この研究は、共形不変な理論である$\mathcal{N}=4$の4次元Super-Yang-Mills (SYM)理論における、エネルギー運動量テンソル$T_{\mu\nu}(z)$とWilson loopの間の演算子積展開 (OPE) について考察を行なったものである。我々はOPE $T_{\mu\nu}(z)W[C]$の具体型を与えるとともに、4つの共形変換 (並進・回転・拡大縮小・特殊共形変換) のいずれに対しても、Wilson loop はconformal dimensionが0であってループの座標の変化の寄与しか受けないことを明らかにした。

OPEの具体型を与える方針について説明をする。Wilson loopの曲線が、$y_\mu(u)$としてパラメーター化されるとする。ここでuはループの曲線の弧長パラメーターである。4次元Euclid空間上の点z_μに最も近接するループ上の点を$y_\mu(u_0)$とする。OPEの具体型を表すうえでは、$z_\mu - y_\mu(u_0)$の冪級数展開として表示をする。このOPEは4次元空間におけるものであり、またWilson loopという線状のobjectのまわりの展開であるが故に、conformal Ward identityに寄与する最も弱いsingularityは$(z_\mu - y_\mu(u_0))^{-2}$である。

我々が一般の$U(N)$ gauge群のSYMにおけるOPE $T_{\mu\nu}(z)W[C]$の具体型を決定するにあたっては、$T_{\mu\nu}(z)$の具体型を求めるのではなく、以下の定性的な考察に依拠している。まずOPEに現れる項の形は次元解析によって決定される。次元解析で決定された項の係数の関係を与えるにあたっては次の二つの方針に従う。一つ目はエネルギー運動量テンソルの基本的な性質である。即ち、理論のエネルギー及び運動量の保存則により$\partial^\mu T_{\mu\nu}(z)=0$が成立する点と、理論の共形不変性により${T_\mu}^\mu(z)=0$が成立することを用いる。二つ目は、並進及び回転についてconformal Ward identityを計算すれば、並進と回転はconformal dimensionが0でありループの座標の変化のみを与える点である。並進や回転にconformal dimensionはある筈がないのだから、これはOPEの当然のあるべき姿として要求できることである。

以上の方針に則って我々はOPE $T_{\mu\nu}(z)W[C]$の具体型を決定するとともに、拡大縮小及び特殊共形変換についてconformal Ward identityを計算することで、Wilson loopのconformal dimensionが0であることを明らかにした。