡（IPMU）、橋本幸士（理研）、浜中真志（名大数理）、吉田健太郎（京大理）、森山 翔文（名大 KMI、連絡責任者）

基研研究会「場の理論と弦理論」
プログラム (2011年7月25日～7月29日)

— 会場：湯川記念館 パナソニックホール —

括弧内の数字は講演時間 (分)、* がついたものはレビューを含む講演です。

25日

午後 1 (12:30-13:40)

浜口 幸一 (東大理) LHC and Supersymmetry (60)

————— 休憩 (30分) —————

午後 2 (14:10-15:25)

尾田 欣也 (阪大理) Unitarity in Dirichlet Higgs Model (20)

藤本 教寛 (神戸大) Higgs mechanism without Higgs potential in an extra dimension (20)

長岡 悟史 (APCTP) Intersecting brane models in six dimensions (20)

————— 休憩 (15分) —————

午後 3 (15:40-16:55)

安井 幸則 (阪市大) 高次元ブラックホールの対称性と厳密解 (20)

中村 正佳 (東大総文) Near horizon superconformal symmetry of rotating BPS black holes in five dimensions (20)

木村 哲士 (KEK) Flux compactifications, N=2 gauged supergravities and black holes (20)

————— 休憩 (15分) —————

午後 4 (17:10-18:00)

松尾 善典 (KEK) Kerr/CFT 対応における near-extremal の補正について (20)

中島 宏明 (KIAS) Instanton effective action in Omega-background and D3/D(-1)-brane system in R-R background (20)

26日

午前 1 (9:00-10:10)

Barton Zwiebach String Field Theory: Achievements, Challenges, and Future Directions (60)
(MIT)

————— 休憩 (30分) —————

午前 2 (10:40-11:55)

野海 俊文 (東大総文) Solutions from boundary condition changing operators in open superstring field theory (20)

村田 仁樹 (理研) 弦の場の理論における多重ブレーン解について (20)

村上 公一 (岡山光量子研) Multiloop amplitudes of light-cone gauge bosonic string field theory in non-critical dimensions (20)

————— 休憩 (15分) —————

午前 3 (12:10-13:00)

- 坂井 典佑 (東京女子大) Non-Abelian Gauge Field Localized on Walls with Four- Dimensional World Volume (20)
- 新田 宗土 (慶応大) New Topological Solitons in SUSY Gauge Theories with SUSY Breaking Josephson Terms (20)

————— 昼食 (75 分) —————

午後 1 (14:15-15:30)

- 初田 泰之 (京大基研) AdS/CFT 対応に基づくグルーオン散乱振幅の解析と 2次元可積分模型 (20)
- 西尾 亮一 (東大理) Virtual Compton scattering and Generalized Parton Distribution in gravity dual (20)
- 本多 正純 (総研大) Testing the AdS/CFT correspondence by Monte Carlo calculation of BPS and non-BPS Wilson loops in N=4 super-Yang-Mills theory (20)

————— 休憩 (15 分) —————

午後 2 (15:45-17:00)

- 藤田 充俊 (IPMU) Probing AdS Wormholes by Entanglement Entropy (20)
- 小川 軌明 (IPMU) On higher derivative corrections to holographic entanglement entropy (20)
- 芝 暢郎 (阪大理) Entanglement Entropy of Two Black Holes and Entanglement Entropic Force (20)

————— 休憩 (15 分) —————

午後 3 (17:15-18:05)

- 斉田 浩見 (大同大) Universal Property of Microstate of Quantum Gravity suggested by Uniqueness of Black Hole Entropy (20)
- 池田 憲明 (京産大益川塾) Current Algebras and Homotopy Lie Algebroids (20)

27 日

午前 1 (9:00-10:10)

- 山口 哲 (阪大理) BPS 状態の数え上げと壁越え現象 (仮) (60)

————— 休憩 (30 分) —————

午前 2 (10:40-11:30)

- 西中 崇博 (KEK) Affine SU(2) algebra from wall-crossing phenomena (20)
- 奥山 和美 (信州大) Gauge-Higgs Unification in Spontaneously Created Fuzzy Extra Dimensions (20)

————— 休憩 (15 分) —————

午前 3 (11:45-13:00)

- 金森 逸作 (レーゲンスブルク大) SU(N) super Yang-Mills on 2-dim lattice (20)
- 杉野 文彦 (岡山光量子研) Perturbative check of the construction of 4D N=4 SYM from 2D lattice (20)
- 鈴木 博 (理研) Computer simulation of N=(2,2) Landau-Ginzburg model (20)

 昼食 (75分)

午後 1 (14:15-15:30)

- 近藤 慶一 (千葉大) A low-energy effective Yang-Mills theory for quark and gluon confinement (20)
- 河井 博紀 (東大総文) SU(3) 格子ゲージ理論のマルチカノニカルシミュレーション (20)
- 伊藤 悦子 (阪大理) SU(3) ゲージ理論における赤外固定点の存在と擬スカラー演算子の異常次元の計算 (20)

 休憩 (30分)

午後 2 (Poster Session) (16:00-18:00)

- 東 武大 (撰南大) Large-N 1次元 有限温度系 ゲージ理論の相転移の数値的解析
- 一ノ瀬 祥一 (静岡県立大) CMB Power Spectrum in the Background Field Formalism
- 稲富 晶子 (奈良女子大) タキオン真空における弦の場の理論の対称性について
- 岡崎 匡志 (阪大理) Evidence for Duality of Conifold from Fundamental String
- 鴨下 智 (東工大) BPS Monopole in Omega-background
- 菅 菜穂美 (山口短期大) Double Field Theory における運動方程式：古典的粒子から量子宇宙まで
- 小林 秀太郎 (首都大東京) The gauge sectors of multiple M2-branes
- 柴 正太郎 (KEK) M-brane と Lie 3-代数
- 清水 将英 (北大) Recent development of open mirror symmetry
- 長崎 晃一 (阪大理) 曲がった時空上の超対称ゲージ理論の局所化について
- 野手 順一 (日本大) ツイスター量子化における Hilbert 空間
- 増田 暢 (東大総文) Comments on multi-brane solutions in open string field theory
- 村中 大地 (東京理科大) Structure of multi-caloron solutions
- 横倉 祐貴 (京大理) Thermodynamics of Spacetime and Membrane Paradigm

28日

午前 1 (9:00-10:10)

- 細道 和夫 (京大基研) Exact results in 3-dim gauge theories and M2-branes (60)

 休憩 (30分)

午前 2 (10:40-11:30)

- 吉田 豊 (KEK) Localization of Vortex Partition Functions in Super Yang-Mills Theory (20)
- 新井 真人 (チェコ工科大) Off-shell construction of N=3 superconformal Chern-Simons theories (20)

 休憩 (15分)

午前 3 (11:45-13:00)

- 菅野 正一 (東大理) $W(1+\infty)$ algebra as a symmetry behind AGT relation (20)
- 米倉 和也 (東大理) N=1 curves for trifundamentals (20)
- 小川 盛郎 (総研大) Dp-branes, NS5-branes and U-duality from nonabelian (2,0) theory with Lie 3-algebra (20)

 昼食 (75分)

午後 1 (14:15-15:30)

- 太田 和俊 (明治学院大) Volume of Moduli Space of Vortex Equations and Localization (20)
 伊敷 吾郎 (京大理) Boundary operators in matrix models (20)
 疋田 泰章 (慶應大商) The FZZ duality with boundary – Branes in 2d black hole and their duals (20)

————— 休憩 (30分) —————

午後 2 (Poster Session) (16:00-18:00)

- 畔柳 竜生 (理研) On Non-Chiral Extension of Kerr/CFT
 宇賀神 知紀 (IPMU) Measuring Black Hole Formations by Entanglement Entropy via Coarse-Graining
 小笠原 敦 (京大理) F 項および D 項による超対称性の破れとゲージ伝達機構
 川口 維男 (京大理) Yangian in squashed WZNW model
 菊地 健吾 (阪大理) 厳密繰り込み群によるリフシツツ型理論の解析
 佐藤 喜一郎 (東京理科大) 量子重力理論における GL 不変性と Weyl 不変性の関連性について
 島崎 信二 (京大理) Some aspects of BPS solutions in ABJM theory and their gravity duals
 寺嶋 靖治 (京大基研) On Effective Action of Multiple M5-branes and ABJM Action
 西脇 健二 (神戸大) New types of Universal Extra Dimensional Models at Tevatron and LHC
 早坂 壮大 (東京理科大) Rotational symmetry breaking in a six dimensional inflating brane model
 松野 研 (阪市大) Hawking radiation as tunneling from squashed Kaluza-Klein black hole
 矢田 雅哉 (総研大) Taub-NUT Crystal
 横山 大輔 (東工大) Superconformal index for large N quiver Chern-Simons theories

29 日

午前 1 (9:00-10:10)

- 大河内 豊 (IPMU) 超対称性の破れとその伝達 (60)

————— 休憩 (30分) —————

午前 2 (10:40-11:55)

- 丸 信人 (慶應大経) Direct Gauge Mediation of Uplifted Metastable Supersymmetry Breaking in Supergravity (20)
 平山 貴之 (京産大益川塾) One loop divergences in quantum gravity coupled with nonlocal matter fields (20)
 羽原 由修 (岡山光量子研) CMB Fluctuations and String Compactification Scales (20)

————— 休憩 (15分) —————

午前 3 (12:10-13:50)

- 北本 浩之 (総研大) de Sitter 空間上の微分結合 QFT における赤外効果 (20)
 小山 陽次 (中央大) de-Sitter 時空上の graviton loop の効果 (20)
 佐藤 昌利 (物性研) Topological Field Theory for Topological Superconductors (20)
 長谷部 一気 (香川高専) 超対称な非可換幾何とトポロジ的量子 (スピン) 多体状態 (20)

目次

招待講演

web 浜口幸一 (東大理) LHC and Supersymmetry

<http://www-hep.phys.s.u-tokyo.ac.jp/%7Ehama/files/1107-Kyoto.pdf>

p. 11 Barton Zwiebach (MIT) String Field Theory: Achievements, Challenges, and Future Directions

p. 23 山口哲 (阪大理) BPS 状態の数え上げと壁越え現象

p. 30 細道和夫 (京大基研) Exact results in 3-dim gauge theories and M2-branes

p. 40 大河内豊 (IPMU) 超対称性の破れとその伝達

一般講演

p. 46 藤本教寛 (神戸大) Higgs mechanism without Higgs potential in an extra dimension

p. 47 長岡悟史 (APCTP) Intersecting brane models in six dimensions

p. 48 安井幸則 (阪市大) 高次元ブラックホールの対称性と厳密解

p. 49 中村正佳 (東大総文) Near horizon superconformal symmetry of rotating BPS black holes in five dimensions

p. 50 木村哲士 (KEK) Flux compactifications, N=2 gauged supergravities and black holes

p. 51 松尾善典 (KEK) Kerr/CFT 対応におけるnear-extremal の補正について

p. 52 中島宏明 (KIAS) Instanton effective action in Omega-background and D3/D(-1)-brane system in R-R background

p. 53 野海俊文 (東大総文) Solutions from boundary condition changing operators in open superstring field theory

p. 54 村田仁樹 (理研) 弦の場の理論における多重ブレーン解について

p. 55 村上公一 (岡山光量子研) Multiloop amplitudes of light-cone gauge bosonic string field theory in noncritical dimensions

p. 56 坂井典佑 (東京女子大) Non-Abelian Gauge Field Localized on Walls with Four- Dimensional World Volume

p. 57 初田泰之 (京大基研) AdS/CFT 対応に基づくグルーオン散乱振幅の解析と2次元可積分模型

p. 58 西尾亮一 (東大理) Virtual Compton scattering and Generalized Parton Distribution in gravity dual

p. 59 藤田充俊 (IPMU) Probing AdS Wormholes by Entanglement Entropy

p. 60 小川軌明 (IPMU) On higher derivative corrections to holographic entanglement entropy

p. 61 芝暢郎 (阪大理) Entanglement Entropy of Two Black Holes and Entanglement Entropic Force

- p. 62 齊田浩見 (大同大) Universal Property of Microstate of Quantum Gravity suggested by Uniqueness of Black Hole Entropy
- p. 63 池田憲明 (京産大益川塾) Current Algebras and Homotopy Lie Algebroids
- p. 64 西中崇博 (KEK) Affine $SU(2)$ algebra from wall-crossing phenomena
- p. 65 奥山和美 (信州大) Gauge-Higgs Unification in Spontaneously Created Fuzzy Extra Dimensions
- p. 66 金森逸作 (レーゲンスブルク大) $SU(N)$ super Yang-Mills on 2-dim lattice
- p. 67 杉野文彦 (岡山光量子研) Perturbative check of the construction of 4D $N=4$ SYM from 2D lattice
- p. 68 鈴木博 (理研) Computer simulation of $N=(2,2)$ Landau-Ginzburg model
- p. 69 近藤慶一 (千葉大) A low-energy effective Yang-Mills theory for quark and gluon confinement
- p. 70 河井博紀 (東大総文) $SU(3)$ 格子ゲージ理論のマルチカノニカルシミュレーション(20)
- p. 71 伊藤悦子 (阪大理) $SU(3)$ ゲージ理論における赤外固定点の存在と擬スカラー演算子の異常次元の計算
- p. 72 東武大 (摂南大) Large- N 1 次元有限温度系ゲージ理論の相転移の数値的解析
- p. 73 稲富晶子 (奈良女子大) タキオン真空における弦の場の理論の対称性について
- p. 74 岡崎匡志 (阪大理) Evidence for Duality of Conifold from Fundamental String
- p. 75 鴨下智 (東工大) BPS Monopole in Omega-background
- p. 76 菅菜穂美 (山口短期大) Double Field Theory における運動方程式: 古典的粒子から量子宇宙まで
- p. 77 小林秀太郎 (首都大東京) The gauge sectors of multiple M2-branes
- p. 78 柴正太郎 (KEK) M-brane と Lie 3-代数
- p. 79 清水将英 (北大) Recent development of open mirror symmetry
- p. 80 長崎晃一 (阪大理) 曲がった時空上の超対称ゲージ理論の局所化について
- p. 81 野手順一 (日本大) ツイスター量子化における Hilbert 空間
- p. 82 増田暢 (東大総文) Comments on multi-brane solutions in open string field theory
- p. 83 村中大地 (東京理科大) Structure of multi-caloron solutions
- p. 84 横倉祐貴 (京大理) Thermodynamics of Spacetime and Membrane Paradigm
- p. 85 吉田豊 (KEK) Localization of Vortex Partition Functions in Super Yang-Mills Theory
- p. 86 新井真人 (チェコ工科大) Off-shell construction of $N=3$ superconformal Chern-Simons theories
- p. 87 菅野正一 (東大理) $W(1+\infty)$ algebra as a symmetry behind AGT relation
- p. 88 太田和俊 (明治学院大) Volume of Moduli Space of Vortex Equations and Localization
- p. 89 伊敷吾郎 (京大理) Boundary operators in matrix models
- p. 90 疋田泰章 (慶應大商) The FZZ duality with boundary - Branes in 2d black hole and their duals
- p. 91 畔柳竜生 (理研) On Non-Chiral Extension of Kerr/CFT
- p. 92 宇賀神知紀 (IPMU) Measuring Black Hole Formations by Entanglement Entropy via Coarse-

Graining

- p. 93 川口維男 (京大理) Yangian in squashed WZNW model
- p. 94 菊地健吾 (阪大理) 厳密繰り込み群によるリフシツ型理論の解析
- p. 95 佐藤喜一郎 (東京理科大) 量子重力理論におけるGL 不変性とWeyl 不変性の関連性について
- p. 96 島崎信二 (京大理) Some aspects of BPS solutions in ABJM theory and their gravity duals
- p. 97 寺嶋靖治 (京大基研) On Effective Action of Multiple M5-branes and ABJM Action
- p. 98 西脇健二 (神戸大) New types of Universal Extra Dimensional Models at Tevatron and LHC
- p. 99 早坂壮大 (東京理科大) Rotational symmetry breaking in a six dimensional inflating brane model
- p. 100 松野研 (阪市大) Hawking radiation as tunneling from squashed Kaluza-Klein black hole
- p. 101 矢田雅哉 (総研大) Taub-NUT Crystal
- p. 102 横山大輔 (東工大) Superconformal index for large N quiver Chern-Simons theories
- p. 103 丸信人 (慶應大経) Direct Gauge Mediation of Uplifted Metastable Supersymmetry Breaking in Supergravity
- p. 104 平山貴之 (京産大益川塾) One loop divergences in quantum gravity coupled with nonlocal matter fields
- p. 105 羽原由修 (岡山光量子研) CMB Fluctuations and String Compactification Scales
- p. 106 北本浩之 (総研大) de Sitter 空間上の微分結合QFT における赤外効果
- p. 107 小山陽次 (中央大) de-Sitter 時空上のgraviton loop の効果
- p. 108 長谷部一気 (香川高専) 超対称な非可換幾何とトポロジー的量子 (スピン) 多体状態

String Field Theory: Achievements, Challenges, and Future Directions

Center for Theoretical Physics, MIT, Cambridge, MA 02139 Barton Zwiebach
E-mail: zwiebach@mit.edu

We give an overview of the major developments in covariant string field theory from its early start in 1984 to early 2012. Open problems are pointed out and the role of background independence for future development is discussed.

String field theories were first formulated in the light-cone gauge by Kaku and Kikkawa (1974) using the interacting string picture of Mandelstam. A cubic closed string field theory was written. An open-closed string field theory was written as well. Light-cone string field theory is of considerable interest, especially for the case of superstrings. Our focus here, however, will be on Lorentz covariant, gauge invariant string field theories. After all, we would like to understand the gauge symmetry of string theory. Moreover a Lorentz covariant formulation allows the study of the theory in more general backgrounds.

THE EARLY PERIOD (1984-1999)

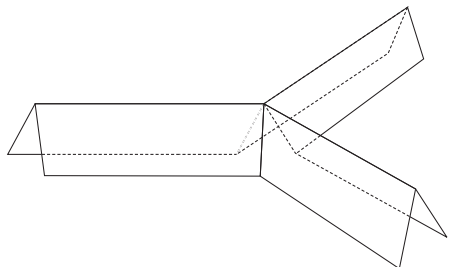
As recognized by Siegel (1984), Lorentz covariant formulations of string field theory required the use of the BRST operator (Kato and Ogawa (1983)). Free gauge invariant (bosonic) string field theories were formulated by Siegel and Zwiebach (1986) and Banks and Peskin (1986). The complete classical interacting **open string field theory** was given by Witten (1986) who devised an associative multiplication rule for open string fields.

Open string field theory is defined by an action, $S(\Phi)$ that given an open string field Φ is gives us a number. The action is:

$$S(\Phi) = -\frac{1}{g_0^2} \left(\frac{1}{2} \langle \Phi, Q_o \Phi \rangle + \frac{1}{3} \langle \Phi, \Phi * \Phi \rangle \right).$$

The various ingredients in this action are

- The BRST charge Q_o .
- A bilinear inner product $\langle \cdot, \cdot \rangle$.
- A multiplication rule $*$ for open string fields, defined by the following picture:



The action is gauge invariant because the multiplication rule satisfies the following properties

$$A * (B * C) = (A * B) * C,$$

$$Q_o(A * B) = Q_o A * B + (-1)^A A * Q_o B.$$

This is a very elegant and compact string field theory. The quantization of the theory can be carried out:

- The full required collection of ghosts, antighosts, ghosts-for-ghosts, etc, arises by allowing the string field to become an extended field that includes all ghost numbers.
- The master action is the classical action with the extended string field.
- The Feynman rules correctly generate moduli spaces of surfaces with boundaries and thus all amplitudes with external (off-shell) open strings. The amplitudes have closed string poles
- The master action solves the classical master equation

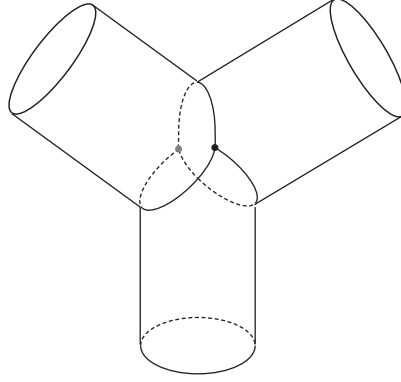
$$\{S, S\} = 0,$$

but does not appear to solve the quantum master equation

$$\{S, S\} + \hbar \Delta S = 0,$$

because ΔS is plagued with divergences and does not vanish (Thorn (1989)). This is a complication!

The **bosonic closed string field theory** took longer to formulate, basically due to the intricate structure of the moduli space of Riemann surfaces without boundaries. The classical closed string theory required the nonpolynomial “polyhedral” setup of Saadi and Zwiebach (1992), Kugo, Kunitomo, and Suehiro (1992). The string interactions can be visualized by gluing closed string tubes on the faces of a polyhedron, with the various strings overlapping across the edges, as shown for the cubic interaction below,



Closed string field theory, just like Einstein's gravity, is a nonpolynomial theory. Its action is written as

$$S(\Psi) = -\frac{1}{g_c^2} \left(\frac{1}{2} \langle \Psi, Q_c \Psi \rangle + \frac{1}{3!} \langle \Psi, [\Psi, \Psi] \rangle + \frac{1}{4!} \langle \Psi, [\Psi, \Psi, \Psi] \rangle + \dots \right).$$

Q_c is the closed string BRST operator. The string field must satisfy

$$(b_0 - \bar{b}_0)\Psi = 0, \quad (L_0 - \bar{L}_0)\Psi = 0.$$

$[A, B]$ denotes the product, which is graded commutative

$$[A, B] = (-1)^{AB} [B, A].$$

It satisfies the derivation property,

$$Q_c[A, B] = -[Q_c A, B] - (-1)^A [A, Q_c B],$$

but it does not satisfy a Jacobi identity:

$$[A, [B, C]] \pm (\text{cyclic}) \neq 0.$$

This failure requires (for gauge invariance) a new higher product $[A, B, C]$ associated with a quartic interaction. The failure of this product to be a Q_c derivation must equal the failure of the Jacobi identity. Roughly,

$$Q_c[A, B, C] \pm [Q_c A, B, C] \pm [A, Q_c B, C] \pm [A, B, Q_c C] = [A, [B, C]] \pm (\text{cyclic}).$$

Higher point interactions are associated with polyhedra with larger number of faces, and polyhedra with all number of faces are needed to have a classical gauge invariant theory.

The quantum closed string field theory was obtained by recognizing that all classical closed string diagrams were solutions to a modular invariant minimal area problem, and by demanding

that the higher genus diagrams solve that same problem. An elementary vertex $\mathcal{V}_{g,n}$ can be isolated for each genus g and number of punctures n , as including those string diagrams that do not exhibit long tubes. The full “action” (Zwiebach (1993)) has quantum vertices $\mathcal{V}_{g,n}$

$$S_{\text{quantum}} = \sum_{g,n \geq 1} \langle \mathcal{V}_{g,n} | \Psi^n \rangle.$$

It was also realized that the string diagrams of open string field theory solve the analogous minimal area problem for Riemann surfaces with boundaries. Thus by the early 90’s nonpolynomial closed string field theory was seen to be the natural analog of cubic open string field theory.

The quantization of the theory can be carried out:

- The full required collection of ghosts, antighosts, ghosts-for-ghosts, etc, arises by allowing the string field to include all ghost numbers.
- The master action is the full classical plus quantum action with the extended string field.
- The Feynman rules correctly generate moduli spaces of genus zero and higher genus surfaces with punctures. Thus all amplitudes with external (off-shell) closed strings are consistently obtained.
- The master action solves *manifestly* the quantum master equation $\{S, S\} + \hbar \Delta S = 0$.

Closed string field theory is a conceptually perfect string field theory. It is hard to use, however.

For **open superstring field theory** there was an early proposal by Witten (1986), which was found to have complications associated to the insertion of picture changing operators at interaction point. Better versions were proposed by Arefeva, Medvedev, and Zubarev (1990), as well as Preitschopf, Thorn, Yost (1989). They use a NS field A of picture zero and a Ramond field Ψ of picture $-1/2$.

$$S = \frac{1}{2} \int Y_{-2} \left(\frac{1}{2} A * QA + \frac{1}{3} A * A * A \right) + \frac{1}{2} \int Y_{-1} \left(\Psi * Q\Psi + A * \Psi * \Psi \right).$$

This action did not receive much attention due to its complicated structure of picture changing operators.

Berkovits (1995) gave a Lorentz covariant formulation of the Neveu-Schwarz sector of open superstrings that avoided neatly these complications. The key idea was to work in the “large” Hilbert space of Friedan, Martinec and Shenker. Recall that the superghosts β, γ are fermionized into (ξ, η) and a scalar ϕ ,

$$\beta = \partial\xi e^{-\phi}, \quad \gamma = \eta e^{\phi}.$$

and thus the zero mode ξ_0 of ξ does not appear! If we include it, we need a new gauge invariance. In addition to the familiar $\delta\Phi = Q\Phi$ we will also take $\delta\Phi = \eta_0\Phi$. Here the string field has ghost number zero and picture number zero. The full action requires a nonlinear extension of these two symmetries. A useful combination, with X a derivation, is $A_X \equiv e^{-\Phi}(Xe^\Phi)$. The NS string field action takes the WZW form

$$S = -\frac{1}{2g^2} \int_0^1 dt \left\langle \partial_t(A_\eta A_Q) + A_t\{A_Q, A_\eta\} \right\rangle = -\frac{1}{g^2} \int_0^1 dt \langle (\eta A_t) A_Q \rangle.$$

The action features no picture changing operators. The gauge invariance requires no careful manipulation. For the Ramond sector there are Lorentz invariant and elegant field equations. No Lorentz invariant action known from which these equations follow. A reformulation of the R-sector with a Lorentz invariant action and a supplementary constraint on the string field was given by Michishita (2005).

In this EARLY PERIOD, in addition to providing the string actions, string field theory had several achievements:

- Suggested the fundamental role of the BRST operator in string theory. It gave a precise definition of the spectrum as BRST cohomology classes for open strings and BRST-semirelative cohomology classes for closed strings (all bosonic).
- Suggested a fundamental role for Batalin-Vilkovisky (BV) quantization. A Batalin-Vilkovisky algebra of moduli spaces of Riemann surfaces was discovered. These appreciations led to much study of BV geometry.
- Provided, via minimal area problems, a useful new parametrization of the moduli spaces of Riemann surfaces. This results in a manifestly Lorentz invariant and perturbatively unitary presentation of the string amplitudes.
- Background independence of string theory: two string theories formulated using two *nearby* conformal theories were shown to be the same theory expanded around different vacuum (Sen and Zwiebach (1994)).
- Dilaton theorem; a shift of the dilaton was shown to shift the string coupling in the string field action.

None of the above items refer to the use of string field theory to do non-perturbative string physics. Of course, doing such kind of physics was the main motivation for writing string field theory in the first place. By the middle 90's, with many exciting developments in understanding D-branes and dualities, it was widely assumed that string field theory was not a non-perturbative

definition of string theory. It was thought that the string field was only defined as a fluctuating perturbative field, and nontrivial solutions, such as D-branes, were far away from the domain of validity of string field theory. The string field, it was said, could not be expected to reach such nontrivial configurations. All these expectations were proved wrong at the turn of the century.

THE CURRENT PERIOD (1999-2012)

The key progress was motivated by the question of tachyon condensation. The bosonic D-brane is unstable and it carries no conserved charge. Its instability is reflected by the tachyon of the open string field theory describing the dynamics of this brane. For the open string field theory described before, the associated D-brane mass is: $M = 1/(2\pi^2 g_o^2)$

Tachyon Conjecture (Ashoke Sen (1999)) The stationary stable point of the tachyon potential represents a vacuum with no D-brane.

If this is so, the energy difference between the unstable and the stable vacua in the tachyon potential $V(T)$ must equal the D-brane energy:

$$V(T) = Mf(T), \quad f(0) = 0,$$

$f(T)$ must have a stationary point $T = T_c$, such that

$$f(T_c) = -1.$$

The tachyon conjecture was first tested in *level expansion* of the string field theory. The level of a field is its L_0 eigenvalue (up to an additive constant). The approximation truncates the interactions of the string fields in the action to those for which the **total** level is less than a given fixed constant L . Then one tries to estimate the $L \rightarrow \infty$ limit of the observable.

The excellent results obtained by this method has made it the gold standard. But it should be pointed out that there is no explanation or proof for its apparent convergence. Level expansion was devised by Kostelecky and Samuel (1989), who themselves calculated much about the open string tachyon potential and claimed the existence of a critical point before D-branes were known.

The tachyon conjecture was tested in OSFT by Sen and Zwiebach (1999). The test was extended to very high level by Moeller and Taylor (2000) It was also learned that the tachyon potential is universal: A single tachyon potential describes all bosonic D-branes regardless of their dimensionality, how they are curled up, the compactification, etc. Similarly, a single tachyon potential describes all superstring D-brane anti-D-brane pairs.

Additional numerical work on level expansion studied the following issues

- Absence of physical states at the tachyon vacuum.

- Tachyon vacuum for D-brane and anti-D-brane pairs in superstring field theory. Good results for Berkovits action, less good results for modified superstring field theories.
- Lower dimensional D-branes as solitonic tachyon configurations. Sen had conjectured that the tachyonic lump solution $T(x)$ with $T(\pm\infty) = T_c$ represents a codimension one D-brane. A D-brane is nothing but a tachyon soliton! For the superstring it is a topologically stable tachyon kink!

The discovery by Schnabl (2005) of the **Schnabl's solution** was a breakthrough, as it provided the first analytic solution of string field theory. This solution is in the (Schnabl) gauge

$$\mathcal{B}_0\Psi = 0,$$

where \mathcal{B}_0 is the antighost zero mode in the sliver conformal frame

$$z = f_S(\xi) = \frac{2}{\pi} \arctan \xi .$$

More explicitly,

$$\mathcal{B}_0 \equiv \oint \frac{dz}{2\pi i} z b(z) = b_0 + \frac{2}{3} b_2 - \frac{2}{15} b_4 + \dots .$$

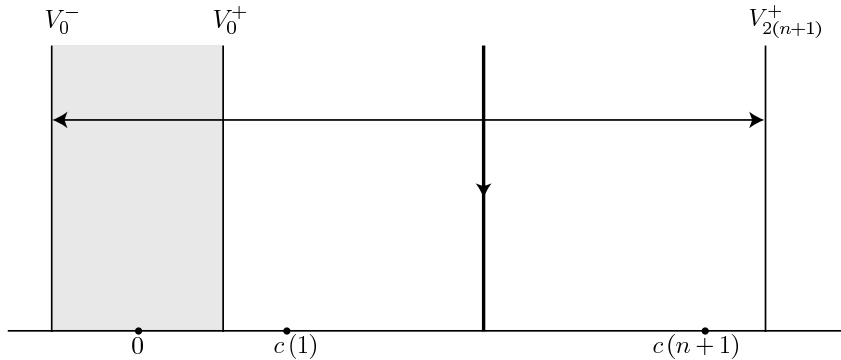
The Schnabl's solution Ψ is constructed as

$$\Psi = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[-\psi_N + \sum_{n=0}^N \psi'_n \right] .$$

where

$$\psi'_\alpha \equiv \frac{d\psi_\alpha}{d\alpha}, \quad \alpha \geq 0,$$

and ψ_α , with $\alpha \geq 0$, is a wedge state $W_{\alpha+1}$ with suitable operator insertions.



A simple description by Okawa (2006) using the CFT formulation of OSFT defines the state ψ_n by its overlap with test Fock space states ϕ :

$$\langle \phi, \psi_n \rangle = \left\langle f_S \circ \phi(0) c(1) \int_{-V_\alpha^+} \frac{dz}{2\pi i} b(z) c(n+1) \right\rangle_{\mathcal{W}_{n+1}} .$$

A large number of developments were associated with the Schnabl solution:

- The discovery and understanding of star algebra projectors.
- New analytic solutions for marginal deformations (Rastelli, Okawa, Kiermaier and Zwiebach (2008), Schnabl (2007), Fuchs, Kroyter, and Potting (2007)). These include the physical rolling tachyon solution. The solutions were extended to Berkovits' open SFT.
- A general study of perturbation theory in linear b-gauges. Novel structure of propagators (Kiermaier, Sen, Zwiebach (2008))
- Perturbative amplitudes in Schnabl gauge (Kiermaier and Zwiebach (2008)). An extraordinary simplification of the quantum string diagrams. The construction of the closed-string boundary state using open string field theory solutions (Kiermaier, Okawa, Zwiebach (2008)).
- Simplification of the tachyon vacuum solutions (Erler and Schnabl (2009)).

In this period there were also some important advances in **fundamental string field theory**. That is, some progress in the basic issues of writing missing string field theories and developing their quantization:

- NS Heterotic String Field Theory (Berkovits, Okawa, Zwiebach (2004))

$$S = \frac{2}{\alpha'} \int_0^1 dt \langle (\eta \Psi_t) \Psi_Q \rangle = \frac{2}{\alpha'} \left(\frac{1}{2} \langle \eta V, QV \rangle + \frac{\kappa}{3!} \langle \eta V, [V, QV] \rangle + \dots \right) .$$

- Vacuum string field theory (Rastelli, Sen, and Zwiebach (2001, Okawa (2002)) A conjectural string field theory that aims to describe physics around the tachyon vacuum.
- Open superstring quantization – Arefeva *et.al.* version. Progress especially in the Ramond sector (Kohriki, Kishimoto, Kugo, Kunitomo, Murata (2011)) NS sector harder.
- Open superstring quantization – WZW version Progress towards the BV quantization. Partial construction (Berkovits, Kroyter, Okawa, Schnabl, Torii, Zwiebach (2012)).

FUTURE DIRECTIONS AND CHALLENGES

A major challenge is the fact that there are no (natural) formulations for a set of string field theories.

The missing string field theories are:

- The R sector of Heterotic strings.
- NS- NS sector of type II strings.
- NS- R sector of type II strings.
- RR sector of type II strings.

We had to learn much to formulate each of the presently known string field theories. Much will be learned to find relatively natural versions of the above (even if we do not presently have the ability to calculate with them!). The present lack of type II closed superstring field theory is probably just a reflection of our incomplete understanding of superstring perturbation theory. Even BRST cohomology has not yet been defined properly in the RR- sector.

The missing string analytic solutions:

- Multibrane solutions: finding the solution that represents multiple branes starting on a background with just one brane. Work in progress by Murata and Schnabl (2011). High possible impact.
- Tachyon vacuum in superstring field theory.
- Lump solutions (see work by Bonora, et.al. (2011))

For open string theory, the correct physics of tachyons was anticipated from CFT and OSFT benefitted from it, providing a clean cut proof of the tachyon conjectures. The physics of bulk closed string tachyons remains mysterious. Their condensation presumably destroys spacetime or may produce non-critical string theories. Closed string field theory could help find the correct physics. No analytic tools presently exist that apply to closed strings. This is a difficult challenge for SFT practitioners!

Many other aspects of string theory (AdS/CFT, holography, F-theory, Matrix theory...) could help develop SFT but the question most likely to determine the future of SFT is the question of **background independence**.

This issue arises because all string field theories can only be written after choosing what amounts to a *classical solutions*, namely CFT's with $c = 0$. We then use the appropriate BRST operator Q and the state space of the CFT to formulate the SFT. Even at the early stage of SFT, one could prove that SFT's formulated on nearby CFT's related by infinitesimal marginal deformation are the same theory.

If the theory on a given background contains solutions that describe all other possible backgrounds the theory is physically background independent (if not manifestly so). Thus the existence of the tachyon vacuum solution was crucial, and so is the existence of multibrane solutions.

We need manifest background independence.

In summary, we can speak of three periods for string field theory. The first one associated with light-cone string field theory. The second associated with Lorentz covariant string field theory, and a third, future one, associated with manifestly background independent string field theory:

Stage 1: Light-cone string field theory.

Stage 2: Lorentz covariant string field theory.

Stage 3: Background independent string field theory.

We are probably more than half-way through stage 2. If stage 2 is fully completed, SFT will remain an important tool in our understanding of string theory. String field theory – after stage 3 – may look quite different from present-day formulations. When stage 3 is realized, SFT will have the right to be **the** formulation of string theory.

References

- [1] M. Kaku and K. Kikkawa, Phys. Rev. D **10**, 1110 (1974). Phys. Rev. D **10**, 1823 (1974).
- [2] W. Siegel, Phys. Lett. B **142**, 276 (1984). Phys. Lett. B **149**, 157 (1984) [Phys. Lett. B **151**, 391 (1985)].
- [3] M. Kato and K. Ogawa, Nucl. Phys. B **212**, 443 (1983).
- [4] W. Siegel and B. Zwiebach, Nucl. Phys. B **263**, 105 (1986).
- [5] T. Banks and M. E. Peskin, Nucl. Phys. B **264**, 513 (1986).
- [6] E. Witten, Nucl. Phys. B **268**, 253 (1986).
- [7] C. B. Thorn, Phys. Rept. **175**, 1 (1989).

- [8] M. Saadi and B. Zwiebach, *Annals Phys.* **192**, 213 (1989).
- [9] T. Kugo and K. Suehiro, *Nucl. Phys. B* **337**, 434 (1990). T. Kugo, H. Kunitomo and K. Suehiro *Phys. Lett. B* **226**, 48 (1989).
- [10] B. Zwiebach, *Nucl. Phys. B* **390**, 33 (1993) [hep-th/9206084].
- [11] E. Witten, *Nucl. Phys. B* **276**, 291 (1986).
- [12] I. Y. Arefeva, P. B. Medvedev and A. P. Zubarev, *Nucl. Phys. B* **341**, 464 (1990).
- [13] C. R. Preitschopf, C. B. Thorn and S. A. Yost, *Nucl. Phys. B* **337**, 363 (1990).
- [14] N. Berkovits, *Nucl. Phys. B* **450**, 90 (1995) [Erratum-ibid. *B* **459**, 439 (1996)] [hep-th/9503099].
- [15] Y. Michishita, *JHEP* **0501**, 012 (2005) [hep-th/0412215].
- [16] A. Sen and B. Zwiebach, *JHEP* **0010**, 009 (2000) [hep-th/0007153].
- [17] N. Moeller, A. Sen and B. Zwiebach, *JHEP* **0008**, 039 (2000) [hep-th/0005036].
- [18] N. Berkovits, A. Sen and B. Zwiebach, *Nucl. Phys. B* **587**, 147 (2000) [hep-th/0002211].
- [19] A. Sen, *JHEP* **9912**, 027 (1999) [hep-th/9911116].
- [20] A. Sen and B. Zwiebach, *JHEP* **0003**, 002 (2000) [hep-th/9912249].
- [21] V. A. Kostelecky and S. Samuel, *Nucl. Phys. B* **336**, 263 (1990).
- [22] N. Moeller and W. Taylor, *Nucl. Phys. B* **583**, 105 (2000) [hep-th/0002237].
- [23] A. Sen and B. Zwiebach, *Nucl. Phys. B* **414**, 649 (1994) [hep-th/9307088]. *Nucl. Phys. B* **423**, 580 (1994) [hep-th/9311009].
- [24] M. Schnabl, *Adv. Theor. Math. Phys.* **10**, 433 (2006) [hep-th/0511286].
- [25] Y. Okawa, *JHEP* **0604**, 055 (2006) [hep-th/0603159].
- [26] M. Kiermaier, Y. Okawa, L. Rastelli and B. Zwiebach, *JHEP* **0801**, 028 (2008) [hep-th/0701249 [HEP-TH]].
- [27] M. Schnabl, *Phys. Lett. B* **654**, 194 (2007) [hep-th/0701248 [HEP-TH]].
- [28] E. Fuchs, M. Kroyter and R. Potting, *JHEP* **0709**, 101 (2007) [arXiv:0704.2222 [hep-th]].

- [29] M. Kiermaier, A. Sen and B. Zwiebach, JHEP **0803**, 050 (2008) [arXiv:0712.0627 [hep-th]].
- [30] M. Kiermaier and B. Zwiebach, JHEP **0807**, 063 (2008) [arXiv:0805.3701 [hep-th]].
- [31] M. Kiermaier, Y. Okawa and B. Zwiebach, arXiv:0810.1737 [hep-th].
- [32] T. Erler and M. Schnabl, JHEP **0910**, 066 (2009) [arXiv:0906.0979 [hep-th]].
- [33] N. Berkovits, Y. Okawa and B. Zwiebach, JHEP **0411**, 038 (2004) [hep-th/0409018].
- [34] L. Rastelli, A. Sen and B. Zwiebach, hep-th/0106010.
- [35] Y. Okawa, JHEP **0207**, 003 (2002) [hep-th/0204012].
- [36] M. Kohriki, T. Kugo and H. Kunitomo, Prog. Theor. Phys. **127**, 243 (2012) [arXiv:1111.4912 [hep-th]]. M. Kohriki, I. Kishimoto, T. Kugo, H. Kunitomo and M. Murata, Prog. Theor. Phys. Suppl. **188**, 263 (2011).
- [37] M. Kroyter, Y. Okawa, M. Schnabl, S. Torii and B. Zwiebach, arXiv:1201.1761 [hep-th].
- [38] M. Murata and M. Schnabl, arXiv:1112.0591 [hep-th].
- [39] L. Bonora, S. Giaccari and D. D. Tolla, JHEP **1108**, 158 (2011) [arXiv:1105.5926 [hep-th]].

BPS 状態の数え上げと壁越え現象

大阪大学 山口哲

E-mail: yamaguch (at) het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

弦理論を4次元にコンパクト化したときの、粒子のスペクトラムが（ソリトンや結合状態を含めて）どうなっているかという問題は、重要な問題ではあるが、一般には非常に難しい問題である。近年、4次元 $\mathcal{N}=2$ 超対称性をもつコンパクト化における BPS 状態に関して発展があり、スペクトラムを計算する手法が発達してきている。このスペクトラムにはモジュライ（スカラー場の真空期待値）の依存性があり、「壁越え現象」と呼ばれている。ここでは壁越え現象を含めた BPS スペクトラムについてのレビューを行う。また、Conifold 上の D4-D2-D0 結合状態の数え上げに関して、壁越えを含めて BPS 状態の分配関数を完全に求めた結果、および BPS 状態の数え上げと組み合わせ論的モデルについて説明する。

1 導入

ここでは、弦理論を4次元にコンパクト化したときに、

- 4次元でどのような粒子が現れるか
- それらの粒子の間の相互作用はどうなっているか。

という問題を取り上げたい。この問題は非常に重要な問題ではあるが、一般には難しい問題である。

例として IIA 型超弦理論を Calabi-Yau 多様体でコンパクト化した場合を考えてみる。この場合、4次元では $\mathcal{N}=2$ の超対称性があり、粒子のスペクトラムはこの超対称性の表現（多重項）に分解される。今の場合、質量のない場については、比較的よく分かっており、その数は次のようになっている。

- 1個の重力多重項（計量、2つの gravitino、graviphoton と呼ばれるベクトル場からなる）
- $h^{1,1}$ 個のベクトル多重項（ベクトル場、2つの Weyl spinor、複素スカラーからなる）
- $h^{2,1} + 1$ 個のハイパー多重項（2つの Weyl spinor、2つの複素スカラーからなる）

ここで、 $h^{p,q}$ は、Calabi-Yau 多様体の Hodge 数である。また、これらの質量のない場の間の相互作用を表す低エネルギー有効理論についてはベクトル多重項に関する部分については研究が進んでいる。

では、質量のある粒子についてはどうであろうか。質量のある粒子に関しては、その質量 M と central charge Z の間に次のような「BPS 不等式」が成り立つことが知られている。

$$M \geq |Z|. \quad (1)$$

ここで、Central charge とは $\mathcal{N} = 2$ の SUSY 代数に現れる charge の一つで、その値は電荷、磁荷を決めれば決まる複素数である。この不等式の等号を満たす場合、つまり $M = |Z|$ の状態は BPS 状態と呼ばれる。BPS 状態では、超対称性の表現が小さくなり、 $M > |Z|$ の場合に連続的に行きにくくなるため、BPS 状態の数を数えるという問題はアプローチが可能な問題である。本稿で取り上げる問題はこの「BPS 状態の数え上げ (BPS state counting)」の問題である。

超対称性の表現論的見地からは、この BPS 状態の数 (正確には後に述べるように指数) は連続パラメーターの変形で不変なように思える。もし、これが本当ならある計算しやすいパラメーター領域で数を求めれば、すべてのパラメーター領域で問題は解けたことになる。

しかし、この素朴な期待は成り立たず、ある種の連続パラメーター (ベクトル多重項の中の複素スカラー場の真空期待値) を変化させると、BPS 指数が変化することが起こる。この現象は「壁越え現象 (wall-crossing phenomena)」と呼ばれている。

近年この分野で発展があり、壁を越えた時に BPS 指数がどのように変化するかという公式が提案された [1, 2, 3]。これを用いると様々な Calabi-Yau 多様体で BPS 指数の計算をすることが可能となる。本稿では、この壁越え公式 (wall-crossing formula) についてレビューし、その応用として Conifold 上の D4-D2-D0 系の BPS 指数の計算 [4] について説明する。また、この指数を出すような統計模型 [5] についても触れる。

2 BPS 状態

これは 4次元の $\mathcal{N} = 2$ の超対称性の有質量表現を考える。このときこの粒子の静止系に移って考えると質量 M と複素数の central charge Z の間に

$$M \geq |Z| \quad (2)$$

の不等式が成り立つことが分かる。しかも等号が成り立つ場合と成り立たない場合で表現の次元が異なる。等号が成り立つ場合は表現は short multiplet、その状態は BPS 状態と呼ばれる。一方、等号が成り立たない場合は long multiplet、その状態は非 BPS 状態と呼ばれる。Long multiplet は short multiplet 4つ分の長さを持っている。

Short multiplet は、long multiplet と表現の次元が異なるので、理論の連続変形によって short multiplet が long multiplet に変化することはない。言い換えれば、BPS 状態が非 BPS 状態に変化することはない。しかし、この議論には抜け穴があって、理論の連続変形により、short multiplet 4つ分が一つの long multiplet になり、非 BPS 状態になるということはある。

このような変化を考慮したうえで、BPS 状態の「数」として比較的安定な指数を考えたい。Short multiplet から long multiplet を作る場合、Fermion 的な short multiplet 2つと boson 的な short multiplet 2つから作る。したがって例えばパラメータの連続変形で short multiplet が合わさって long multiplet になったとしても次の BPS 指数は変化しない。

$$\Omega(\gamma) := (\text{boson 的 short multiplet の数}) - (\text{fermion 的 short multiplet の数}) \quad (3)$$

ここで、 γ は状態の電荷と磁荷をまとめたものである。状態は γ を固定して、その電荷磁荷を持つもののみ数える。

この $\Omega(\gamma)$ を求めることが「BPS 状態の数え上げ」と呼ばれ、それが今回考えたい問題である。ここまでの議論から $\Omega(\gamma)$ は理論や真空の連続変形により変化しないように思われる。しかし実際には、ある種の連続変形により変化するのである。これが「壁越え現象」である。これについて次節で議論する。

3 壁越え現象

BPS 指数が変化するということを説明するために、ある電荷磁荷 γ を持つ粒子が、それぞれ γ_1, γ_2 の電荷磁荷を持つ BPS 粒子からなる結合状態であったとしよう。このとき $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ を満たすため、central charge も

$$Z(\gamma) = Z(\gamma_1) + Z(\gamma_2) \quad (4)$$

を満たす。BPS 条件を考えると結合エネルギーは

$$(\text{結合エネルギー}) = |Z(\gamma_1)| + |Z(\gamma_2)| - |Z(\gamma_1) + Z(\gamma_2)| \quad (5)$$

となる。これは三角不等式から正または 0 である。ここで問題となるのはこの結合エネルギーが 0 となる場合である。このとき、1 粒子状態から 2 粒子状態に「崩壊」することができる。つまり、状態が 1 粒子状態と 2 粒子状態を行き来することが出来て、1 粒子状態のみに注目した場合、状態の数が増えるということが起こり得るのである。これが「壁越え現象 (wall-crossing phenomena)」である。また、真空の moduli 空間の中で結合エネルギーが 0 となる部分、つまり central charge $Z(\gamma_1)$ と $Z(\gamma_2)$ の位相がそろった部分を「限界安定の壁 (wall of marginal stability)」と呼ぶ。

まとめると、壁越え現象とは真空の moduli を連続変形させていき限界安定の壁を越えた時に BPS 指数 $\Omega(\gamma)$ が変化する現象のことである。

さて、壁越え現象が起こった時、具体的に BPS 指数がどれだけ変化するのかを表すのが「壁越え公式」である。壁越え公式については、いろいろなバージョンのものがあるが、ここでは Denef と Moore によって [1] で最初に与えられた “semi-primitive wall-crossing formula” と呼ばれるものを紹介する。

γ_1 と γ_2 をそれぞれ primitive な電荷磁荷とする。ここで γ_1 が primitive とは、ある 2 以上の整数 n と別の電荷磁荷 γ_3 を用いて $\gamma_1 = n\gamma_3$ と書くことはできないということである。電荷磁荷 $\gamma_1 + n\gamma_2$ を持つ状態を考え、その分配関数を考える。 Q を形式的なパラメータとして、分配関数

$$Z(Q) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \Omega(\gamma_1 + n\gamma_2) Q^n \quad (6)$$

を考える。このような状態は $Z(\gamma_1)$ と $Z(\gamma_2)$ の位相がそろうところが限界安定の壁となり、それを越えると壁越え現象を引き起す。 $\arg Z(\gamma_1) > \arg Z(\gamma_2)$ と $\arg Z(\gamma_1) < \arg Z(\gamma_2)$ での分配関数をそれぞれ \mathcal{Z} , \mathcal{Z}' とするとこれらの間には、

$$\mathcal{Z}'(Q) = \mathcal{Z}(Q) \times \prod_{n=1}^{\infty} (1 + (-1)^{n\langle \gamma_2, \gamma_1 \rangle} Q^n)^{n\langle \gamma_2, \gamma_1 \rangle \Omega(n\gamma_2)} \quad (7)$$

という関係がある。ここから Ω がどう変化するかが読み取れる。

この semi-primitive wall-crossing formula は Kontsevich-Soibelman の壁越え公式 [2, 3] から導出できる。その意味で semi-primitive wall-crossing formula は Kontsevich-Soibelman の壁越え公式の特別な場合と言える。

4 Conifold 上の D4-D2-D0 系

これまで一般論を進めてきたが、ここでは、具体的な問題として Conifold 上の D4-D2-D0 系の BPS 状態の数を上げを問題にしたい。

Conifold とは非コンパクトな Calabi-Yau 多様体の一種であり、一つだけコンパクトな 2-cycle を持つ。この 2-cycle の大きさ、およびここを通る B 場の真空期待値が 1 つの複素数となり、Moduli パラメータを与える。

ここでは、非コンパクトな 4-cycle に巻きついた D4-brane 1 枚とコンパクトな 2-cycle に巻きついた何枚かの D2-brane、および何個かの D0-brane の結合状態を考える。これらの brane の central charge の値は、それぞれ次のような値にとる。

D0-brane	1
D2-brane	z
D4-brane	$\Lambda^2 e^{2\varphi}$

ここで、 z は先ほど述べた「2-cycle の大きさ」である。厳密には D0-brane の central charge を 1 としたときの D2-brane の central charge という定義になる。D4-brane の central charge に現れる Λ は、だいたいある非コンパクト 2-cycle の大きさであり、その値は無限にする極限をとる。一方位相因子の φ はこの非コンパクト 2-cycle にある B 場を考えたため現れたものである。このような位相因子は [6] により初めて導入された。

さて、このような状態の限界安定の壁を調べて z 平面上に表したものが図 1 である。このような構造になっているので、どこか一つの部屋で分配関数が決まれば他のすべての部屋の分配関数は壁越え公式を使って求めることができる。

我々の求めた分配関数の結果は次のとおりである。D0 charge を ℓ_0 、D2-charge を ℓ_2 、それぞれを数える形式的パラメータを u, v として、分配関数は

$$\mathcal{Z}(u, v) = \sum_{\ell_0, \ell_2} \Omega((D4) + \ell_2(D2) + \ell_0(D0)) u^{\ell_0} v^{\ell_2}. \quad (8)$$

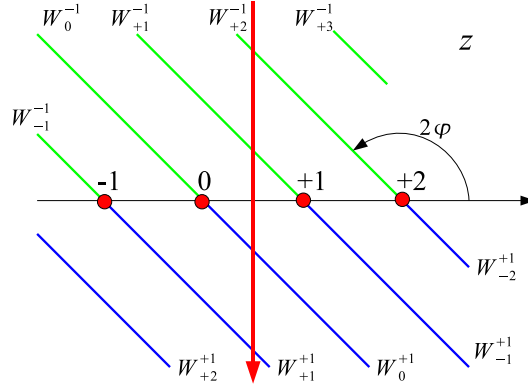


Figure 1: Conifold の D4-D2-D0 系の限界安定の壁の様子。

とする。図 1 の赤い線にそって Moduli を動いていく。 $z = -i\infty$ での分配関数を初期条件として与える。これは、D2 charge を持たないと考えられるので v によらない。実際、4 次元の Instanton の数え上げの考察から

$$\mathcal{Z}_{-\infty}(u, v) = \frac{1}{\prod_{r=1}^{\infty} (1 - u^r)} \quad (9)$$

とするのが適当である。このとき分配関数は W_n^- と W_{n+1}^- の間では、

$$\mathcal{Z}(u, v) = \frac{1}{\prod_{r=1}^{\infty} (1 - u^r)} \prod_{r=1}^n (1 - u^r v^{-1}) \prod_{r=0}^{\infty} (1 - u^r v), \quad (10)$$

となる。特に $\text{Im } z = 0$ では、

$$\mathcal{Z}(u, v) = \frac{1}{\prod_{r=1}^{\infty} (1 - u^r)} \prod_{r=0}^{\infty} (1 - u^r v), \quad (11)$$

である。一方 W_{n-1}^+ と W_n^+ の間では、

$$\mathcal{Z}(u, v) = \frac{1}{\prod_{r=1}^{\infty} (1 - u^r)} \prod_{r=n}^{\infty} (1 - u^r v). \quad (12)$$

となる。

このような BPS 状態の数え上げは、しばしば統計モデルと等価となり、時空の離散的な構造とから興味深い描像を与える。我々の結果も統計モデルとして解釈できる。特に式 (11) の分配関数を導きだす統計モデルを紹介する [5]。

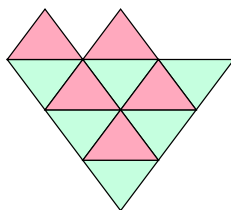


Figure 2: Triangular partition の例

これは Young 図の 4 角形を 3 角形にしたようなモデルで triangular partition と名付けられた。具体的には図 2 のような図形の数え上げである。

この統計モデルの分配関数を次のように定義する。まず、

$$a = (\text{上向き三角形の数}), \quad b = (\text{下向き三角形の数}). \quad (13)$$

と定義する。分配関数は x, y を形式的パラメータとして

$$Z_{tri}(x, y) := \sum_{\text{triangular partition}} x^a y^b \quad (14)$$

と定義する。すると、次の式が示せる。

$$Z_{tri}(x, y) = \frac{1}{\prod_{r=1}^{\infty} (1 - (xy)^r)} \prod_{r=0}^{\infty} (1 + (xy)^r y)., \quad (15)$$

つまり、 $u = xy$, $v = -y$ と同定すれば、(11) の分配関数を再現する。

References

- [1] F. Denef and G. W. Moore, “Split states, entropy enigmas, holes and halos,” arXiv:hep-th/0702146.
- [2] M. Kontsevich and Y. Soibelman, “Stability structures, motivic Donaldson-Thomas invariants and cluster transformations,” arXiv:0811.2435 [math.AG].
- [3] M. Kontsevich and Y. Soibelman, “Motivic Donaldson-Thomas invariants: summary of results,” arXiv:0910.4315 [math.AG].
- [4] T. Nishinaka and S. Yamaguchi, “Wall-crossing of D4-D2-D0 and flop of the conifold,” *JHEP* **09** (2010) 026, arXiv:1007.2731 [hep-th].

- [5] T. Nishinaka and S. Yamaguchi, “Statistical model and BPS D4-D2-D0 counting,”
arXiv:1102.2992 [hep-th].
- [6] D. L. Jafferis and G. W. Moore, “Wall crossing in local Calabi Yau manifolds,”
arXiv:0810.4909 [hep-th].

Exact Results in 3D Gauge Theories and M2-branes

京都大学基礎物理学研究所 細道和夫

E-mail: hosomiti@yukawa.kyoto-u.ac.jp

最近、局所化公式を用いて ABJM 模型をはじめ多数の M2-brane の系の模型の物理量が厳密に導かれている。この方面の最近の進展の中からいくつかのトピックを解説する。

1 序

M2-brane は M5-brane とともに、11 次元量子重力理論 = M-theory の基本的な力学的自由度である。11 次元超重力理論には計量、重力微子にくわえて 3 階反対称テンソルゲージ場が存在するが、M2-brane はこの電氣的源となる $2+1$ 次元物体である。

M2-brane は、何枚も重ねて配置されると AdS_4 の計量を生じるという性質があり、従ってこれを用いて AdS/CFT 対応の例を構成出来ると期待される。この動機に基づく 3 次元超共形場理論の研究は、2007 年から 2008 年にいわゆる BLG 模型 [1] や ABJM 模型 [2] などの高い超対称性をもった Chern-Simons-matter 理論が発見されたのを契機として始まった。以下ではこれらの理論の中でもっとも標準的な ABJM 模型をとり、最近の理論的進展を紹介することにする。

ABJM 模型 ABJM 模型は以下のオービフォルド $\mathbb{C}^4/\mathbb{Z}_k$ 上の N 枚の M2-brane の運動を記述する 3 次元 $\mathcal{N} = 6$ 超対称ゲージ理論である。

$$\mathbb{C}^4/\mathbb{Z}_k \equiv \{(z_1, z_2, z_3, z_4)\} / \{(z_\alpha) \sim (e^{\frac{2\pi i}{k}} z_\alpha)\}. \quad (1)$$

AdS/CFT 対応から、この模型は $AdS_4 \times (S^7/\mathbb{Z}_k)$ 上の 11 次元超重力理論と双対であると予想される。ここで S^7 を \mathbb{CP}^3 上の S^1 束と見なして、ファイバー S^1 を「M 理論の S^1 」と同定すると、オービフォルドはこの S^1 の半径を $1/k$ 倍にするので、 k を大きくすると M 理論から IIA 超弦理論の弱結合に向かう。

自由エネルギーとそのスケーリング則 ABJM 模型は $N \times N$ の行列を基本変数とする場の理論であるため、弱結合領域では理論の力学的自由度の数は $\mathcal{O}(N^2)$ のスケーリング則に従う。いっぽう AdS/CFT 対応を仮定すると、強結合領域における自由度の数は $\mathcal{O}(N^{3/2})$ のスケーリング則に従う。これをまず復習してみる。

理論の力学的自由度の数を計る物理量としては、自由エネルギー（分配関数の対数）を考える。ここではゲージ理論が強結合となり重力双対理論の古典近似が有効となるパラメータ領域をとり、古典重力理論の作用を AdS_4 背景の上で評価して自由エネルギーを求める。 AdS_4 に漸近する任意の古典的な計量

$$ds^2 = G_{\mu\nu} d\xi^\mu d\xi^\nu = \frac{L^2}{u^2} \left(du^2 + g_{ij}(u, x) dx^i dx^j \right) \quad (2)$$

に対して、Einstein-Hilbert 項と宇宙項、外曲率テンソルの対角和に比例する表面項（Gibbons-Hawking 項）の和から自由エネルギーを定めると、素朴には無限大となる。そこで作用の定義域を $u \geq \epsilon$ と正則化し、さらに発散の相殺項として境界上の誘導計量 γ_{ij} の適当な局所汎関数を加える。その結果、 S^3 を境界にもつ Euclid 版 AdS_4 においては自由エネルギーは以下ようになる。

$$S_{\text{cl}} = -\frac{1}{16\pi G_N} \int_{u \geq \epsilon} d^4 \xi \sqrt{G} (R(G) + 6L^{-2}) - \frac{1}{8\pi G_N} \int_{u=\epsilon} d^3 x \sqrt{\gamma} K + \frac{1}{16\pi G_N L} \int_{u=\epsilon} d^3 x \sqrt{\gamma} \{4 + 6R(\gamma)\} = \frac{\pi L^2}{2G_N}. \quad (3)$$

N 枚の M2-brane を表す 11 次元超重力理論の古典解は、地平線近傍では

$$ds^2 = L^2 \left(\frac{1}{4} ds(AdS_4)^2 + ds(S^7/\mathbb{Z}_k)^2 \right), \\ F_4 = \frac{3}{8} L^3 d\text{vol}(AdS_4), \quad *F_4 = 6L^6 d\text{vol}(S^7/\mathbb{Z}_k). \quad (4)$$

で与えられる。ただし brane の枚数 N とサイズ L は以下の関係にある。

$$16\pi G_{11} = \frac{1}{2\pi} (2\pi\ell_p)^9, \quad (2\pi\ell_p)^6 N = 6L^6 \text{Vol}(S^7/\mathbb{Z}_k).$$

この解を 4 次元に次元削減して公式 (3) を用いると、 N 枚の M2-brane の系の自由エネルギーは以下のように求まる。

$$F \simeq \frac{\sqrt{2}\pi}{3} k^{\frac{1}{2}} N^{\frac{3}{2}}. \quad (5)$$

自由エネルギーの $\mathcal{O}(N^{3/2})$ スケーリング則をゲージ理論で再現するには強結合領域の解析が必要になり、難しい問題と考えられてきた。ところが球面上の分配関数の厳密解析に関する最近の進展によって、Drukker ら [4] によってこの問題が解かれた。以下ではこの著しい結果を解説する。

2 ABJM 模型のおさらい

IIB brane 構成 まず [2] に従い、type IIB 超弦理論の brane の配位から出発して N 枚の M2-brane の系に到る道筋を思い出そう。10 次元平坦時空をとり x_6 を周期 $2\pi R$ にコンパクト化して、 N 枚の D3-brane (0126) を巻きつける。記法 (0126) は brane が x_0, x_1, x_2, x_6 軸の方向に伸びているという意味であり、以下でも用いる。次いで $x_6 = 0$ および πR に各 1 枚ずつ NS5-brane(012345) をおき、D3-brane と図 1 左のように交差する状況を考える。

さらに 1 枚の NS5-brane を k 枚の D5-brane (012349) と結合させて $(1, k)5$ -brane とし、これを (x_3, x_7) 平面および (x_4, x_8) 平面を回転面とする方向にもそれぞれ傾け、結果 3 次元 $\mathcal{N} = 3$ の超対称性を保つようにする (図 1 右)。最後に低エネルギー極限 $R \rightarrow 0$ をとり M-theory 双対に移ると、2 種類の KK モノポールの交差する背景 $\simeq \mathbb{C}^4/\mathbb{Z}_k$ にある N 枚の M2-brane を得る。

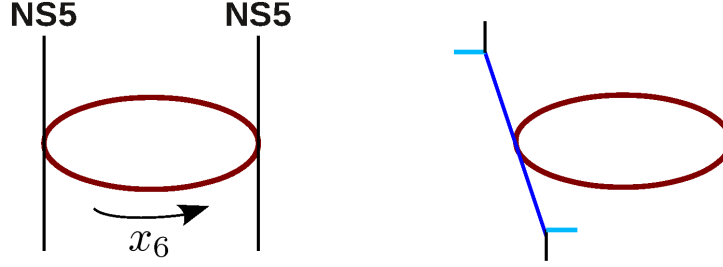


Figure 1: type IIB brane 構成を用いた ABJM 模型の導出。

超空間を用いた記述 後の節での便利のために、ABJM 模型のラグランジアンを 3次元 $\mathcal{N} = 2$ の超場形式を用いて書いておく。この形式は 4次元の $\mathcal{N} = 1$ 超場形式の次元削減であり、物質多重項はカイラル超場（記号 X, Y, Φ など）、ゲージ多重項は実超場（ V, \tilde{V} など）で表される。3次元 $\mathcal{N} = 4$ 超対称な理論の超対称多重項にはベクトル多重項、ハイパー多重項があり、前者は実超場とカイラル超場の対 (V, Φ) 、後者はゲージ群の互いに複素共役な表現に属する 1 対のカイラル超場 (X, Y) で表される。

前の段落では type IIB 超弦理論の D3-NS5brane の系から出発した。この系の D3-brane の世界体積上には 3次元 $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論が実現されている。NS5-brane に仕切られた 2つの区間にある N 枚の D3-brane は $U(N) \times U(N)$ をゲージ群とする $\mathcal{N} = 4$ ベクトル多重項 (V, Φ) , $(\tilde{V}, \tilde{\Phi})$ を生じ、NS5-brane をまたいで 2つの区間の D3-brane をつなぐ開いた弦から $U(N) \times U(N)$ の双基本表現に属するハイパー多重項 (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) が現れる。この系のラグランジアンは超場形式で

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathcal{N}=4} = & - \int d^4\theta \text{Tr} \left(\bar{X}_a e^{2V} X_a e^{-2\tilde{V}} + \bar{Y}_a e^{2\tilde{V}} Y_a e^{-2V} \right) \\ & - \sqrt{2} \int d^2\theta \text{Tr} \left(Y_a \Phi X_a + X_a \tilde{\Phi} Y_a \right) + \text{h.c.} \\ & + \frac{1}{g_{\text{YM}}^2} \mathcal{L}_{\text{YM4}}[V, \Phi] + \frac{1}{g_{\text{YM}}^2} \mathcal{L}_{\text{YM4}}[\tilde{V}, \tilde{\Phi}], \end{aligned} \quad (6)$$

と書ける。ただし $\mathcal{L}_{\text{YM4}}[V, \Phi]$ は $\mathcal{N} = 4$ 超対称 Yang-Mills (YM) 理論のラグランジアンである。

$$\mathcal{L}_{\text{YM4}}[V, \Phi] = \frac{1}{4} \int d^2\theta \text{Tr} (W^\alpha W_\alpha) + \text{h.c.} - \int d^4\theta \text{Tr} (\bar{\Phi} e^{2V} \Phi e^{-2V}). \quad (7)$$

次に一方の NS5-brane に k 単位の D5-brane 電荷を与え $\mathcal{N} = 3$ 超対称性を保つよう傾けた。この操作は $\mathcal{N} = 3$ 超対称性を保つ Chern-Simons (CS) 項を係数 k で作用に加える操作に相当する。

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathcal{N}=4} + k \mathcal{L}_{\text{CS3}}[V, \Phi] - k \mathcal{L}_{\text{CS3}}[\tilde{V}, \tilde{\Phi}]. \quad (8)$$

ここで $\mathcal{L}_{\text{CS3}}[V, \Phi]$ は実超場 V の $\mathcal{N} = 2$ CS 項と Φ の 2 次の superpotential 項からなる。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{CS3}}[V, \Phi] &= \mathcal{L}_{\text{CS2}}[V] - \frac{i}{4\pi} \int d^2\theta \text{Tr} \Phi^2 + \text{h.c.}, \\ \mathcal{L}_{\text{CS2}}[V] &= \frac{1}{4\pi} \text{Tr} \left[\varepsilon^{mnp} (A_m \partial_n A_p - \frac{2i}{3} A_m A_n A_p) + 2\sigma D - 2i\bar{\lambda}\lambda \right].\end{aligned}\quad (9)$$

この作用の低エネルギー極限は質量次元をもつ YM 結合定数を無限大にとって得られるとすると、 \mathcal{L}_{YM4} 項は消滅してカイラル超場 $\Phi, \tilde{\Phi}$ は補助場となる。これを積分除外して、最終的に $\mathcal{N} = 2$ 超場形式で書かれた ABJM 模型の作用を得る。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{ABJM}} &= k\mathcal{L}_{\text{CS2}}[V] - k\mathcal{L}_{\text{CS2}}[\tilde{V}] - \int d^4\theta \text{Tr} \left(\bar{X}_a e^{2V} X_a e^{-2\tilde{V}} + \bar{Y}_a e^{2\tilde{V}} Y_a e^{-2V} \right) \\ &\quad - \frac{2\pi i}{k} \int d^2\theta \varepsilon^{ab} \varepsilon^{cd} \text{Tr} (X_a Y_c X_b Y_d) + \text{h.c.}\end{aligned}\quad (10)$$

ABJ 模型 今までは x_6 方向に巻きついた N 枚の D3-brane が 5-brane によって 2 つの区間に分けられる状況を議論してきた。この拡張として、2 つの区間にある D3-brane の数が異なる場合を考えると、 $U(N+n)_k \times U(N)_{-k}$ CS ゲージ場と双基本表現の物質場からなる理論が得られる。これは ABJ 模型 [3] と呼ばれ、 $\mathbb{C}^4/\mathbb{Z}_k$ を運動する N 枚の M2-brane に加えてオービフォルド固定点に n 枚の fractional M2-brane が束縛された系の理論と同定されている。

3 3-球面上の理論の厳密解析

Euclid 化された 3 次元超対称ゲージ理論の 3-球面上の分配関数は、局所化原理を適用すると行列積分に帰着できることが Kapustin らによって示された [5]。この手法はのちに Jafferis [6] および Hama ら [7] によって拡張され、任意の 3 次元 $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論に適用できる公式が確立した。球面上の理論の解析および局所化原理を適用するというアイデアは、Pestun による 4 次元 $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論の解析と同じである。次元が 1 低くインスタントンの寄与もないため、3 次元での計算は 4 次元に比べてはるかに簡単になる。ここではその厳密公式の導出を解説する。

Killing スピノル 3-球面に限らず一般に曲がった空間の上に大域的超対称な理論を定義できるためには、その空間の上で次の Killing スピノル方程式が解を持つことが必要である。

$$D_m \varepsilon \equiv \left(\partial_m + \frac{1}{4} \omega_m^{ab} \gamma^{ab} \right) \varepsilon = \gamma_m \tilde{\varepsilon} \quad \text{for some } \tilde{\varepsilon}.\quad (11)$$

半径 ℓ の丸い球面上には、

$$D_m \varepsilon = \pm \frac{i}{2\ell} \gamma_m \varepsilon\quad (12)$$

なる Killing スピノルが、正負の符号それぞれに対し 2 個ずつ、合計 4 つ存在する。これを用いて 3-球面上の超対称な場の理論を構成する。

Killing spinor 方程式は $S^2 \times \mathbb{R}$ 上でも解を持ち、これを用いて 3次元の超共形指数を与える経路積分を定義し、局所化原理を適用して解析することができる。この方法は Kim[8] によって ABJM 模型に適用され、より一般のゲージ理論への応用が Imamura ら [9] により与えられている。

3-球面上の超対称ゲージ理論 曲がった空間上に超対称な場の理論を構成するには、まず平坦空間上の理論を一般座標共変に書き直す。次いで球面上での SUSY 変換則が閉じた対称性代数をなすよう、またラグランジアンが不変であるよう、作用と変換則を $\mathcal{O}(\ell^{-1}), \mathcal{O}(\ell^{-2})$ の項で修正して行く。このようにして球面上の 3次元 $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論を求めると、ベクトル場 A_m 、実スカラー場 σ 、フェルミオン $\lambda, \bar{\lambda}$ 、補助場 D からなるベクトル多重項の変換則は以下のとおり、

$$\begin{aligned}\delta A_m &= -\frac{i}{2}(\bar{\epsilon}\gamma_m\lambda - \bar{\lambda}\gamma_m\epsilon), \\ \delta\sigma &= \frac{1}{2}(\bar{\epsilon}\lambda - \bar{\lambda}\epsilon), \\ \delta\lambda &= \frac{1}{2}\gamma^{mn}\epsilon F_{mn} - D\epsilon + i\gamma^m\epsilon D_m\sigma + \frac{2i}{3}\sigma\gamma^m D_m\epsilon, \\ \delta\bar{\lambda} &= \frac{1}{2}\gamma^{mn}\bar{\epsilon}F_{mn} + D\bar{\epsilon} - i\gamma^m\bar{\epsilon}D_m\sigma - \frac{2i}{3}\sigma\gamma^m D_m\bar{\epsilon}, \\ \delta D &= -\frac{i}{2}\bar{\epsilon}\gamma^m D_m\lambda - \frac{i}{2}D_m\bar{\lambda}\gamma^m\epsilon + \frac{i}{2}[\bar{\epsilon}\lambda, \sigma] + \frac{i}{2}[\bar{\lambda}\epsilon, \sigma] - \frac{i}{6}(D_m\bar{\epsilon}\gamma^m\lambda + \bar{\lambda}\gamma^m D_m\epsilon),\end{aligned}\quad (13)$$

複素スカラー ϕ 、フェルミオン ψ 、補助場 F からなる、ゲージ場に結合した R 電荷 q のカイラル多重項の変換則は以下ようになる。

$$\begin{aligned}\delta\phi &= \bar{\epsilon}\psi, \\ \delta\psi &= i\gamma^m\epsilon D_m\phi + i\epsilon\sigma\phi + \frac{2qi}{3}\gamma^m D_m\epsilon\phi + \bar{\epsilon}F, \\ \delta F &= \epsilon(i\gamma^m D_m\psi - i\sigma\psi - i\lambda\phi) + \frac{i}{3}(2q-1)D_m\epsilon\gamma^m\psi.\end{aligned}\quad (14)$$

ここで D_m は一般共変およびゲージ共変な共変微分である。このもとで不変なラグランジアンは CS 項 \mathcal{L}_{CS} 、YM 項 \mathcal{L}_{YM} および物質場の運動項 \mathcal{L}_{mat} などがある。

$$\mathcal{L}_{\text{CS}} = \text{Tr}\left[\frac{1}{\sqrt{g}}\varepsilon^{mnp}(A_m\partial_n A_p - \frac{2i}{3}A_m A_n A_p) - \bar{\lambda}\lambda + 2D\sigma\right],\quad (15)$$

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = \text{Tr}\left[\frac{1}{4}F_{mn}F^{mn} + \frac{1}{2}D_m\sigma D^m\sigma + \frac{1}{2}(D + \frac{\sigma}{\ell})^2 + \frac{i}{2}\bar{\lambda}\gamma^m D_m\lambda + \frac{i}{2}\bar{\lambda}[\sigma, \lambda] - \frac{1}{4\ell}\bar{\lambda}\lambda\right],\quad (16)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{mat}} &= D_m\bar{\phi}D^m\phi + \bar{\phi}\sigma^2\phi + \frac{i(2q-1)}{\ell}\bar{\phi}\sigma\phi + \frac{q(2-q)}{\ell^2}\bar{\phi}\phi + i\bar{\phi}D\phi + \bar{F}F \\ &\quad - i\bar{\psi}\gamma^m D_m\psi + i\bar{\psi}\sigma\psi - \frac{(2q-1)}{2\ell}\bar{\psi}\psi + i\bar{\psi}\lambda\phi - i\bar{\phi}\bar{\lambda}\psi.\end{aligned}\quad (17)$$

その他の SUSY 不変量については [7] などを参照のこと。

\mathcal{L}_{YM} および $q \neq 1/2$ の場合の \mathcal{L}_{mat} は、 $D_m\epsilon = +\frac{i}{2\ell}\gamma_m\epsilon$ に従う SUSY 変換でのみ不変である。これは超対称であるが超共形でない理論を球面に載せたことによる。また、 $\mathcal{L}_{\text{YM}}, \mathcal{L}_{\text{mat}}$ はどのよ

うな SUSY を選んでも、そのもとで完全であることが示せる。実際 $\epsilon, \bar{\epsilon}$ を Grassmann 偶な任意の Killing スピノルの対とすると、以下が示せる。

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon}\epsilon \cdot \mathcal{L}_{\text{mat}} &= \delta_{\bar{\epsilon}}\delta_{\epsilon} \left(\bar{\psi}\psi - 2i\bar{\phi}\sigma\phi + \frac{2(q-1)}{\ell}\bar{\phi}\phi \right), \\ \bar{\epsilon}\epsilon \cdot \mathcal{L}_{\text{YM}} &= \delta_{\bar{\epsilon}}\delta_{\epsilon} \text{Tr} \left(\frac{1}{2}\bar{\lambda}\lambda - 2D\sigma \right).\end{aligned}\tag{18}$$

局所化原理 上の作用で定義される球面上の理論の経路積分によって分配関数を定義する。この経路積分は局所化原理を用いると有限次元積分に帰着することが示せる。

一般に超対称性のある経路積分においては、非零の積分値は「鞍点」つまり理論の全てのフェルミオンの SUSY 変分が零になるような、ボソンの配位に局所化する。球面上の $\mathcal{N} = 2$ ゲージ理論の経路積分にこれを適用すると、 \mathcal{L}_{YM} は（何らかのフェルミオンの SUSY 変分と書けるので）鞍点上では零である。従って鞍点上では

$$F_{mn} = D_m\sigma = D + \frac{\sigma}{\ell} = 0\tag{19}$$

である。ゲージ対称性を用いて鞍点上では $A_m = 0$, $D = -\sigma/\ell$ かつ σ は定数となり、この σ の定数値が鞍点のラベルとなる。同様の考察を物質場についても行うと、鞍点上で $\phi = F = 0$ が示せる。

鞍点多様体に垂直な方向のモード（直交モード）の積分を安全に正則化するために、分配関数の値を変えない理論の変形 $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} + t_1\mathcal{L}_{\text{YM}} + t_2\mathcal{L}_{\text{mat}}$ を行う。 \mathcal{L}_{YM} , \mathcal{L}_{mat} の完全性から分配関数の値は t_1, t_2 の値によらない。そこで t_1, t_2 を大きくとると、 \mathcal{L}_{YM} , \mathcal{L}_{mat} を直交モードの 2 次までで近似した Gauss 積分が厳密となり、積分値は対応する波動演算子の行列式（1-ループ行列式）で与えられる。また 3 次以上の superpotential は鞍点近似に影響し得ないので、分配関数は superpotential の関数形には依存しない。

分配関数の行列積分公式 まとめると、分配関数は Lie 代数値の変数 σ に関する以下のような積分に帰着する。

$$Z = \int [d\sigma] \exp(-S_{\text{cl}}) \times \left(\frac{\det \Delta_{\text{fermions}}}{\det \Delta_{\text{bosons}}} \right),\tag{20}$$

S_{cl} は理論の元々の作用の鞍点上での値で、例えばレベル k の CS 項は鞍点上で $-S_{\text{cl}} = i\pi k(l\sigma)^2$ の寄与をする。積分測度と 1-ループ行列式は理論に登場する多重項ごとの寄与に分けて評価できる。簡単のため $2\pi\ell = 1$ と固定すると、ゲージ対称性 G のベクトル多重項の寄与は

$$\frac{1}{|\mathcal{W}|} \int d^r\sigma \prod_{\alpha \in \Delta_+} \left(2 \sinh \frac{\alpha \cdot \sigma}{2} \right)^2\tag{21}$$

となる。ただし \mathcal{W} は G の Weyl 群、 r は階数、 $\alpha \in \Delta_+$ は正ルートである。またゲージ対称性を用いて積分変数 σ を Cartan 部分代数値にさらに制限した。ゲージ群の表現 R に属する $U(1)_R$ 電

荷 q のカイラル多重項は、被積分関数に次の寄与をする。

$$\prod_{\rho \in R} s_{b=1}(i - iq - \rho \cdot \sigma), \quad s_b(x) \equiv \prod_{m,n \geq 0} \frac{(m + \frac{1}{2})b + (n + \frac{1}{2})b^{-1} - ix}{(m + \frac{1}{2})b + (n + \frac{1}{2})b^{-1} + ix}. \quad (22)$$

ただし ρ は表現 R のウェイトベクトルである。

4 Large N での ABJM 行列積分の厳密解

ABJ(M) 行列積分と種数展開 前節の公式を $U(N_1)_k \times U(N_2)_{-k}$ ABJ 模型に適用すると、分配関数は以下の $N_1 + N_2$ 次元積分で与えられる。

$$\begin{aligned} Z &= \exp \left[-F(N_1, N_2, g_s \equiv \frac{2\pi i}{k}) \right] \\ &= \int \prod_{i=1}^{N_1} \frac{d\mu_i}{2\pi} \prod_{j=1}^{N_2} \frac{d\nu_j}{2\pi} \prod_{i < j}^{N_1} \left(2 \sinh \frac{\mu_i - \mu_j}{2} \right)^2 \prod_{i < j}^{N_2} \left(2 \sinh \frac{\nu_i - \nu_j}{2} \right)^2 \\ &\quad \times \prod_{i=1}^{N_1} \prod_{j=1}^{N_2} \left(2 \cosh \frac{\mu_i - \nu_j}{2} \right)^{-2} \exp \left[-\frac{1}{2g_s} \left(\sum_{i=1}^{N_1} \mu_i^2 - \sum_{i=1}^{N_2} \nu_i^2 \right) \right] \\ &\equiv \int \prod_{i=1}^{N_1} d\mu_i \prod_{j=1}^{N_2} d\nu_j \exp(-S(\mu, \nu)). \end{aligned} \quad (23)$$

自由エネルギーは 't Hooft の議論に従って、リーマン面の種数展開に従う。

$$F(N_1, N_2, g_s) = \sum_{h \geq 0} g_s^{2h-2} f_h(t_1, t_2). \quad (24)$$

ここで $t_i \equiv g_s N_i$ は 't Hooft 結合定数である。我々の興味のある強結合極限は t_i を大きな値に固定し、 N_i および k を無限大に飛ばす極限である。この極限で自由エネルギーを支配する planar 項 ($h = 0$) は、上の積分の鞍点近似として評価できる。つまり

$$F \simeq g_s^{-2} f_0(t_1, t_2) = S(\mu, \nu) \Big|_{\partial_{\mu_i} S = \partial_{\nu_j} S = 0}. \quad (25)$$

以下で説明するように、large N 行列模型の標準的な手法がこの問題に応用できる。

Large N での厳密解法 さて、 $N_1 + N_2$ 個の運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\mu_i}{g_s} &= \sum_{j \neq i} \coth \frac{\mu_i - \mu_j}{2} - \sum_j \tanh \frac{\mu_i - \nu_j}{2}, \\ -\frac{\nu_i}{g_s} &= \sum_{j \neq i} \coth \frac{\nu_i - \nu_j}{2} - \sum_j \tanh \frac{\nu_i - \mu_j}{2} \end{aligned} \quad (26)$$

を解くことを考える。これらの式は同種の固有値の入れ替えのもとで不変なので、2種類の固有値の分布を表す関数 $\rho_1(\mu), \rho_2(\nu)$

$$\int_{C_1} d\mu \rho_1(\mu) = \int_{C_2} d\nu \rho_2(\nu) = 1 \quad (27)$$

を導入して、以下のような積分方程式に従う ρ_1, ρ_2 を求める問題に書き換える。

$$\begin{aligned} \mu &= t_1 \oint d\mu' \rho_1(\mu') \coth \frac{\mu - \mu'}{2} - t_2 \int d\nu' \rho_2(\nu') \tanh \frac{\mu - \nu'}{2}, \\ -\nu &= t_2 \int d\nu' \rho_2(\nu') \coth \frac{\nu - \nu'}{2} - t_1 \int d\mu' \rho_1(\mu') \tanh \frac{\nu - \mu'}{2}. \end{aligned} \quad (28)$$

ここで横棒つきの積分記号は Cauchy の主値積分を表す。また実軸上の区間 C_1, C_2 は2種類の固有値の分布する領域を表す。さらに解核 (resolvent) と呼ばれる複素関数 $\omega(\lambda)$ を定義する。

$$\omega(\lambda) \equiv t_1 \int_{C_1} d\mu \rho_1(\mu) \coth \frac{\lambda - \mu}{2} - t_2 \int_{C_2} d\nu \rho_2(\nu) \tanh \frac{\lambda - \nu}{2}. \quad (29)$$

解核 $\omega(\lambda)$ は周期 $2\pi i$ を持ち、 $C_1, C_2 + i\pi$ およびその周期性による像において不連続であるほかは解析的である。積分方程式を解核で書き換えた式

$$\begin{aligned} 2\mu &= \omega(\mu + i\epsilon) + \omega(\mu - i\epsilon), \quad (\mu \in C_1), \\ 2\nu &= \omega(\nu + i\pi + i\epsilon) + \omega(\nu + i\pi - i\epsilon), \quad (\nu \in C_2) \end{aligned} \quad (30)$$

は、cut における解核の不連続性を規定する。これと境界条件より、 $\omega(\lambda)$ を用いて複素平面上いたる所解析的な次の関数を構成することができる。

$$e^{t_1 - t_2} \{e^\omega + e^{2\lambda - \omega}\} = 1 + \zeta z + z^2. \quad (z = e^\lambda; \zeta \text{ は積分定数}) \quad (31)$$

これを解核について解くと以下を得る。

$$\omega(\lambda) = \log \left[\frac{1}{2} e^{-\eta} \left\{ 1 + \zeta z + z^2 - \sqrt{(1 + \zeta z + z^2)^2 - 4e^{2\eta} z^2} \right\} \right]. \quad (\eta \equiv t_1 - t_2) \quad (32)$$

解核から自由エネルギーを読み取る planar な自由エネルギー f_0 を t_1, t_2 の関数として求めるには、 t_1, t_2 および f_0 の適当な微分が全て解核の周回積分として与えられ、皆 (ζ, η) の関数として書けることに注意する。まず (29) から直ちに

$$t_1 = \frac{1}{4\pi i} \oint_{\alpha_1} \omega(\lambda) d\lambda, \quad t_2 = \frac{-1}{4\pi i} \oint_{\alpha_2} \omega(\lambda) d\lambda \quad (33)$$

が従う。ここで経路 α_1, α_2 の定義は図2を参照のこと。いっぽう自由エネルギー F の引数 N_1 を1増やすと t_1 は g_s 増加するが、これは N_1 個の固有値 μ_1, \dots, μ_{N_1} に新たに1つ追加する操作に対

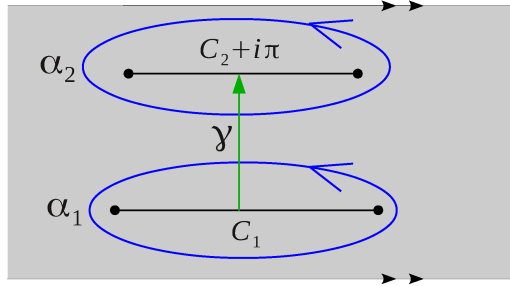


Figure 2: 複素 λ 平面の基本領域内の 2 つの cut C_1, C_2 と、解核の積分経路 $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$.

応する。新たな固有値を μ_0 と書くと、無限遠から cut C_1 上の点 μ_* まで新たな固有値を引っ張ってくる「仕事」を素朴に

$$g_s \frac{\partial F}{\partial t_1} \stackrel{?}{=} \int_{\infty}^{\mu_*} d\mu_0 \frac{\partial S(\mu_i, \nu_j)}{\partial \mu_0} \quad (34)$$

と書けると想像できる。 μ_0 以外の固有値が関数 $\rho_1(\mu), \rho_2(\nu)$ に従って分布しているとする、作用関数 S の μ_0 微分は解核を用いて書け、上の素朴な式は

$$\frac{\partial f_0}{\partial t_1} \stackrel{?}{=} \int_{\infty}^{\mu_*} d\lambda (\omega(\lambda) - \lambda) \quad (35)$$

となる。実際は無限遠までの積分は発散するので素朴な式は正しくないが、代わりに

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\partial}{\partial t_2} \right) f_0 = -i\pi(t_1 - t_2) + \int_{\gamma} d\lambda \omega(\lambda) \quad (36)$$

が成り立つ。積分路 γ は図 2 を参照のこと。

1-形式 $\omega(\lambda)d\lambda$ は一見複雑な表式をしている。ところがこれを ζ で微分してみると、

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} [d\lambda \omega(\lambda)] = \frac{-dz}{\sqrt{(1 + \zeta z + z^2)^2 - 4e^{2\eta} z^2}} \quad (37)$$

となる。分母の根号の中身は z の 4 次式であるから、これはあるトーラス上の正則 1-形式に他ならず、その周回積分は第 1 種完全楕円積分 $K(k)$ を用いて表される。

$$K(k) \equiv \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}, \quad K'(k) \equiv K(\sqrt{1-k^2}). \quad (38)$$

ABJM 模型の場合 これまでの議論を $N_1 = N_2 = N$ の ABJM 模型に適用すると、planar 自由エネルギー f_0 の 't Hooft パラメータ $\lambda \equiv N/k$ への依存性は媒介変数 κ を用いて

$$\frac{d\lambda}{d\kappa} = \frac{1}{\pi^2} K(i\kappa), \quad \frac{d^2 f_0(\lambda)}{d^2 \lambda} = -4\pi^3 \frac{K'(i\kappa) + iK(i\kappa)}{K(i\kappa)} \quad (39)$$

のように書ける。この式から κ を消去すると、 λ の非常に大きな場合 ($\kappa \gg 1$) に

$$f_0(\lambda) \simeq -\frac{4\sqrt{2}}{3} \pi^3 \lambda^{3/2}, \quad F \simeq \frac{\sqrt{2}\pi}{3} k^{1/2} N^{3/2} \quad (40)$$

を示すことができ、重力双対理論の解析結果が正しく再現される [4]。

5 終わりに

Euclid 符号の 3 次元超対称ゲージ理論の球面上の分配関数が局所化原理を用いて行列積分に帰着できることを紹介し、その応用として ABJM 模型の自由エネルギーの $\mathcal{O}(N^{3/2})$ スケーリング則の導出を紹介した。厳密な分配関数は 3 次元ゲージ理論を探る新しいタイプの物理量である。今後これを用いてより超対称性の少ない理論の研究が進んで行くのではないかと期待される。

また球面上の分配関数の評価を高次元に拡張したり、丸い球面以外の背景を考えるなどの拡張も非常に興味深く、今後の発展が期待される。

References

- [1] J. Bagger and N. Lambert, Phys. Rev. D **75**, 045020 (2007); Phys. Rev. D **77**, 065008 (2008); JHEP **0802**, 105 (2008).
- [2] O. Aharony, O. Bergman, D.L. Jafferis and J. Maldacena, JHEP **0810**, 091 (2008).
- [3] O. Aharony, O. Bergman and D.L. Jafferis, JHEP **0811**, 043 (2008).
- [4] N. Drukker, M. Marino and P. Putrov, arXiv:1007.3837 [hep-th].
- [5] A. Kapustin, B. Willett and I. Yaakov, JHEP **1003**, 089 (2010).
- [6] D.L. Jafferis, arXiv:1012.3210 [hep-th].
- [7] N. Hama, K. Hosomichi and S. Lee, JHEP **1103**, 127 (2011).
- [8] S. Kim, Nucl. Phys. B **821**, 241 (2009).
- [9] Y. Imamura and S. Yokoyama, Nucl. Phys. B **827**, 183 (2010); JHEP **1104**, 007 (2011).

Light Gaugino Problem in Direct Gauge Mediation

Institute for the Physics and Mathematics of the Universe 大河内豊

E-mail: yutaka.ookouchi@ipmu.jp

長年ダイレクト型のゲージメディエーションモデルでは、ゲージノの質量が超対称性の破れのリーディングオーダーでゼロになる問題が知られている。近年この現象がモデルのポテンシャルの大局的な構造と関連づけられることが指摘された。この講演ではその発展と、問題の回避の方法について紹介する。

ベクトル型の理論でダイナミカル SUSY ブレイキングがおこることが指摘されて以来、実に十年もの月日をようして、ようやくベクトル型のモデルによるそうした超対称性の破れが一般的であると理解されるようになった。この新しい方向性は、Intriligator-Seiberg-Shih らによって開かれた。彼らは、非常にシンプルなモデルをもとに、準安定状態を用いたダイナミカルに超対称性を破るモデルを構築した。このモデルはそのシンプルさ故に多くの教訓をもたらしてくれた。そのひとつが、SUSY breaking セクターで受け入れることの重要性の認識である。ベクトル型のモデルの特筆すべき点は、モデルを調弦理論で非常に簡単に実現できることである。このブレイクスルーののち、様々な観点から準安定状態を用いたダイナミカルな超対称性の破れが議論され、今では準安定状態であることは、もはやさけられないことなのではないかと主張されるに至っている。

準安定状態を許容することの、大きな魅力は現象論的なモデルを構築するときの制限が満たしやすくなる点である。これにより柔軟なモデルビルディングが可能となる。この観点から既に盛んに議論されていたゲージメディエーションが再び脚光を浴びている。特にダイレクト型のモデルでは、ゲージノの質量が軽くなってしまいう問題が指摘されていたが、実はこの問題の回避が準安定状態と密接に関わっていることが最近になってあきらかになった。ゲージノが軽くなってしまうと、sfermion が非常に重くなり、ヒッグスの質量に関する補正が大きくなり、その結果 tuning 問題が再発してしまう。

近年 Komargodski と Shih によってこの light gaugino の問題がどうして生じるかの systematic な議論が与えられた。彼らは、繰り込み可能なオラファティモデルでリーディングオーダーのゲージノの質量が消える理由を調べ、ダイナミカルなモデルでも、その現象が一般的におこっていることを指摘した。ラフにいうと、ポテンシャルのより高いエネルギーの真空で超対称性をやぶるとゲージノの質量が出るのである。この考えは最初に、北野氏、大栗氏とともに、我々が最初に用いた方法である。彼らはそれをより一般的に議論したのである。

ダイレクト型のゲージメディエーションモデルを構成するときのもうひとつの問題点は、ランダウポール問題とよばれるものである。スタンダードモデルのゲージ群を超対称性を破るセクターのグローバル対称性に埋め込むとき、多くの場がスタンダードモデルのチャージをもつことになる。すると、それらの場がゲージカップリングのランニングに寄与し、unification がおこる前に、ゲージカップリングが発散してしまうのである。これをさけるためには、その場 (メッセンジャー) の質量を比較的高い値に持っていけばよい。この方法は、ベクトル型のモデルでは比較的容易に実現できる。それは質量を容易に入れることができるからである。この点がカイラルなモデルと

の違いともいえる。したがって、ランダウポール問題を避けることができるモデルはラフに言って典型的に2つのスケールを少なくとも持っている必要がある。一つはメッセンジャースケールもう一つは SUSY breaking スケールである。実はこの2スケールひつようであるということと、uplifted vacuum が構成できるということは、関連していて安定な uplifted vacuum を構成するには、2スケール必要であると主張されることもある。このように、ランダウポール問題が回避されているモデルでは、TeV スケールから sub-Planckian スケールまで信頼できるので、非常に望ましいモデルとなる。

ISS モデルを変形したモデルは多く提案されている。その多くのモデルが共通して持っている性質はグローバル対称性の自発的破れである。とくに、ヒデユンセクターの $U(1)_B$ 対称性の破れである。この $U(1)_B$ 対称性は、ベクトル型特有の対称性であり、この破れに注目することで、これまでの試みとことなるベクトル型特有の予言を得られる可能性がある。それが一つの今回のテーマである。この対称性の破れに関連してゴールドストーンボソンが出る。プランクスケールの補正を考えると、この粒子に一般には、質量が与えられる。この粒子のことを pseudo-Nambu-Goldstone boson という。軽い粒子の存在は宇宙論的に非常に重要な結果をもたらす。それは寿命が長くなり、そのエネルギーが宇宙を支配することがあり得るからだ。

この問題を避ける一つの方法は、 $U(1)_B$ 対称性をゲージングしてしまいますことである。一方でゲージ化するとその対称性の破れは安定なコスミックストリングの存在を予言する。とくに、今問題にしているダイレクト型のモデルでは、対称性の破れのスケールとメッセンジャースケールが同じであり、ランダウポール問題を避けるために高いスケールに設定されている。それは非常に観測という点からはのぞましい。コスミックストリングはコンスタントに重力波を通してエネルギーをうしっている。そこで出る重力波の強さは、対称性の破れのスケールと密接に関連しており、スケールが高い場合には十分に強い重力波が出る。したがって、将来計画されている重力波検出実験、Advanced LIGO, LISA and BBOなどで、その存在を検出することは十分に可能である。

1 Light gaugino problem

まず始めに、ダイレクト型のゲージメディエーションモデルでいられている、light gaugino 問題についてレビューする。SUSY breaking スケールがメッセンジャースケールに比べて十分に小さい場合には、analytic continuation into superspace と呼ばれるテクニックがつかえる。

1.1 Gaugino screening

メッセンジャーが SUSY breaking field $\langle X \rangle = M + \theta^2 F$ と次のようなインタラクションをもっているとしよう。

$$W = \sum_{ab} \mathcal{M}(X)_{ab} \phi^a \bar{\phi}^b. \quad (1)$$

ここで、メッセンジャーの質量行列 $M_{ab}(X)$ は X の正則な関数である。メッセンジャースケールより低いスケールでは、それらは積分され、それにより SM のゲージノに質量が与えられる。

$$m_\lambda = -\frac{g_{\text{SM}}^2}{16\pi^2} F \frac{\partial}{\partial X} \log \det \mathcal{M}(X). \quad (2)$$

明らかに、もし $\det \mathcal{M}(X)$ が定数ならば、リーディングオーダーのゲージノの質量はゼロとなる。

さて、より一般的なケーラーポテンシャルをメッセンジャーセクターが持つ場合を考えよう。やはりどのようにして、ゲージノの質量をもとめる。

$$K = \sum_a Z_a(X, X^\dagger) (\phi^{a\dagger} e^{V_{\text{SM}}^{(\phi)}} \phi^a + \tilde{\phi}^{a\dagger} e^{V_{\text{SM}}^{(\tilde{\phi})}} \tilde{\phi}^a), \quad (3)$$

$Z_a(X, X^\dagger)$ は X の実関数。

ゲージノの質量は積分されたメッセンジャーが wave function に与える寄与から注出できる。注意すべきなのは物理的なカップリング R と正則なカップリングの違いである。実はノンカノニカルケーラーポテンシャルはリーディングオーダーのゲージノの質量に寄与することはない。これを見るために、物理的なカップリングをメッセンジャースケールより下のスケールで書いてみる。簡単のために、フェルミオンの質量行列は $\mathcal{M}(X) = m$ とする。したがって $W = m\phi\tilde{\phi}$ 。物理的な質量は wavefunction renormalization Z_M を用いて

$$\mu_m^2 = \frac{|m|^2}{Z_M(\mu_m)^2}.$$

とかける。このスケールより下では物理的なカップリングは以下のように与えられる

$$R(\mu) = R'(\mu_0) + \frac{b}{16\pi^2} \log \frac{\mu^2}{\mu_0^2} + \frac{1}{16\pi^2} \log \frac{|m|^2}{\mu_0^2 Z_M'(\mu_0)^2} + \frac{T_G}{8\pi^2} \log \frac{\text{Re}S(\mu)}{\text{Re}S'(\mu_0)} - \sum_r \frac{T_r}{8\pi^2} \log \frac{Z_r(\mu)}{Z_r'(\mu_0)},$$

μ_0 は理論のカットオフである。 $S(\mu)$ は正則なカップリングである。これからわかるのは、 $Z_M(\mu_m)$ 依存性が低エネルギーでキャンセルしていることである。したがって、ノンカノニカルケーラーがリーディングオーダーのゲージノの質量に寄与することはない。

2 Generating leading order gaugino mass

R 対称性の破れ方によらずに、非常に多くのモデルでゲージノの質量がリーディングオーダーで消えてしまうことが知られている。この問題に一般的な議論をあたえたのは、Komargodski-Shih であり、ここではその議論を紹介する。

まず始めに一般化されたウェズズミノモデルでケーラーポテンシャルがカノニカルな物を考えよう。スーパーポテンシャルは繰り込み可能なものとする。

$$W = FX + \frac{1}{2}(\lambda_{ab}X + m_{ab})\phi_a\phi_b + \frac{1}{6}\lambda_{abc}\phi_a\phi_b\phi_c.$$

この場合 tree level で超対称性は破れ、 X は pseudomoduli 方向となる。 ϕ_a が SM のチャージを持っているとする。 $G_{SM} = SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ 。先に示した一般的な公式からゲージノの質量は、 $\det(\lambda X + m)$ が定数のときゼロとなる。したがって、ノンゼロのゲージノの質量を得るためには、それは、 X の関数になっている必要がある。

$$\det(\lambda X + m) = \sum c_i(\lambda, m) X^i .$$

ゆえに、 X plane のどこかで、その多項式は零点をもつ。 $X = X_0$ そのまわりでは

$$(\lambda X_0 + m)v = 0 .$$

これが意味するのは、何か massless fermion が存在するということである。それに対応するボソンのモードはタキオニックになることを示そう。ナイーブには、

$$\mathcal{M}_B^2 = \begin{pmatrix} (\mathcal{M}_F^* \mathcal{M}_F)_{a\bar{b}} & \mathcal{F}_{ab}^* \\ \mathcal{F}_{\bar{a}\bar{b}} & (\mathcal{M}_F \mathcal{M}_F^*)_{\bar{a}\bar{b}} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

ここで $\mathcal{F}_{ab} = F^*(\partial_X \mathcal{M}_F)_{ab}$ なので、ノンゼロの off-diagonal component はネガティブの質量を生じる。これは準安定状態がさけられないという結論をいみしている。一方で、ゲージノの質量がゼロになるモデルでは、 X 方向が完全に安定になっていて、それ故にリーディングオーダーでの質量が出ていないことがわかる。この事実が、どうして、これまでのモデルではゲージノが軽くなってしまっていたかを明らかにしている。

3 A dynamical model

前のセクションでは準安定状態とリーディングオーダーゲージノの質量に密接な関係があることをみた。ここでは、ダイナミカルなモデルでそれを実現するモデルがあることを紹介する。

最初に ISS モデルの復習から入る。 $SU(N_c)$ gauge theory with N_f flavors Q_i and \bar{Q}_i のモデルで、スーパーポテンシャルは $W = \sum_{i=1}^{N_f} m_i Q_i \bar{Q}_i$ である。多少それを变形してマスを2種類に分けることにする。 $m_i = \text{diag}(m_0, \dots, m_0, \mu_0, \dots, \mu_0)$ 。

$$W_{\text{mass}} = m_0(Q^I \bar{Q}_I) + \mu_0(Q^a \bar{Q}_a), \quad (5)$$

ここで $I = 1, \dots, N \equiv N_f - N_c$ and $a = 1, \dots, N_c$ 。これに加えて R 対称性を破るような項を付け加える。

$$W_{\text{def}} = -\frac{1}{m_X} (Q^I \bar{Q}_a)(Q^a \bar{Q}_I), \quad (6)$$

したがって、保たれている対称性は、 $SU(N) \times SU(N_c) \times U(1)_P \times U(1)_B$ である。マグネティックデュアルでは、メソンはシングレットに対応し、

$$Y_J^I = Q^I \bar{Q}_J, \quad Z_a^I = Q^I \bar{Q}_a, \quad \tilde{Z}_I^a = Q^a \bar{Q}_I, \quad \Phi_b^a = Q^a \bar{Q}_b. \quad (7)$$

スーパーポテンシャルは次のように与えられる。

$$W = h\text{Tr} \left[m^2 Y + \mu^2 \Phi - \chi Y \tilde{\chi} - \chi Z \tilde{\rho} - \rho \tilde{Z} \tilde{\chi} - \rho \Phi \tilde{\rho} - m_z Z \tilde{Z} \right], \quad (8)$$

ここで $m^2 \equiv m_0 \Lambda$ and $\mu^2 \equiv \mu_0 \Lambda$ である。このモデルにはいくつもの安定な真空が存在する。

$$\begin{aligned} Y^I_J &= \frac{\mu^2}{m_z} (\mathbf{1}_N^I)_J, & \Phi^a_b &= \frac{m^2}{m_z} (\mathbf{1}_N^I)_b^a + \gamma_* \mathbf{1}_b^a \\ \chi^I_J &= m \delta^I_J, & \tilde{\chi}^I_J &= m \delta^I_J \\ \rho^I_a &= \mu \Gamma^I_a, & \tilde{\rho}^a_I &= \mu \Gamma^a_I \\ Z^I_a &= -\frac{m\mu}{m_z} \Gamma^I_a, & \tilde{Z}^a_I &= -\frac{m\mu}{m_z} \Gamma^a_I, \end{aligned} \quad (9)$$

n は 0 から N までの整数。

$$\Gamma^a_I = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_n & 0_{n \times (N-n)} \\ 0_{(N-n) \times n} & 0_{(N-n) \times (N-n)} \end{pmatrix}, \quad \Gamma^I_a = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_n & 0_{n \times (N-n)} \\ 0_{(N-n) \times n} & 0_{(N-n) \times (N-n)} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

$\mathbf{1}_m$ は $m \times m$ 次の単位行列で $\mathbf{1}_q^p$ は最初の p 個の対角成分が 1 でそれ以外がゼロの $q \times q$ 行列である。

この超対称性を保つ真空で保たれる対称性は、 $SU(n) \times SU(N_f - N_c - n) \times SU(N_c - n) \times U(1)^2$ 。 $SU(N - n)$ をゲージ化した場合にはゲージノ質量はリーディングオーダーで

$$m_\lambda \simeq -\frac{g^2(N_c - n)}{(4\pi)^2} \frac{h\mu^2 m_z}{m^2} \left(1 + \mathcal{O}\left(\frac{m_z^2}{m^2}\right) \right).$$

となる。同様に、 $SU(N_c - n)$ をゲージ化した場合には

$$m_\lambda = -\frac{g^2(N - n)}{(4\pi)^2} \frac{h\mu^2 m_z}{m^2} \left(1 + \mathcal{O}\left(\frac{m_z^2}{m^2}\right) \right).$$

となる。一方でもし $SU(n)$ をゲージ化した場合にはメッセンジャーはタキオニックな方向を持たずモデュライ空間がどこでも安定になり、ゲージノの質量はゼロとなる

4 Cosmological aspects

これまで困難とされてきたモデルの構成が可能になったので、こうした新しいモデル特有の性質を議論することは有用である。

ISS モデルを変形したモデルは多く提案されているが、その多くのモデルが共通して $U(1)_B$ 対称性を自発的に破っている。この $U(1)_B$ 対称性は、ベクトル型特有の対称性であり、この破れに注目することで、これまでの試みとことなるベクトル型特有の予言を得られる可能性がある。この

対称性の破れに関連してゴールドストーンボソンが出る。プランクスケールの補正を考えると、この粒子に一般には、質量が与えられる。この粒子のことを pseudo-Nambu-Goldstone boson という。軽い粒子の存在は宇宙論的に非常に重要な結果をもたらす。それは寿命が長くなり、その振動のエネルギーが宇宙を支配することがわかる。

この問題を避けるため、 $U(1)_B$ 対称性をゲージングすると、その今度は安定なコスミックストリングの存在を予言する。とくに、今問題にしているダイレクト型のモデルでは、対称性の破れのスケールとメッセンジャースケールが同じであり、ランダウポール問題を避けるために高いスケールに設定されている。それは非常に観測という点からはのぞましい。コスミックストリングはコンスタントに重力波を通してエネルギーをうっている。そこで出る重力波の強さは、対称性の破れのスケールと密接に関連しており、スケールが高い場合には十分に強い重力波が出る。したがって、将来計画されている重力波検出実験、Advanced LIGO, LISA and BBOなどで、その存在を検出することは十分に可能である。

この用に新たなモデルビルディングの方向性は、宇宙論的な面においても影響をあたえることがわかる。今後さらに、宇宙論的な考察および、実験からくる制限が重要になると考えられる。

References

- [1] K. A. Intriligator, N. Seiberg and D. Shih, JHEP **0604**, 021 (2006) [arXiv:hep-th/0602239].
- [2] R. Kitano, H. Ooguri and Y. Ookouchi, arXiv:1001.4535 [hep-th].
- [3] Z. Komargodski and D. Shih, JHEP **0904**, 093 (2009) [arXiv:0902.0030 [hep-th]].
- [4] K. Hanaki, M. Ibe, Y. Ookouchi and C. S. Park, arXiv:1106.0551 [hep-ph].

Higgs mechanism without Higgs potential in an extra dimension[†]

神戸大学 藤本教寛

E-mail: 093s121s@stu.kobe-u.ac.jp

標準模型は今日まで大変な成功を取めてきたが、対称性の破れの起源は今尚謎のままである。標準模型ではヒッグス粒子に自発的対称性の破れを引き起こさせるために、負の2乗質量項を手で用意してやる必要があった。今回我々は高次元ゲージ理論の枠組みにおいて、点状相互作用を持つ1次元量子力学系の研究 [1]-[3] を応用し、余剰次元方向に一般的な境界条件を考察することによって、状況によってはバルクの作用に負の2乗質量項を導入することなしに自発的対称性の破れが起こせることを見出した。 $M^2 > 0$ の5次元複素スカラー場の作用が次で与えられる場合、

$$S = \int d^4x \int_0^L dy \left[\Phi^*(x, y) (\partial^\mu \partial_\mu + \partial_y^2 - M^2) \Phi(x, y) - \frac{\lambda}{2} (\Phi^*(x, y) \Phi(x, y))^2 \right], \quad (1)$$

余剰次元方向に許される一般的な境界条件は次のように与えられる。

$$\begin{cases} \Phi(x, 0) + L_+ \partial_y \Phi(x, 0) = 0, \\ \Phi(x, L) - L_- \partial_y \Phi(x, L) = 0. \end{cases} \quad (-\infty \leq L_\pm \leq +\infty) \quad (2)$$

この一般的な境界条件のもとでは、Kaluza-Klein(KK) 粒子の質量スペクトラムに負の2乗質量モードが存在し得ることが、4次元のポテンシャルを質量固有状態に書き直すことで見て取れる。

$$\begin{aligned} V_{4d} &= \int_0^L dy \left[\Phi^*(x, y) (-\partial_y^2 + M^2) \Phi(x, y) + \frac{\lambda}{2} (\Phi^*(x, y) \Phi(x, y))^2 \right] \\ &= \sum_n (E_n + M^2) |\varphi_n(x)|^2 + (\text{quartic term}) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 E_n は非自明な境界条件を持ったエルミート演算子 $(-\partial_y^2)$ の固有関数

$$-\partial_y^2 f_n(y) = E_n f_n(y), \quad \begin{cases} f_n(0) + L_+ \partial_y f_n(0) = 0, \\ f_n(L) - L_- \partial_y f_n(L) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

の固有値であり、今の場合一般的な境界条件に起因する束縛状態に由来して、負の値が存在し得る。つまり状況によっては

$$E_B + M^2 < 0, \quad (5)$$

となってKK粒子の質量スペクトラムに負の2乗質量モードが存在し、これにより負の2乗質量項を導入する必要なしに自発的対称性の破れを実現することができる。また、我々のこの機構には、余剰次元の半径や境界条件を指定するパラメータなどに依存した豊富な相構造が存在する。

Reference

- [1] M.Reed, B.Simon, Methods of Modern Mathematical Physics, vol. II, Academic Press, New York, 1980.
- [2] P.Šeba, Czech. J.Phys. 36(1986)667.
- [3] S.Albeverio, F.Gesztesy, R.Høegh-Krohn, H.Holden, Solvable Models in Quantum Mechanics, Springer, New York, 1988.

[†]この発表は、苫小牧高専の長澤智明氏、ハリス・チャンドラ研究所の大谷聡氏、神戸大学の坂本真人氏との共同研究 arXiv:1108.1976 に基づく。

Intersecting brane models in six dimensions¹

アジア太平洋理論物理センター 長岡悟史

E-mail: nagaoka@apctp.org

近年、弦理論から素粒子標準模型を導出する方法として F 理論からの導出が盛んに研究されている。一方で、タイプ IIB 型超弦理論からの標準模型の導出は交差ブレーンを用いた方法などが考案されてきており、両者の対応も研究されている。

この研究では、タイプ IIB 型超弦理論の交差ブレーンをコンパクト化することにより得られる 6 次元超重力理論の解析を行なった。6 次元超重力理論はアノマリー相殺条件により無矛盾な理論の数が制限される [1]。その数は 10 次元の理論の数と比べるとはるかに豊富に存在するが、4 次元の理論の数と比べると限られており、その分類を行なうことは現時点における重要な課題の一つである。得られた 6 次元超重力理論のスペクトルに関する先行研究としては [2] がある。我々はここで与えられたスペクトルを求める処方箋を改良することにより、 T^4/Z_2 上の全ての交差ブレーンに対するスペクトルを 4 種類の場合分けのもとで求めた。そのうちの一つは Gimon-Polchinski 模型 [3] と対応している。

これらの理論は F 理論とも対応させることができる。F 理論をカラビヤウ多様体で 6 次元にコンパクト化して得られる超重力理論は [4] により分類されている。さらにアノマリー多項式に現れる係数と F 理論の divisor class との間の対応関係は [5] により与えられている。我々は交差ブレーンとアノマリー多項式の係数との間の対応関係を明らかにすることにより、F 理論と 6 次元交差ブレーンとの間の対応を明らかにした。

References

- [1] M. B. Green, J. H. Schwarz and P. C. West, “Anomaly Free Chiral Theories In Six-Dimensions,” Nucl. Phys. B **254**, 327 (1985).
- [2] R. Blumenhagen, V. Braun, B. Kors and D. Lust, “Orientifolds of K3 and Calabi-Yau manifolds with intersecting D-branes,” JHEP **0207**, 026 (2002) arXiv:hep-th/0206038.
- [3] E. G. Gimon and J. Polchinski, “Consistency Conditions for Orientifolds and D-Manifolds,” Phys. Rev. D **54**, 1667 (1996) arXiv:hep-th/9601038.
- [4] D. R. Morrison and C. Vafa, “Compactifications of F-Theory on Calabi-Yau Threefolds – I,” Nucl. Phys. B **473**, 74 (1996) arXiv:hep-th/9602114, “Compactifications of F-Theory on Calabi-Yau Threefolds – II,” Nucl. Phys. B **476**, 437 (1996) arXiv:hep-th/9603161.
- [5] V. Kumar, D. R. Morrison and W. Taylor, “Mapping 6D $\mathcal{N} = 1$ supergravity to F-theory,” JHEP **1002**, 099 (2010) arXiv:0911.3393 [hep-th].

¹Washington Taylor 氏 (MIT) との共同研究に基づく。

高次元ブラックホールの対称性と厳密解

大阪市立大学 安井幸則

E-mail: yasui@sci.osaka-cu.ac.jp

はじめに、本研究のキーワードとなる共形キリング・矢野テンソル（以後CKYと略す）について説明しよう。CKYはキリングベクトルを高階の反対称テンソルに拡張したものであり、1968年立花-柏田により純粋に数学的な対象として導入された。宇宙物理学への応用はPenrose-Floyd(1973年)によって最初に研究された。彼らはこのテンソルを使って、4次元Kerr時空上の測地線方程式が変数分離することの幾何学的な説明を与えた。その後、Klein-Gordon方程式、Dirac方程式、重力摂動方程式の変数分離性、そして曲率テンソルの代数的特性等々、4次元Kerr時空上の「不思議な性質」の背後にCKYが存在することが明らかになった。時空の対称性は通常キリングベクトルで与えられるが、Kerr時空上のこのような性質はそれだけでは説明がつかない。CKYの背後にある時空の対称性は”隠れた対称性”と呼ばれる。

CKYは高次元ブラックホールにも存在するのであるか？我々は、CKYの存在を仮定すると、すべての次元で真空のEinstein方程式を満たすブラックホール時空が一意的に決まってしまうことを証明した。この時空はChen-Lu-Pope(2006年)によって発見されていたものと一致し、現在知られているホライズンが球形のトポロジーを持つ最も一般的な厳密解である。この解には宇宙項が存在し無限遠方で(Anti)de Sitter解に漸近する。特に宇宙項が零の解は、4次元Kerr時空の高次元への自然な拡張になっている。CKYの存在は、この時空の様々な摂動を記述する場の方程式を非常に取り扱いやすいものにするため、ブラックホールの安定性の問題、Hawking放射の解析等々重力の基礎的な問題に対し解析的なアプローチが可能になってきた。

上記のような一意性は、超弦理論や超重力理論のように重力場以外の物質場を含む場合にも成立するのであるか？答はNoである。なぜなら、物質場が存在するためブラックホール時空は一般に複雑なものとなり真空の場合に存在した隠れた対称性の多くは崩壊すると考えられるからである。しかしながら、ある種のクラスの解に対してはCKYの一般化が定義できる可能性がある。一つの一般化をKubiznak-Kunduriとの共同研究で行った。5次元の超重力理論に住む電荷を持つブラックホール解にはCKYは存在しないが、理論に住むMaxwell場を使ってCKYを変形することにより、一般化されたCKYが定義できることがわかった。この変形は幾何学的には時空の捩率（トーション）と解釈できるものである。このような一般化されたCKYがブラックホール解に存在する。キリング・矢野テンソル（CKYの特別な場合）を捩率で変形するという考えは1953年の矢野-Bochnerの著書「Curvature and Betti numbers」に見ることができる。しかしながら、”現実の模型”で一般化されたCKYが現れたのは初めてである。

参考文献

Y. Yasui and T. Houri, “Hidden Symmetry and Exact Solutions in Einstein Gravity”, Progress of Theoretical Physics Supplement No. 189 (2011) 126-164, arXiv:1104.0852.

Near horizon superconformal symmetry of rotating BPS black holes in five dimensions ¹

Univ. of Tokyo, Komaba Masayoshi Nakamura

E-mail: mnakamura@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

It has been expected that the Kerr black hole is dual to a two dimensional conformal field theory since the Kerr/CFT correspondence proposed in [1]. The strategy of [1] is as follows. The authors considered the near horizon limit of the Kerr black hole, and studied the asymptotic symmetry group (ASG). Then they found that the ASG is generated by a Virasoro algebra with the nonvanishing central charge and, furthermore, this central charge reproduces the Bekenstein-Hawking entropy of the extremal Kerr black hole via the Cardy's formula. These facts lead us to the conjecture described above. It has been also shown later that the same strategy is applicable to more general rotating black holes. However, nobody knows the concrete dictionary of the correspondence at present. We attempt to extract more informations about black holes with help from the supersymmetry.

We focused on the BMPV black hole which is the rotating BPS black hole in five dimensions. Following the strategy of the Kerr/CFT, we considered the near horizon limit of the BMPV black hole and studied fluctuations of all dynamical fields: graviton, $U(1)$ gauge field and gravitino. In particular, we chose the appropriate boundary conditions for all fluctuations and investigated the asymptotic supersymmetry group (ASSG), which consists of transformations preserving the boundary conditions (modulo trivial transformations). In the result, we showed that the ASSG is generated by a super-Virasoro algebra with the vanishing central charge.

Besides the different values of the central charges, there is also another difference between the Virasoro algebras. Generally, extremal black holes have an $SL(2, R) \times U(1)$ isometry group. The Virasoro algebra we found is originated in $SL(2, R)$ part, on the other hand, the one of the Kerr/CFT is originated in $U(1)$ part. Therefore it is a challenging problem to extend our approach to the four dimensional Kerr black hole, and this issue remains for future work.

Please see [2] for details.

References

- [1] M. Guica, T. Hartman, W. Song and A. Strominger, "The Kerr/CFT Correspondence," Phys. Rev. D **80**, 124008 (2009) [arXiv:0809.4266 [hep-th]].
- [2] M. Nakamura and N. Yokoi, to appear.

¹This work is based on collaboration with N. Yokoi (Tohoku U.)

Flux compactifications, $\mathcal{N} = 2$ gauged supergravities and black holes

KEK 素核研理論センター 木村 哲士

E-mail: tetsuji@post.kek.jp

Type II 超弦理論を Calabi-Yau 多様体でコンパクト化した時の有効理論は様々な方面で成功を取っている。その典型例として、 $\mathcal{N} = 2$ 超重力理論と、その解として漸近平坦な極限ブラックホール解、及びアトラクター機構があった。同様のテーマは、Calabi-Yau 多様体より一般的な幾何学でのコンパクト化においてどこまで追究できるだろうか。

Calabi-Yau 多様体を一般化する理由は非自明なフラックスの存在にある。超弦理論に登場するフラックスは、コンパクト化された空間を大きく歪める。この機構をフラックスコンパクト化という。Type II 超弦理論のフラックスコンパクト化を考えると、大雑把に言って次の点で Calabi-Yau 多様体でのコンパクト化と物理的性質が異なる：

- dilaton や NS three-form flux H_3 、RR-fluxes が自明ではない
- 有効理論である 4次元 $\mathcal{N} = 2$ 超重力理論はゲージ化され、ポテンシャル項を持つ
- 真空解は AdS_4 である
- 多くの場合、超対称性を半分以上自発的に破る

本講演では、Calabi-Yau 多様体の一般化の一例となる、振率のある $SU(3)$ 構造多様体、特に nearly Kähler 多様体としての $G_2/SU(3)$ 空間を用いた。

ブラックホール解を 4次元 $\mathcal{N} = 2$ 超重力理論で見出す研究は確固たる歴史があるが、主にベクトル多重項のみを含む可換ゲージ理論において進展してきた。この研究では、帯電したハイパー多重項を内包する系ではどのようになるのかを模索した。その様な超重力理論の起源として上記のフラックスコンパクト化を考えた。帯電したハイパー多重項を含む系の運動方程式を解くことは、たとえ静的極限ブラックホールでも容易ではない。そのため、全てのスカラー場はまず (共変) 定数条件を課した。得られるブラックホール解は次の性質を持つ：(1) スカラー場はほぼ全て真空で固定された値を全時空においても持つ。(2) 負の宇宙項を持つ。(3) ブラックホール質量は積分定数として任意パラメータのまま。(4) ブラックホール電荷はゼロになる。つまり Schwarzschild-AdS ブラックホール解が登場する。

ポテンシャル項が導入されるため、Calabi-Yau コンパクト化とは次の様に物理的現象が異なる：

- 場の漸近的振る舞いが固定されている (moduli stabilization)。
- ブラックホール電荷はコンパクト化におけるフラックスで強く制限される。
- 質量項は電荷と関係せず、一般に BPS 条件を満たさない。満たすのは真空だけである。

今回の研究では (共変) 定数条件を課したために電荷が自明となった。荷電 AdS ブラックホール解を追究するためにはこの条件を緩める必要がある。これは重力理論としての探究だけでなく、AdS/CFT における荷電粒子の性質を解析的に議論するためにも重要で興味深い研究方向である。

Kerr/CFT 対応における near-extremal の補正について

KEK 松尾 善典

E-mail: ymatsuo@post.kek.jp

近年、Kerr Black Hole と共形場理論 (CFT) の間の対応関係が研究されている。この対応関係では当初 CFT の半分の自由度に対する対応関係のみが議論されており、extremal な Kerr Black Hole の Bekenstein-Hawking entropy が CFT における Cardy の公式を用いて再現されることが示された [1]。我々は過去の研究において [2]、CFT の残り半分に関する自由度についての対応関係について調べ、半分ずつ別の漸近条件を導入すればそれぞれが別の Virasoro 代数を成すことを示した。このとき残り半分の自由度は non-extremal の場合の Bekenstein-Hawking entropy の extremal の場合に対する補正を再現することを示した。しかし、このとき extremal の部分を再現する自由度の Virasoro 代数の central charge は有限の値であるのに対して、non-extremal の補正を与える残り半分の自由度の central charge は near-extremal の近似で微量になった。

ところが、さらに最近の研究で Kerr Black Hole 時空上の scalar 場の運動方程式を考え、場の振動数が小さくある程度 Black Hole に近い領域を考えると一部ではあるものの CFT の全体の自由度に対する対称性が現れることが示された [3]。この方法では central charge は直接計算できないものの、この対称性の構造を用いて Kerr Black Hole の entropy を再現するために適切な central charge は両方とも有限で等しい値をとることが予想された。

そこで本研究 [4] では、この scalar 場の運動方程式を用いた方法を参考にして non-extremal の自由度に対する Virasoro 代数の定義に変更を加えた。Kerr 時空上の scalar 場の運動方程式の構造から AdS に相当する構造が Kerr 時空上にどのように埋め込まれているかを調べ、これを元に、horizon 近傍の時空を記述する座標系において、holomorphic 及び anti-holomorphic な座標として最も自然な座標を割り出した。これを用いて central charge が共に有限で互いに等しい値をとるように Virasoro 代数を再定義することができた。

References

- [1] M. Guica, T. Hartman, W. Song and A. Strominger, Phys. Rev. D **80** (2009) 124008 [arXiv:0809.4266 [hep-th]].
- [2] Y. Matsuo, T. Tsukioka and C. M. Yoo, Nucl. Phys. B **825** (2010) 231 [arXiv:0907.0303 [hep-th]].
- [3] A. Castro, A. Maloney and A. Strominger, Phys. Rev. D **82** (2010) 024008 [arXiv:1004.0996 [hep-th]].
- [4] Y. Matsuo and T. Nishioka, JHEP **1012** (2010) 073 [arXiv:1010.4549 [hep-th]].

$\mathcal{N} = 4$ Instanton Effective Action in Ω -background and D3/D(-1)-brane System in R-R Background

Korea Institute for Advanced Study and Kyungpook National University 中島 宏明
E-mail: nakajima@kias.re.kr

この講演は、東工大の伊藤克司氏、坂拓哉氏、及び佐々木伸氏との共同研究 [1] に基づく。

超対称ゲージ理論における局所化の方法は摂動論などの近似に寄らない厳密な結果が計算できることから、近年盛んに研究されている。特にインスタントン計算に対しては 2002 年に Nekrasov によって局所化の方法により、インスタントン分配関数が初めて閉じた形で計算された [2]。このとき積分に寄与する固定点を孤立化させるために Ω -background と呼ばれる変形パラメーターが導入された。 Ω -background は定数の反対称テンソル Ω_{mn} (m, n は 4 次元添字) で特徴づけられる。

超対称ゲージ理論の非摂動的性質が弦理論に埋め込むことで比較的容易に理解できることを考えると、 Ω -background を弦理論の背景として実現することが便利である。いくつかの方法があるが我々が用いる方法は、D3/D(-1)-brane の系において D(-1)-brane の有効作用を適切な背景場 (NS-NS, R-R) の下で計算し、 Ω -background で変形されたインスタントン有効作用との一致を見ることがある。pure $\mathcal{N} = 2$ super Yang-Mills に対応する系では Billó-Frau-Fucito-Lerda [3] に従って適当な R-R 3-form を導入しておく、それが自己双対な Ω -background と同一視できる。また自己双対でない一般の Ω -background にも同様に拡張できる [4]。

今回は上の対応を $\mathcal{N} = 4$ super Yang-Mills の場合に拡張した。この場合は Ω -background のパラメーターとして Ω_{mna} と \mathcal{A}_{abc} ($a, b, c = 1, \dots, 6$) が現れる。それに応じて D3/D(-1)-brane の系においても $\mathcal{F}_{mna}, \mathcal{F}_{abc}$ という R-R 3-form を導入しておく、両者の有効作用が一致を示すことができる。このときパラメーターを適切に選ぶと有効作用は一部の超対称性を保つことができる。冪零な supercharge の存在と有効作用がこの supercharge に対して exact に書けることを要請すると、系は $\mathcal{N} = 2^*$ の場合に帰着するかあるいは冪零な supercharge が 2 個存在して、有効作用がそのどちらの supercharge に対しても exact に書ける場合のどちらかになることを導いた。

References

- [1] K. Ito, H. Nakajima T. Saka and S. Sasaki, in preparation.
- [2] N. A. Nekrasov, Adv. Theor. Math. Phys. **7** (2004) 831 [arXiv:hep-th/0206161].
N. Nekrasov and A. Okounkov, arXiv:hep-th/0306238.
- [3] M. Billó, M. Frau, F. Fucito and A. Lerda, JHEP **0611** (2006) 012 [arXiv:hep-th/0606013].
- [4] K. Ito, H. Nakajima, T. Saka and S. Sasaki, JHEP **1011** (2010) 093 [arXiv:1009.1212 [hep-th]].

Solutions from boundary condition changing operators in open superstring field theory¹

東京大学大学院 総合文化研究科 野海俊文

E-mail: tnoumi@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

開弦の場の理論の古典解は開弦の無矛盾な背景時空を表すので、開弦の運動を記述する世界面上の boundary conformal field theory (BCFT) と対応関係があることが期待される。そのため、開弦の場の理論の解を系統的に構成するためのひとつのアプローチとして、BCFT の境界条件を変える演算子、boundary condition changing operator (bcc operator) を用いることが考えられる。

bcc operator の演算子積は一般には特異的であるが、文献 [1] において、演算子積が正則な bcc operator を用いたボソンの開弦の場の理論の解析解が構成された。このクラスの bcc operator は rolling tachyon deformation のように marginal operator の演算子積が正則な marginal deformation を含んでいる。我々は以下の 2 点の議論に基づいて文献 [1] の構成を拡張し、Berkovits 型の超弦の場の理論の解析解を構成した。

1. 文献 [1] の解は c ghost を explicit に用いずに、bcc operator, energy-momentum tensor, b ghost, BRST 演算子 Q のみを用いて表すことができる。 c ghost の BRST 変換性がボソン弦と超弦で異なるのに対し、 b ghost や energy-momentum tensor の BRST 変換性は両者で同じであるため、文献 [1] の解と同じ表式の超弦の場 Ψ はボソンの弦の場の理論の運動方程式 $Q\Psi + \Psi^2 = 0 \dots (1)$ を満たすことがわかる。
 2. $Q \cdot R(t) = 1$ を満たす演算子 $R(t)$ を用いることで、ボソンの弦の場の理論の運動方程式 (1) を満たし small Hilbert space に属す超弦の場 Ψ から、Berkovits 型の超弦の場の理論の運動方程式 $\eta_0(e^{-\Phi} Q e^{\Phi}) = 0 \dots (2)$ の解 Φ を形式的に構成することができる。
1. で述べた超弦の場 Ψ は small Hilbert space に属するため、2. の議論を適用することで、我々は演算子積が正則な bcc operator を用いた超弦の場の理論の解析解を構成した。

我々の解は bcc operator を用いて構成されているため、bcc operator により表される BCFT と対応することが期待される。実際、我々は構成した超弦の場の理論の解と [1] で構成されたボソンの開弦の場の理論の解に対して、disk 上の closed string の一点関数と関係するゲージ不変量 [2] を解析的に求めることに成功し、予想される世界面の境界条件が再現されることを確認した。また、ゲージ不変量の計算の過程で、bcc operator を用いた解が [3] で構成されたタキオン凝縮解と同様の興味深い構造を持つことがわかった。

今後の最も重要な課題は、演算子積が特異的な bcc operator を用いた解の構成への一般化である。ゲージ不変量の計算の過程などで得られた知見や近年議論されている他のアプローチをふまえ、この問題に取り組んでいきたいと考えている。

参考文献

- [1] Michael Kiermaier, Yuji Okawa and Pabro Soler, JHEP 1103, 122 (2011).
- [2] Ian Ellwood, JHEP 0808, 063 (2008).
- [3] Theodore Erler and Martin Schnabl, JHEP 0910, 066 (2009)

¹この講演は東京大学の大川祐司氏との共同研究 [arXiv:1108.5317 [hep-th]] に基づいています。

弦の場の理論における多重ブレイン解について

RIKEN 橋本数理物理学研究室 村田 仁樹

E-mail: mmurata@riken.jp

Schnabl 解 [1] を含むより一般的な解の形が大川氏によって発見された [2] . 本研究では, その解に対してエネルギーを評価し, 多重ブレイン解の存在についての示唆を得た. なお, 本講演は Martin Schnabl 氏との共同研究に基づく.

大川氏の解は 3 つの string field K, B, c を用いて次のように書かれる.

$$\Psi = Fc \frac{KB}{1-F^2} cF \quad (1)$$

ここに, $F = F(K)$ は K についての任意関数である.

まず我々は運動項を評価するとエネルギーを計算した.

$$E = \frac{1}{6} \langle \Psi, Q_B \Psi \rangle = \frac{1}{2\pi^2} \oint_C \frac{dz}{2\pi i} \frac{G'(z)}{G(z)} \quad (2)$$

ここで, 閉曲線 C は $\text{Re}z \leq 0$ 内の原点を除くすべての極および branch cut を囲むような閉曲線である.¹ また, $G = 1 - F^2$ である.

次に, gauge-invariant observable を用いてエネルギーを評価した.

$$E = \langle I | c\bar{c}V_{\text{cl}}(i) | \Psi \rangle = -\frac{1}{2\pi^2} \lim_{z \rightarrow 0} z \frac{G'(z)}{G(z)}. \quad (3)$$

ここに, V_{cl} は graviton の on-shell vertex operator である. これは (3) とは一見異なるが, G が無限遠で holomorphic であれば一致する.

これらの結果を基に我々は多重Dブレイン解として次のものを提唱する.

$$G(z) = \left(\frac{z}{z+1} \right)^{1-n} \quad (4)$$

n がDブレインの枚数を表し, $n = 0$ ならタキオン凝縮解 [3], $n = 1$ は摂動論的真空 $\Psi = 0$ である.

References

- [1] M. Schnabl, Adv. Theor. Math. Phys. **10** (2006) 433 [arXiv:hep-th/0511286].
- [2] Y. Okawa, JHEP **0604** (2006) 055 [arXiv:hep-th/0603159].
- [3] T. Erler and M. Schnabl, JHEP **0910** (2009) 066 [arXiv:0906.0979 [hep-th]].

¹原点を除くのは, Erler-Schnabl 解 [3] のエネルギーを再現するためである.

Multiloop amplitudes of light-cone gauge bosonic string field theory in noncritical dimensions¹

岡山光量子科学研究所 村上公一

E-mail: koichimurakami71@gmail.com

これまで20年以上にわたって、多くの人々により超対称な弦の場の理論を構成しようという試みが続けられてきた。その結果、色々な提案がなされてきたが、それぞれ問題を抱えている。とりわけ閉弦の場合には、開弦の場合と異なり、あまり研究されていない。そこで、本研究では超対称な閉弦の場の理論を考察する。特に、今述べたような現状を鑑みて、最も単純な形になると考えられる、光円錐ゲージ形式の弦の場の理論の枠組みで、理論の構築を目指す。

光円錐ゲージのNSR超弦の場の理論においては、臨界次元時空中のローレンツ対称性の要請から、相互作用点に、世界面上の超共形場理論の超対称カレントを挿入する必要があることが知られている。このため、例えばS行列を計算すると、相互作用点が衝突する moduli 空間上の点で余計な発散が生じてしまう。このような相互作用点に挿入した超対称カレントの衝突による発散が、光円錐ゲージ超弦の場の理論の構成の障害になっている。これを克服するためには、大きく2つの方向性が考えられる。一つは、相互作用点に何も挿入する必要が無いように、理論の定式化を大きく変更することである。もう一つは、良い正則化を探すことである。本研究では、後者の可能性を追求する。ここ数年来、石橋延幸氏および馬場裕氏と共同で、次元正則化を適用することによって、光円錐ゲージのNSR超弦の場の理論で起こる上述の発散の問題を解決することを提案している。これまでの研究において、我々は処方改良を重ね、tree levelの振幅についてはRamondセクターを含む場合においても我々の正則化がうまく働くようにした。特に、この過程で、弦の場の理論のactionに相殺項としてcontact項を付け加える必要が(少なくともtree levelでは)ないことを示した。そこで、次に成すべきことは、ループ振幅においても同様に我々の処方がうまく働くか、あるいは何か拡張・改良する必要があるかどうかを調べることである。本研究では、この準備として、非臨界次元において、ボソンの光円錐ゲージ弦の場の理論の高次ループ振幅を調べ、これまでtree levelの振幅で用いた処方がうまく働くかどうかを調べた。その結果、tree levelの振幅を次元正則化するために開発した処方が、少なくともボソンの弦の場の理論の場合には、そのままの形で高次ループ振幅にも適用できるということがわかった。特に、振幅が非臨界次元でもmodular不変であることを示した。また、tree level振幅を調べるときに、縦波方向の自由度を記述する、複雑な相互作用を持つ共形場理論(これを X^\pm CFTと呼んでいる)を構成したが、この理論の相関関数は、1以上の種数をもつリーマン面上でも、球面の場合と同様の手法により計算可能であることをみた。更に、散乱振幅を、 X^\pm CFTと b, c ゴーストの系を加えた超共形場理論のBRST不変な相関関数の形に書き換えられることを示した。

ここで得られた結果は、光円錐ゲージ超弦の場の理論の高次ループ振幅に次元正則化が適用可能かどうかを調べるための、第一歩になると考えている。この結果をもとに、超弦の場合の解析を行いたい。

¹この報告は石橋延幸氏との共同研究にもとづいており、現在論文を準備中である。

Gauge Field Localization in Models with Large Extra Dimensions

Tokyo Woman's Christian University Norisuke Sakai

E-mail: sakai@lab.twcu.ac.jp

Apart from supersymmetric theories, the most interesting possibilities for unified theories beyond the standard model are models with large extra dimensions, that is, the brane-world scenario. The domain walls are the simplest branes on which realistic models can be constructed. However, localization of gauge fields on domain walls has been notoriously difficult in field theories, although scalar and spinor fields have been successfully localized. An explicit model of Abelian gauge field localized on a domain wall in five-dimensional space-time has been obtained using tensor multiplet [1]. However, it was difficult to extend the idea of tensor multiplet to incorporate the non-Abelian local gauge symmetry. It has been pointed out that the bulk outside of the domain wall has to be in the confining phase, rather than the Higgs phase. Many years ago, a model of (anti-)dielectric Lagrangian has been proposed as a classical representation of the confining vacuum [2]. This can be visualized as a position-dependent gauge coupling, which represents confinement in regions where the gauge coupling tends to infinity. Inspired by these considerations, we propose a mechanism using the position-dependent gauge coupling to localize non-Abelian gauge fields on domain walls in five-dimensional space-time. Low-energy effective theory possesses a massless vector field, and a mass gap. The four-dimensional gauge invariance is maintained intact. We obtain perturbatively the four-dimensional Coulomb law for static sources on the domain wall. BPS domain wall solutions with the localization mechanism are explicitly constructed in the $U(1) \times U(1)$ supersymmetric gauge theory coupling to the non-Abelian gauge fields only through the cubic prepotential, which is consistent with the general principle of supersymmetry in five-dimensional space-time.

This work is done in collaboration with Kazutoshi Ohta and is published in Progress of Theoretical Physics **124**, 71-93 (2010) [arXiv:1004.4078] [3].

References

- [1] Y. Isozumi, K. Ohashi and N. Sakai, JHEP **0311** (2003) 061 [arXiv:hep-th/0310130].
- [2] J. B. Kogut and L. Susskind, Phys. Rev. D **9** (1974) 3501; R. Fukuda, Phys. Lett. B **73** (1978) 305; Mod. Phys. Lett. A **24** (2009) 251.
- [3] K. Ohta and N. Sakai, Prog. Theor. Phys. **124**, 71 (2010) [arXiv:1004.4078 [hep-th]].

AdS/CFT 対応に基づくグルーオン散乱振幅の解析と 2 次元可積分模型

京都大学基礎物理学研究所 初田泰之

E-mail: hatsuda@yukawa.kyoto-u.ac.jp

近年、AdS/CFT 対応と呼ばれるゲージ理論と超弦理論の間の双対性を利用して、ゲージ理論の強結合ダイナミクスを弦理論の弱結合領域の解析から知ろうとする研究が活発に行われている。最もよく知られている AdS/CFT 対応は 4 次元 $\mathcal{N} = 4$ 超対称 Yang-Mill 理論と $AdS_5 \times S^5$ 上の IIB 型超弦理論の間の双対性である。

2007 年、Alday と Maldacena は $\mathcal{N} = 4$ 超対称 Yang-Mill 理論の強結合領域におけるグルーオンの散乱振幅を AdS/CFT 対応を用いて計算する手法を提唱した。彼らは超弦理論における T 双対性の一種を考えることにより、グルーオンの散乱振幅と light-like な辺をもつ多角形 Wilson ループの期待値の間に等価性があることを予想した。AdS/CFT 対応によれば、強結合領域における Wilson ループの期待値は、AdS 空間内で同一のループを境界条件として持つ極小曲面の面積によって与えられるので、結局弦理論側ではこのような極小曲面の面積をいかに計算するかという幾何学的な問題に帰着する。素朴には AdS 空間をターゲットとする 2 次元非線形シグマ模型における、light-like 多角形ループを境界条件に持つ弦の古典解を構成する必要があるが、具体的な解は特別な場合を除いてこれまでのところ構成されていない。

しかし 2009 年に Alday、Gaiotto と Maldacena はシグマ模型の古典解をあらわに構成せずとも、開弦の極小曲面の面積を計算出来ることを示した。彼らの結論は、熱力学的ベータ仮説 (TBA) 方程式と呼ばれる可積分な 2 次元場の理論でよく知られている積分方程式を解き、その自由エネルギーおよび Y 関数と呼ばれる量が分かれば、それらから極小面積が計算できるというものである。どのような可積分模型の TBA 方程式が対応するのかは、グルーオンの数によって決まる。

[1] において、我々は極小曲面が AdS_3 部分空間にあるような特別な場合には、TBA 方程式は homogeneous sine-Gordon 模型と呼ばれる既知の可積分系のもので同一であることを見出した。一般に TBA 方程式を解析的に解くことは難しいが、特別な極限付近では厳密な結果を得ることが出来る。[2] では、このような TBA 系の高温極限付近の展開を考え、その結果を利用することで、10 点までの強結合散乱振幅の解析的表式に得ることに成功した。得られた結果は TBA 方程式を数値的に解いて評価したものと十分な精度で一致することが確かめられた。また現在準備中の [3] では、より多点の散乱振幅についても同様の高温展開が可能であることを示した。このように可積分性を通じて、4 次元のゲージ理論と 2 次元の場の理論が関係していることは興味深い。

References

- [1] Y. Hatsuda, K. Ito, K. Sakai and Y. Satoh, JHEP **1004**, 108 (2010).
- [2] Y. Hatsuda, K. Ito, K. Sakai and Y. Satoh, JHEP **1104**, 100 (2011).
- [3] Y. Hatsuda, K. Ito, and Y. Satoh, in preparation.

Virtual Compton Scattering and Generalized Parton Distribution in gravity dual

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻 素粒子研究室 数物連携宇宙研究機構 (IPMU)
西尾 亮一

E-mail: ryoichi.nishio@ipmu.jp

弦理論は 40 年ほど前ハドロン散乱現象の理論として提唱された。しかし平坦な 3+1 次元上の弦理論はハドロン物理を説明することはできなかつた。現在では QCD がハドロン物理の基礎理論であることが知られている。だが、高次元の歪んだ時空上の弦理論はハドロン物理の理論となりえる。これこそが AdS/CFT が示唆する可能性である。

以上の立場に基づいて、弦理論を用いてハドロン物理を解明しようとする研究は数多く存在する。既存の研究の多くはハドロンのスペクトルなどの静的性質の解明に焦点を当てている。これに対し、我々の研究はハドロンの高エネルギー散乱現象の解明に焦点を当てる。

QCD は漸近的自由であるが、これはハドロンの高エネルギー散乱現象がゲージ結合定数の摂動論で理解できることを意味してはいない。むしろ多くの物理量は非摂動的である。基礎的な物理量である全段面積や elastic process, diffractive process の断面積などは非摂動的である。またパートン分布関数 (あるいは一般化されたパートン分布関数) はハドロンの内部構造と散乱現象を結びつける重要かつ便利な量であるが、これも非摂動的である。我々は、これらの高エネルギー散乱現象の物理に関係する非摂動物理 (の定性的性質) は、高次元の歪んだ時空上の弦理論によって理解しようと考えている。

我々の行ったことは、 $AdS_5 \times W$ 背景場中の type-IIB 弦理論における、4 つの massless closed string の sphere amplitude の分析と評価である。(W は何らかの 5 次元コンパクト空間。高エネルギー散乱においては W の性質は重要ではない。) 4 つの外線の波動関数を適切に設定することで、対応するゲージ理論においては deeply virtual photon (大きな spacelike momentum を持っている仮想光子) と on-shell hadron との散乱現象に相当するプロセスになるようにした。

ゲージ理論側では、このようなプロセスは Operator Product Expansion (OPE) を用いることで理論的整理することができる。最も大きな寄与を与えるのが Twist-2 operators であり、これが一般化されたパートン分布として定式化される。しかし散乱振幅と一般化されたパートン分布の評価には、非摂動的情報が必要となるため、通常のゲージ理論側の解析では困難である。

我々は上記 sphere amplitude を弦理論側で具体的に評価するとともに、これを分析しゲージ理論側の OPE としての解釈を与えた。弦理論側の解析においても、最も大きな寄与を与えるのは Twist-2 operators (= 一般化されたパートン分布) の寄与であることを見出し、これを特定した。弦理論側では散乱振幅と一般化されたパートン分布関数を具体的に決定することができた。

弦理論側で導いた散乱振幅と一般化されたパートン分布関数の力学変数依存性 (x, t, q^2) は QCD の理論的予言あるいは実験結果とよく合致していることを見出した。特に、非摂動的情報が必要となる物理量の一つに、 t -slope parameter がある。我々は t -slope parameter の x, q^2 依存性を導いたが、これは HERA の実験結果をよく説明できる。

Probing AdS Wormholes by Entanglement entropy

東京大学 IPMU、藤田充俊

E-mail: mitsutoshi.fujita@ipmu.jp

ゲージ/重力対応を用いる事により強結合のゲージ理論におけるエンタングルメントエントロピーや量子臨界点における物理量を計算する事が容易になります。ここで、エンタングルメントエントロピーとは、物性物理に現れる物理量で、量子的にもつれた状態の自由度を表す物理量です。このエンタングルメントエントロピー S_A の重力理論側での計算手法は [?] の論文で提案されました。そのような重力側でのエンタングルメントエントロピーの式はアンチドジッター空間を伸びる最小面積で与えられ、その面積がホライズンである時にはその公式は Bekenstein-Hawking formula のように見えます。

$$S_A = \frac{Area(\gamma_A)}{4G_N} \quad (1)$$

ここで、 G_N はニュートン定数であり $Area(\gamma_A)$ は最小作用の面積を表しています。

本講演では、このゲージ/重力対応を Lorentzian のワームホールのような漸近的にアンチドジッター空間になっている背景に応用する事を試みます。ワームホールの物理には、ところで、ワームホールパズルという問題があります。つまり、ゲージ/重力対応においてワームホールがあれば、繋がっていない境界に存在する個々の場の理論は相互作用してないようにみえますが、それらは重力理論の空間をまたいで有限の時間で互いに相互作用しているように見えます。Galloway 達は、ヌルエネルギー条件を満たす時に、複数の漸近的にアンチドジッター空間の境界をもつワームホール解が存在しない事を証明しました。ただし、この証明には、ワームホールにはホライズンがない事が前提となっています。

しかしながら、この証明には該当しない例として、弦理論には漸近的平坦な時空と漸近的アンチドジッター空間の時空を繋ぐ安定なワームホールが存在する事が最近理解されてきました [?]. そこで、この弦理論で知られている背景でホログラフィックなエンタングルメントエントロピーを計算し、境界における二つの繋がっていない理論の間に量子的相関があるかどうかを調べました。ここで、[?] のワームホールは static ではないので、時間一定面に乗らない曲面を計算する必要があります。その結果、エンタングルメントエントロピーは、二つの境界の理論の間に量子的相関がない事を示しており、[?] におけるワームホールは一般に知られているワームホールとは異なる性質をもつ事がわかりました。

References

- [1] S. Ryu and T. Takayanagi, “Aspects of Holographic Entanglement Entropy,” JHEP **0608**, 045 (2006) [arXiv:hep-th/0605073].
- [2] A. Bergman, H. Lu, J. Mei and C. N. Pope, Nucl. Phys. B **810**, 300 (2009) [arXiv:0808.2481 [hep-th]].

Higher Derivative Corrections to Holographic Entanglement Entropy for AdS Solitons

東京大学数物連携宇宙研究機構 小川軌明

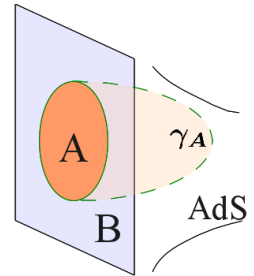
E-mail: noriaki.ogawa@ipmu.jp

1 エンタングルメント・エントロピー と AdS/CFT 対応

部分系の量子相関の指標であるエンタングルメント・エントロピーは、特に CFT の空間分割に対して、AdS/CFT 対応によって

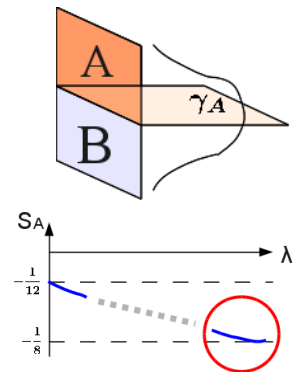
$$S_A = \frac{\min(\text{Area}(\gamma_A))}{4G_N} \quad (1)$$

で与えられることが知られている (右図)[笠-高柳 (2006)]. 特に有限温度系で (1) は Bekenstein-Hawking 則と対応することからも分かるように、この式の成立は Einstein 重力の範囲に限られる。そこで本研究では、重力側に高階微分補正が加わった場合の (1) への補正を、特に AdS ソリトン背景時空に対して調べた。



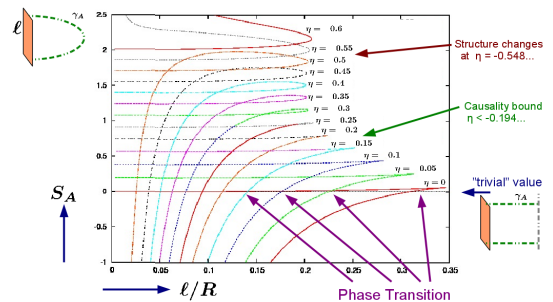
2 弦理論・M 理論に由来する補正

弦理論の低エネルギー有効理論は最低次で Einstein 重力を含む超重力理論となるが、その次には Riemann 曲率 $\mathcal{R}_{\mu\nu\rho\sigma}$ の 4 乗型の補正項が現れることが知られている。このような場合での (1) への補正は一般には知られていないため、 A を半空間にとる特別な場合 (右図) に対して今回計算を行った。特に IIB 型理論の 5 次元 AdS ソリトンでは、補正項の導入はノンゼロの α' を表し、ゲージ側では強結合極限から離れることに対応する。実際、我々の計算結果は、補正項によって S_A の値がゲージ側の自由理論による結果に近づくことを示している。



3 Gauss-Bonnet 重力理論における補正と相構造

Gauss-Bonnet 重力理論に対しては、(1) の補正形が知られている [Hung et.al. (2011), de Boer et.al. (2011)]. これを用いて幅 ℓ の帯状の A に対する S_A を計算することで、長さスケールに応じた系の相転移構造と、それに Gauss-Bonnet 項 (結合定数 η) が与える影響を調べることができる。大きな負の η では相構造が変化する (閉じ込め相のみになる) が、因果律を保つ範囲の η に限定すれば相構造は不変であることがわかる (右図)。



Entanglement Entropy of Two Black Holes and Entanglement Entropic Force

大阪大学理学研究科物理学専攻 芝 暢郎

E-mail: shiba@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

場の理論におけるエンタングルメントエントロピー (EE) は元々ブラックホール (BH) のエントロピーを説明するために研究された。EE は一般に部分系 A に対して A の密度行列 ρ_A の von Neumann エントロピー $S_A = -\text{Tr}\rho_A \ln \rho_A$ として定義される。 $(d+1)$ 次元の場の理論においては、ある時刻 $t = t_0$ における空間的 d 次元領域 A 内の場を部分系とする。BH の外側の観測者は BH 内部の情報を得られないので、外側の観測者にとっては BH の外側の領域の EE を考えるのが自然である。実際、場の理論の真空においては多くの場合、領域 A の EE はその境界 ∂A の面積に比例し、これは BH のエントロピーと類似している [1,2]。

本研究 [3] ではホライズンの半径がそれぞれ R_1, R_2 の 2 つの BH (A と B) の外側の領域 C の massless free スカラー場の $EE(S_C)$ を調べ、特に BH 間の距離 $r (\gg R_1, R_2)$ への依存性を調べる。もし、「 S_C を熱力学的エントロピーとみなせる」と仮定するならば、 S_C の r への依存性からスカラー場が 2 つの BH に及ぼす entropic force を知ることができる。本研究ではこの仮定の元で、この entropic force の性質を調べる。ここで場の状態としては「真空状態」を考える。但し「真空状態」は時間座標の選び方に依存するので、これを指定しなければならない。ここでは BH の内部も含む全時空を覆いホライズン上で特異性のない座標系を選ぶ。

本研究では、BH があるときの計算の準備として、まず BH がない $(d+1)$ 次元 Minkowski 時空 ($d \geq 2$) における S_C を考える。このときスカラー場は全時空において真空状態で、2 つの BH を 2 つの仮想的な球に置き換え仮想的な球の内部の自由度について部分トレースする。EE の計算法としては Bombelli 達の方法 [1] を発展させて用いる。そして S_C の $1/r$ についての主要項を求めた。場の理論の EE の計算は一般に困難で、2 つの離れた有限領域の外側の EE は $d \geq 2$ では自由場に対しても今まで求められておらず、今回 Bombelli 達の方法 [1] を発展させることにより初めて得られた結果である。BH の場合は Minkowski 時空における計算にいくつか修正を加えることで S_C の r 依存性を推定でき、結果は Minkowski 時空の場合と同じ形になる。最後に、こうして推定した BH の場合の S_C の r 依存性から予想される entropic force の効果について議論した。そして、この entropic force の効果を観測により検証する方法を述べる。「 S_C を熱力学的エントロピーとみなせる」という仮定が正しいかどうか、この観測方法により検証できる。

本講演では特に Minkowski 時空における EE の計算と、entropic force の物理的効果についての議論に焦点を当てた。

[1] L. Bombelli, R. K. Koul, J. Lee, and R. D. Sorkin, Phys. Rev. D34, 373 (1986)

[2] M. Srednicki, Phys. Rev. Lett. 71, 666 (1993), arXiv:hep-th/9303048

[3] N. Shiba, Phys. Rev. D 83, 065002 (2011), arXiv:1011.3760v3 [hep-th]

Universal Property of Microstate of Quantum Gravity suggested by Uniqueness of Black Hole Entropy

大同大学 齊田浩見

E-mail: saida@daido-it.ac.jp

プランクスケールの重力が示す普遍的な性質を議論する。ここで「普遍的」とは、超弦理論など量子重力のモデルの詳細に寄らない、という意味である。論旨は次の3段構成である。

第1段 (ブラックホールのエントロピーの一意的定理)

ブラックホール (BH) 熱力学と実験室系の熱力学の間には、重要な相違点がある (状態量の示量性と示強性による分類が可能かどうかなど)。BH 熱力学において、エントロピーの一意性は自明でなく、改めて証明を必要とする。本講演では、その相違点があっても BH エントロピーは「エントロピー=面積則 (Bekenstein-Hawking 則)」で一意的に与えられることを説明した。これは統計力学的な議論を一切用いず、熱力学の枠内だけで公理的に示される。

第2段 (エントロピーを一意的に与える Boltzmann 公式が成立する条件)

実験室系における量子統計力学が成立するための条件を整理する。特に、エントロピーが Boltzmann 公式で一意的に定まるための、系の構成要素 (粒子など) の間の相互作用が満たすべき条件を明らかにする。その条件は、物理的に適切な状況設定の下で、次の3点に集約される：

- (a) 相互作用ポテンシャルは十分遠方で負の値からゼロに収束。
- (b) ポテンシャルは下に有界で、その下限は負の値 (無限遠でのポテンシャルが基準)。
- (c) ポテンシャルの空間積分は正の値。

(a)+(b)+(c) より、ポテンシャルは遠方で引力、短距離で斥力、でなければ安定な熱平衡状態が存在できないことが分かる。(以上は、量子統計力学の数理的基礎付けの定理による。)

第3段 (第1, 2段から得られる量子重力への示唆)

ホーキング輻射のスペクトルが黒体輻射であることから、BH を重力の安定な熱平衡系だとみなす (BH 熱力学)。このとき、第1段で示したように BH エントロピーは一意的である。よって、エントロピーを一意的に与える Boltzmann 公式が量子重力にも適用できるとするならば、BH を構成する重力のマイクロ状態の間の相互作用ポテンシャルも第2段の (a),(b),(c) を満たす必要がある。このポテンシャルの振る舞いは、プランクスケールでの重力相互作用は斥力になることを示唆し、次のような要請を与えると解釈できる：

要請：量子重力理論を準古典近似して有効作用で表したとき、Einstein-Hilbert 作用への補正項は、プランクスケールで斥力的な重力を与えなくてはならない。この要請を満たすかどうかで、既存の量子重力のモデルをスクリーニングできる。

以上の議論や定理 (の証明) に、超弦理論などの量子重力のモデルは使っていない。この意味で、上記の要請は「普遍的」である。

補足：本講演は、雑誌 Entropy の企画 Black Hole Thermodynamics の編集者 J.Bekenstein 氏から依頼された招待論文 (査読付き) の内容である。Entropy 13 (2011) 1611-1647, arXiv:1109.0842

Current Algebras and Homotopy Lie Algebroids

京都産業大学益川塾

池田憲明

E-mail: ikeda@yukawa.kyoto-u.ac.jp

論文 [1] において Alekseev, Strobl は 2次元のカレント代数の可能な一般化を考察した。彼らは正準共役量 $(x(\sigma), p(\sigma))$ の Poisson 括弧のみを仮定し、2次元カレント代数の可能な拡張形を考えた。カレントの交換関係を考えるとカレント代数に自然に $TM \oplus T^*M$ 上の Courant-Dorfman 構造が現れる。また、アノマリーが消える条件が $TM \oplus T^*M$ の Dirac 構造という幾何学的な解釈を持つ。この構造は NS フラックスの入った弦理論のシグマモデルや 2次元位相的場の理論などに現れる。

我々はこの構造の背後にある構造を発見し、これを高次元カレントへ拡張した [2]。一般に、Poisson 構造は Schouten-Nijenhuis 括弧と Poisson 双ベクトル場による構成を持つことを考えると、基礎的な空間としてワールドシートを super 化した超ワールドシート上の、super の意味での正準共役量を考えるのが自然である。すなわち、空間座標を (σ, θ) とすると、 $\mathbf{x}^I(\sigma, \theta) = x^I + \theta x^{(1)I}$, $\mathbf{p}_I(\sigma, \theta) = p_I^{(0)} + \theta p_I$, $\xi_I(\sigma, \theta) = \xi_I^{(0)} + \theta \xi_I^{(1)}$, $\eta^I(\sigma, \theta) = \eta^{(0)I} + \theta \eta^{(1)I}$ に super Poisson 括弧

$$\begin{aligned} \{\mathbf{x}^I(\sigma, \theta), \xi_J(\sigma', \theta')\} &= -\{\xi_J(\sigma, \theta'), \mathbf{x}^I(\sigma', \theta')\} = \delta^I_J \delta(\sigma - \sigma') \delta(\theta - \theta'), \\ \{\eta^I(\sigma, \theta), \mathbf{p}_J(\sigma', \theta')\} &= \{\mathbf{p}_J(\sigma, \theta'), \eta^I(\sigma', \theta')\} = \delta^I_J \delta(\sigma - \sigma') \delta(\theta - \theta'). \end{aligned}$$

を設定する。さらに、'Hamiltonian'

$$\Theta = \int d\sigma d\theta \left(\eta^I \xi_I + \frac{1}{3!} H_{IJK}(\mathbf{x}) \eta^I \eta^J \eta^K \right).$$

と super Poisson 括弧を使い、superfield を適切な Lagrangian 部分多様体にゲージ固定することにより、Alekseev, Strobl の正準共役量とカレント代数がすべて構成できることが示せる。super Poisson 括弧と Θ は A.Schwarz の導入した QP 構造と同値な構造を持つ。

[1] と同様の仮定の下で高次元の一般化されたカレント代数を考えると、同じ構造で記述できることが証明され、 n 次元カレント代数の構造が統一的に記述される。このことから n 次元のカレント代数の可能な代数構造が n 次の QP 構造であることが証明できた。これは M 理論に関するモデルや高次元の位相的場の理論などに現れる。 n 次の QP 構造は一般に Leibniz/Loday algebroid の構造を持つので、このような代数がこれから物理理論において重要になるであろうと考えられる。

詳しくは論文 [2] を参照されたい。

References

- [1] A. Alekseev and T. Strobl, JHEP **0503** (2005) 035 [arXiv:hep-th/0410183].
- [2] N. Ikeda and K. Koizumi, arXiv:1108.0473 [hep-th].

Affine $SU(2)$ algebra from wall-crossing phenomena

KEK 西中 崇博

E-mail: nishinak@post.kek.jp

本講演でお話しした内容は、山口哲氏（阪大）との共同研究で、あるクラスの toric Calabi-Yau 多様体上の D4-D2-D0 壁越え現象を調べることによって、 A_{N-1} ALE space と \mathbf{C}^2 の上の instanton 分配関数の非自明な関係を示したものである。

我々の研究の背景には、D-brane 束縛状態の「壁越え現象」の研究が近年盛んに行われてきたことがある。「壁越え現象」とは、BPS 束縛状態の縮退度が、理論のパラメータ (moduli) を変えることにより離散的に変化する現象のことで、その現象自体は Seiberg-Witten 理論や超弦理論においてかねてより知られていた。しかしながら、BPS 状態の縮退度を moduli 依存性まで含めて知ることは、QCD における meson spectrum を調べることと同様、容易ではなかった。しかし近年になって、縮退度の moduli 依存性を与える画期的な公式が提案された [1]。

このような状況において、我々はまず non-compact D4-brane を 1 枚 A_{N-1} ALE space に巻き付け、その上に束縛された D2-D0 states を考えた。この場合、ALE space の compact cycle の大きさが moduli に対応し、特に全ての compact cycle の大きさが無限大の極限では、D2-D0 状態は D4 上の magnetic flux と instanton に溶けると考えられる。 A_{N-1} ALE space 上の instanton 分配関数は affine $SU(N)$ 代数の character となることが知られているため、この極限での D4-D2-D0 分配関数は affine $SU(N)$ character

$$\mathcal{Z}_{\text{ALE}} = \frac{1}{\eta(q)^{N-1}} \sum_{n_1, \dots, n_{N-1} \in \mathbf{Z}} q^{\sum_{i=1}^{N-1} n_i^2 - \sum_{i=1}^{N-2} n_i n_{i+1}} \prod_{j=1}^{N-1} Q_j^{n_j} \quad (1)$$

で与えられる。ただし q および Q_i は D0 および D2-brane の Boltzmann weight であり、また無限遠での monodromy は自明とした。

次に我々は上で説明したような ALE space 上の D4-D2-D0 状態を、あるクラスの toric Calabi-Yau 3-fold に埋め込むことを考えた。埋め込んだ Calabi-Yau 3-fold には flop と呼ばれる topology change が存在し、moduli を動かすことで D4-brane の topology を \mathbf{C}^2 変えることができる。古典幾何学では topology の変化は singular であるが、超弦理論では非自明な α' -correction によってなめらかに topology change が起こっていると考えられる。また moduli を動かすと、 α' -correction のために壁越え現象が生じ、D4-D2-D0 分配関数は (1) からずれると考えられる。このような特殊な Calabi-Yau を用いることで、我々は affine $SU(N)$ character (1) を \mathbf{C}^2 上の instanton 分配関数 $\mathcal{Z}_{\mathbf{C}^2} = \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^n)^{-1}$ から、壁越え公式を用いて導くことに成功した。我々の結果は、topology change を含む過程で壁越え公式が正しく使えることを示唆している。

References

- [1] F. Denef, G. W. Moore, “Split states, entropy enigmas, holes and halos,” [hep-th/0702146].

Gauge-Higgs Unification in Spontaneously Created Fuzzy Extra Dimensions

信州大学理学部 奥山和美

E-mail: kazumi@azusa.shinshu-u.ac.jp

(この発表は古内一之氏 (NCTS)、稲見武夫氏 (中央大) との共同研究に基づく)

標準模型ではヒッグスの質量を軽く保つような対称性が存在しないため、輻射補正によりヒッグス場の質量項に 2 次発散が現れ、微調整の問題あるいは階層性の問題が生じてしまう。この問題の解決としては、超対称性が最も有力な候補であるが、それ以外にも高次元の場の理論による解決の可能性が考えられる。その一つの例であるゲージ・ヒッグス統一というアプローチでは、高次元のゲージ場を考え余剰次元方向のゲージ場の成分を 4 次元のスカラー場と同定する。そのようなスカラー場に対しては、高次元のゲージ対称性により局所的な質量項が禁止されるので、質量が軽いことを自然に説明できる。素朴には質量がゼロにしかならないと思われるが、余剰次元方向に巻き付いたウィルソンラインの 2 乗の項が量子効果によって生成され、有限の質量を獲得する。この質量項は余剰次元方向には局所的ではなく余剰次元のトポロジーに依存する赤外効果であるので、そこには 2 次発散は現れない。しかしながら、このような高次元ゲージ理論による階層性問題の解決法では、高次元のゲージ理論が繰り込み可能ではない、余剰次元の存在を最初から仮定しなければならない、などの問題があり基本理論としては不満足である。

そこで我々は、4 次元の場の理論から出発し、ファジー (非可換) な余剰次元が自発的に創成するモデルを提案した。ファジーな余剰次元が現れる状況は、超弦理論において B 場のフラックスが貫いているようなサイクルに巻き付いた D ブレーンを考えると実現されるので、このようなモデルを考えることは自然である。我々は、最も簡単な例として、ファジートーラスが 4 次元理論の真空として実現されるモデルを考えた。このようなモデルは、ユニタリ行列に値を持つ二つの場 U_1, U_2 が twisted Eguchi-Kawai 型のポテンシャルを通して相互作用している作用を考えると実現できる。この作用をファジートーラス解のまわりに展開し、ファジートーラスに巻き付いたウィルソンラインに対する有効ポテンシャルを 1-loop で計算すると、 \mathbb{Z}_N 位相の相殺により 2 次発散が出ないことが確かめられる。更に、power counting の議論により高次のループ補正に対しても安定であることがわかる。このユニタリ行列のモデルは、type IIB の超弦理論で discrete torsion が入った $\mathbb{C}^3/\mathbb{Z}_N \times \mathbb{Z}_N$ オービフォールドに置かれた D3 ブレーン上の理論 (の bosonic 部分) に現れる 3 個の複素行列の場 $Z_{1,2,3}$ を考え、 $Z_{1,2} = fU_{1,2}, Z_3 = 0$ と置くと得られる。この D3 ブレーン上の理論は、 $\mathcal{N} = 4$ 超対称ゲージ理論のスーパーポテンシャルを \mathbb{Z}_N 位相で β 変形した $\mathcal{N} = 1$ 理論になっている。ターゲット空間の描像では、オービフォールド $\mathbb{C}^3/\mathbb{Z}_N \times \mathbb{Z}_N$ を特異点から離れた場所で \mathbb{R}^4 上の T^2 ファイブレーションと見なすと、discrete torsion は T^2 を貫く B 場とすることができて、4 次元理論のファジートーラス解は T^2 に巻き付いた D5 ブレーンを表している。

SU(N) super Yang-Mills on 2-dim lattice

レーゲンスブルグ大学 金森 逸作

E-mail: issaku.kanamori@physik.uni-regensburg.de

格子上で超対称 Yang-Mills 理論を記述する際、リンク上にフェルミオンを配置することがある。しかしそのような定式化では、 $U(N)$ ゲージ群の $U(1)$ 部分— 随伴表現なので相互作用しないはずである — が残りの $SU(N)$ 部分と格子化の artifact で相互作用してしまう。ここでは $U(1)$ 部分に由来する非自明な取扱いの例 [1] と、 $SU(N)$ 部分だけで矛盾無く格子模型を書き下す方法 [2] について議論したい。

非自明な例は、フェルミオン行列式の位相因子の取扱いである。格子シミュレーションのアルゴリズム上、この位相因子が正定でなければ困難が生じる（符号問題）。 $U(1)$ 部分があると、そこから生じるゼロ固有値が格子化に伴って微小だがランダムな複素数になり、行列式もランダムな位相を持つ。その結果、たとえば、2次元の $\mathcal{N} = (2, 2)$ 超対称 Yang-Mills 理論ではゼロ固有値を取り除きさえすればフェルミオン行列式は正だが、これが成り立たないように見えてしまう。正しくは、このランダムな固有値を取り除いた行列式を計算しなければならない。

次に [3] の格子定式化を出発点に初めから $U(1)$ 部分を落として $SU(N)$ のゲージ群を用いる方法を考える。この定式化はボソンだけでなくフェルミオンもリンク上で定義しており、また超対称性の一部 (Q -変換と呼ぶことにする) を厳密に保つ定式化として知られている。リンク上でのフェルミオンは、ゲージ変換で例えば $\xi(x) \rightarrow G(x + \hat{1} + \hat{2})\xi(x)G^{-1}(x)$ のようにリンクの始点と終点で異なる変数で回転するため、traceless 条件を課すことができない。つまりリンク上のフェルミオンを扱う限り、ゲージ群を $SU(N)$ にはとれない。そこで、リンク上のフェルミオンを（リンク上のボソン） \times （サイト上のフェルミオン）の形へ分離する。実際、[3] の定式化が持つ厳密な超対称性 (Q -変換不変性) を保ちながら、そのような分離は可能である。その際には、traceless 条件を保つために Q -変換を修正する必要がある。また望ましくない真空の縮退を取り除く必要も生じたが、それはある種の admissibility 条件を課せば解決できる。

ところでスカラー場の $U(1)$ 部分の安定性は、[3] の格子模型が機能するための前提条件であった。[2] では $SU(N)$ にすることで $U(1)$ 部分をはじめから落としたので、常にこの条件が満たされている。なお [1] で導入した $U(1)$ スカラーへの質量項もその安定性を保証している。

References

- [1] M.Hanada and I.Kanamori, JHEP 1101 (2011), 058 [arXiv:1010.2948].
- [2] I.Kanamori, a work in preparation.
- [3] A. G. Cohen, D. B. Kaplan, E. Katz and M. Unsal, JHEP 0308 (2003) 024 [arXiv:hep-lat/0302017].

Perturbative check of the construction of 4D $\mathcal{N} = 4$ SYM from 2D lattice

岡山光量子科学研究所 杉野 文彦

E-mail: fumihiko_sugino@pref.okayama.lg.jp

昨年、花田政範氏、松浦壮氏と、2次元 $\mathcal{N} = (8, 8)$ $U(N)$ super Yang-Mills (SYM) 理論の質量パラメータ M による変形を考えた。この変形は2個の超対称電荷を保つ。この理論の格子定式化として2個の超対称電荷を保つものを構成し、その格子理論から4次元 $\mathcal{N} = 4$ $U(k)$ SYM 理論を fine-tuning なしに構成する方法を提案した (arXiv:1004.5513[hep-lat])。

出発点の2次元理論の格子作用では、質量変形によりスカラー場の平坦方向が安定化し、作用の最小値は離散的な (ファジー球面を表す) 配位で与えられる。自明な古典解の表す真空の下では、2次元の連続理論 (質量変形された $\mathcal{N} = (8, 8)$ $U(k)$ SYM) が fine-tuning なしに得られる。質量変形はソフトなので、連続極限の後に $M \rightarrow 0$ とすることで、変形されない2次元 $\mathcal{N} = (8, 8)$ $U(N)$ SYM (Dijkgraaf-Verlinde-Verlinde の IIA matrix string theory) が非摂動的に得られる。

また、格子作用の古典解として、 k 枚の重なったファジー球面を表すものがあり、2個の超対称性を保つ。その真空の下で2次元格子理論の連続極限をとると、 $\mathbf{R}^2 \times (\text{Fuzzy } S^2)$ 上の4次元理論で2個の超対称電荷を持つものが得られる。ファジー球面上に取りうる自由度の数 n は $N = nk$ を満たす。 $M^2 n$ を固定する $M \rightarrow 0$ 極限はファジー球面を decompactify することと等価で、 $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}_\Theta^2$ (\mathbf{R}_Θ^2 は非可換性 Θ の非可換平面) 上の4次元理論が得られ超対称性は最大の16個に拡大すると考えられる。非可換パラメータは $\Theta = \frac{18}{M^2 n}$ で与えられる。最後に、 $\Theta \rightarrow 0$ 極限をとることで、 \mathbf{R}^4 上の $\mathcal{N} = 4$ $U(k)$ SYM 理論が得られる。($\mathcal{N} = 4$ SYM の UV finiteness から、この極限はスムーズと信じられている。)

上の4次元理論を得るシナリオは量子補正を含めたとしてもうまく機能すると期待されるが、質量パラメータ M が作用の質量項のみならずファジー球面の幾何にも影響を与えるため、4次元理論においては M がソフトかどうか? は必ずしも明らかではない。具体的なチェックのひとつとしてスカラー場の運動項に対する摂動の planar 1-loop の量子補正を計算した。適切な波動関数繰り込みの後、4次元回転について不変な non-local 項が結果として得られた¹。4次元回転対称性の回復は特に非自明だが、fine-tuning なしに回復することがこの結果から伺える。これは、超対称性もすべて連続極限で回復することを示唆している。さらに、non-planar な loop 補正についても planar の場合と同様の結果が得られた。これは上の非可換性をゼロにする極限がスムーズであることを支持している。

このトークは、花田政範氏、松浦壮氏、鈴木博氏との共同研究 (現在、論文準備中) に基づく。

¹4次元 $\mathcal{N} = 4$ SYM は UV finite と言われるが、波動関数繰り込みに関する発散はゲージ固定の仕方に依存する。実際、UV 発散は (modified) light-cone gauge では現れないが、Feynman gauge では現れる。ポイントは、発散が現われたとしても、それは波動関数繰り込みに関するものに限られることである。その寄与は場の rescaling により吸収され、物理的な観測量には効かない。一方、4次元回転不変な non-local 項はオペレーターの異常次元に寄与し、物理的意味を持つ。

Computer simulation of $\mathcal{N} = (2, 2)$ Landau-Ginzburg model

理化学研究所初田量子ハドロン物理学研究室 鈴木 博

E-mail: hsuzuki@riken.jp

[この講演は立教大学理学研究科の鎌田翔さんとの共同研究 [1] に基づくものです。] 4次元の Wess-Zumino 模型を 2次元に dimensional reduction して得られる 2D $\mathcal{N} = (2, 2)$ Wess-Zumino 模型 (2D $\mathcal{N} = (2, 2)$ WZ 模型) の非摂動的ダイナミクスを、文献 [2] の非摂動的定式化を用いた数値シミュレーションにより解析しました。質量項を持たない 2D $\mathcal{N} = (2, 2)$ WZ 模型は低エネルギー極限において非自明な $\mathcal{N} = (2, 2)$ の超対称共型場理論 (SCFT) になると考えられています。この SCFT のいわゆる Landau-Ginzburg (LG) 記述に対してはさまざまな解析的テストが存在しますが、このことの直接証明は存在しません。それは、WZ 模型が低エネルギーで強結合となるため、また massless の摂動論は赤外発散を含んでいるためです。そこで LG 記述を直接確かめるには WZ 模型の相関関数を非摂動的に評価する必要がありますが、このためにはこの超対称性理論の非摂動的定式化が必要です。最近、河井と菊川 [3] は、2D $\mathcal{N} = (2, 2)$ WZ 模型の格子定式化に基づく数値シミュレーションを用いてスカラー場の 2 点関数を評価し、3 次の superpotential を持つ WZ 模型に対して、低エネルギーで予想される A_2 -模型への対応を強くサポートする結果を得ました。我々の研究はこの研究から触発されたもので、我々も 3 次の superpotential を持つ WZ 模型を考察しました。まず、スカラー場の 2 点関数の測定から、赤外極限での chiral primary field の conformal 次元 (h, \bar{h}) に対して $1 - h - \bar{h} = 0.616 \pm 0.025(\text{stat.}) \pm 0.013(\text{sys.})$ という値を得ました。これは A_2 -模型での値 $1 - h - \bar{h} = 0.666\dots$ と consistent なものです。また、赤外極限での SCFT のさらに詳しい内容を見るため、central charge c の測定を試みました。 $\mathcal{N} = 2$ の SCFT では、central charge は energy-momentum tensor の 2 点関数、 $U(1)$ カレントの 2 点関数、さらに superconformal current の 2 点関数にあらわれます。準備的な研究の結果、我々はこのうち最後の superconformal current の 2 点関数の測定から c を読み取ることにしました。ここでの定式化 [2] においては超対称性が明白に保たれており、このために WZ 模型における保存する Noether current、supercurrent を定義することができます。さらにいくつかの議論により、赤外極限で superconformal current に帰着する supercurrent の成分を identify することができます。こうした解析と数値シミュレーションから、我々は赤外極限での central charge として $c = 1.09 \pm 0.14(\text{stat.}) \pm 0.31(\text{sys.})$ を得ました。これは A_2 -模型の値 $c = 1$ と consistent なものです。これらの結果はまた、文献 [2] の定式化の正当性も demonstrate していると考えられます。

References

- [1] S. Kamata and H. Suzuki, arXiv:1107.1367 [hep-lat].
- [2] D. Kadoh and H. Suzuki, Phys. Lett. B **684** (2010) 167 [arXiv:0909.3686 [hep-th]].
- [3] H. Kawai and Y. Kikukawa, Phys. Rev. D **83** (2011) 074502 [arXiv:1005.4671 [hep-lat]].

A low-energy effective Yang-Mills theory for quark and gluon confinement

Chiba University, Kei-Ichi Kondo (近藤 慶一)
E-mail: kondok@faculty.chiba-u.jp

In order to discuss both quark confinement and gluon confinement, we derive a novel low-energy effective model of $SU(2)$ Yang-Mills theory in the gauge-independent way (without fixing the original $SU(2)$ gauge symmetry).

(1) The effective gluon propagator belonging to the Gribov-Stingl type follows from this effective model, irrespective of the gauge choice:

$$\tilde{D}_{cc}(p) = \frac{d_0 + d_1 p^2}{c_0 + c_1 p^2 + c_2 p^4} \quad (d_0 = 1). \quad (1)$$

It is remarkable that the effective model respects the gauge invariance of the original Yang-Mills theory, which allows one to take any gauge fixing in computing physical quantities of interest.

(2) In MA gauge, the model exhibits both quark confinement and gluon confinement simultaneously in the following sense:

- gluon confinement: The Schwinger function (Euclidean Green's functions) violates the reflection positivity.

$$\Delta(t) := \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_4}{2\pi} e^{ip_4 t} \tilde{D}_{cc}(\vec{p} = 0, p_4) < 0 \quad \text{for large } t > 0. \quad (2)$$

- quark confinement: The Wilson loop average satisfies the area law (i.e., the linear quark-antiquark potential). The string tension σ is given for $\tilde{D}_{GG}(p) = p^2 \tilde{D}_{cc}(p)$ by the formula:

$$\sigma = \frac{1}{8} g^2 \int_{p_1^2 + p_2^2 \leq M^2} \frac{dp_1 dp_2}{(2\pi)^2} \tilde{D}_{GG}(p_1, p_2, 0, 0) = \frac{1}{8} \frac{g^2}{4\pi} \int_{|p|^2 \leq M^2} d|p|^2 \frac{d_0 |p|^2 + d_1 |p|^4}{c_0 + c_1 |p|^2 + c_2 |p|^4}, \quad (3)$$

where M is the (dynamical) mass of off-diagonal gluons.

(3) However, the exact agreement with the Gribov-Stingl form is reproduced only when one includes a gauge-invariant nonlocal mass term or a mass term that breaks nilpotency of the BRST symmetry. Otherwise, we have $c_0 = 0$.

Numerical simulations [Mendes, Cucchieri and Mihara, e-Print: hep-lat/0611002] show

$$c_0 = 0.064(2)\text{GeV}^2, \quad c_1 = 0.125(9), \quad c_2 = 0.197(9)\text{GeV}^{-2}, \quad d_1 = 0.13(1)\text{GeV}^{-2}. \quad (4)$$

This indeed leads to a good estimate for the string tension according to (3) for $\alpha(\mu) = g^2(\mu)/(4\pi) \simeq 1.0$ at $\mu = M \simeq 0.97\text{GeV}$:

$$\sigma \simeq (0.5\text{GeV})^2. \quad (5)$$

This talk is based on references, K.-I. Kondo, e-Print: arXiv:1103.3829 [hep-th], Phys.Rev. D (Rapid Communication), in press. and a detailed paper in preparation.

SU(3) 格子ゲージ理論のマルチカノニカルシミュレーション

東京大学大学院総合文化研究科 河井博紀

E-mail: hirokik@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

格子 QCD のハイブリッドモンテカルロ法 (HMC 法) でのシミュレーションでは, topological charge Q の自己相関時間が格子間隔 a に対して a^{-5} 程度で急激に増加するという問題がある [1]. 他方, 作用をエントロピーに置き換えた重みを用いるマルチカノニカル・ハイブリッドモンテカルロ法 (MHMC 法) であれば, ゲージ作用のランダムウォークが起こり, より大きな a で重要となる領域も配位が経験するので, 自己相関時間を短縮できる可能性がある [2]. そこで本研究では, SU(3) 格子ゲージ理論に MHMC 法を適用し, この問題が改善されるかどうかを調べた.

但し, ゲージ場の正確なエントロピーを求めるのは困難なので, 実際には以下のようにしてその近似的な表式を構成した. まず理論を温度 β の統計模型と見て, エネルギー期待値 $E(\beta)$ を内部エネルギーと見なす. それを次式

$$E(\beta) = \frac{\int DU S_W(U) e^{-\beta S_W(U)}}{\int DU e^{-\beta S_W(U)}} \simeq 6N^2 \left[\frac{2}{\beta - \beta_0} + \frac{b}{(\beta - \beta_0)^2} + \frac{c}{(\beta - \beta_0)^3} \right]. \quad (1)$$

で近似する. ここで S_W は Wilson 型のゲージ作用であり, N^4 は格子点数である. パラメータ β_0 , b , c は事前のシミュレーションで評価した $E(\beta)$ に Eq.(1) を fit して決める. 次に, 熱力学の関係式を用いて上式を積分し, マクロなエントロピー

$$S(E) \simeq 6N^4 \left[2 \log \frac{1}{\beta(E) - \beta_0} + \frac{2(b + \beta_0)}{\beta(E) - \beta_0} + \frac{3c/2 + b\beta_0}{(\beta(E) - \beta_0)^2} + \frac{c\beta_0}{(\beta(E) - \beta_0)^3} \right]. \quad (2)$$

を得る. この分母の $\beta(E)$ は Eq.(1) をカルダノの公式で逆解きする事で得られる. こうして得られる表式 Eq.(2) を用いて, SU(3) 格子ゲージ理論の MHMC 法を行った.

我々は格子サイズ $L/a = 16, 24$ において MHMC 法を実行し, $1.6 \text{ fm} \leq L \leq 1.65 \text{ fm}$ の間をランダムウォークさせた. サンプルした配位に 50 回の stout-link smearing を施した後, double plaquette operator を用いて Q を測定した. Q^2 の自己相関関数にカップルした slow mode の自己相関時間は, $L/a = 16$ では HMC 法で 110(20) MDU, MHMC 法では 103(17) MDU であった. $L/a = 24$ では HMC 法で 482(80) MDU, MHMC 法で 484(84) MDU であった. このように, 今の所 MHMC 法による問題の改善は見られていない. 他の reweighting によるアプローチにも課題がある事を考えると, この問題には Neumann 境界条件を用いる方法 [3] が現在最も有効だといえる.

References

- [1] S. Schaefer *et al.* [ALPHA Collaboration], Nucl. Phys. **B845**, 93-119 (2011).
- [2] M. Creutz, Annals Phys. **322**, 1518-1540 (2007).
- [3] M. Luscher, S. Schaefer, JHEP **1107**, 036 (2011).

SU(3) ゲージ理論における赤外固定点の存在と擬スカラー演算子の異常次元の計算

大阪大学大学院 理学研究科 伊藤 悦子
E-mail: itou@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

我々は、格子シミュレーションを用いて、フレーバー数 12 の SU(3) ゲージ理論の固定点の有無と低エネルギー領域での理論の性質を調べた。この理論は、摂動論や Schwinger-Dyson 方程式による解析から、非自明な相互作用を持つ赤外固定点の存在が示唆されている。これを非摂動的な第一原理計算である格子シミュレーションを用いて、固定点の存在を議論し、また、固定点が存在する場合は、その固定点近傍での臨界指数を求めるのが目的である。

近年格子シミュレーションを用いたこれに関連する研究が非常に盛んになっている。特に 12 フレーバーではその固定点での結合定数の値が大きくできる事が期待され、摂動論は有効ではない。また、現在までに固定点が存在するという結論を下したグループと、固定点がなさそうであるという結論を下したグループがあり、その確認が重要な課題となっていた。そこで、我々はこれらのグループと全く独立な繰り込みスキーム (Twisted Ployakov loop scheme) を用いて、running coupling constant を測定した。その結果、 $g^2 \sim 2.4$ 付近に赤外固定点が存在することがわかった。その際、他のグループの解析法で疑問視されていた、連続極限の取り方を $O(a^4)$ まで議論し、固定点近傍でも、その系統誤差は非常に小さい事がわかった。

また、新しい擬スカラー演算子の異常次元を測定するスキームを提案し、その測定を現在行っている。プレリミナリーな結果では、摂動領域では摂動 1 ループの結果とよく一致する事が確認できた。また固定点近傍での異常時限の値は、Schwinger-Dyson 方程式の予言値 ($\gamma^* \sim 1$) よりは小さい値になりそうだという結果が得られている。

この研究は、青山氏、倉知氏、大木氏、山崎氏 (名古屋大)、D.Lin 氏、小川氏、(台湾交通大)、松古氏 (KEK)、池田氏 (KEK, 総研大)、大野木氏 (阪大)、新谷氏 (理研 BNL) との共同研究に基づく。また、シミュレーションには、基礎物理学研究所の NEC SX-8 と Hitachi SR16000、RCNP の NEC SX-8R、KEK の Hitachi SR11000 と IBM System Blue Gene Solution、Taiwanese National Centre for High-performance Computing の GPU クラスタを用いた。

Large- N 1次元有限温度系ゲージ理論の相転移の数値的解析

摂南大学理工学部 基礎理工学機構 東 武大

E-mail: azuma@mpg.setsunan.ac.jp

$D+1$ 次元 $SU(N)$ Yang-Mills 理論を1次元に dimensional reduction したゲージ理論は、元の Yang-Mills 理論の閉じ込め/非閉じ込め相転移と関連した相転移を起こすことが予測されている。また、ゲージ重力対応によりこの相転移は black string と black hole の間の相転移に対応している。そのためこの相転移を理解することは重要であるが、通常の摂動論ではこのような相転移を評価することはできないことが知られている。そのためこれまで主に数値計算で解析がなされてきた。

最近、元の Yang-Mills 理論の空間次元 D を大きい数と見なす近似である $1/D$ 展開を用いることで、この模型が解析的に評価できる可能性が示唆され、実際に相転移温度など既存の数値解析の結果とそれなりの精度で一致する結果が得られた [1]。

$1/D$ 展開は $D \gg N \gg 1$ のときに有効な近似であるが、有限の D (特に $N \gg D > 1$) の場合にどこまで信頼できる解析なのか理解されていない。この問題を解決するために本研究では、数値解析を用いることでこの模型の相転移の次数や温度などが D にどのように依存するのかを調べ、 $1/D$ 展開がどこまで有効な近似になっているのかを検証した。その結果として臨界温度以下の低温領域で $1/D$ 展開が有限の D ($N \gg D > 1$) の場合でも良い近似を与えることがわかった。

また臨界温度付近の相転移は有限の N の場合についてはクロスオーバーになるが、本研究では臨界温度以下の低温領域で $1/D$ 展開から予測される有限の N における振る舞いが数値計算とよく一致していることを示した。

本ポスター発表は竹内紳悟氏 (KITPC) 及び森田健氏 (クレタ大学) との共同研究に基づくものである。

参考文献

- [1] G. Mandal, M. Mahato, T. Morita, “Phases of one dimensional large N gauge theory in a $1/D$ expansion,” JHEP **1002**, 034 (2010). [arXiv:0910.4526 [hep-th]].

タキオン真空における弦の場の理論の対称性について¹

奈良女子大学大学院 稲富晶子

E-mail: inatomi@asuka.phys.nara-wu.ac.jp

2002年に開弦の場の理論における古典解が、identity状態に基づいて構成された [1]。この解はパラメータ a を持ち、 $a > -1/2$ のときは pure gauge 解であり、 $a = -1/2$ のときはタキオン真空解を記述しているとされる [2]。

2003年に Drukker によって、この古典解のまわりで展開した理論では、摂動的な散乱振幅が世界面の構造を持つと指摘された [3]。この性質は、identity-based 解に特有のものである。Drukker はさらに開弦の場を用いて閉弦のみの散乱振幅が計算できる可能性を提示した。Identity-based 解近傍のこの世界面は、 $a > -1/2$ のとき開弦が作る境界を持つ面の構造をしている。しかし $a = -1/2$ では境界が潰れ、閉じた面の構造を持つ。 $a = -1/2$ で境界が消えるこの現象は、タキオン真空上で D-brane が消滅し開弦がなくなることに対応していると考えられるのである。

以上のことを踏まえ、本研究ではタキオン真空解のまわりで弦場を展開した弦の場の理論を持つ対称性について考察する。Identity-based 解近傍に世界面が存在するので、そこに Virasoro 対称性が存在することが予想される。この予想通り、この世界面に作用する Virasoro 代数が構成できることを示した。この Virasoro 代数は、 $a > -1/2$ において元来の Virasoro 代数と同値であり、この世界面上の理論が開弦の理論と同等であることがわかる。しかし、 $a = -1/2$ ではこの代数は特異性を持つため、全く別の Virasoro 演算子が構成される。

$$\tilde{L}_n = L_n + 2q_n - 4 \sum_{m=1}^{\infty} q_{n-2m} - \sum_{m=1}^{\infty} 2(6m-1)\delta_{n,2m} + \sum_{m=2}^{\infty} 4(2m-2)\delta_{n,2m} - \delta_{n,0}$$

ここで、 L_n は通常の Virasoro 演算子であり、 q_n はゴースト数カレントの振動子である。また、 $a = -1/2$ におけるこの Virasoro 代数の作用する状態空間の真空は、 $a > -1/2$ での真空とは全く異なっていることも示した。

本研究では $a = -1/2$ での Virasoro 代数と状態空間の真空を構成した。この Virasoro 対称性を用いてタキオン真空上での閉弦のみの散乱振幅を計算することが今後の課題である。

References

- [1] T. Takahashi and S. Tanimoto, “Marginal and scalar solutions in cubic open string field theory,” J. High Energy Phys. **03** (2002), 033; hep-th/0202133.
- [2] I. Kishimoto and T. Takahashi, “Open string field theory around universal solutions,” Prog. Theor. Phys. **108** (2002), 591; hep-th/0205275.
- [3] N. Drukker, “On different actions for the vacuum of bosonic string field theory,” JHEP **0308**, 017 (2003); hep-th/0301079.

¹本研究は奈良女子大学の高橋智彦氏との共同研究に基づいている。

Evidence for Duality of Conifold from Fundamental String

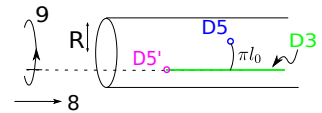
大阪大学 岡崎 匡志

E-mail: tadashi@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

本研究は [1] で詳細に議論されている。resolved conifold 上の D4-D2-D0 ブレーン系に対して T 双対と S 双対を続けて取ると、図のような $\mathbb{R}^{1,8} \times S^1$ 上の D5-D5'-D3 ブレーン系に移ることが予想されている [2]。

一方、resolved conifold 上の D4-D2-D0 系に対して Kontsevich-Soibelman の壁越え公式 (KS 公式) の予想 [3] に基づけば、BPS 分配関数を得ることができる [4]。

そこで我々は双対であると予想される $\mathbb{R}^{1,8} \times S^1$ 上の D5-D5'-D3 系の BPS 分配関数を IIB 型超弦理論を用いて計算し、以下の BPS 分配関数を得た：



$$\mathcal{Z}_{\text{BPS}} = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1-u^k} \prod_{m=0}^{\infty} (1-u^m v) \prod_{n=1}^{\infty} (1-u^n v^{-1})$$

第 1 の無限乗積は D3-D3 間の開弦、第 2 の無限乗積は D5-D3 間の開弦、第 3 の因子は D3-D5 間の開弦の BPS 状態の寄与である。上式の BPS 分配関数は resolved conifold 上の D4-D2-D0 系の BPS 分配関数と完全に一致する。

さらに我々は壁越え現象の振る舞いも両者で完全に一致することを示した。壁越え現象を引き起こすモジュライパラメータ t は D5-D5'-D3 系においては D5 ブレーンの D5' ブレーンに対する 8 方向の相対位置と同定できる。そこで D4-D2-D0 系における非コンパクト divisor C_4 上の B 場を考えると、この B 場は D5-D5'-D3 系において D3 ブレーン上の 8 方向の定数電場 F_{08} になる。この電場の影響で開弦は 89 平面内で傾き、開弦の可能な最大巻き付き数は D5 ブレーンの D5' ブレーンに対する 8 方向の相対位置に依存することになる。つまり「モジュライパラメータ t の変化に伴って BPS 状態の数が変化する」という壁越え現象は、弦理論の立場では 8 方向電場の存在を考慮することで「D5-D5' ブレーン間の 8 方向の相対位置の変化に伴って巻き付くことが可能な開弦の数が変化する」と解釈できる。そして実際にこの解析結果は KS 公式を用いて導出した D4-D2-D0 系の壁越え公式の振る舞いと完全に一致する。我々の結果は上述の予想を正当化するとともに、弦理論の立場からの壁越え現象の視覚的解釈を与える。

[1] T.Nishinaka, T.Okada, T.Okazaki, S.Yamaguchi, arXiv:1107.3660[hep-th]

[2] M.Uranga, arXiv:hep-th/98110043

[3] M.Kontsevich and Y.Soibelman, arXiv:0811.2435[hep-th]

[4] T.Nishinaka and S.Yamaguchi, arXiv:1007.2731[hep-th]

BPS Monopole in Ω -background ¹

東京工業大学 鴨下 智

E-mail: kamoshita@th.phys.titech.ac.jp

$\mathcal{N} = 2$ 超対称 Yang-Mills 理論の Ω -background による変形は、インスタントンモジュライ空間を正則化し、インスタントン分配関数 (Nekrasov 分配関数) を計算可能にするべく導入されたものであるが、近年 Ω -background により変形された理論自体と他の物理系との間で興味深い対応関係が成立することが指摘された。特に、 Ω -background を特徴づける 2 つの変形パラメータ ϵ_1, ϵ_2 の中で $\epsilon_1 = 0$ とした場合、 ϵ_2 補正を受けたプレポテンシャルは、Nekrasov 分配関数を通して量子 sine-Gordon 模型の Bohr-Sommerfeld 積分や量子戸田格子系の Yang-Yang 関数と関係していることが知られている。

通常の $\mathcal{N} = 2$ 超対称 Yang-Mills 理論において、プレポテンシャルは超対称性代数の中心電荷により評価できる。また、その中心電荷は超対称性を部分的に保つ BPS ダイオンや BPS モノポールの電荷、磁荷により評価することができる。従って、上述の対応関係に関する理解を深めるには、 Ω -background によって変形された超対称 Yang-Mills 理論の超対称性や BPS 状態を調べることが極めて有用である。そこで、我々は Ω -background により変形された $\mathcal{N} = 2$ 超対称 $U(N)$ Yang-Mills 理論を場の理論の立場から直接調べた。この理論は、一般の Ω -background の元では 1 つだけの超対称性電荷を持ち、(反) 自己双対な Ω -background の元では超対称性電荷を 4 つ持つことが知られている。我々は Ω -background として上記のように ϵ_1 または ϵ_2 の片方をゼロとした理論を解析した結果、R 対称性をゲージ化して対応する Wilson line を導入することで、この理論が 3 つまたは 4 つの変形された超対称性電荷を持つことが分かった [1]。更に、この理論のエネルギーを評価することにより、変形された超対称性を部分的に保つ BPS ダイオン方程式及び BPS モノポール方程式を求めた。特に後者は、方程式のもつ対称性に注目することにより、ゲージ群が $SU(2)$ の場合に可積分系の文脈でよく知られている Ernst 方程式に帰着する。Ernst 方程式は逆散乱法や Bäcklund 変換などにより解を生成することができるため、これらの方法を用いることで Ω -background により変形されたモノポール解が構成できる。特に、変形されていないモノポール方程式に関しても Ernst 方程式に帰着されることが示されているため、変形されていない解から出発し、Ernst 方程式の解を通して変形された解を構成できる。また、通常の BPS モノポール解のまわりでの変形パラメータによる摂動によっても解を求めた [2]。

References

- [1] K. Ito, S. Kamoshita, S. Sasaki, “BPS Monopole Equation in Omega-background,” JHEP **1104** (2011) 023. [arXiv:1103.2589 [hep-th]].
- [2] K. Ito, S. Kamoshita, S. Sasaki, in preparation.

¹本講演は伊藤克司氏、佐々木伸氏 (東工大) との共同研究 [1, 2] に基づく。

Double Field Theory における運動方程式： 古典的粒子から量子宇宙まで

山口短期大学 菅菜穂美

E-mail: kan@yamaguchi-jc.ac.jp

本発表では Double Field Theory (DFT)[1] における背景場中の粒子の運動方程式について考察した。DFT は双対座標を含めた時空で高い対称性を持つ massless の場の理論であるが、特に Jeon らは DFT の“射影共変”な微分幾何学的構成を押し進めている [2]。この場合、射影行列を用いて接続が定義されるが、この接続を用いた測地線方程式（の対応物）からは物理的な方程式は得られない。

そこで我々は、双対座標により拡張された空間における測地線の意味を明確にするために、射影を拘束条件に入れたラグランジアンを採用し、そこから導かれる力学について調べた。拘束条件を課したラグランジアンからハミルトニアンをつくり、測地流方程式を求めてやると、双対空間の共役運動量を 0 とした場合に測地流方程式が粒子の運動方程式となることがわかった。

次に粒子を拘束条件付きで量子化し、 S^1 及び T^2 コンパクト化の各々についてスペクトラムを求めた。いずれの場合も、質量の 2 乗は弦の振動部分のないコンパクト化した閉弦理論のスペクトラムになっていることがわかった。

DFT では計量を適切に選ぶと string cosmology でよく知られたアクションを得ることが出来る。我々はモデルを拡張し、計量が 2 種類ある場合 (bi-metric model) を考え、宇宙論的な解について考察した。前半の内容を参考に、射影行列による“近似的な”拘束条件を課したハミルトニアンをつくり、方程式を導いた。通常の座標と双対座標の各々に対応するスケールファクターを考えた場合、これら 2 つのスケールファクターの積が無限時間で漸近的に 1 に近づく古典解が得られた。また、拘束条件付きのハミルトニアンを量子化し Wheeler-DeWitt 方程式を立てて数値的に解いても同様の結果が得られた。

今回の bi-metric モデルにはいくつかの自由度が残されているが、これらがどのような物理をもたらすのかを今後明らかにしていきたい。また、場の理論の枠組みで、射影による拘束条件を課した様々なモデルについて考察したい。

なお、この研究は山口大学の小林孝一郎氏、及び白石清氏との共同研究 [3] に基づく。

References

- [1] C. Hull and B. Zwiebach, JHEP **0909** (2009) 099, arXiv:0904.4664 [hep-th]; JHEP **0909** (2009) 090, arXiv:0908.1792 [hep-th].
- [2] I. Jeon, K. Lee and J.-H. Park, JHEP **1104** (2011) 014, arXiv:1011.1324 [hep-th]; arXiv:1105.6294 [hep-th].
- [3] N. Kan, K. Kobayashi and K. Shiraishi, arXiv:1108.5795 [hep-th].

The gauge sectors of multiple M2-branes

首都大学東京 小林 秀太郎

E-mail: s.kobayashi@kiso.phys.se.tmu.ac.jp

Multiple M2-branes 上の world-volume theory として、BLG 模型 [1] や ABJM 模型 [2] がある。BLG 模型では $\mathcal{N} = 8, D = 3, SU(2) \times SU(2)$ supersymmetric Chern-Simons theory であり、一方、ABJM 模型は $\mathcal{N} = 6, D = 3, U(N) \times U(N)$ supersymmetric Chern-Simons theory である。

本研究では、Mukhi と Papageouragkis により提唱された Higgs 機構 [3] を用いて、これらのゲージセクターの構造について研究した。まず超対称性に関して、簡単のため $\mathcal{N} = 1, D = 3$ の超空間の方法 [4] を用いた。ゲージ群 $G \times G$ の bi-fundamental representation に属する物質場 (カイラル超場) X を用いて、この物質場に non-zero の真空期待値 $\langle X \rangle \neq 0$ を与え、ゲージ対称性の破れ $G \times G \rightarrow G_{diag}$ を生じさせた。但し、 $G = SU(2)$ のときは BLG 模型、 $G = U(N)$ のときは ABJM 模型にそれぞれ対応する。

結果として、 G_{diag} のゲージセクターについて、 $\mathcal{N} = 1, D = 3$ の超対称性を持つ、超空間上の Yang-Mills 場の場の強さ W に関する高次の項を得た。その最低次のオーダーについては、通常の supersymmetric Yang-Mills action で与えられる。この項から読み取れるゲージ結合定数は $g_{YM} = \langle X \rangle f_{CS}$ である。ここで、 f_{CS} は Chern-Simons 場の結合定数である。また、それ以上の全てのオーダー項に対しては少なくとも一つの W に関する反交換子 $\{W, W\}$ を含んでいる。これは W に対する高階の時空微分の補正を与えることを意味している。

本研究は Sergei V. Ketov 氏 (首都大学東京) との共同研究 [5] に基づくものである。

References

- [1] J. Bagger and N. Lambert, JHEP **02** (2008) 105, [arXiv:hep-th/0712.3738]; A. Gustavsson, JHEP **04** (2008) 083, [arXiv:hep-th/0802.3456].
- [2] O. Aharony, O. Bergman, D.J. Jafferis and J. Maldacena, JHEP **10** (2008) 091 [arXiv:hep-th/0806.1218].
- [3] S. Mukhi and C. Papageouragkis, JHEP **07** (2008) 085, [arXiv:hep-th/0803.3218].
- [4] S.J.Gates, M.T.Grisaru, M.Rocek and W.Siegel, "Superspace", Benjamin Cummings, Reading, MA, 1983, Second printing: Front. Phys. 58 (1983) 1 [arXiv:hep-th/0108200].
- [5] S.V. Ketov and S. Kobayashi, Phys. Rev. **D83** (2011), 045003 [arXiv:hep-th/1010.0752].

M-branes and Lie 3-algebra

High Energy Accelerator Research Organization (KEK) Shotaro Shiba
E-mail: sshiba@post.kek.jp

Recently, the relation of M-branes and Lie 3-algebra has been gradually clarified. This algebra can be a gauge symmetry of M-brane worldvolume theory. M2-brane theory with Lie 3-algebra is known as BLG theory [1], and M5-brane theory is known as Nonabelian (2,0) theory [2].

We know, at this time, three kinds of Lie 3-algebra which lead to physical theories: \mathcal{A}_4 algebra, Nambu-Poisson bracket and Lorentzian algebras. Their physical interpretation has been also understood. In particular, Nambu-Poisson bracket is related to the extension of worldvolume to some manifold [3, 4]. Lorentzian algebras are related to the compactification of worldvolume and T-duality [5, 6, 7].

Therefore, by concrete analysis of M-brane theory with each example of Lie 3-algebra, we can show that other M- or D-brane theory can be reproduced. Also, in the cases of Lorentzian algebras, the relation among U-duality parameters can be reproduced. Such discussion suggests that the original theories surely grasp some aspects of M-branes.

However, we are not satisfied fully with these results, since the branes which cannot be reproduced by this discussion still remain. The improvements towards this direction must be an important future work.

References

- [1] J. Bagger and N. Lambert, Phys. Rev. **D77** (2008) 065008.
- [2] N. Lambert and C. Papageorgakis, JHEP **1008** (2010) 083.
- [3] P.-M. Ho, Y. Imamura, Y. Matsuo and S. Shiba, JHEP **0808** (2008) 014.
- [4] C.-S. Chu, P.-M. Ho, Y. Matsuo and S. Shiba, JHEP **0808** (2008) 076.
- [5] P.-M. Ho, Y. Matsuo and S. Shiba, JHEP **0903** (2009) 045.
- [6] T. Kobo, Y. Matsuo and S. Shiba, JHEP **0906** (2009) 053.
- [7] Y. Honma, M. Ogawa and S. Shiba, JHEP **1104** (2011) 117.

Recent Development of Open Mirror Symmetry

北海道大学 清水将英

E-mail: shimizu@particle.sci.hokudai.ac.jp

Open mirror symmetry は type IIA 弦理論を Calabi-Yau 3-fold と A-type D-brane (special Lagrangian 部分多様体) という背景に compact 化した理論と、type IIB 弦理論を mirror Calabi-Yau 3-fold と mirror B-type D-brane (holomorphic curve) という背景に compact 化して得られる理論の等価性を主張し、4 次元 $N = 1$ 理論の背後にある双対性である。IIA 側の superpotential に対する非摂動効果 (世界面 instanton) を、mirror 双対である IIB 側の摂動的な計算によって行える。compact 化した内部空間の幾何学の言葉では、tree 近似を考えると、disk 不変量の母関数と相対周期の間の等式として定式化でき、数学的に求めることが非常に困難な不変量を、全く別の比較的容易な問題、周期積分を如何に求めるかという問題に置き換える。特に内部空間が (数学の意味で) compact な場合について近年著しい発展があり、その流れの中で我々は [1] において「直接積分」という方法を提唱した。この手法は、周期積分を微分方程式を経由して求めるのではなく、巧みな局所座標を取ることで積分を直接実行するというもので、明快で直感的である。

この手法を、超曲面や完全交叉として表せず非常に非自明な pfaffian Calabi-Yau と呼ばれる例について適用し、周期積分の計算と disk 不変量の予想に成功したのが [2] の論文である。今回調べた pfaffian Calabi-Yau は [3] において最近構成されたものであり、非完全交叉の Calabi-Yau についての Open mirror symmetry の解析は初めてのものである。この class の Calabi-Yau は局所的にしか超曲面 (あるいは完全交叉) として表せず、複雑であるが、幾何学的に見て非常に興味深い性質を持っていることが知られている。特に、二つの異なった (双有理同値ではないが導来同値な) Calabi-Yau 多様体が、mirror 双対側では一つの moduli 空間の中の二極限として表せるということは興味深く、弦理論の真空構造の解明に何らかの示唆を与えるかも知れない。我々の直接積分の方法はこの二つの極限の双方の解析に対して効果を発揮し、双方に対して整数の disk 不変量を予言している。我々の手法はこのような非自明な Calabi-Yau に対しても機能しているため、今まで十分に解析されてこなかった新しい Calabi-Yau 多様体の例への応用という可能性を拓くものであり、将来において現象論や宇宙論の model の構成にも役に立つはずである。

References

- [1] *A Note on Computations of D-brane Superpotential*, H. Fuji, S. Nakayama, M. Shimizu and H. Suzuki, arXiv:1011.2347[hep-th].
- [2] *Open mirror symmetry for Pfaffian Calabi-Yau 3-folds*, M. Shimizu and H. Suzuki, JHEP1103:083, 2011, arXiv:1011.2350[hep-th].
- [3] *Pfaffian Calabi-Yau Threefolds and Mirror Symmetry*, Atsushi Kanazawa, arXiv:1006.0223[math.AG].

曲がった時空上の超対称ゲージ理論の局所化について

大阪大学理学研究科 長崎晃一

E-mail: nagasaki@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

4次元球面上のゲージ理論についてその分配関数はインスタントン分配関数を用いて表される事が Pestun によって示されている。この発表ではその結果を一般の曲面上に一般化すべく、局所化の方法を試みた。一般化とはつまり Nekrasov 分配関数に2つのパラメータ、 ϵ_1, ϵ_2 の関係を Pestun の与えた、 $\epsilon_1 = \epsilon_2$ の場合から、この関係が成り立っていない場合の Nekrasov 分配関数を求める事を意味する。局所化に用いる SUSY 完全な項を計算し、その性質を調べた。一つの結果としてインスタントンの配位が現れる場所を $AdS_2 \times S^2$ 曲面上での場合に特定した。我々は $\mathcal{N} = 2$ の超対称性を持ったゲージ理論を想定する。その作用は次式である。

$$S = \frac{1}{g_{YM}^2} \int d^4x \sqrt{g} \text{Tr} P \left[\frac{1}{4} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma} + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} D_\mu \Phi_A D_\nu \Phi^A + \frac{1}{12} R \Phi_A \Phi^A \right. \\ \left. + \frac{1}{4} [\Phi_A, \Phi_B][\Phi^A, \Phi^B] - \frac{1}{2} \Psi \Gamma^\mu D_\mu \Psi - \frac{1}{2} \Psi \Gamma^A [\Phi_A, \Psi] \right], \quad (1)$$

この作用は次の超対称変換の下不変となっている。

$$Q A_M = \epsilon \Gamma_M \Psi, \quad (2)$$

$$Q \Psi = \frac{1}{2} F_{MN} \Gamma^{MN} \epsilon - 2 \Phi_A \Gamma^A \tilde{\epsilon} + K_i \nu_i, \quad (3)$$

$$Q K_i = -\nu_i \Gamma^M D_M \Psi \quad (4)$$

SUSY 完全な項の計算方法は次の通りだ。先ず V を次のように定義した。

$$V = \int d^4x \sqrt{g} \text{Tr}' (\overline{Q} \Psi \Psi) =: (\overline{Q} \Psi \Psi). \quad (5)$$

求める積分は $QV = 0$ の領域に局所化する。その配位は次の通りである。

$$S_{bos}^Q = 0 \longrightarrow \begin{cases} \Phi_0 = \frac{a}{B}, \Phi_i = \Phi_9 = 0, K_i = -\frac{2\nu_i \tilde{\epsilon}}{B^2} a, \\ \text{others} = 0 \end{cases}, \quad (6)$$

- [1] V. Pestun, “Localization of gauge theory on a four-sphere and supersymmetric Wilson loops,” arXiv:0712.2824 [hep-th].
- [2] K. Nagasaki and S. Yamaguchi, “Towards the localization of SUSY gauge theory on a curved space,” arXiv:1106.4975 [hep-th].

ツイスター量子化における Hilbert 空間

日本大学大学院 理工学研究科 量子理工学専攻 野手 順一

E-mail: note@phys.cst.nihon-u.ac.jp

Penrose は量子重力への 1 つのアプローチとして 1967 年にツイスター理論を提唱し、その翌年にツイスター量子化とよばれるこの理論における量子化の手法を提唱した [1]。この理論を持ちいると、任意のヘリシティをもつ時空上の無質量場はツイスター空間（3次元複素射影空間）上の関数（ツイスター関数）を積分変換することにより統一的に構成される。このとき構成される無質量場がどのような特異点をもつかということは、ツイスター関数をもつ特異点の種類により決定される。また、無質量場のエネルギーが正または負であるという性質は、ツイスター関数の定義域に依存しており、ツイスター空間の部分領域として幾何学的に与えられる。この理論形式においてはツイスターを演算子（ツイスター演算子）に置き換えて交換関係を設定し量子化を行う。これにより、ツイスター演算子の一部はツイスターに関する微分演算子として表現される。Penrose は、このような演算子表現の背景にある Hilbert 空間を構成するために、ツイスター関数に対して内積を定義した [1]。この定義はツイスター演算子の共役性を要請することにより決められている。しかし、この定義においてはノルムの詳細やツイスター演算子の定義域などは不明である。

このような背景のもとに本研究で我々は、明確な内積の定義を提案し、これに基づきノルムの性質と積分変換により構成される無質量場がもつ特異点の関係を調べた。詳述すると、まずツイスター演算子の固有状態を構成し、これを基底として演算子表現を求めた。このような求め方は Penrose の方法とは異なっているが結果として同一の演算子表現が得られることがわかる。次にこの固有状態表示のツイスター関数を求めて、これに対して内積を定義した。我々の内積の定義は、ツイスター演算子の共役性が成り立つこと、積分測度が共形不変であること、ツイスター関数が 3次元複素射影空間上の関数であることなどの必要条件で絞り込むことにより決定されている。この定義においては、ノルムはツイスター関数をもつ特異点の種類により正値または不定値であることがわかり、各々の場合においてツイスター演算子の作用が閉じていることを確認できる。さらに、ノルムが正値であるツイスター関数から構成される正エネルギー場は特異点をもたないことがわかり、不定値の場合には特異点をもつことがわかる。このような結果から、ノルムが正値であるようなツイスター関数の集合が Hilbert 空間として適した性質をもっていると考えられる。今後の課題の一つとしては、我々が構成した Hilbert 空間に基づいてツイスター量子化の経路積分形式を構築することが挙げられる。

なお、本研究は出口真一氏（日本大学量子科学研究所）との共同研究である。

References

- [1] R. Penrose, *Int. J. Theor. Phys.* **1**,61 (1968).
R. Penrose, In *Quantum Gravity, an Oxford Symposium*, eds. C. J. Isham, R. Penrose and D. W. Sciama, (Oxford University Press, Oxford, 1975).

Comments on multi-brane solutions in open string field theory

University of Tokyo, Komaba Tohru Masuda

E-mail: masuda@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

Witten の開弦の場の理論が多重ブレーン解を持つかどうかという問題は興味深い。もともとの開弦の自由度はブレーンの集団座標を表すようなものであり、これを用いて D25-ブレーンが複数枚ある背景を記述できるとすれば不思議なことである。昨年、この問題について、Murata-Schnabl により重要な議論が与えられた。彼らは wedge state の重ねあわせで記述できる解がある条件を満たす場合に、解の形とエネルギーの値を直接結びつける公式を導いたのである。この議論から多重ブレーン解の形が強く予想されたが、その表式には弦の場 K の逆 $\frac{1}{K}$ が含まれている。弦の場を行列と見なす half-string picture において、 K はゼロ固有値を持つと考えられており、一般には逆をとることはできないものの、相関関数の中である適当な位置に置かれた場合には、問題なく定義できる可能性がある。

たとえば、次の解は二重ブレーン解の候補である；

$$\Psi = \frac{1}{K} c \frac{K^2 B}{K-1} c \sim \int_0^\infty dx \int_0^\infty du e^{-u} \frac{\partial^2}{\partial u^2} e^{Kx} c B e^{Ku} \quad (1)$$

ここで弦の場 K の逆 $\frac{1}{K}$ は $*$ -積の下で関係式 $K * \frac{1}{K} = \frac{1}{K} * K = \mathcal{I}$ (\mathcal{I} は $*$ -積の単位元) を満たす弦の場という意味で書かれているが、これには今のところ構成的な定義が無い。具体的な計算を行うため、(1) の最右辺ではとりあえず $\frac{1}{K} = - \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \int_0^\Lambda e^{Kx} dx$ としたが、この定義ではうまくいかないことが、以下のエネルギー計算からわかる。

我々の計算の手順を説明すると、まず相関関数 $N(x, y; u, v) \equiv \text{tr}[e^{xK} c B e^{uK} c Q(e^{yK} c B e^{vK})]$ の具体形を求め、(1) の最右辺の表式を使って、運動項を

$$\text{tr}[\Psi Q \Psi] = \lim_{\Lambda, \Lambda' \rightarrow \infty} \int_0^\Lambda dx \int_0^{\Lambda'} dy \int_0^\infty du \int_0^\infty dv e^{-u-v} \frac{\partial^2}{\partial u^2} \frac{\partial^2}{\partial v^2} N(x, y; u, v) \quad (2)$$

と表し、四重積分を解析的に評価した。解が二重ブレーン解を表すものであれば、この値は $\frac{3}{\pi^2}$ となるはずである。計算の結果、積分値は有限ではあるものの、 x, y 積分のカットオフに依存し、確定しないことがわかった。(x, y 積分は $\frac{1}{K}$ を表すのに使ったものであることに注意されたい。) また、同様の方法で cubic term を評価したところ、やはり結果はカットオフに依存した。つまり解自身と内積した運動方程式が満たされているとはいえないことがわかった。

そこで、 $1/K$ を含む相関関数を計算するのにどのような処方を用いるべきか考察し、次のような処方に基づけば、少なくとも (1) の解について、エネルギーの値などが適切に得られることを見つけた。その処方というのは、 x, y について 0 から ∞ まで積分する代わりに、 x, y に関する原始関数を適当な境界条件の下で求め、その $(x, y) = (0, 0)$ での値を見るというものである。この処方を用いると、二重ブレーンのエネルギーが再現され、解自身と内積した運動方程式も満たされることがわかった。(この発表は大川祐司氏との共同研究に基づくものである。)

Structure of multi-caloronsolutions

東京理科大学理工学研究科 村中大地[†], 澤渡信之^{*}

E-mail: [†]j6210615@ed.noda.tus.ac.jp, ^{*}sawado@ph.noda.tus.ac.jp

北里大学理学部 中村厚

E-mail: nakamura@sci.kitasato-u.ac.jp

富山県立大学工学部・慶應義塾大学自然科学研究教育センター 戸田晃一

E-mail: kouichi@yukawa.kyoto-u.ac.jp

近年, 非自明なホロノミーを持つ caloron 解の研究が進んでいる。caloron は QCD における confinement の機構との関連という文脈で議論されることもあり, これら鞍点解は confinement-deconfinement の相転移の機構に新たな知見を与えることが期待されている。中村らによって, SU(2)caloron のチャージ 2 における新たな解析解が見出された [1]。それらは大まかに言って標準モノポール型 (虚時間周期無限小の極限でモノポール解になるもの) と非標準モノポール型に分かれるが, とりわけ後者は caloron 固有のオブジェクトとして非常に興味深い。

前研究会で, 我々は上述の caloron 解の対称性を持つ場合について紹介した。本研究会では, より多くのパラメーターを持ち, 対称性を持たないような場合を含む, より一般的な解法を確立し, それについて詳しく紹介した。Figure 1 にそれらの作用密度の例を示す。

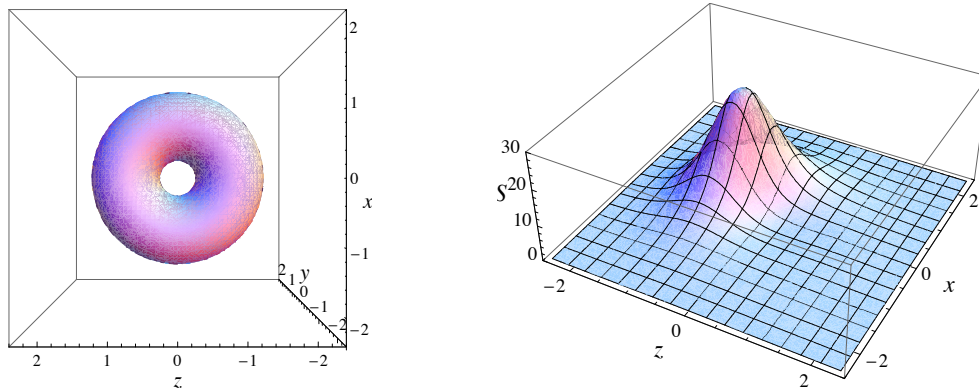


Figure 1: チャージ 2 における caloron の最も対称性の良い場合の等作用面 (左図), 及び boundary data に含まれるパラメーターを変えて対称性を失った作用密度の高さプロット (右図)。

References

- [1] A. Nakamura and J. Sakaguchi, J. Math. Phys. **51**, 043503 (2010) [arXiv:0909.1601 [hep-th]].
- [2] D. Muranaka, A. Nakamura, N. Sawado and K. Toda, arXiv:1105.2092 [hep-th].

Spacetime Thermodynamics and Black Hole Membrane Paradigm

京大理 素粒子論研究室 横倉祐貴

E-mail: yokokura@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

ブラックホールは、Hawking 輻射により、熱浴と熱平衡状態になることのできる熱力学的物体である。そのエントロピー S_{BH} は表面積に比例し、温度 T_{BH} はその ADM mass M_{BH} により一意的に決まる。通常の熱力学の第一法則は任意の非平衡過程で使用可能であるが、しかしブラックホールの第一法則 $T_{BH}dS_{BH} = dM_{BH}$ はそうではなく、global timelike Killing ベクトルが存在する準静的過程だけにしか適用できない [1]。

Gibbons-Hawking の議論 [2] によれば、ブラックホール古典解 1 つが有限の統計力学的エントロピーを生む。このことは Einstein 方程式の 1 つの解が 1 つの熱力学的状態に対応することを示唆する。Jacobson [3] はこの考えを推し進め、「Einstein 方程式は状態方程式である」ことを示した。しかし Jacobson の用いた観測者は代表的な熱力学的対象であるブラックホールに適用することができない。それはエネルギーを評価する観測者が horizon の中にいるからである。

この 2 つの問題に対して、私は event horizon 近くの外の観測者を用いてエネルギーを評価し、それを利用して、任意の非平衡過程で使用可能なブラックホールの熱力学第一法則を、Einstein's gravity と f(R) gravity において構築した [4]。このとき示量変数はエネルギーのみであり、また Hawking 輻射はエネルギー運動量テンソルを通して考慮している。event horizon から一定の短い距離だけ離れた timelike な運動をする観測者を用いることで、常にその観測者にとっての局所的な物質のエネルギー流と局所的なブラックホール温度を定義することができる。その観測者はブラックホールの Membrane Paradigm の “stretched horizon” 上の観測者に対応し、得た式はダイナミカルな過程で生じる重力エネルギーを含み、その係数は Membrane Paradigm の粘性係数と一致している [5]。また、f(R) gravity の場合には、Einstein's gravity の場合に現れない余分な項が現れ、それは非平衡過程においてのみ現れる項である。私は運動方程式から第一法則を導出したが、論理を逆にすれば、非平衡過程のブラックホールに適用可能な Jacobson の議論が正しくできる。

References

- [1] J. M. Bardeen, B. Carter and S. W. Hawking, Commun. Math. Phys. **31**, 161 (1973).
- [2] G. W. Gibbons and S. W. Hawking, Phys. Rev. D **15**, 2752 (1977).
- [3] T. Jacobson, Phys. Rev. Lett. **75**, 1260 (1995).
- [4] Y. Yokokura, arXiv:1106.3149 [hep-th].
- [5] S. Chatterjee, M. Parikh and S. Sarkar, arXiv:1012.6040 [hep-th].

Localization of Vortex Partition Functions in Super Yang-Mills Theory

高エネルギー加速器研究機構 吉田 豊

E-mail: yyoshida@post.kek.jp

The vortex moduli space with k -vortex number in two-dimensional theories with eight supercharges are constructed in NS5-D0-D2-brane system in [1], [2] as the Kähler quotient spaces. Especially, the vortex partition functions for $\mathcal{N} = (4, 4)$ super Yang-Mills theories with vortex number k are $U(k)$ gauged matrix model with four supercharges. But, it is difficult to perform multi-variable integrations directly in vortex partition functions.

We study the localization of the partition function of BPS vortices in $\mathcal{N} = (2, 2)$ $U(N)$ super Yang-Mills theory with N -flavor on \mathbb{R}^2 in [3]. The vortex partition function for $\mathcal{N} = (2, 2)$ super Yang-Mills theory is obtained from the one in $\mathcal{N} = (4, 4)$ super Yang-Mills theory by mass deformation. We show that the partition function can be written as Q -exact form and integration in the partition functions is localized to the fixed points which are related to N -tuple one dimensional partitions of positive integers.

References

- [1] A. Hanany and D. Tong, “Vortices, Instantons and Branes.”, JHEP. **0307** (2003) 037, arXiv:hep-th/0306150.
- [2] H. Chen and D. Tong, “Instantons and Emergent $AdS_3 \times S^3$ Geometry”, JHEP. **0606** (2006) 017, arXiv:hep-th/0604090.
- [3] Y. Yoshida, “Localization of Vortex Partition Functions in $\mathcal{N} = (2, 2)$ Super Yang-Mills theory”, arXiv:1101.0872[hep-th].

Off-shell construction of N=3 superconformal Chern-Simons theories

Czech Technical University in Prague (チェコ工科大学) Masato Arai

E-mail: masato.arai@utef.cvut.cz

3次元の Chern-Simons 理論は condensed matter physics や particle physics における重要性から盛んに研究されてきた。近年では、複数枚の M2 ブレーンの有効理論が Chern-Simons 理論を用いて記述されることが明らかにされ、その重要性はますます増してきている。M2 ブレーンの有効理論は、3-algebra と呼ばれるゲージ群を含む 3次元の N=8 超対称コンフォーマル理論で記述される BLG 模型 [Bagger, Lambert, Phys. Rev. D 75 (2007) 045020; Phys. Rev. D 77 (2008) 065008; JHEP 0802 (2008) 105, Gustavsson, Nucl. Phys. B 811 (2009) 66] や N=6 の超対称性を持つ $U(N) \times U(N)$ ゲージ理論である ABJM 模型 [Aharony, Bergman, Jafferis, Maldacena, JHEP 0810 (2008) 091] などが知られている。これらの理論は、高い超対称性を持つにもかかわらず、コンポーネント場か N=1 超場、もしくは N=2 の超場で記述されているのみであった。これらの理論の拡張やループ計算を行うためには、できるだけ高い超対称性が明白になっていた方が便利である。実際、N=3 harmonic superspace と呼ばれる超空間上の超場を用いて、ABJM 模型が記述され、そのループ計算が行われている [Buchbinder, Ivanov, Lechtenfeld, Pletnev, Samsonov, Zupnik, JHEP 0903 (2009) 096; JHEP 0910 (2009) 075]。もともと harmonic superspace formalism は 4次元で N=2 の超対称性理論を off-shell で記述するために導入されたフォーマリズムであるが、この理論を off-shell で記述するもう一つのフォーマリズムとして projective superspace formalism (PSF) [Karlhede, Lindstrom, Rocek, Phys. Lett. B147 (1984) 297, Lindstrom, Rocek, Commun. Math. Phys. 128 (1990) 191; Commun. Math. Phys. 115 (1988) 21] も知られている。このフォーマリズムを次元簡約して、3次元の projective superspace を導入し、その枠組みで N=4 の超対称性を明白にした Chern-Simons 項を記述することが可能である。本研究では、3次元の PSF を用いてアーベル群の Chern-Simons 理論を構築することに成功した [M.A., S. Sasaki, 現在準備中]。

3次元の projective superspace は $(z, \zeta) = (x^\mu, \theta_i, \bar{\theta}^i, \zeta)$ で定義される。ここで $\mu = 0, \dots, 2$ は 3次元ミンコフスキー空間の添え字を表し、 $i = 1, 2$ は $SU(2)_R$ の内部対称性の添え字を表す。 ζ は projective coordinate と呼ばれ、 $SU(2)_R/U(1)$ の空間をパラメトライズする。PSF における超場は、上記の projective superspace 上で定義されるのではなく、その部分空間で定義をされる。部分空間で定義される多重項には幾つかあるが、Chern-Simons 項を記述する上で特に重要なものはトロピカル多重項や $O(2)$ 多重項と呼ばれるものである。トロピカル多重項は N=4 ベクトル多重項を表すもので、 $O(2)$ 多重項は N=4 ベクトル多重項で書き直すことができる。結果として Chern-Simons 項は N=4 ベクトル多重項のみで記述される。本研究では、非アーベル群への拡張とその問題点についても論じた。

$W_{1+\infty}$ algebra as a symmetry behind AGT relation

東京大学理学系研究科物理学専攻 菅野正一

E-mail: kanno@hep-th.phys.s.u-tokyo.ac.jp

4次元 $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論のネクラソフ分配関数と2次元共形場理論の相関関数の間の関係式、AGT関係式は大きな関心を集め、関係式の拡張など現在でも様々な研究が行われている。その一方で、AGT関係式自体の検証や証明はゲージ群がSU(2),SU(3)といった簡単な場合しかなされていない。一般の系でのAGT関係式の検証で困難な点として、(1)SU(N)ゲージ理論に対する共形場理論は W_N 代数で記述されるが W_N 代数は非線形代数であるため共形ブロックの計算が難しい、(2)両者の一致を見るためにはU(1)部分を適切に補う必要があるが、クイバーゲージ理論などの複雑な系ではU(1)部分の取り方の指標がない、ことが挙げられる。

Belavin,Belavin[1]は共形場理論側でVirasoro代数とU(1)カレントを自由ボソンで表示し、それらの適切な線形結合を取りYoung図で指定されるシューア多項式2個の積でかけられる基底を用いると共形ブロックの展開がSU(2)ゲージ理論のネクラソフ分配関数の公式の形になると予想した。この予想を拡張すると、 W_N 代数とU(1)カレントを自由ボソン表示し、適切な線形結合を取りYoung図で指定されるシューア多項式N個でかけられる基底で共形ブロックを展開するとSU(N)ゲージ理論のネクラソフ公式の形に一致する、となる。ここで問題となるのは、適切な線形結合とは何か、なぜU(1)カレントを含めると上手く行くのかということである。我々は、上記の点は $W_{1+\infty}$ 代数により説明できると主張した。

$W_{1+\infty}$ 代数は高階微分演算子 $z^n(z\frac{\partial}{\partial z})^m$ のなす代数の量子化で与えられる。この代数では一般に、Virasoroの L_0 固有値で表現空間を分解したとき各部分空間も無限次元になる。ここで最高ウェイトを適切に選ぶと各部分空間が有限次元になる表現を作ることができる。さらにユニタリーで中心電荷を整数Nにとると、N個の自由フェルミオンで表示することが可能となる。自由フェルミオン系にはYoung図で指定される自然な基底が存在し、ボソン化を行うとシューア多項式の積となる。我々は、この表現では代数の自由度が W_N とU(1)に落ちており、 $W_N \times U(1)$ を自然に記述する自由ボソンの基底と $W_{1+\infty}$ を自然に記述する基底との間の変換式が先に述べた適切な線形結合であることを主張し、その根拠を示した。N=2の場合に生成子の母関数を展開すると、U(1)カレントと自由ボソン表示のストレステンソルが得られ、高次の項はその2つ及びそれらの微分だけで書かれることが確かめられる。そしてVirasoro \times U(1)を自然に記述する基底への書き換えが[1]で用いられた線形結合であることもわかる。次にN=3において同様の手続きを行うと、U(1)カレント、ストレステンソル、スピン3のカレントが得られ、これらが $W_3 \times U(1)$ の自由ボソン表示であることがわかる。この際得られた基底の変換式を用いてシューア多項式3つの積で書かれた状態で共形ブロックを展開すると、ネクラソフ公式との一致が1インスタントンで確認される。以上の結果はAGT関係式の背後に $W_{1+\infty}$ 代数の構造があることを示唆している。

なお、本発表は松尾泰氏(東大理)、柴正太郎氏(KEK)との共同研究[2]に基づく。

[1]A. Belavin and V. Belavin, Nucl. Phys. B **850**, 199 (2011)

[2]S. Kanno, Y. Matsuo and S. Shiba, Phys. Rev. D **84**, 026007 (2011)

Volume of Moduli Space of Vortex Equations and Localization

明治学院大学 太田和俊

E-mail: kohta@law.meijigakuin.ac.jp

今回の講演ではヴォーテックスのモジュライ空間の体積の計算方法とその結果について報告を行った。この研究は東京女子大の坂井氏と釧路高専の三宅氏との共同研究に基づく。

我々が扱うヴォーテックスとは一般の種数 h を持つ Riemann 面 Σ_h 上の BPS 方程式

$$\begin{aligned} F_{z\bar{z}} - \frac{g^2}{2}(c - HH^\dagger) &= 0, \\ D_{\bar{z}}H &= D_zH^\dagger = 0, \end{aligned}$$

の解であり、モジュライ空間とは BPS 方程式の解空間をゲージ群で割った商空間のことである。興味があるのはこのモジュライ空間の「体積」であるが、モジュライ空間の体積は、BPS ソリトン系の熱力学を考えた場合の古典統計の分配関数を与える。また、BPS ソリトンのモジュライ空間の体積は、そのソリトンが主要な働きをする超対称ゲージ理論の非摂動効果を導出するための重要な量となる。例えば、 $\mathcal{N} = 2$ 超対称ゲージ理論におけるいわゆるインスタントン分配関数はインスタントンのモジュライ空間の体積によって与えられ、ゲージ理論に対する厳密な非摂動効果を与える。

このように BPS ソリトンのモジュライ空間の体積を求めることは非常に興味深く、重要な問題であるが、この問題を正面から考えると、ソリトンの解を具体的に構成し、モジュライ空間の計量を求め、計量から構成した体積要素に基づいてモジュライ空間全体にわたって積分しなければならない。しかし、この直接的な方法は困難を伴い、一般的な表現の Higgs 場や一般のゲージ群の場合に実行することは非常に難しい。

しかし、このような直接的な方法をとらずとも、「局所化定理」と呼ばれる方法を場の理論に用いてモジュライ空間の体積を計算する方法が、Moore-Nekrasov-Shatashvili によって与えられた。今回、我々はこの局所化の方法を用いて、上述の BPS ヴォーテックス方程式のモジュライ空間の体積について計算した。この方法を用いると、モジュライ空間の具体的な計量はもとより、BPS 方程式の具体的な解さえも必要としないため、計算の一般化が非常に容易である。Abel 的な $U(1)$ ゲージ群の場合には計量を通じた体積の計算が、すでに Manton らによって与えられていたが、我々が用いた方法であれば Manton らの結果を単純な留数計算によって再現することができ、さらに、非 Abel 的なゲージ群の場合にも容易に拡張が可能であることを示した。

ゲージ群が Abel 的な場合、非 Abel 的な場合いずれの場合においても、モジュライ空間の体積を求めた結果は、ゲージ結合定数 g 、Fayet-Iliopoulos パラメータ c によって無次元化された Riemann 面の面積 $\tilde{\mathcal{A}} \equiv \frac{g^2 c}{4\pi} \text{Area}(\Sigma_h)$ の多項式として一般的に表される。この Riemann 面の面積 $\tilde{\mathcal{A}}$ に対するモジュライ空間の体積の振る舞いについて注意深く調べると、そのモジュライ空間の (位相) 幾何学的な構造などについてもある程度知ることができることがわかった。また、非 Abel 的なゲージ群の場合に、多くの新たな興味深い結果を得ることができた。

Boundary operators in matrix models¹

京都大学理学研究科 伊敷 吾郎

E-mail: ishiki@post.kek.jp

行列模型は double scaling limit の下で、2次元重力理論（非臨界弦理論）を記述することができる。我々は minimal string 理論において弦の世界面が境界を持つ場合 (FZZT-brane) を考え、場に対して課される境界条件や、境界上に定義される境界演算子が、行列模型を用いた記述においてどのように与えられるのかを明らかにした。

Liouville 理論を用いた minimal string 理論の定式化において、共形対称性を保つ境界条件は完全な分類がなされている。Liouville 場に対しては境界上の宇宙定数でラベルされる境界項を作用に導入することで、そして、matter 場に対しては Cardy 状態を取ることで共形対称性を保つことができる。また、決められた境界条件の下で、境界上に境界演算子を定義することができる [1]。

我々はそのような演算子として、Liouville 場と結合した minimal 模型の primary 演算子を考え、その disk 上の相関数を行列模型から以下のように再現することに成功した。我々はまず、連続極限で $(2, 2p+1)$ minimal string 理論に対応する one matrix model を考え、境界の構造を記述するために vector の経路積分を分配関数の定義に加えた。vector の作用としては $\sum_{a,b} v^{(a)\dagger} \cdot C^{(a,b)}(M) \cdot v^{(b)}$ という形のものを考えた。ここで、 a, b は vector $v^{(a)}$ のフレーバーをラベルしており、以下で述べるように、異なるフレーバーの vector は、異なる境界条件を持つ境界を構成していると見なすことができる。 $C^{(a,b)}(M)$ は行列 M の多項式であり、一般に別の n 次の多項式 $P_n^{(a,b)}(M)$ を用いて $C^{(a,b)}(M) = \sum_n x_n^{(a,b)} P_n^{(a,b)}(M)$ と展開できる。

我々は、 $x_n^{(a,b)}$ が境界上の primary 演算子のソースであると仮定した。disk 上の理論において、そのような共形場演算子の 1 点関数は 0 であり、2 点関数は互いに直交する。我々はこれらの条件を行列模型の分配関数に課し、解くことにより、多項式 $P_n^{(a,b)}(M)$ の具体形を決定した。そして、2 点相関数 $\frac{\partial^2 Z}{\partial x_n^{(a,b)} \partial x_n^{(b,a)}}|_{x=0}$ を large- N 極限において計算し、disk 上の minimal Liouville 理論から導かれるものと値が一致することを確かめた。この一致は上述の仮定が正しいことを示唆している。またこの結果の比較から、 $C^{(a,a)}(M)$ の多項式としての次数を l_a としたとき、 $v^{(a)}$ によって構成される境界は $(1, l_a)$ Cardy 状態であることが分かった。

我々はこの方法を通して disk 上の特別な 3 点相関数や、bulk-boundary の 2 点相関数に対しても行列模型から計算を行い、Liouville 理論で知られている結果を再現した。また、このような境界条件・演算子の構成を一般の (p, q) minimal string 理論に対応する two matrix model の場合にも拡張し、一般的な FZZT-brane の行列模型における記述を与えた。

References

- [1] V. Fateev, A. B. Zamolodchikov and A. B. Zamolodchikov, arXiv:hep-th/0001012.

¹この講演は Jean-Emile Bourgine 氏と Chaiho Rim 氏との共同研究に基づく。

The FZZ duality with boundary – Branes in 2d black hole and their duals

慶應義塾大学日吉物理学教室 疋田泰章

E-mail: hikida@phys-h.keio.ac.jp

FZZ 双対性は Fateev-Zamolodchikov-Zamolodchikov によって提唱された双対性で、ユークリッド版二次元ブラックホール模型が sine-Liouville 理論と等価であるという主張である [1]。二次元ブラックホール模型の背景は葉巻型をしており、漸近的に円筒型となっている。一方 sine-Liouville 理論は背景が二次元の円筒で与えられ、指数関数的ポテンシャルを持っている。これらは互いに T 双対であると言われており、例えば NS5 ブレーンの物理や特異点をもつ Calabi-Yau の超弦理論のコンパクト化などの研究に応用されてきている。この双対性は、閉弦からくるタキオン場の凝縮としても説明することができる。sine-Liouville 理論では背景の円筒に巻きついた弦からくるタキオン場が凝縮しており、この凝縮により背景が変形して葉巻型の幾何になったと解釈できる。開弦の場合のタキオン凝縮は D ブレーンの崩壊として理解されているが、その閉弦版の数少ない扱える例となっている。

この FZZ 双対性は、超対称性のある場合にはその特性を用いることで証明がなされていた。超対称性のない場合は長い間推測の域を出ていなかったが、我々は論文 [2] において証明を行うことができた。この証明において、SL(2) WZNW 模型と Liouville 理論間のある関係式が重要な役割を果たしている。SL(2) WZNW 模型は 3次元 Anti-de Sitter 空間上の弦理論とみなせるが、この理論を動径方向のみに帰着することでこの関係式を導出することもできる [3]。二次元ブラックホール模型は、SL(2) WZNW 模型の時間並進対称性をゲージ化することで構成できる。そこで、SL(2)-Liouville 関係式を応用し、かつ Liouville 理論における自己双対性と場の変換と組み合わせることで、証明を完成させた [2]。

我々はさらに論文 [4] において、FZZ 双対性を D ブレーンのある場合に拡張した。二次元ブラックホール模型のブレーンに関する研究はある程度存在し、主要なブレーンとして D1 ブレーンと D2 ブレーンがある。一方 sine-Liouville 理論におけるブレーンに関する研究はそれほど行われてはいない。FZZ 双対性は曲がった空間における T 双対性と解釈できるため、二次元ブラックホールにおける D1 ブレーンと D2 ブレーンは、それぞれ sine-Liouville 理論における D2 ブレーンと D1 ブレーンに対応する。論文 [4] では、二次元ブラックホールにおける D1 ブレーンに関する FZZ 双対性を導出した。このブレーン配位は、酒井・杉本模型などに応用できると期待している。D2 ブレーンに関する FZZ 双対性の拡張は現在進行中であり、近いうちに紹介したい。

参考文献

- [1] V. Fateev, A. Zamolodchikov and A. Zamolodchikov, unpublished.
- [2] Y. Hikida, V. Schomerus, JHEP **0903**, 095 (2009).
- [3] Y. Hikida, V. Schomerus, JHEP **0710**, 064 (2007).
- [4] T. Creutzig, Y. Hikida, P. B. Rønne, JHEP **1109**, 004 (2011).

On Non-Chiral Extension of Kerr/CFT

理化学研究所 橋本数理物理学研究室 畔柳 竜生

E-mail: azeyanagi@riken.jp

ブラックホールを微視的に理解することは、量子重力の定式化に向けた重要な手がかりを与えてくれると考えられており、様々な観点から研究が進められている。2008年に Guica らは、extremal Kerr ブラックホールの事象の地平面近傍の物理をカイラルな2次元共形場理論を用いてホログラフィックに記述できることを指摘し、それを用いることでブラックホールエントロピーを微視的に導出した [1]。これは Kerr/CFT 対応と呼ばれているが、 $U(1)$ アイソメトリーを持つより一般の extremal ブラックホールに対しても適用可能である。特に、物質場や高階微分補正項を加えた場合でもこの手法を適用可能であることが、既に先行研究によって示されている。

一方で Kerr/CFT 対応は未だ不明瞭な部分も多く、特に、Virasoro 対称性が一つのみというカイラルな性質が重大な問題を引き起こしている。例えば、Kerr/CFT 対応において暗黙で使用している Cardy 公式は、ユニタリーな2次元非カイラル共形場理論における状態の縮退度を勘定する公式のため、今の場合に使用可能であるかは明白ではない。さらに、この場合にはエネルギー励起を記述するために必要なもう一つの Virasoro 対称性が存在しないために、有限温度 (non-extremal) への拡張もそのままでは不可能である。しかし、上述のように多くの例において Kerr/CFT 対応は機能しているため、どこかにもう一つの Virasoro 対称性が隠れていて、全体としては非カイラルになっているのではないかと期待されている。そのため、Kerr/CFT 対応の非カイラル拡張に向けた研究が行われているものの、漸近的対称性を解析することで中心拡大した非カイラルな Virasoro 対称性を同定したものは今まで存在しなかった。

本研究ではまず extremal ブラックホールのエントロピー零極限において、事象の地平面近傍の時空構造として局所的 AdS_3 時空が極めて一般に現れるという我々の前研究成果を起点とした [2]。そして、その時空上での漸近的対称性を詳細に解析することで、この極限においては非カイラルな Virasoro 対称性を同定できることを示した。その際、安直に漸近的対称性を同定しようとすると、2つの Virasoro 対称性のうちの片方は中心拡大しないという問題が生じる。これはエントロピー零極限で現れる形の局所 AdS_3 時空では、漸近電荷を定義するために用いる境界上の時間一定面が null になっているのが原因である。そのため、我々は時間一定面を空間的にするように正則化を導入することでこの問題を回避し、期待される値に中心拡大した非カイラル Virasoro 対称性を漸近的対称性として同定することに成功した。また、我々はこの正則化の起源に関しても言及し、事象の地平面近傍から始めるのではなく、事象の地平面近傍に近づく極限とエントロピー零極限を同時にとれば、このような正則化が自然に導入されることを示した [3]。

Reference

- [1] M. Guica, T. Hartman, W. Song and A. Strominger, Phys.Rev.D**80**(2009)124008
- [2] T. Azeyanagi, N. Ogawa and S. Terashima, JHEP**1103**(2011)004
- [3] T. Azeyanagi, N. Ogawa and S. Terashima, JHEP**1106**(2011)081

Measuring Black Hole Formations by Entanglement Entropy via Coarse-Graining

数物連携宇宙研究機構 宇賀神 知紀

E-mail: tomonori.ugajin@ipmu.jp

現在の理論物理学における重要な問題の一つとして、ブラックホールの情報喪失の問題が挙げられる。ブラックホールに、ある純粋状態にある物質を投げ入れる。(この物質を吸収した)ブラックホールは、量子論的には Hawking 放射と呼ばれる熱的な放射を出しているため、最終的には、蒸発してしまい、熱的な輻射、つまり混合状態だけが残る。このことは、ブラックホールのある時空では、純粋状態が混合状態に時間発展することを意味する。これは量子論の基本的な仮定の一つである、時間発展のユニタリー性に反する。

さらに AdS/CFT 対応を考えることによって、ブラックホールの生成についての、次のような情報喪失に類似の(しかし古典的な)パラドックスも存在することがわかる: 重力理論側において、真空からブラックホールを生成する、重力崩壊の過程を考え、この時間発展を追跡する。このとき、系に何も粗視化を加えていないので、ゲージ理論における双対な過程の時間発展はユニタリーである。したがって、ゲージ理論側におけるこの過程の終状態の Von-Neumann エントロピーは 0 である。しかし重力理論側では終状態は十分良くブラックホールで近似できるので、終状態の Von-Neumann エントロピーは 0 でないように思われる。したがってこの過程について、のゲージ理論側からの予言と、重力理論側からの予言は食い違っているように見える。本研究では、まず重力崩壊によって真空から生成するブラックホールのエントロピーは厳密に 0 になることを、エンタングルメントエントロピーを用いて(ゲージ理論の言葉を用いずに)証明した。これは先に取り上げたブラックホールの生成についてのパラドックスを解いたことになる。

エンタングルメントエントロピーとは、次のように定義される量である。ある純粋状態 ρ で記述される系のヒルベルト空間を二つにわける。 $H_{tot} = H_A \times H_B$. このとき H_A しか見えない観測者は H_B の情報を落として、つまり H_B の元を密度行列 ρ からトレースアウトして記述する。この時の H_A の見る、還元された密度行列を ρ_A とする。この ρ_A についての Von-Neumann エントロピー S_A を A についてのエンタングルメントエントロピーという。大切なのは、 S_A は観測者 A の系の粗視化の度合いを表しているということである。場の理論の定義されている空間を、閉領域 A とその補集合 B に分けたとき、系のヒルベルト空間は自然に 2 つに分かれる。このとき領域 B を粗視化したことに対応する S_A に興味がある。4次元共形ゲージ理論におけるこの S_A (従って重力理論におけるエンタングルメントエントロピー) をホログラフィックに計算する方法が提案されている。その提案によれば、 S_A は領域 A を境界を持つような AdS_5 上の極小局面の面積に比例する。

そこでこの公式を、今の重力崩壊する時空に当てはめてみる。十分過去において事象の地平面は消滅するので、B を境界を持つ極小曲面の面積は、A を境界を持つ極小曲面の面積に等しいことがわかる。従って $S_A = S_B$ が成り立つ。Von-Neumann エントロピー(ブラックホールのエントロピー)は $S_A - S_B$ で与えられるので、結局その値は 0 になる。このようにして、重力崩壊によって生成されたブラックホールのエントロピーが必ず 0 になることが、ゲージ理論を用いずに証明できた。

この発表は高柳匡氏との共同研究 (JHEP **1011**, 054 (2010) [arXiv:1008.3439 [hep-th].) に基づく。

Hybrid classical integrability in squashed sigma models¹

京都大学理学研究科 川口 維男

E-mail: io(at)gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

近年、AdS/CFT 対応の拡張の 1 つとして、物性系への応用が議論されている。その際、磁場の入った場の理論に対する重力双対として、非等方的に変形された AdS 空間や球面が現れる。変形された AdS や球面上のシグマ模型の可積分性は、変形した AdS/CFT 対応の検証において重要な役割を果たすと期待される。変形された AdS や球面はもはや対称商空間ではない。非対称空間の場合に一般論はなく、その上のシグマ模型の可積分構造は個別に議論する必要がある。

我々は、変形された球面の一例として squashed S^3 を考え、それを標的空間とする非線形シグマ模型の古典的な可積分構造を議論した。squashed S^3 は変形された $SU(2)$ 群多様体であり、

$$ds^2 = (J^1)^2 + (J^2)^2 + (1+C)(J^3)^2$$

$$J = g^{-1}dg = T^1 J^1 + T^2 J^2 + T^3 J^3, \quad g \in SU(2)$$

そのアイソメトリーは $SU(2)_L \times U(1)_R$ ($g \rightarrow g^L \cdot g \cdot e^{-\alpha T^3}$) である。従って squashed S^3 上のシグマ模型は $SU(2)_L \times U(1)_R$ 対称性を持つ。

このシグマ模型において、 $SU(2)_L$ 対称性はヤンギアン対称性 [1]、 $U(1)_R$ 対称性は量子変形された $SU(2)$ 対称性 [2] にそれぞれ拡大することを示した [3]。これらは非局所対称性として実現される。この理論はこれらの対称性に基づく古典可積分系であり、二通りの記述を持つことを示した。一方は $SU(2)_L$ 対称性に基づく記述であり、他方は $U(1)_R$ 対称性に基づく記述である。

それぞれの記述におけるラックス対および古典 r 行列も計算した。対称性から予想される通り、 $SU(2)_L$ 対称性に基づく記述の古典 r 行列は有理型であり、 $U(1)_R$ 対称性に基づく記述の古典 r 行列は三角型であった。しかし、どちらも squashed S^3 上のシグマ模型の運動方程式を記述しており、二通りの記述は等価である。実際、二通りの記述は非局所変換を通じて関係していることを示した。本発表では squashed S^3 上の非線形シグマ模型のみを扱ったが、warped AdS_3 (三次元 Schrödinger 時空を含む) に対しても同様の議論ができる。

References

- [1] V. G. Drinfel'd, "Hopf Algebra and the Quantum Yang-Baxter Equation,"
Sov. Math. Dokl. **32** (1985) 254.
- [2] M. Jimbo, "A q difference analog of $U(\mathfrak{g})$ and the Yang-Baxter equation,"
Lett. Math. Phys. **10** (1985) 63.
- [3] I. Kawaguchi and K. Yoshida, "Hybrid classical integrability in squashed sigma models," arXiv:1107.3662.

¹本発表内容は、吉田健太郎氏 (京大理) との共同研究 [3] に基づく。

厳密繰り込み群によるリフシツ型理論の解析

大阪大学 理学研究科 素粒子論研究室 菊地 健吾

E-mail: kikuchi@het.phys.sci.osaka-u.ac.jp

近年、リフシツ型理論が注目を浴びている [1]。リフシツ型理論とは、作用の運動項の空間 2 階微分 項を空間 $2z$ 階微分項に置き換えた理論である。その結果、摂動論の紫外領域における収束性が良くなるという利点がある一方で、ローレンツ対称性が破れているという問題点がある。ローレンツ対称性は理論が持つべき対称性であるので、低エネルギースケールでは対称性が回復している必要がある。現段階までの研究においては次元勘定の意味で、ローレンツ対称性が回復するであろうと期待されているわけであるが、しかしながら、対称性の回復は非摂動的にも述べられるべきである。

Wilson と Kogut の論文 [2] で詳しく述べられている厳密繰り込み群の方法は、理論の非摂動的な扱いを可能にしてくれる。そこで本研究では、厳密繰り込み群方程式の 1 つである Wegner-Houghton 方程式を用いて、4 次元 $z=2$ リフシツ型スカラー場の理論の理論空間が低エネルギーでローレンツ対称性が回復するか否か非摂動的に解析を行った。

技術的な点として、厳密繰り込み群方程式を具体的に解くためには理論のトランケーションをする必要がある。本研究では次元勘定で 0 以上の全ての相互作用を含むものを作用として採用した。また、時空が非対称なリフシツ型理論では、運動量積分を如何に行って良いのかわからないという困難がある。通常球面でカットオフを与えるのに対して、本研究では時間方向は独立に全エネルギーで積分してしまい、空間方向のみ繰り込み群の流れを追うような円筒状のカットオフを採用することでこの積分を行う方法を提案した。

このモデルの下で、Wegner-Houghton 方程式を解き、ある種の変数変換を行うことによって、結果として、この理論が低エネルギーでローレンツ対称性を持った理論のガウシアン固定点を持つことを明らかにした。これは非摂動的に、リフシツ型理論が低エネルギーでローレンツ対称性を回復していく様を見る第一ステップとなる。より詳細な議論、さらなる発展的な内容に関しては [3] にて発表予定である。

References

- [1] P. Horava, “Quantum Gravity at a Lifshitz Point,” *Phys. Rev.* **D79** (2009) 084008, arXiv:0901.3775 [hep-th].
- [2] K. G. Wilson and J. B. Kogut, “The Renormalization group and the epsilon expansion,” *Phys. Rept.* **12** (1974) 75–200.
- [3] K. Kikuchi, “Restoration of Lorentz Symmetry for Lifshitz Type Scalar Theory,” to appear.

量子重力理論における GL 不変性と Weyl 不変性の関連について

東京理科大学 基礎工学部 教養 佐藤 喜一郎

E-mail: kisato@rs.tus.ac.jp

Dirac-Uchiyama-Freund 型の作用で与えられる Weyl 不変な重力理論の BRS 不変性に基づく量子化を調べている [1]。BRS 変換は一般座標変換だけではなく、Weyl 変換に対しても独立に導入される。しかし、設定できるゲージ条件は注意が必要で、De Donder 条件を Weyl 不変性を保つように $\partial_\mu(\bar{g}^{\mu\nu}\phi^2) = 0$, のように拡張する必要がある。この条件は、一般座標変換の線形版である一般線形変換 GL(n) 不変性を保つ。一方、Weyl 変換に対するゲージ条件は、(i) $\phi = \text{const}$, (ii) $g^{\mu\nu}\nabla^\nu W_\mu = 0$, (iii) $\partial_\mu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\phi^2\partial_\nu\phi) = 0$ のいずれでも、 $\delta g_{\mu\nu} = 2\epsilon$ という大域的 Weyl 変換で不変である。ところで、GL(n) と大域的 Weyl 変換は、 $\langle g_{\mu\nu} \rangle = \eta_{\mu\nu}$ の背景の下では、その対称性は、Dilatation 対称性まで自発的に破れる。量子重力理論における共形不変性はこのような形で実現される。従って、GL(n) 不変性を保っておくことが重要である。(n は時空の次元)

現在、この理論の物理的部分空間を解析するために、新たに Weyl 不変な場の変数を、

$$\bar{g}^{\mu\nu} = (\sqrt{-g})^{2/n} g^{\mu\nu}, \quad \bar{W}_\mu = W_\mu - \frac{1}{n} \partial_\mu \ln \sqrt{-g}, \quad \bar{\phi} = (\sqrt{-g})^{\frac{n-2}{2n}} \phi,$$

と定義し、理論からは $\sqrt{-g}$ を消した上で解析を行なっている。また、完全にゲージ不変な量としては、 $d\bar{s}^2 = \bar{\phi}^{\frac{4}{n-2}} \bar{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$, $d\bar{V} = \bar{\phi}^{\frac{2n}{n-2}} d^n x$, が作れる。これらの量の関係を計算できないか検討中である。

このような中、t'Hooft が Einstsien 重力理論の経路積分を $\sqrt{-g}$ を優先することにより得られる理論 (共形場の理論?) を議論していることが分かった [2]。t'Hooft の議論はゲージ条件などが不明なため、de Donder 条件のもとで、先に導入した Weyl 不変な変数 $\bar{g}^{\mu\nu}$ と $\Omega = (\sqrt{-g})^{\frac{n-2}{2n}}$ という 2 つの変数で Hilbert-Einstein 作用を書き換えてみた。すると、Hilbert-Einstein 作用の項のみならず、ゲージ固定項や FP ゴースト項も Ω の 2 次式になり、経路積分が実行できる。

$$S_{HE} = \int d^n x \left[\frac{1}{4} \Omega^2 (\bar{g}^{\omega\gamma} \bar{g}_{\alpha\lambda} \bar{g}_{\beta\rho} - 2\delta^\omega_\lambda \delta^\gamma_\alpha \bar{g}_{\beta\rho}) \partial_\omega \bar{g}^{\alpha\beta} \cdot \partial_\gamma \bar{g}^{\lambda\rho} - 2\Omega \partial_\omega \bar{g}^{\omega\gamma} \cdot \partial_\gamma \Omega - 4 \frac{n-1}{n-2} \bar{g}^{\omega\gamma} \partial_\omega \Omega \cdot \partial_\gamma \Omega \right],$$

$$S_{GF} + S_{FP} = - \int d^n x \frac{1}{\kappa} \Omega^2 \bar{g}^{\mu\nu} \partial_\mu B_\nu + i \int d^n x \Omega^2 \bar{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \bar{C}_\lambda \partial_\nu C^\lambda,$$

この際、後者の 2 項も Ω の 2 次式になるのは de Donder 条件が GL(n) 不変性を保つためであり、他のゲージを取れば 2 次になる性質は失われることが分かる。t'Hooft の議論にゴーストの寄与を入れると、恣意的な係数を選べば、有効作用の発散項を消すこともできるため、t'Hooft による量子重力の定式化の議論はいまだ生きていられると思われる。その際、有効理論が共形理論であるなら、我々のモデル同様、GL(n) 不変性が重要な役割りを果たすであろう。

1. 佐藤喜一郎, 素粒子論研究, Vol.118, no.3 (2010), C58.

2. G. 't Hooft, arXiv:1009.0669v2 [gr-qc]

Some aspects of BPS solutions in ABJM theory and their gravity duals

Department of Physics, Kyoto University Shinji Shimasaki

E-mail: shinji@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp

We investigate BPS configurations in ABJM theory [1] on $R \times S^2$ [2]. We find general BPS solutions for diagonal configurations. Interestingly, the BPS solutions we find have nonzero angular momentum on S^2 as well as non-trivial flux, not only “magnetic flux” but also “electric flux”, turned on. We then show that carrying out the Higgsing procedure of [3] around a 1/2-BPS solution of ABJM theory on $R \times S^2$ leads to $\mathcal{N} = 8$ super Yang-Mills theory (SYM) on $R \times S^2$. Higgsing around the 1/2-BPS solution where the scalar field vev is proportional to the identity gives rise to $\mathcal{N} = 8$ SYM on $R \times S^2$ expanded around the trivial vacuum while higgsing around 1/2-BPS solutions which are diagonal but not proportional to the identity leads to the SYM expanded around a non-trivial vacuum. If we Higgs around a 1/4-BPS configuration, then we end up getting the SYM expanded around a 1/2-BPS solution. In fact, higgsing around various solutions of ABJM theory should reproduce the SYM expanded around its various solutions.

Since the ABJM on $R \times S^2$ is dual to M-theory on global AdS_4 , it is worth asking what the duals of the BPS solutions, we find in this paper, are. In [4], Nishioka and Takayanagi solve the BPS equations explicitly in the bulk and construct a class of dual giant graviton solutions in M-theory on $AdS_4 \times S^7/Z_k$. In particular, they find a spinning dual giant graviton configuration. The spinning dual giant graviton is a M2-brane expanding into AdS_4 with a torus shape and rotates along the fiber coordinate of the S^7 (S^7 being the fibration of S^1 over CP^3) as well as spins along the azimuthal direction of $S^2 \subset AdS_4$. These solutions should be dual to the class of our solutions with nonzero angular momentum and R-charge in ABJM theory corresponding to the nonzero spin and the angular momentum, respectively, in the bulk.

In a forthcoming paper [5], we will classify the space of solutions on the bulk side, which includes the spinning dual giant solution, in terms of intersections of holomorphic surfaces with the target space, and then compare and match with a similar classification on the space of the boundary solutions we presented.

References

- [1] O. Aharony, O. Bergman, D. L. Jafferis and J. Maldacena, *JHEP* **0810** (2008) 091 [arXiv:0806.1218 [hep-th]].
- [2] B. Ezhuthachan, S. Shimasaki and S. Yokoyama, arXiv:1107.3545 [hep-th].
- [3] S. Mukhi and C. Papageorgakis, *JHEP* **0805** (2008) 085 [arXiv:0803.3218 [hep-th]].
- [4] T. Nishioka and T. Takayanagi, *JHEP* **0810** (2008) 082 [arXiv:0808.2691 [hep-th]].
- [5] B. Ezhuthachan, S. Shimasaki and S. Yokoyama, Work in progress.

On Effective Action of Multiple M5-branes and ABJM Action¹

Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University Seiji Terashima

E-mail: terasima@yukawa.kyoto-u.ac.jp

Abstract

We calculate the fluctuations from the classical multiple M5-brane solution of ABJM action which we found before. We obtain D4-brane-like action but the gauge coupling constant depends on the spacetime coordinate. This is consistent with the expected properties of M5-brane action, although we will need to take into account the monopole operators in order to fully understand M5-branes. We also see that the Nambu-Poisson bracket is hidden in the solution.

Understanding the dynamics of M5-branes is one of the most important problems in M-theory or string theory. For the D-branes, the low energy effective actions were found and they are essentially the Yang-Mills action. However, the effective action for the multiple M5-branes is not known yet. Recently, the effective action of multiple M2-branes on $\mathbf{C}^4/\mathbf{Z}_k$, called the ABJM action, was suggested. Because the D4-brane action is constructed from the D2-brane action by the Matrix theory like construction using the non-commutative space, we expect that this ABJM action will be useful to study M5-branes. In this work, we uplift this situation to M-theory in order to obtain an M5-brane action from an M2-brane action, which we expect to be the ABJM action

Very recently, we found a classical solution of M5-branes in the ABJM action. This solution is an uplift of the flat D4-brane solution with a constant magnetic flux, which is constructed from infinitely many D2-branes satisfying $[X^1, X^2] = \text{const.}$ where X^1 and X^2 are the adjoint scalar fields corresponding to the transverse direction of the D2-branes. The three-algebra structure was also found in this solution. In this work, we expand ABJM action around our classical solution. We obtain D4-brane like action, which contains only the zero modes of the S^1 direction on which the \mathbf{Z}_k of the $\mathbf{C}^4/\mathbf{Z}_k$ acts. This is because the non-zero modes should have the vortex charge through the Chern-Simons term. In order to include them, we should take into account the monopole operators.

However, it would be remarkable that the gauge coupling constant of our D4-brane like action depends on the spacetime coordinate. We would like to stress that such an action is not obtained from the D2-branes. This dependence reflects the geometry $\mathbf{C}^4/\mathbf{Z}_k$ in which the radius of the S^1 increases as we go away from the orbifold fixed point. In this sense, our action includes the information of M5-brane, which is not included in the D4-brane constructed from D2-branes. We hope this work will be helpful for the understanding of the M5-branes.

¹This talk was based on the paper: “On Effective Action of Multiple M5-branes and ABJM Action” Seiji Terashima and Futoshi Yagi (IHES, Bures-sur-Yvette) JHEP 1103 (2011) 036, arXiv:1012.3961 [hep-th].

New types of Universal Extra Dimensional Models at Tevatron and LHC

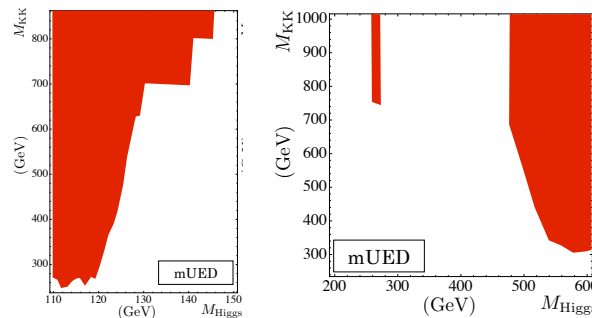
Department of Physics, Kobe University Kenji Nishiwaki

E-mail: nishiken137@g-mail.com

The ATLAS and CMS experiments at the CERN Large Hadron Collider (LHC) have presented their latest results for the $\simeq 1 \text{ fb}^{-1}$ of data at the center of mass energy 7 TeV at the International Europhysics Conference on High Energy Physics, Grenoble, France, 21–27 July 2011. One of the most remarkable among them is the bound on the Higgs mass in the Standard Model (SM). A combined analysis of the ATLAS experiment excludes the existence of the SM Higgs in mass ranges $155 \text{ GeV} < M_H < 190 \text{ GeV}$ and $295 \text{ GeV} < M_H < 450 \text{ GeV}$ within the 95% Confidence Level (CL) based on $1.0\text{--}1.2 \text{ fb}^{-1}$ data [1] and that of the CMS experiment excludes $149 \text{ GeV} < M_H < 206 \text{ GeV}$ and $300 \text{ GeV} < M_H < 440 \text{ GeV}$ within the 95% CL based on 1.1 fb^{-1} data [2]. Further the total production cross section of a Higgs-like particle, a particle that decays the same way as the SM Higgs, is severely constrained by these data in the still-allowed regions: $115 \text{ GeV} < M_H < 149 \text{ GeV}$, $206 \text{ GeV} < M_H < 295 \text{ GeV}$, and $M_H > 440 \text{ GeV}$. We translate the above constraint on the production cross section into that on the Kaluza-Klein (KK) scale of various 5-Dimensional (5D) and 6D Universal Extra Dimension (UED) models. Due to limitations of space, we only show the allowed region of the Higgs mass and the Kaluza-Klein mass in minimal UED model on S^1/Z_2 , which is indicated by the red area, and it is noteworthy that both the ATLAS and CMS groups have observed 2σ excess of events in the combined analyses in the region $130 \text{ GeV} \lesssim M_H \lesssim 140 \text{ GeV}$ [1, 2]. For this region, we get a constraint on the 5D mUED model on S^1/Z_2 :

$$M_{\text{KK}} > 700 \text{ GeV} \quad (\text{at } 95\% \text{ CL for } 130 \text{ GeV} < M_H < 140 \text{ GeV}),$$

which is by far the severest collider bound ever obtained.



We also obtain our numerical results showing that the UED models may account for the 2σ excess of the $ZZ \rightarrow 4\ell$ events around 250 GeV observed at ATLAS [1], which is consistent to the CMS data [2]. For larger Higgs mass $M_H = 500 \text{ GeV}$, we can see a few (virtually background free) $H \rightarrow ZZ \rightarrow 4\ell$ events in 5D UED models with 10 fb^{-1} of integrated luminosity. The 6D UED models can further exhibit the shape of the resonance if the KK scale is relatively low. When Higgs mass is as large as $M_H = 700 \text{ GeV}$, we found no parameter region that can be seen within the integrated luminosity of $\mathcal{O}(10) \text{ fb}^{-1}$ at $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$.

References

- [1] K. Cranmer, *Combined ATLAS Standard Model Higgs Search with 1 fb^{-1} of Data at 7 TeV*, talk given at the 2011 Europhysics Conference on High-Energy Physics, Grenoble, France, see also <http://eps-hep2011.eu/>.
- [2] A. Korytov, *Combined results on SM Higgs Search with the CMS Detector*, talk given at the 2011 Europhysics Conference on High-Energy Physics, Grenoble, France, see also <http://eps-hep2011.eu/>.
- [3] K. Nishiwaki, K.-y. Oda, N. Okuda, and R. Watanabe, *A bound on Universal Extra Dimension Models from the 1 fb^{-1} of LHC Data at 7 TeV*, (2011), 1108.1764.
- [4] K. Nishiwaki, K.-y. Oda, N. Okuda, and R. Watanabe, *Heavy Higgs at Tevatron and LHC in Universal Extra Dimension Models*, (2011), 1108.1765.

Rotational symmetry breaking in a six dimensional inflating model

東京理科大学理工学研究科 早坂壮大[†], 澤渡信之^{††}

E-mail: [†]j6211618@ed.noda.tus.ac.jp, ^{††}sawado@ph.noda.tus.ac.jp

Theoretical and Mathematical Physics Dpt.,
Université de Mons Yves Brihaye, Terence Delsate*

E-mail: *terence.delsate@umons.ac.be

我々は、ラージ N 極限における有効模型として知られる Skyrme 模型の低次元版である baby-Skyrme 模型をもちいて、6 次元時空のブレーン解を構築する試みを行ってきた [1, 2]。とりわけ、その高次の topological charge B を持つ解の詳細は、ブレーンへの物質の局在のメカニズムを考える上で非常に重要である。ところで、baby-Skyrme 模型における高次の B の解は、従来考えられてきた軸対称よりも低い対称性の状態が発現することが、数値シミュレーションにより明らかになっている [3]。我々は、6 次元のインフレーション時空を設定し、特に $B = 3$ の場合について、そのような対称性の低い状態を含むブレーン解の構築を試みた。baby-Skyrme 模型には、ポテンシャル項の選択の自由度があるが、それによってブレーンの変形がどのように支配されるかについての系統的な解析を行い、本研究会でそのいくつかの例について紹介した。Figure 1 にその一例を示す。

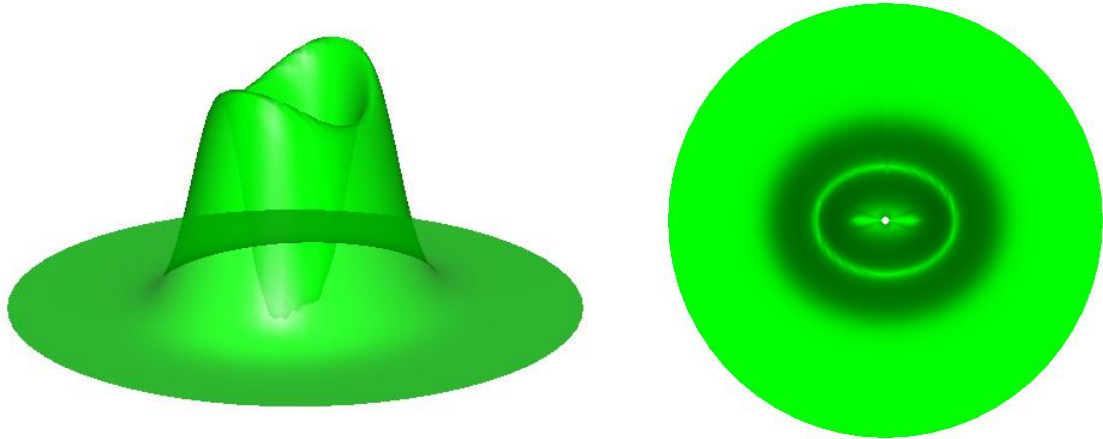


Figure 1: 対称性が破れ変形を起こした $B = 3$ の解の電荷密度分布の例。

References

- [1] Y. Kodama, K. Kokubu, N. Sawado, Phys. Rev. **D79**, 065024 (2009). [arXiv:0812.2638 [hep-th]].
- [2] Y. Brihaye, T. Delsate, Y. Kodama, N. Sawado, Phys. Rev. **D82**, 106002 (2010). [arXiv:1007.0736 [hep-th]].
- [3] I. Hen, M. Karliner, Nonlinearity **21**, 399-408 (2008). [arXiv:0710.3939 [hep-th]].

Hawking radiation as tunneling from squashed Kaluza-Klein black hole

大阪市立大学 松野研

E-mail: matsuno@sci.osaka-cu.ac.jp

ホーキング放射は、ブラックホールからの熱的な放射を表し、一般相対論と量子論が共に役割を果たす興味深い現象の1つである。ParikhとWilczekは、トンネル効果に基づいて、4次元ブラックホールからのホーキング放射を議論した [1]。トンネル効果に基づくホーキング放射の導出では、ブラックホール内部のホライズン近傍に生成される粒子-反粒子の組に注目する。我々は、そのような場を、ブラックホールの中心に向かう内向モードと、ホライズンの外へ出ようとする外向モードに、分けることが出来る。すると、内向モードは、ブラックホールの中に閉じ込められる。一方、外向モードの一部は、トンネル効果により、ブラックホールの外へ逃れる。もし、ホライズンを通り抜けて来る粒子が、正のエネルギーを持つならば、そのような粒子は、ブラックホールの外で安定に存在可能で、我々は、それらの粒子を、ブラックホールからの放射と見なすことが出来る。ParikhとWilczekは、古典的に禁止された経路を考えることで、そのような粒子に対するトンネル効果の確率振幅を、WKB近似を用いて計算した。彼らは、得られた確率振幅を、熱力学におけるボルツマン因子と比較することで、期待されるホーキング温度を得た。更に、彼らは、時空全体のエネルギー保存則に注目して、ホーキング放射に伴う、ブラックホール自身の大きさの変化(逆反応)についても、議論した。このような逆反応が議論出来ることは、トンネル効果に基づくホーキング放射の導出の重要な利点の1つである。

そこで、私は、京都産業大学の梅津光一郎氏と共に、トンネル効果に基づく4次元ブラックホールからのホーキング放射の導出を、5次元squashed Kaluza-Kleinブラックホールの場合に拡張した [2]。特に、我々は、梅津氏が最近提案した、ホライズン近傍における次元縮約の方法 [3]を、squashed Kaluza-Kleinブラックホール時空に適用した。つまり、次元縮約によって得られる2次元有効計量を、背景時空を表す計量として用いた。更に、我々は、ホーキング放射に伴う逆反応を考慮した。その結果、我々は、期待されるホーキング温度と、squashed Kaluza-Kleinブラックホールに対する逆反応の効果の両方を、簡単に得ることが出来た。よって、次元縮約の方法は、トンネル効果に基づく5次元squashed Kaluza-Kleinブラックホールからのホーキング放射の導出に役立つことが分かった。

References

- [1] M. K. Parikh, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **85**, 5042-5045 (2000).
- [2] K. Matsuno, K. Umetsu, Phys. Rev. **D83**, 064016 (2011).
- [3] K. Umetsu, Phys. Lett. **B692**, 61-63 (2010).

Taub-NUT Crystal

総研大 矢田 雅哉

E-mail: yata@post.kek.jp

超弦理論でワープトコンパクト化を実現するためには負張力を持ったブレーンが必要であることが知られていた [S.B.Giddings, S.Kachru and J.Polchinski(2002)]. typeIIB の超弦理論ではオリエンティフォールドが負張力のブレーンに対応することが知られているが、ヘテロティック弦ではそれに対応するものは知られていなかった。この研究の目的はヘテロティック弦でワープトコンパクト化を行うためにオリエンティフォールド以外の負張力のオブジェクトを見つけることで、我々は Atiyah-Hitchin 多様体の極限形を T-dual した系が利用できることに着目した。

Atiyah-Hitchin 多様体は元々BPS モノポールのモジュライ空間として発見されたものだが [M.F.Atiyah, N.J.Hitchin(1988)]、4次元の重力インスタントンでもあり、遠方より見ると負の NUT 電荷を持つ Taub-NUT 多様体に一致することが知られている。Taub-NUT 多様体は T-dual によりスメアされた NS5 ブレーンに移り、ブレーンの張力は NUT 電荷に比例するので、遠方から見た Atiyah-Hitchin 多様体の T-dual 系は負張力のブレーンとして見る事ができるのである。この系は standard embedding によりヘテロティック弦でも使用できる解となる。我々はこの Atiyah-Hitchin 多様体 (の遠方近似) と Taub-NUT 多様体を格子状に並べてトーラスと同一視することによりコンパクトな多様体を構成した。具体的には、Atiyah-Hitchin 多様体の極限形と Taub-NUT 多様体はどちらも 1次元の S^1 方向と 3次元空間に分かれるので、我々はこの 3次元空間にそれぞれの多様体を Gibbons-Hawking 計量の形で表現した。すると計量中の Gibbons-Hawking potential があたかもイオン結晶でいうところの正と負の静電ポテンシャルの配列に似ることから、我々はこれを “Taub-NUT Crystal” と名付けた。この Taub-NUT Crystal の T-dual 系は 5ブレーン系なのでヘテロティック弦を使用することができ、また Atiyah-Hitchin の極限形の T-dual により負張力ブレーンを含む。これより、Taub-NUT Crystal によりヘテロティック弦でワープトコンパクト化が実現できるようになる。

本研究で問題なのは Atiyah-Hitchin 多様体の T-dual 系が明らかな特異点を持つことである。しかし、T-dual する前の Atiyah-Hitchin 多様体は非特異な多様体として知られているので、T-dual した後もそうであると期待することはできる。特異点の解析についてはシグマモデルで類似の研究が行われており、2次元 $N=(4,4)$ 理論のクーロンブランチで Atiyah-Hitchin の極限形を再現した方法 [D.E.Diaconescu and N.Seiberg(1997)] や、ヒッグスブランチにおいてスメアした NS5 ブレーンにボーテックス補正を加え局所化した NS5 ブレーンをつくる方法 [D.Tong(2002)] が利用できるかと考えている。

Superconformal index for large N quiver Chern-Simons theories¹

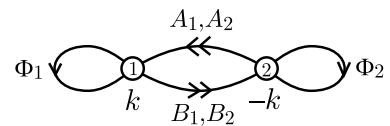
東京工業大学 横山 大輔

E-mail: d.yokoyama@th.phys.titech.ac.jp

我々は、M2 ブレーンを念頭に置いた 3 次元超対称クイバー型 Chern-Simons 理論に対する AdS/CFT 対応を検証するため本研究を行った。その道具として用いているのが superconformal index(以下単に index と呼ぶ)であり、ある二つの理論でこの量が一致すればその理論間に双対性がある事の強い証拠になる。これまでも同様の目的で研究が行われているが本研究の新しい点は、large N の場合に対して理論の持つ超対称性が以前の場合より少ない 3 次元 $\mathcal{N} = 2$ の場合にも成り立つ公式を与えた事にある。これによって公式を適用できる範囲が広がり、重力理論側より複雑な背景空間を持つ場合でも検証が行える様になった。また、得られた公式を使って具体的な例に対して index を計算し、index が重力理論側から予言される対称性を持っている事を確認した。本研究会での発表は公式の導出の説明は避け、論文の後半で議論した index を用いて何が分かるかを中心に発表を行った。

Index はある定数の多項式として書かれるのだが、理論が大域的対称性を持つ場合、index はその対称性の character を用いて書く事ができる。この性質を用いて理論が持つ大域的対称性について考察する。発表の中で取り上げた $V^{5,2}$ と呼ばれる空間と以下のクイバー図で表されるゲージ理論について具体的に議論する。 $V^{5,2}$ とは coset $SO(5)/SO(3)$ で書かれる一様空間である。重力理論側の大域的対称性は背景空間のアイソメトリーで決まるのだが、この場合アイソメトリーは $SO(5) \times U(1)$ になる。一方、ゲージ理論側の自明な大域的対称性はそのクイバー図と superpotential $W = \text{tr} (\Phi_1^3 - \epsilon^{ij} \Phi_1 A_i B_j + \epsilon^{ji} B_j A_i \Phi_2 - \Phi_2^3)$ から読み取る事ができて、この場合は $SU(2) \times U(1)_B \times U(1)_R$ となる。両者の対称性を見てみると、共通する $U(1)$ を別にして $SO(5) \supset SU(2) \times U(1)$ となり、本来 AdS/CFT 対応で繋がる理論同士であれば一致するはずのものがそうになっていない事が分かる。これは、クイバー図が基本的な場の構成しか表していないせいで、ゲージ理論に含まれるモノポールの寄与も考えれば一致すると期待される。Index の良いところはモノポールの寄与に対する index を公式を使って簡単に計算する事ができる点にある。実際上記のクイバー図に対して index を計算する場合、基本的な場のみから計算される index は $SU(2) \times U(1)$ の対称性しか表さないが、モノポールの寄与を含めると、index が $SO(5)$ の character を使って書ける様になり、AdS/CFT 対応の予言が正しい事を示している。

以上の様に index はモノポールによる対称性の拡大の効果を容易に取り込むことができ、AdS/CFT 対応からの予言を公式から簡単に確かめる事ができるのである。今後の発展としては、重力側で index を計算し一致する事を確かめる事が必要である。



クイバー図

¹本発表は今村洋介氏(東工大)と横山修一氏(ソウル国立大)との共同研究(arXiv:1102.0621)に基づく。

Direct Gauge Mediation of Uplifted Metastable Supersymmetry Breaking in Supergravity

慶應義塾大学 経済学部 日吉物理学教室 丸 信人

E-mail: maru@phys-h.keio.ac.jp

超対称性の破れの伝達機構の1つに直接ゲージ伝達機構がある。この機構は、超対称性を破るセクターのフレーバー対称性の1部をゲージ化して標準模型のゲージ群とみなし、標準模型のゲージ相互作用で超対称性の破れを伝達するものである。この機構の利点は、(超対称)フレーバー問題がないこと、calculableであること、伝達機構としてのシンプルさ等である。

しかし、この機構は一般に次の2つの問題を抱えている。1つはQCD結合定数のランダウポール問題であり、もう1つはゲージノ質量抑制問題である。前者については、Intriligator-Seiberg-Shih(ISS)らによって提唱される模型以前は、超対称性が破れる模型はフレーバー対称性がゲージ対称性に比べて小さい傾向があり、超対称性の破れを伝えるメッセンジャー場の数が増えることが原因であった。ところが準安定真空で超対称性の破れを起こすISS模型では、フレーバー数が多い超対称QCD模型であり、この問題を解決する可能性を与えた。後者については、メッセンジャー場の質量行列が特殊な形をとるためにゲージノ質量が超対称性の破れのleadingで生成されないことが原因である。これについては、Komargodski-ShihらによってISS模型の準安定真空よりもさらに高いエネルギーの真空で超対称性を破ることができればこの問題を回避できることが示された。

このような状況を踏まえて、Giveon-Katz-Komargodski(GKK)らはISS模型においてポテンシャル平坦方向のランクを最大数から緩め、クォーク質量を2パラメタにすることでゲージノ質量抑制問題のない模型を構築した。しかし、ゲージノ質量を生成するためにモジュライ場を固定しR対称性を破るのに不自然なパラメタの微調整が避けられないことやQCD結合定数のランダウ問題が解決できないことなどの不満足な点が残った。

そこで私は、GKK模型を重力に結合するだけで上記の問題をすべて解決することに成功した。定数超ポテンシャルを加えることで、宇宙項の相殺、モジュライ場の固定、R対称性の破れを実現することが最大の特徴である。GKK模型におけるモジュライ場の固定の際のパラメタ微調整は宇宙項相殺の微調整に帰着し、ランダウポール問題はメッセンジャー場の多くがストリングスケールぐらいの質量を得てデカップルすることで回避され、ゲージ結合定数の摂動的大統一も軽く残ったメッセンジャー場の質量を調節することで実現できることを示した。超対称粒子スペクトルは通常のゲージ伝達機構と基本的に同様であるが、一番軽い超対称粒子がグラヴィティーノではなく重力伝達機構の場合と同様のニュートラリーノになることである。

参考文献

Direct Gauge Mediation of Uplifted Metastable Supersymmetry Breaking in Supergravity,
N. Maru, *Phys. Rev.* **D82** (2010) 075015.

One loop divergences in quantum gravity coupled with nonlocal matter fields

Maskawa Institute for Science and Culture, Kyoto Sangyo University Takayuki HIRAYAMA

E-mail: hirayama@cc.kyoto-su.ac.jp

¹ One of most serious problems in quantum gravity is the non-renormalizability. For example one loop graviton self energy graph where the internal lines are matter fields induces the non-renormalizable divergences. Here we modify the propagator of scalar field at high momentum in order to realize the non-renormalizable divergences disappear. Therefore the Euclidean version of action we use is given

$$I = \int d^4x \sqrt{g} \left[R + \phi f(\nabla^2) \phi \right] \quad (1)$$

and $f(\nabla^2)$ is a function of ∇^2 . If the scalar field is canonically coupled, $f(\nabla^2) = \nabla^2 + m^2$. But here we do not specify the form of $f(\nabla^2)$ at this moment. We then expand the metric around the flat space, $g_{ij} = \delta_{ij} + \kappa h_{ij}$, and treat the fluctuations as quantum fields. We then straightforwardly compute the one loop graviton self energy graph where the internal lines are the scalar field. We notice that the graviton-scalar-scalar three point vertex computed from $\phi f(\nabla^2) \phi$ is roughly $\phi f'(\partial^2) \partial_i \partial_j \phi$ where only the number of derivatives is relevant at high momentum when computing the degree of UV divergences. Since

$$\nabla^2 \phi = \partial^2 \phi + \kappa \left(-h^{ij} \partial_i \partial_j \phi - (\partial_i h^{ij}) \partial_j \phi + \frac{1}{2} (\partial_i h) \partial^i \phi \right) + \mathcal{O}(\kappa^2), \quad (2)$$

as the propagator $1/f(\partial^2)$ is suppressed at high momentum, the vertices are on the other hand enhanced. The one loop self energy graph induces the quantum corrections to the cosmological constant, Newton constant and R^2 . If the correction to R^2 is divergent, this divergent cannot be renormalized. We can easily compute the superficial degree of divergent for the correction to R^2 , which we call $Deg(R^2)$, from the one loop graph which is zero, i.e. log divergent, or 4 when $f(\partial^2) \rightarrow \partial^{2n}$ or $f(\partial^2) \rightarrow e^{\partial^2}$ at high momentum respectively. Therefore a naive expectation does not work here. In order to have $Deg(R^2) < 0$, we conclude $f'(\partial^2) \rightarrow 0$, since the vertex $\sim \phi f'(\partial^2) \partial_i \partial_j \phi$ induces the correction to R^2 . Therefore $f(\partial^2)$ should approach to a non-zero constant at high momentum, i.e.

$$f(\partial^2) \rightarrow c_0 + \frac{c_1}{\partial^2} + c_2 e^{\partial^2} \quad (3)$$

One such example is given $f(\nabla^2) = M^2 \tanh(\nabla^2/M^2) + m^2$. Since the propagator goes to constant, we have to modify other couplings, for instance Yukawa coupling $y \rightarrow ye^{\partial^2/M^2}$ to maintain the renormalizability of Yukawa coupling. More detail and discussion can be found in my paper.

¹This talk is based on my paper arXiv:1106.3624.

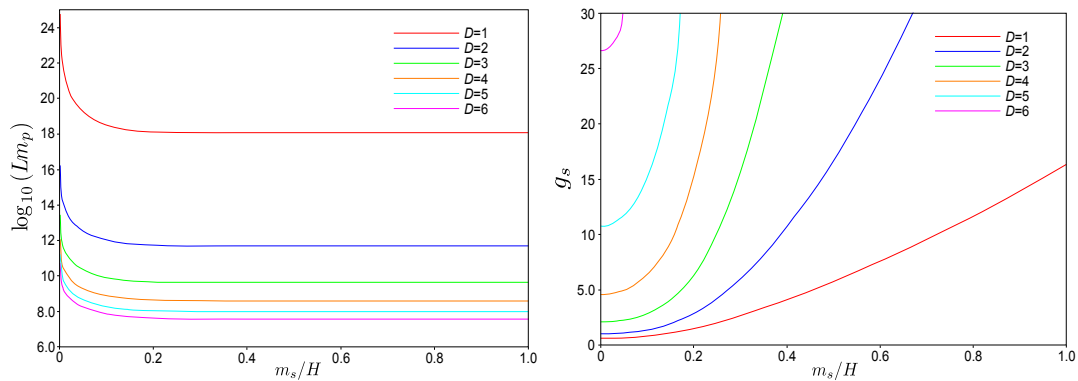
CMB Fluctuations and String Compactification Scales

岡山光量子科学研究所 羽原由修

E-mail: habara@yukawa.kyoto-u.ac.jp

本講演は二宮正夫氏 (OIQP)、川合光氏 (京大理)、関野恭弘氏 (KEK) との共同研究 [arXiv:1103.0299] に基づくものである。

宇宙背景輻射 (CMB) の温度ゆらぎは、超高エネルギー状態にある宇宙初期に生成されたものであることから、超弦理論などの fundamental な理論を検証する上で非常に有効な研究対象となる。我々は、de Sitter 膨張する背景時空上にある N 種の scalar 場が古典値なしの純粋な量子論的效果を持つことでエネルギー密度のゆらぎを生じ、そのゆらぎが Einstein 方程式を通じて metric のゆらぎ (所謂 scalar potential) を作って、Sachs-Wolfe 効果から温度ゆらぎが生成されたとする、新たなゆらぎ生成のメカニズムを提唱した。また同様のメカニズムによって tensor ゆらぎ (CMB の B-mode polarization) も生成されるとした。すると、温度ゆらぎの観測値 $\frac{\delta T}{T} \simeq 10^{-5}$ を適用して $N \simeq 10^{15}$ であり、tensor ゆらぎが現在の観測限界以下の大きさ (scalar/tensor ratio が $r_{t/s} \lesssim 0.22$) であるから Hubble constant H が Planck scale m_{pl} に対して上限 $H \lesssim 10^{-4} m_{pl}$ を持つことが分かった。さてここで、 $N \simeq 10^{15}$ もの非常に多種類の粒子は如何なる理論を背景としているのかが問題となるが、我々は本研究において超弦理論を考え、その 10 次元時空のうち 6 次元 compact 時空が string scale m_s と compact 化半径 L を用いて $L^D \times (m_s^{-1})^{6-D}$ なる体積を持っていると仮定し、Kaluza-Klein mode と超弦の励起状態がゆらぎを生み出す粒子であるとした。inflation 終了時の宇宙の「大きさ」を $10^{67} H^{-1}$ とすると、 L と string coupling g_s は m_s の関数として記述される (下図)。ここで g_s は 4 次元 Newton constant を compact 化により 10 次元から導く式 $(L m_s)^D = 8\pi^6 g_s^2 \frac{m_{pl}^2}{m_s^2}$ で決めている。その結果、 $g_s \lesssim O(1)$ であろうことから、string



scale m_s 、large extra dimension L の大きさと数 D に制限が課されることが明らかになった。さらに我々は理論的予言として non-Gaussianity parameter f_{NL} を評価し $f_{NL} \lesssim 10^{-4}$ を得た。

de Sitter 空間上の微分結合 QFT における赤外効果¹

総合研究大学院大学 北本浩之

E-mail: kitamoto@post.kek.jp

我々の宇宙は宇宙初期と現在において近似的には指数関数的に膨張していると考えられており、この時空上での量子効果を扱うには de Sitter(dS) 空間上の場の理論の理解が必要である。

dS 空間上の場の理論では、ホライズン外部からの寄与がスケール不変性を破り、massless, minimal coupling の場の相関関数に時間依存性を与える。各物理量への量子補正は相関関数を通して時間依存性を持ち得り、これを dS 空間上の場の理論における赤外効果と呼ぶ。特に [1] で指摘されたように、宇宙定数への赤外効果は宇宙定数問題を考える上で興味深い。

相互作用の摂動に現れる時間依存性は時間経過とともに増大するものであり、十分な時間が経過すると摂動論が破綻することを意味する。相互作用に微分結合を含まない模型については各次数での leading な寄与を足し上げ、非摂動的に赤外効果を扱う処方が知られている [2,3]。

一方、一般の相互作用に微分結合を含む模型での赤外効果を非摂動的に扱う処方は未だ知られていない。これは特に重力場を含む模型において必要とされる。重力場は massless, minimal coupling のモードを含み、相互作用に微分結合を持つためである。

我々は相互作用に微分結合を含む模型として非線形シグマ模型、非線形な運動項を持つ模型を採用し、その赤外効果を調べた。非線形シグマ模型を採用した理由は、その対称性から massless, minimal coupling の場で構成され、また target space が S_N 上であればラージ N 極限で厳密に解くことができ、非摂動効果を容易に評価できるためである。

非線形シグマ模型の摂動の 1 次では、結合定数への赤外効果は時間依存性を持つ一方で、宇宙定数への赤外効果は各ダイアグラムについては時間依存性を持つが、その総和は打ち消し合って時間依存性を持たない。この赤外効果の打ち消しは S_N 上のラージ N 極限で非摂動的にも起こっていることが確かめられる [4]。さらに S_N 上に限らず、任意の target space 上でも各次数で leading な赤外効果が打ち消されることが Feynman ダイアグラムを用いた議論によって示せる [5]。

上記の赤外効果の打ち消しは非線形シグマ模型としての特徴であり、一般の相互作用に微分結合を含む模型については成り立たない。事実、非線形な運動項を持つ模型では宇宙定数への leading な赤外効果は打ち消されずに残る。これは作用において線形項と非線形項の計量依存性が異なるためである [5]。

今後の課題としては重力場からの赤外効果が挙げられる。重力場はスカラー場とは異なりゲージ自由度を持つため、ゲージ不変な物理量に赤外効果が寄与し得るかという問題は重要になる。

[1] N. C. Tsamis and R. P. Woodard, Nucl. Phys. B **474**, 235 (1996).

[2] A. A. Starobinsky and J. Yokoyama, Phys. Rev. D **50**, 6357 (1994).

[3] N. C. Tsamis and R. P. Woodard, Nucl. Phys. B **724**, 295 (2005).

[4] H. Kitamoto and Y. Kitazawa, Phys. Rev. D **83**, 104043 (2011).

[5] H. Kitamoto and Y. Kitazawa, to appear.

¹ 北澤良久氏 (KEK) との共同研究に基づく

de-Sitter 時空上の graviton loop の効果¹

中央大学 理工学部 物理学科 小山 陽次

E-mail: koyama@phys.chuo-u.ac.jp

私たちが取り組んでいる問題は宇宙項問題です。これは宇宙項が理論的にはその自然な値がカットオフの4乗であるのに対し、観測されている実際の宇宙項の値が理論値に比べ120桁以上も小さいことが原因です。この宇宙項の小ささを自然に説明する機構は現在のところ知られていません。

宇宙項が存在する宇宙はドジッター時空と呼ばれています。ドジッター時空上での場の理論、特に重力理論とその量子効果を研究することは宇宙項問題を考える上で非常に重要です。近年、ドジッター時空上の赤外量子効果による宇宙項への遮蔽の機構 [1] に注目が集まっています。これは赤外発散によりドジッター対称性が破れることによる帰結として考えられます。

ドジッター時空上の場の理論のもう一つの動機は初期宇宙のインフレーション中に生成され得る非線形揺らぎです。この揺らぎの理論の解析にもドジッター時空上の場の理論が不可欠になっていることから、その重要性は明らかです。

ドジッター時空上の重力、赤外効果への取り組みはこれまで幾つか行われてきました。ドジッター時空上のグラビトンの二点関数 [2] はよく調べられていますが、赤外発散の有無についてはいまだはっきりした結論が出ていない状況です。量子効果に関する研究では Woodard らによって一点関数が2ループまで計算されましたが、これは今では計算の正当性が疑問視されています。

今回の私たちの研究では、ドジッター時空上のアインシュタイン重力の量子効果の寄与を見積もるために、重力の有効作用を1ループ近似で計算しました。真空泡グラフは1ループ近似ではバーテックスを含まないので、物質場と同程度に効くことが予想されます。

計算は S^4 上で行いました。計算の結果有効作用を求めることは出来ましたが、一方で赤外発散が現れず、宇宙項への遮蔽の寄与という意味付けは現在のところ出来ていません。これは、宇宙項がグラビトンの実効的な質量として効いてしまうためと考えることが出来ます。また、現段階では取り除いてある紫外発散がどのような役割を持つかということも理解する必要があります。宇宙項への寄与という意味ではこの有効作用から計算されるエネルギー運動量テンソルを評価することも必要であり、まだ課題が残っている状況です。

References

- [1] A. M. Polyakov, Nucl. Phys. B **797**, 199 (2008), I. Antoniadis, P. O. Mazur and E. Mottola, New J. Phys. **9**, 11 (2007).
- [2] B. Allen and M. Turyn, Nucl. Phys. B **292**, 813 (1987), S. P. Miao, N. C. Tsamis and R. P. Woodard, arXiv:1106.0925 [gr-qc].

¹この講演は、稲見武夫氏(中央大)との共同研究に基づいています。

Fuzzy Super-Geometry and Topological Many-body States

Kazuki Hasebe, Kagawa National College of Technology

E-mail: hasebe@dg.kagawa-nct.ac.jp

This presentation is mainly based on the works in collaboration with Daniel P. Arovas, Xiaoliang Qi, and Shoucheng Zhang [PRB 79 (2009) 224404] and Keisuke Totsuka [arXiv:1105.3529].

There exists one to one correspondence between the states on fuzzy two-sphere and those of the lowest Landau level (LLL) on two-sphere. Such correspondence also holds in their supersymmetric version [Hasebe, Kimura, NPB 709 (2005) 94]. However, such correspondence is at the one-particle level. In this talk, I will discuss the correspondence at many-body level.

The one-particle correspondence between the fuzzy sphere and the LLL is the one between the Schwinger boson operator and the $SU(2)$ coherent state

$$(a^\dagger, b^\dagger) \longleftrightarrow (u = \sqrt{\frac{1+x_3}{2}}, v = \frac{x_1 + ix_2}{\sqrt{1+x_3}}). \quad (1)$$

We insert this correspondence to many-body wavefunction of the quantum Hall effect, the Laughlin-Haldane wavefunction, $\Phi_{LH} = \prod_{i<j} (u_i v_j - v_i u_j)^m$, to have

$$|VBS\rangle = \prod_{\langle i,j \rangle} (a_i^\dagger b_j^\dagger - b_i^\dagger a_j^\dagger)^M |0\rangle. \quad (2)$$

This wavefunction is known as the valence bond solid state [Affleck et al. PRL 59 (1987) 799]. The VBS state has the remarkable properties, such as unique groundstate of parent Hamiltonian, hidden non-local order, and gapped excitations. The supersymmetric version of the Laughlin-Haldane wavefunction with the $UOSP(1|2)$ supersymmetry was already constructed in [Hasebe, PRL 94 (2005) 206802]. We further apply the correspondence to the supersymmetric Laughlin-Haldane wavefunction to have

$$|SVBS\rangle = \prod_{\langle i,j \rangle} (a_i^\dagger b_j^\dagger - b_i^\dagger a_j^\dagger - r f_i^\dagger f_j^\dagger)^M |0\rangle. \quad (3)$$

Here, $f_i^\dagger f_j^\dagger$ term can be interpreted as doped hole-pair, and r is the doping parameter. Thus, it is expected that, depending on the amount of hole doping, the supersymmetric VBS states have the following properties,

- In charge sector, the states exhibit the superconducting property with finite r .
- In the spin sector, the states exhibit non-local hidden order.

On 1D chain, we gave a detail calculation of the superconducting and hidden string orders, and confirmed that the supersymmetric VBS states indeed exhibit the above properties. We also discussed the gapped excitations on the supersymmetric valence bond solid states by constructing the parent supersymmetric Hamiltonian.