Spontaneous Pair Production in Reissner-Nordström Black Holes

Chiang-Mei Chen

Department of Physics, National Central University, Taiwan cmchen@phy.ncu.edu.tw

4 March 2012 @ 2012 Asia Pacific School/Workshop on Cosmology and Gravitation, Kyoto, JAPAN

CMC, S. P. Kim, Y.-J. Lin, J.-R. Sun, M.-F. Wu, arXiv:1202.3224 [hep-th]

(日) (四) (문) (문) (문)



Pair Production in Reissner-Nordström Black Holes

◆□▶ ◆□▶ ◆三▶ ◆三▶ 三三 のへぐ

Conclusion

- Quantum Vacuum: virtual particles
- Spontaneous Pair Production: from virtual to real
 - Schwinger mechanism: electric field

Schwinger, 1951

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

Hawking radiation: causal horizon (tunneling)

Parikh, Wilczek, [hep-th/9907001]

- Purpose: spontaneous pair production in black holes
 - technical simplicity: constant electric field
 - holographic duality: anti de Sitter
- Reissner-Nordström (RN) Black Holes: near extremal
 - near horizon region: where the production occurs

 $AdS_2 \times S^2 + \text{constant electric field}$

 Pair Production: probe massive charged scalar Kim, Page, [arXiv:hep-th/0005078]; Kim, Lee, Yoon, [arXiv:0910.3363 [hep-th]]
 Boundary condition I:



- incident: virtual particles
- reflected: re-annihilated
- transmitted: pair produced "particles"

Boundary condition II:



- incident: virtual particles
- reflected: re-annihilated
- transmitted: pair produced "antiparticles"

Equivalence:

particles and antiparticles should always appear in pairs

 vacuum persistence amplitude |α|²: mean number of produced pairs |β|²:

$$|\alpha|^2 \equiv \frac{D_{\text{incident}}}{D_{\text{reflected}}}, \qquad |\beta|^2 \equiv \frac{D_{\text{transmitted}}}{D_{\text{reflected}}}$$

flux conservation and Bogoliubov relation

 $|D_{\text{incident}}| = |D_{\text{reflected}}| + |D_{\text{transmitted}}| \quad \Leftrightarrow \quad |\alpha|^2 - |\beta|^2 = 1$

• absorption cross section σ_{abs} :

$$\sigma_{\rm abs} \equiv \frac{D_{\rm transmitted}}{D_{\rm incident}} = \frac{|\beta|^2}{|\alpha|^2}$$

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

Pair Production in RN Back Holes

Near horizon geometry of near-extremal RN

$$ds^{2} = -\frac{\rho^{2} - B^{2}}{Q^{2}} d\tau^{2} + \frac{Q^{2}}{\rho^{2} - B^{2}} d\rho^{2} + Q^{2} d\Omega_{2}^{2}$$
$$A_{[1]} = -\frac{\rho}{Q} d\tau; \qquad F_{[2]} = \frac{1}{Q} d\tau \wedge d\rho$$

probe massive charged scalar Φ

$$(
abla_{lpha} - iqA_{lpha})(
abla^{lpha} - iqA^{lpha})\Phi - m^{2}\Phi = 0$$

Ansatz: Φ(τ, ρ, θ, φ) = e^{-iωτ+inφ}R(ρ)S(θ)
 S(θ) is spherical harmonics with the eigenvalue I(I + 1)
 Presence of Schwinger mechanism and/or Hawking radiation
 (m² - q²)Q² + (I + 1/2)² < 0

■ Violation of Breitenlohner-Freedman (BF) bound in AdS₂

Pair Production in RN Back Holes

Bogoliubov coefficients

$$|\alpha|^{2} = \frac{\cosh(\pi a - \pi b)\cosh(\pi \tilde{a} + \pi b)}{\cosh(\pi a + \pi b)\cosh(\pi \tilde{a} - \pi b)},$$
$$|\beta|^{2} = \frac{\sinh(2\pi b)\sinh(\pi \tilde{a} - \pi a)}{\cosh(\pi a + \pi b)\cosh(\pi \tilde{a} - \pi b)}$$
$$a \equiv qQ, \quad b \equiv \sqrt{(q^{2} - m^{2})Q^{2} - (l + 1/2)^{2}}, \quad \tilde{a} \equiv \frac{\omega Q^{2}}{B}$$

• Leading term of $|\beta|^2$ leads to the Schwinger formula

$$|\beta|^2 \approx e^{-rac{\pi m^2 Q}{q}} \approx e^{-rac{\pi m^2 r_H^2}{qQ}}$$

Absorption cross section:

$$\sigma_{\rm abs} = \frac{\sinh(2\pi b)\sinh(\pi\tilde{a} - \pi a)}{\cosh(\pi a - \pi b)\cosh(\pi\tilde{a} + \pi b)}$$

Pair Production in RN Back Holes

An interesting observation:

$$\frac{|\beta(B=0)|^2}{|\beta(B\neq0)|^2} = \frac{\cosh(\pi\tilde{a}-\pi b)}{\sinh(\pi\tilde{a}-\pi a)}e^{\pi b-\pi a} = \frac{1+e^{2\pi(b-\tilde{a})}}{1-e^{2\pi(a-\tilde{a})}} \ge 1$$

- Production rate in the extremal limit (Schwinger) is greater than in the near extremal case (Schwinger + Hawking).
- From the extremal to near extremal black holes, the increasing attractive gravitational force will reduce the electromagnetic repulsive force for the Schwinger mechanism.
- Production rate of the Schwinger mechanism is suppressed faster than the increasing part from the Hawking thermal radiation.
- Such kind of interaction generically prohibits to distinguish the Schwinger mechanism from the Hawking radiation.

Holographic Dual Description

CFT absorption cross section:

$$\sigma_{abs} \sim \frac{(2\pi T_L)^{2h_L-1}}{\Gamma(2h_L)} \frac{(2\pi T_R)^{2h_R-1}}{\Gamma(2h_R)} \sinh\left(\frac{\omega_L - q_L\Omega_L}{2T_L} + \frac{\omega_R - q_R\Omega_R}{2T_R}\right) \\ \times \left|\Gamma\left(h_L + i\frac{\omega_L - q_L\Omega_L}{2\pi T_L}\right)\right|^2 \left|\Gamma\left(h_R + i\frac{\omega_R - q_R\Omega_R}{2\pi T_R}\right)\right|^2$$

CFT dual to RN black holes

$$c_L = c_R = rac{6Q^3}{\ell}, \quad T_L = rac{\ell}{2\pi Q}, \quad T_R = rac{\ell B}{\pi Q^2}$$

■ free parameter l is related to measure of U(1) bundle.
 ■ Conformal weights of dual operator

$$h_L = h_R = 1/2 \pm ib$$

The complex conformal weight means that the dual operator is unstable.

Holographic Dual Description

Identification by thermodynamics:

$$\frac{\delta M}{T_H} - \frac{\Omega_H \delta Q}{T_H} = \frac{\omega_L - q_L \Omega_L}{T_L} + \frac{\omega_R - q_R \Omega_R}{T_R}$$

- Hawking temperature: $T_H = \frac{B}{2\pi Q^2}$
- chemical potential: $\Omega_H = A_\tau(B) = -B/Q$

•
$$\delta M = \omega$$
 and $\delta Q = -q$

$$\tilde{\omega}_L = -q\ell \quad \text{and} \quad \tilde{\omega}_R = 2\omega\ell$$

The absorption cross section agrees with the CFT's result only up to some numerical factors.

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

Conclusion

- We discuss the spontaneous pair production of charged scalar field in RN black holes (both extremal and near extremal limits).
- This is one of the few examples that we exactly know the Bogoliubov coefficients.
- The pair production (tachyon) is holographically dual to an operator with complex conformal weight.
- The production rate is suppressed when the black hole temperature is turned on. (It should be enhanced in dS space.)
- The effects of the Schwinger mechanism and the Hawking radiation generically cannot be distinguished by imposing different boundary conditions.