宇宙のトポロジーを測る

井上　開輝（近畿大）

（2011/08/02/天文・天体若手夏の学校＠西浦）

近畿大学キャンパス

東広島工学部
和歌山生物理工学部
東大阪本部キャンパス
福岡産業理工学部
Japan Railways (JR)
Additions by Randy Johnson
http://ease.com/~randyj/japan.htm
Notto pen.
KANAZAWA
Tojimbo
Tango
FUKUI
TOTTORI
Idzumo
Sekigane
Tsushima isl.
Hagi
HIROSHIMA
Miyajima
OKAYAMA
Kurashiki
Himeji
KOBE
OTSU
NARA
Asuka
YAMAGUCHI
Shimonoseki
FUKUOKA
Kokura
Inland Sea
Imabari
TAKAMATSU
Awaji isl.
MATSUYAMA
TOKUSHIMA
SHIKOKU
SAGA
Beppu
OITA
KOCHI
Shirahama
Uwajima
Mt. Aso
YUSHU
Nobeoka
MIYAZAKI
Ibusuki
NANSEI (Southwe
ISLANDS

東大阪本部
キャンパス
河内永和
JR河内永和
布施
河内小阪
俊徳道
JR長瀬
長瀬
弥刀
東大阪南IC
近畿大
近畿大附高
東大阪大
大阪商業大
大阪市
大阪府
奈良県

宇宙（天文）の研究

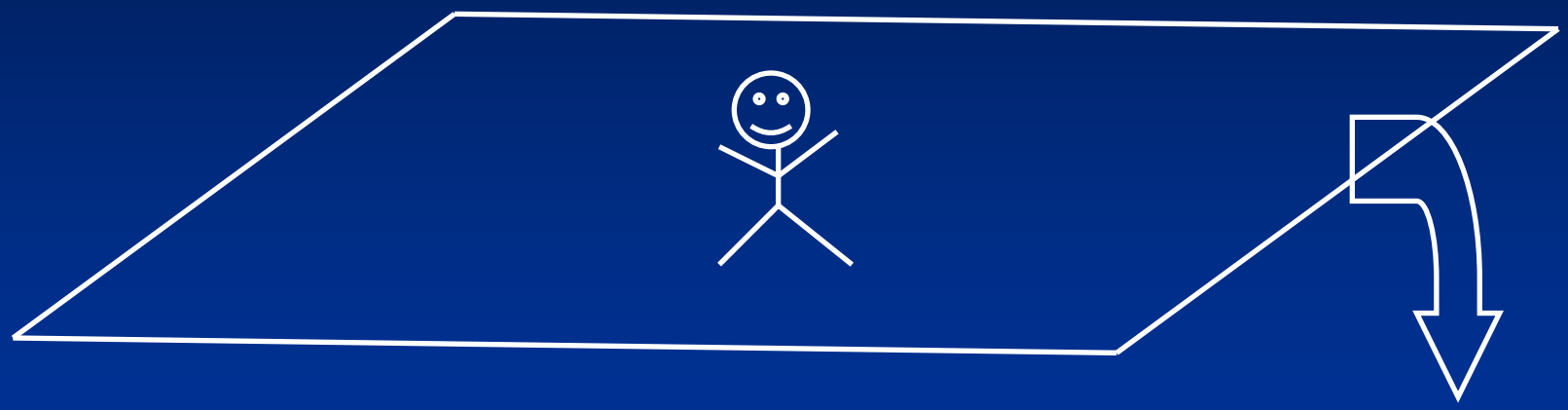
- 理工学部理学科物理学コース
  - 千川教授　最高エネルギー宇宙線実験
  - 太田教授　素粒子論・重力理論
  - 石橋准教授　一般相対論・宇宙論
  - 井上准教授　観測的宇宙論・重力理論
  - 大田助教　宇宙物理学実験
- 理工学総合研究所
  - 木口准教授　星形成理論
  - 湯浅教授　天体力学

目次

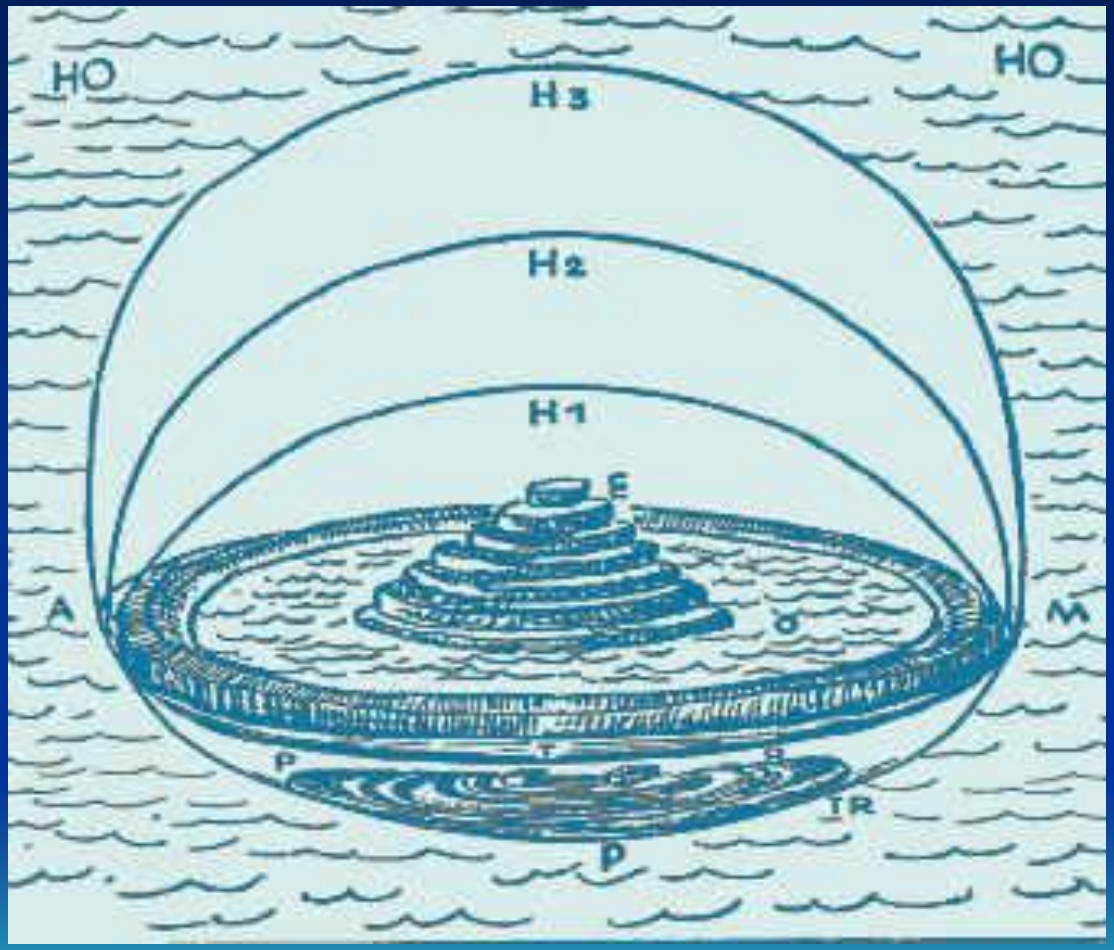
- はじめに
- 宇宙のトポロジー
- トポロジーの測定法
- 観測による制限
- まとめ

はじめに

宇宙に端はあるのか？



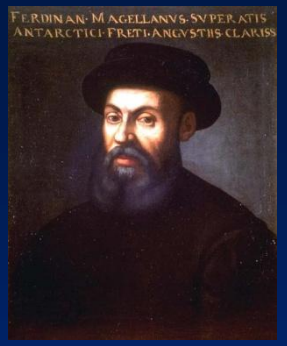
古代バビロニア人の考えた宇宙モデル

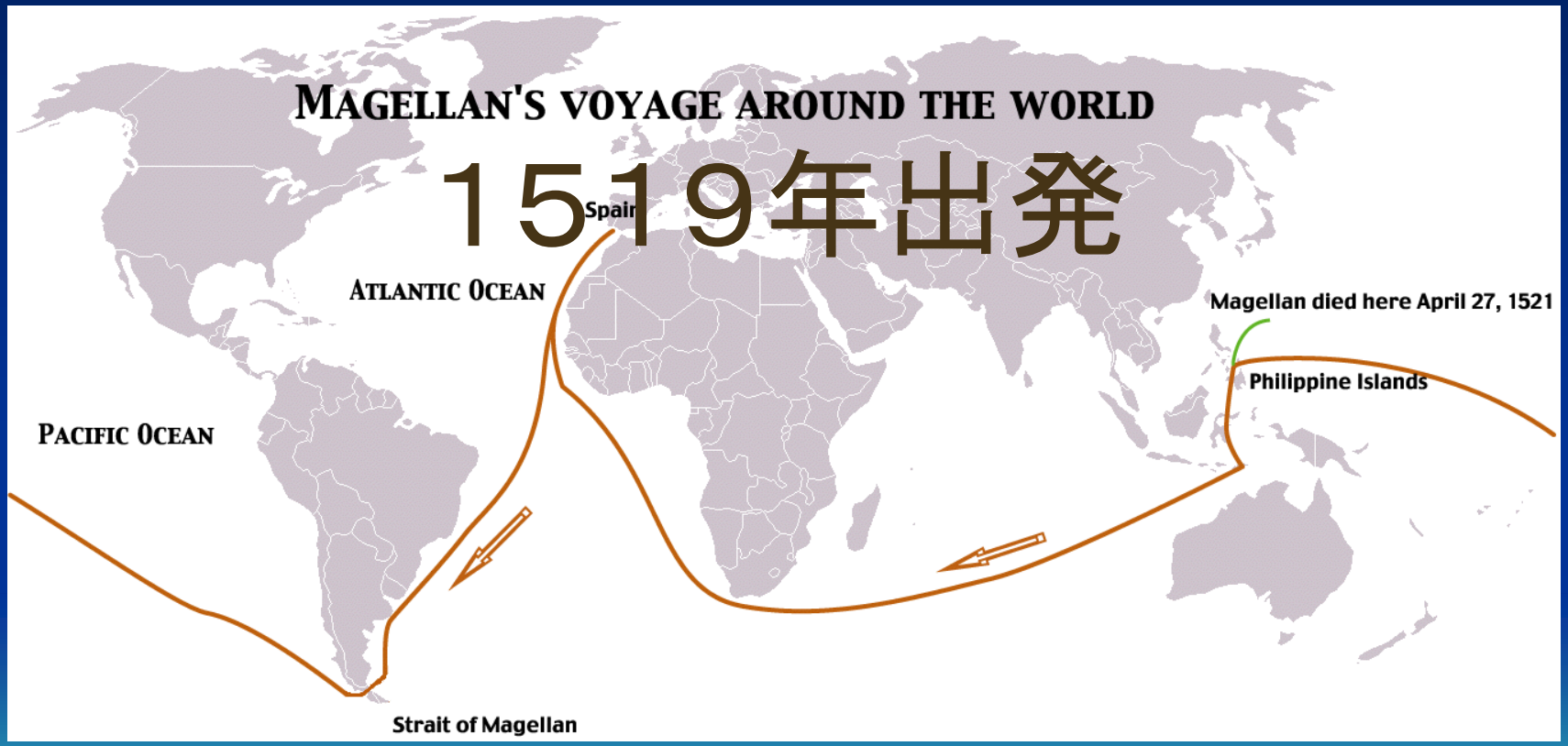


世界は丸い？

- 帆船のへ先よりマストが先にみえる。
- 月食の影が丸い。
- 南中時の影の長さが緯度に依存。

マゼランの世界一周


FERDINAN·MAGELLANVS·SVPER·ATIS
ANTARCTICI·FRETI·ANGVSTIIS·CLARISS


MAGELLAN'S VOYAGE AROUND THE WORLD
１５１９年出発
Spain
ATLANTIC OCEAN
Magellan died here April 27, 1521
Philippine Islands
PACIFIC OCEAN
Strait of Magellan

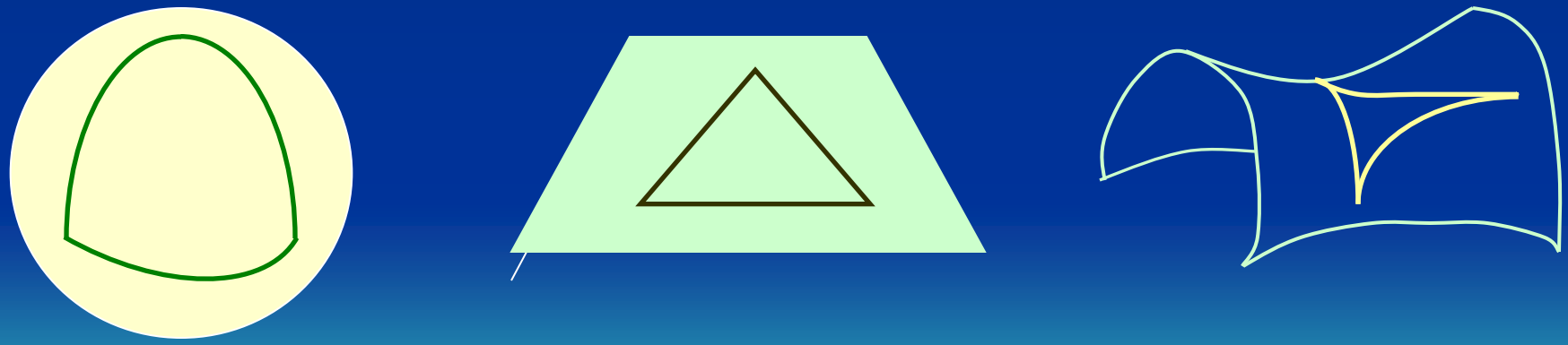
地球の出

空間曲率と有限性

平均密度が約0. 00000000000000000000000000001g/cm^{3}より

大　　等しい　　小

有限　　無限　　無限



3角形の内角の和
＞180度　K>0

3角形の内角の和
＝180度　K=0

3角形の内角の和
＜180度　K<0

オープンでも閉じる？

- 曲率一定だが非自明な「形」（トポロジー）をもつ空間が考えられる。
- アインシュタイン方程式はローカル。
- 局所的には一様等方だが大域的には一様等方性を破ってもよい。

平坦でも負の曲率でも
空間は有限かもしれない！

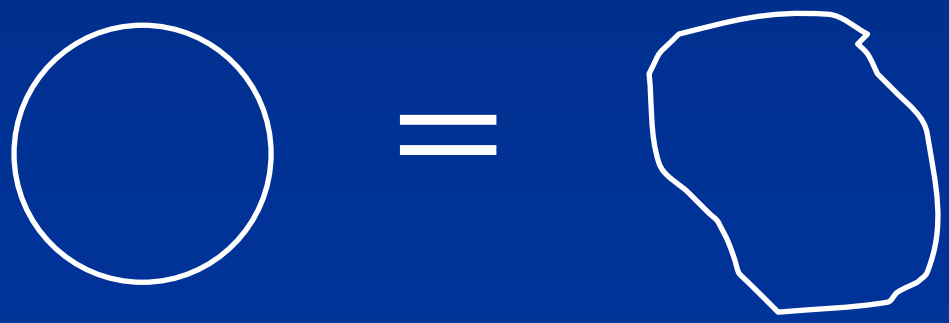
「形」をもつ解の構成

- 曲率一定な空間を埋め尽くす3次元タイル（基本領域）を考える。
- タイルの境界で周期境界条件を満たすアインシュタイン方程式の解を考える。
- ただし上記は共動座標で考える。タイルは「宇宙膨張」する。

宇宙のトポロジー

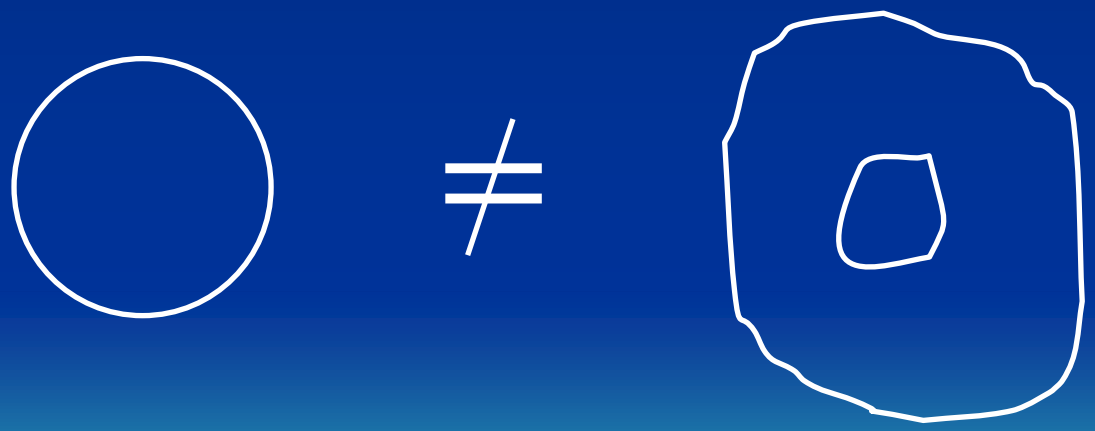
トポロジー

- 空間が連続変形で移りあう場合トポロジー（位相）が同じという。



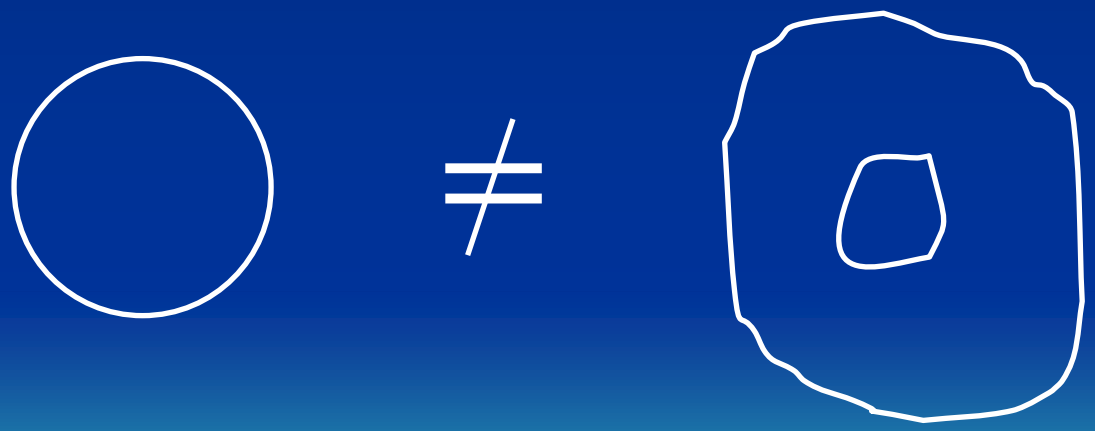
トポロジー

- 空間が連続変形で移りあう場合トポロジー（位相）が同じという。



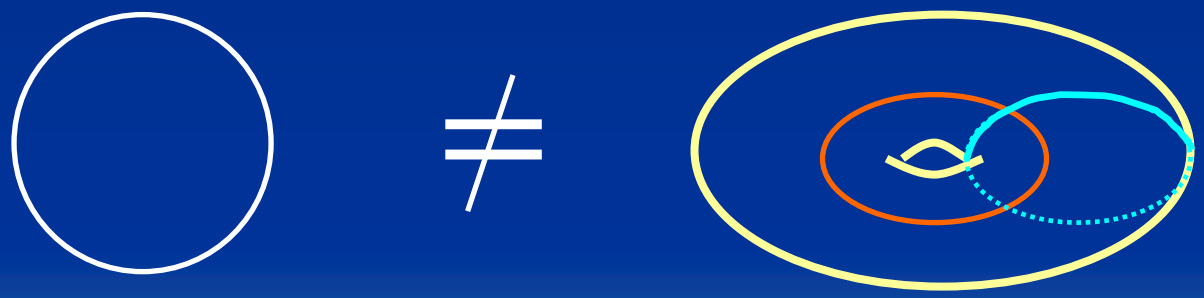
トポロジー

- 空間が連続変形で移りあう場合トポロジー（位相）が同じという。

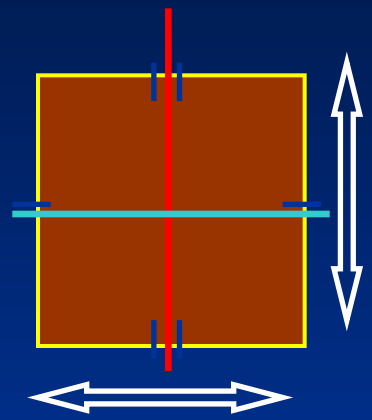


多重連結空間

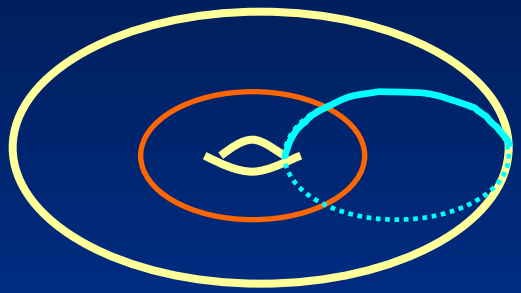
- 可縮でないループが存在する空間を多重連結空間と呼ぶ。



トーラス面

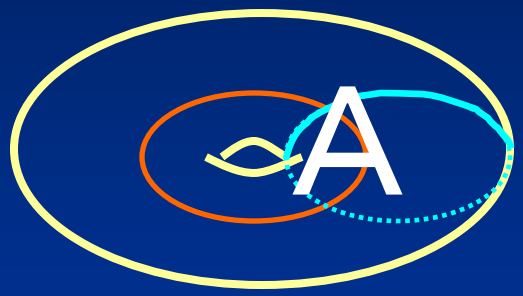


~

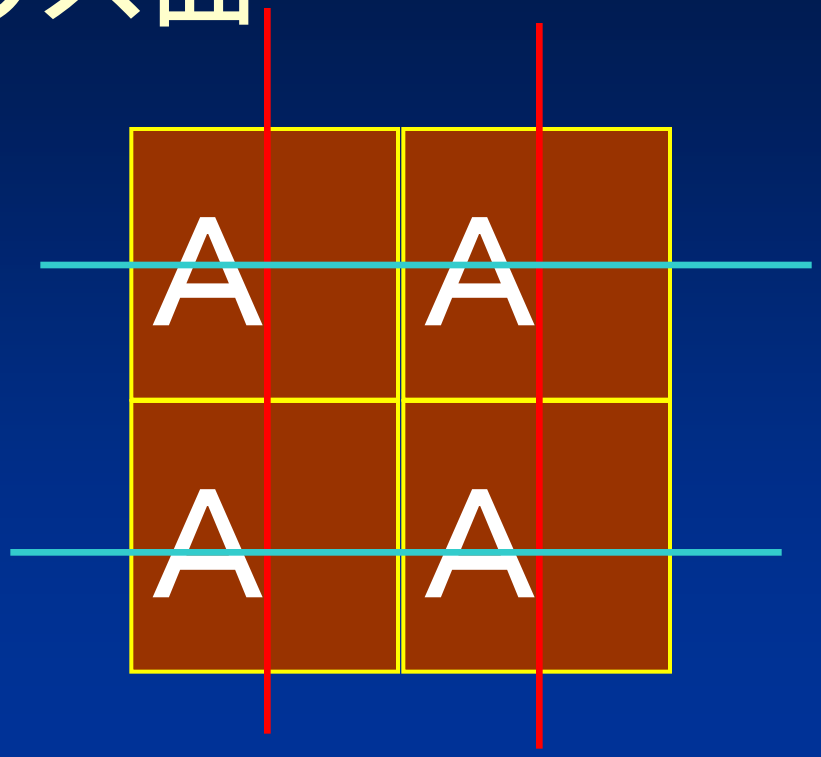


基本領域

トーラス面

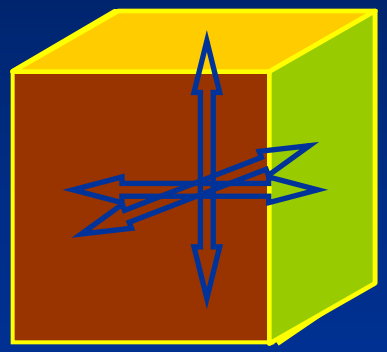


~

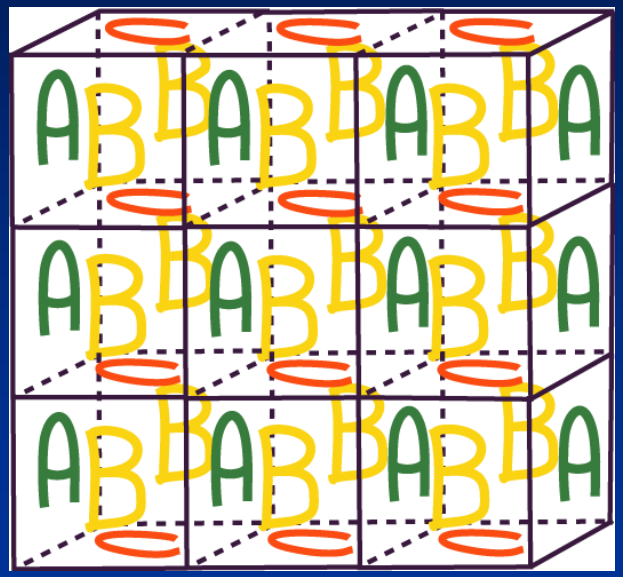


みかけの領域
（不変被覆空間）

トーラス空間

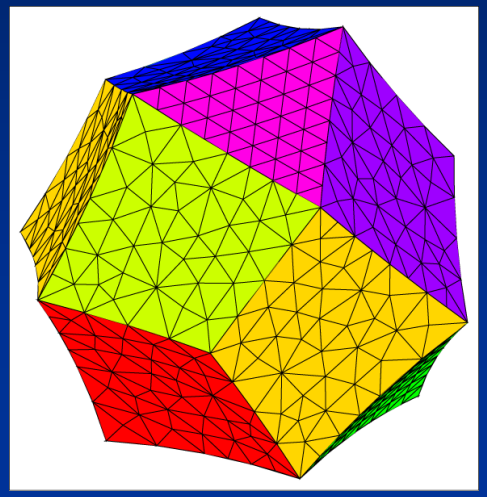


~

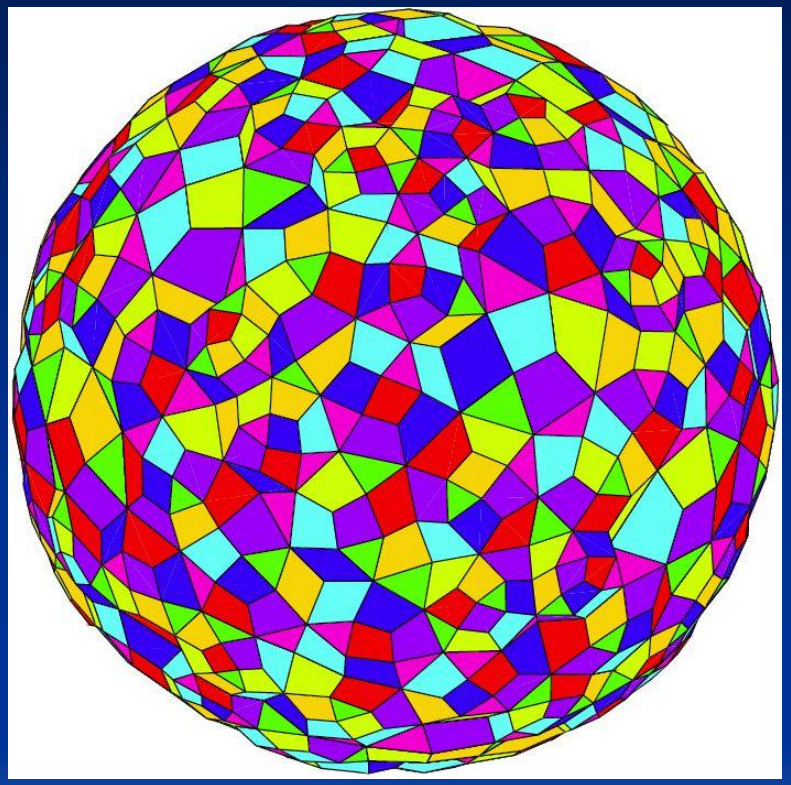


基本領域　　みかけの領域

3次元閉双曲型空間

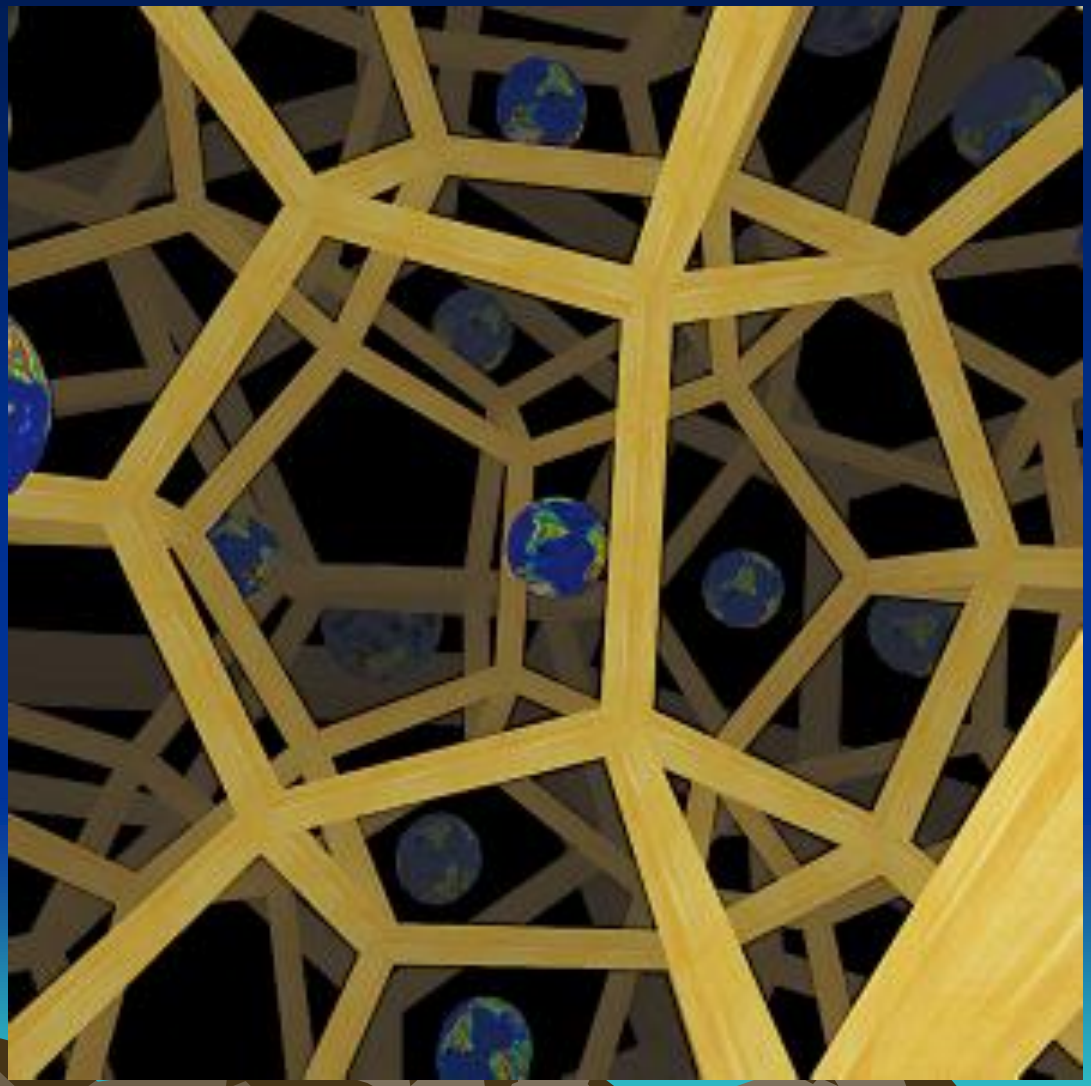


~



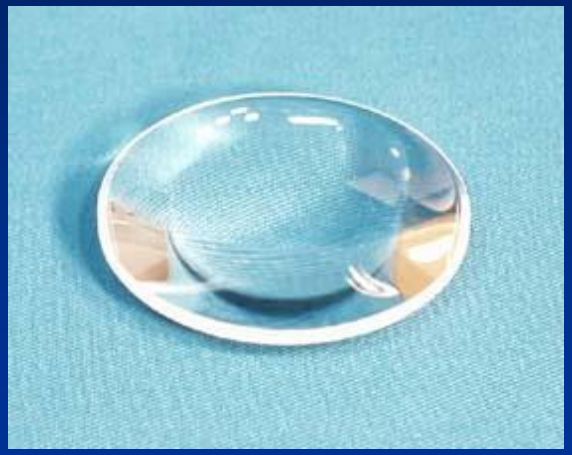
基本領域　　みかけの領域

ポアンカレ正１２面体空間



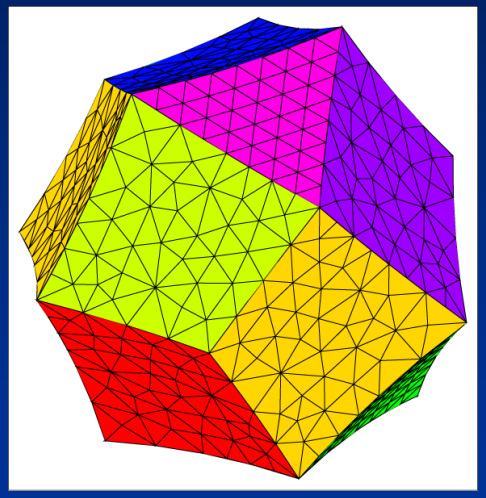
基本領域の形と曲率

K>0



K=0

K<0



レンズ空間

球型

トーラス空間

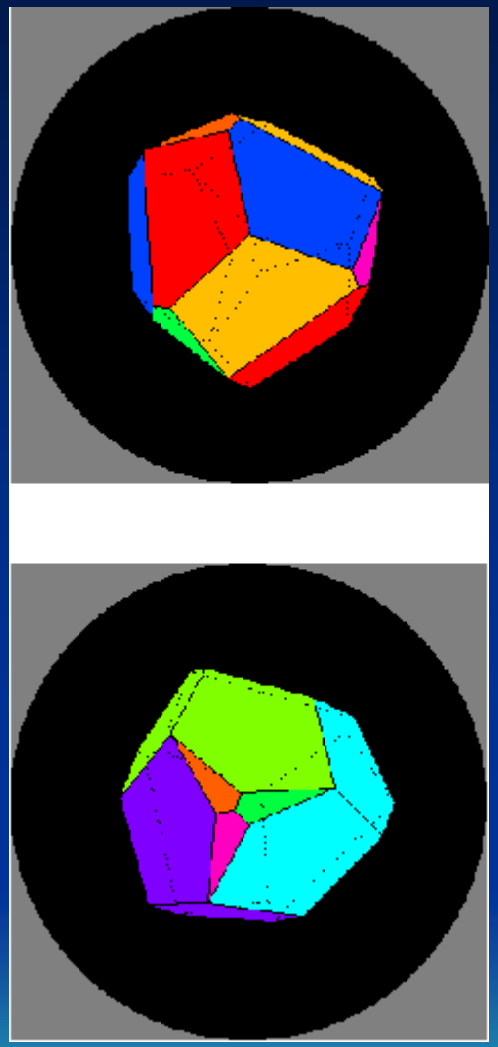
ユークリッド型

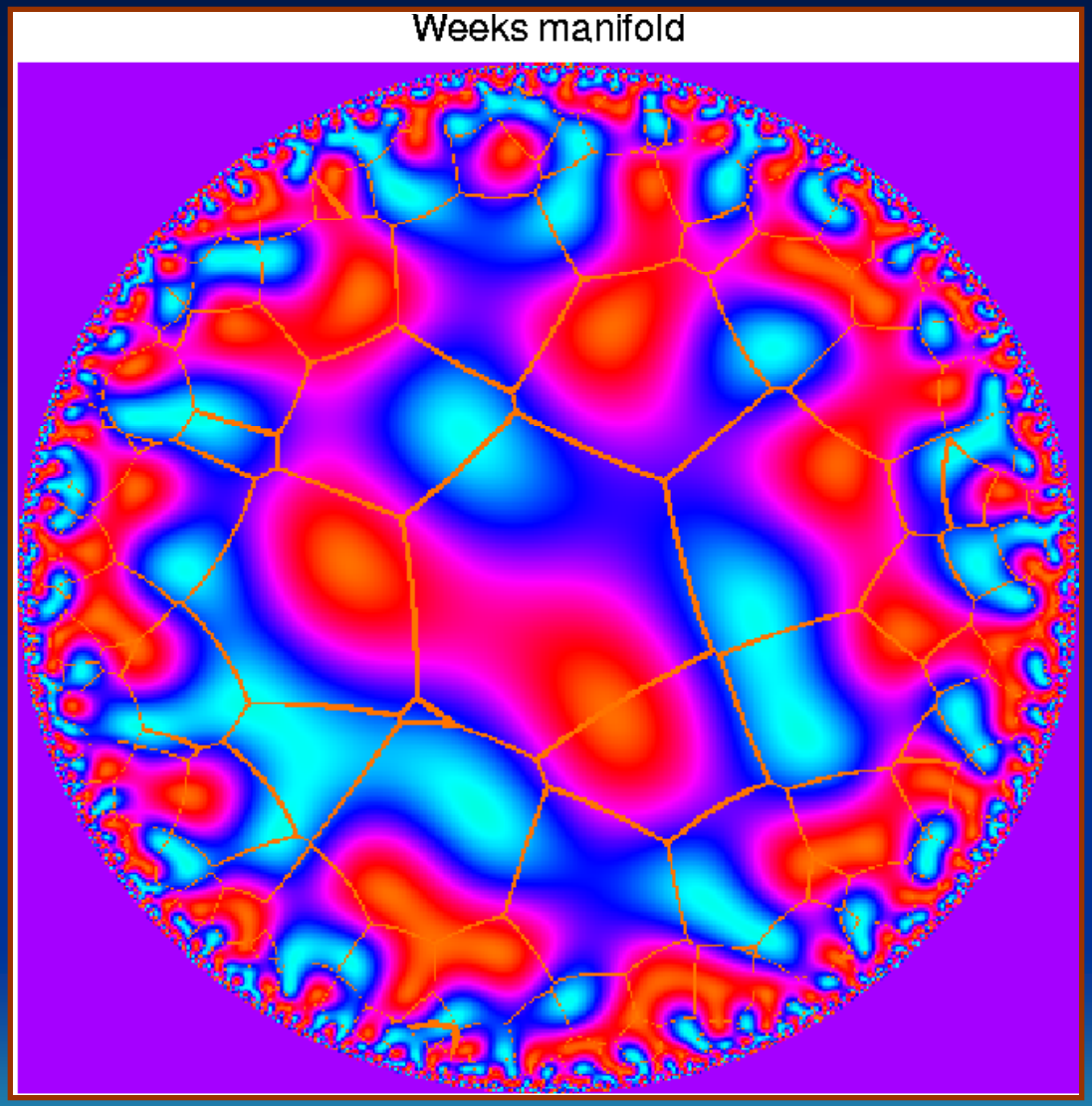
Thurston空間

双曲型

揺らぎの計算法

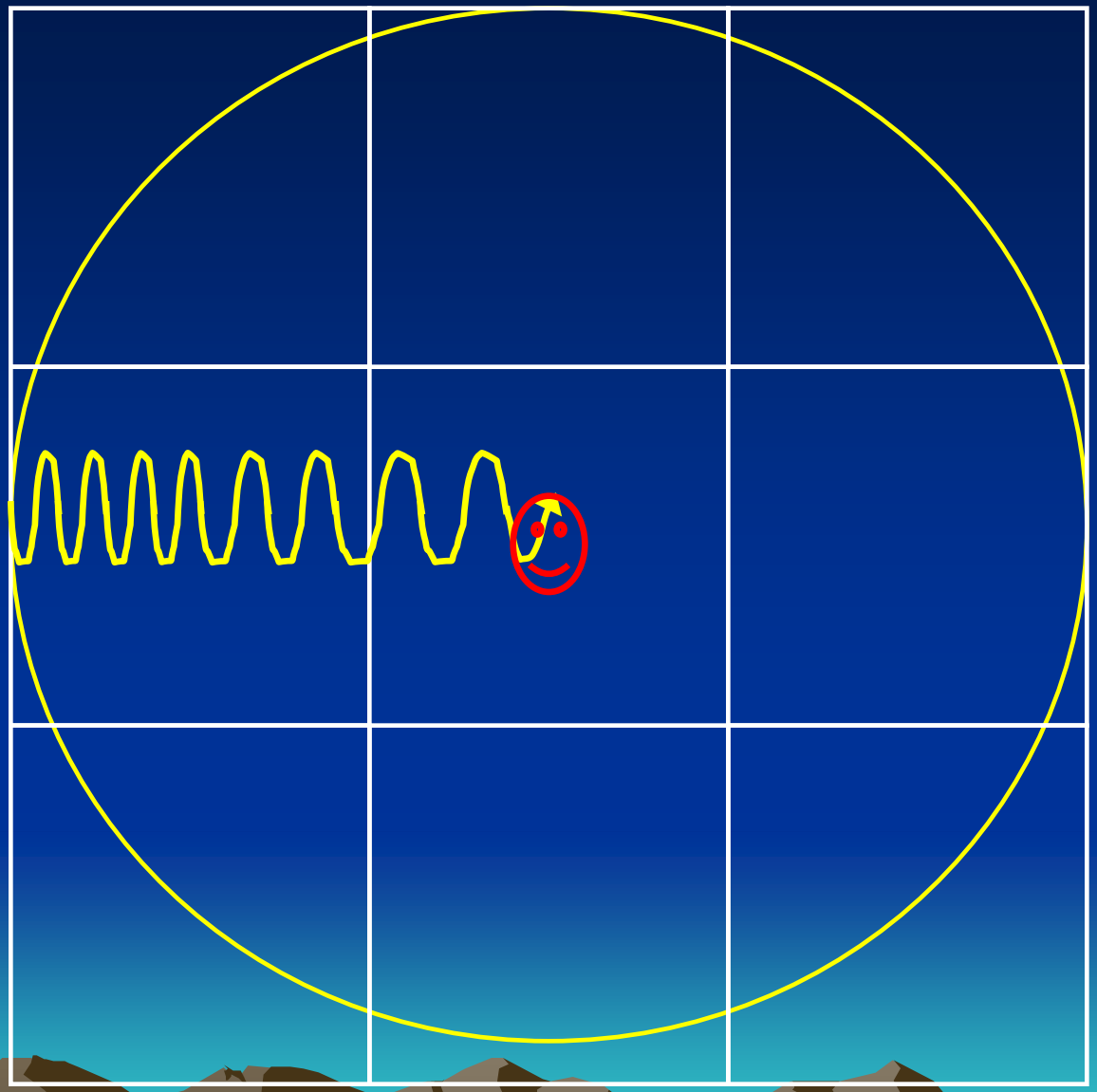
- 摂動を時間発展する項と空間依存する項の積に分解。
- 空間依存項をフーリエ変換。
- 波数空間におけるモード関数を周期境界条件を満たす関数に置換。





Weeks 多様体の基本領域

基底状態の揺らぎの振幅



トポロジーの測定法

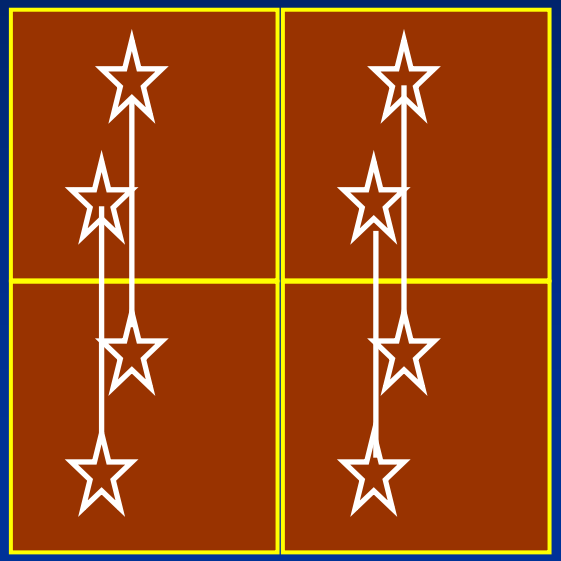
トポロジーの測定

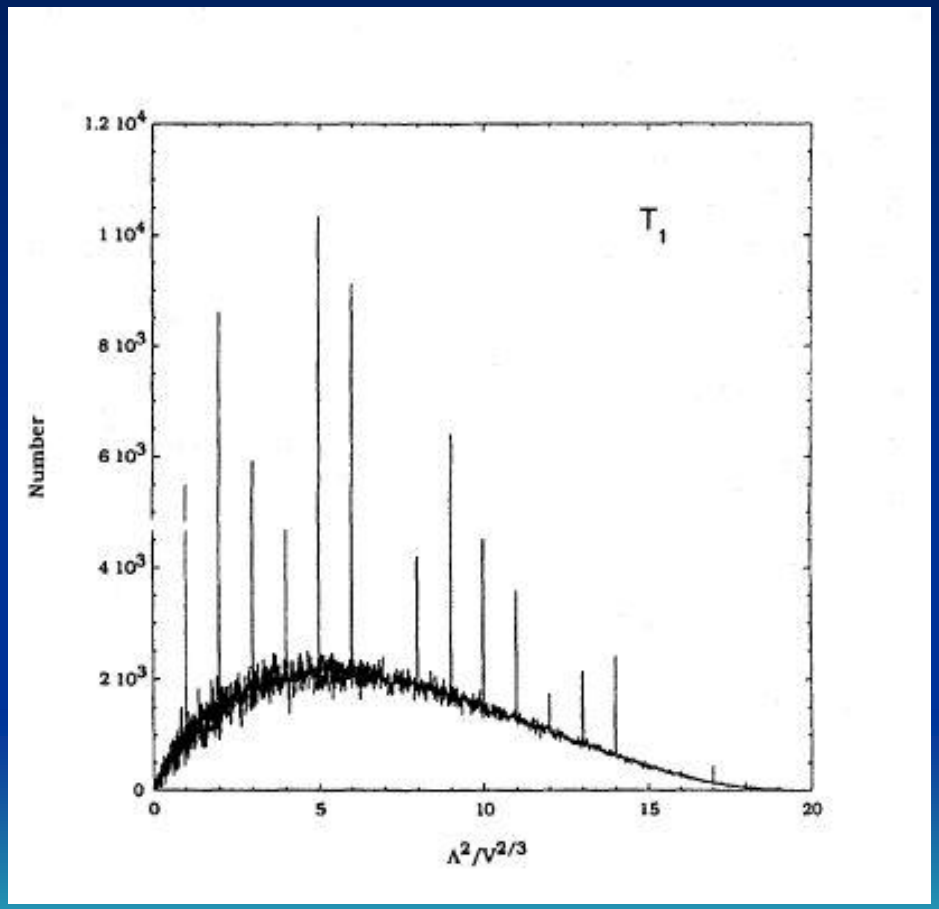
- みかけの空間における天体や揺らぎの周期性
- 大スケールにおける揺らぎの統計的非一様等法性

宇宙結晶学(Lehoucq et al.1998)

- 天体と天体(QSO,銀河等)の共動距離のヒストグラムを測定
- 大域的に(ほぼ)一様なトポロジーに有効！

宇宙結晶学



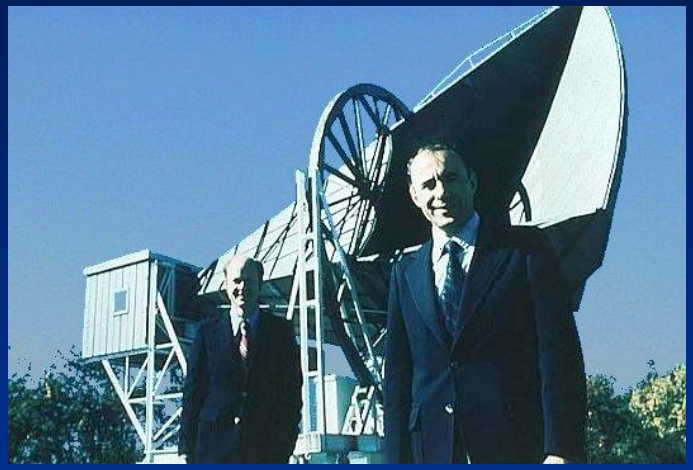


「天の円」(Cornish et al.1998)

- 天球面上の2つの円上のCMB温度揺らぎの相関を測定
- 普通のSachs-Wolfe効果が効くスケールで有効（銀河面近くは無理）

宇宙マイクロ波背景輻射（CMB)

1965年、Penzias & Wilsonは
宇宙のあらゆる方向からやってくる熱的な電波ノイズを発見



黒体輻射　T~2.7K (50~500 GHz)　Penzias & Wilson ’67

⇩

宇宙は過去プラズマ状態（熱平衡）だった。
電子と光子が頻繁に衝突

CMBの温度揺らぎ

- CMBの温度分布は非常に等方的 ($<10^{-5}$)

→ 宇宙の(一様)等方性を証明

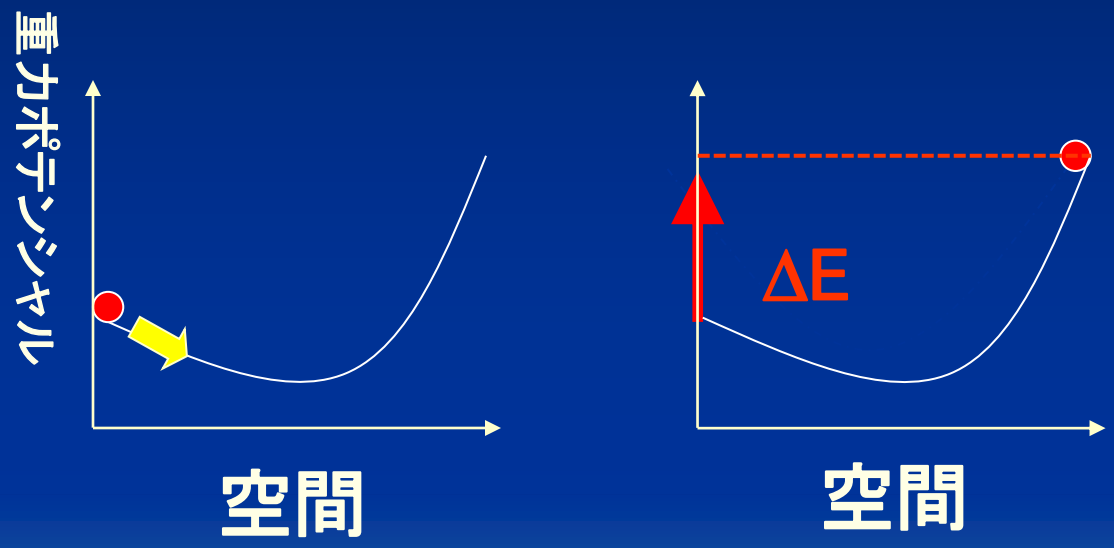
- CMB温度は方向によってわずかに違う

→ 宇宙の構造の「種」の証明

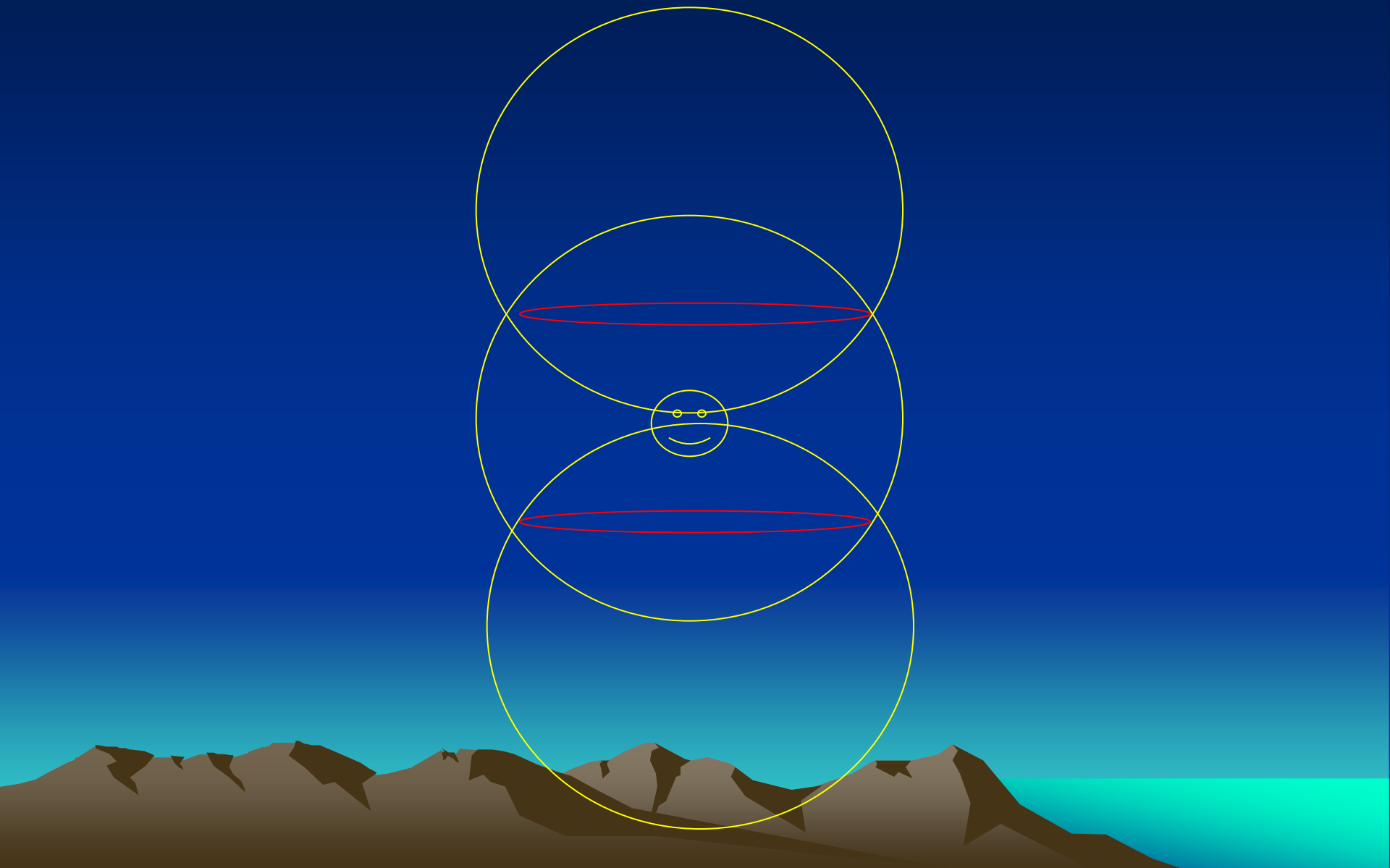
↓

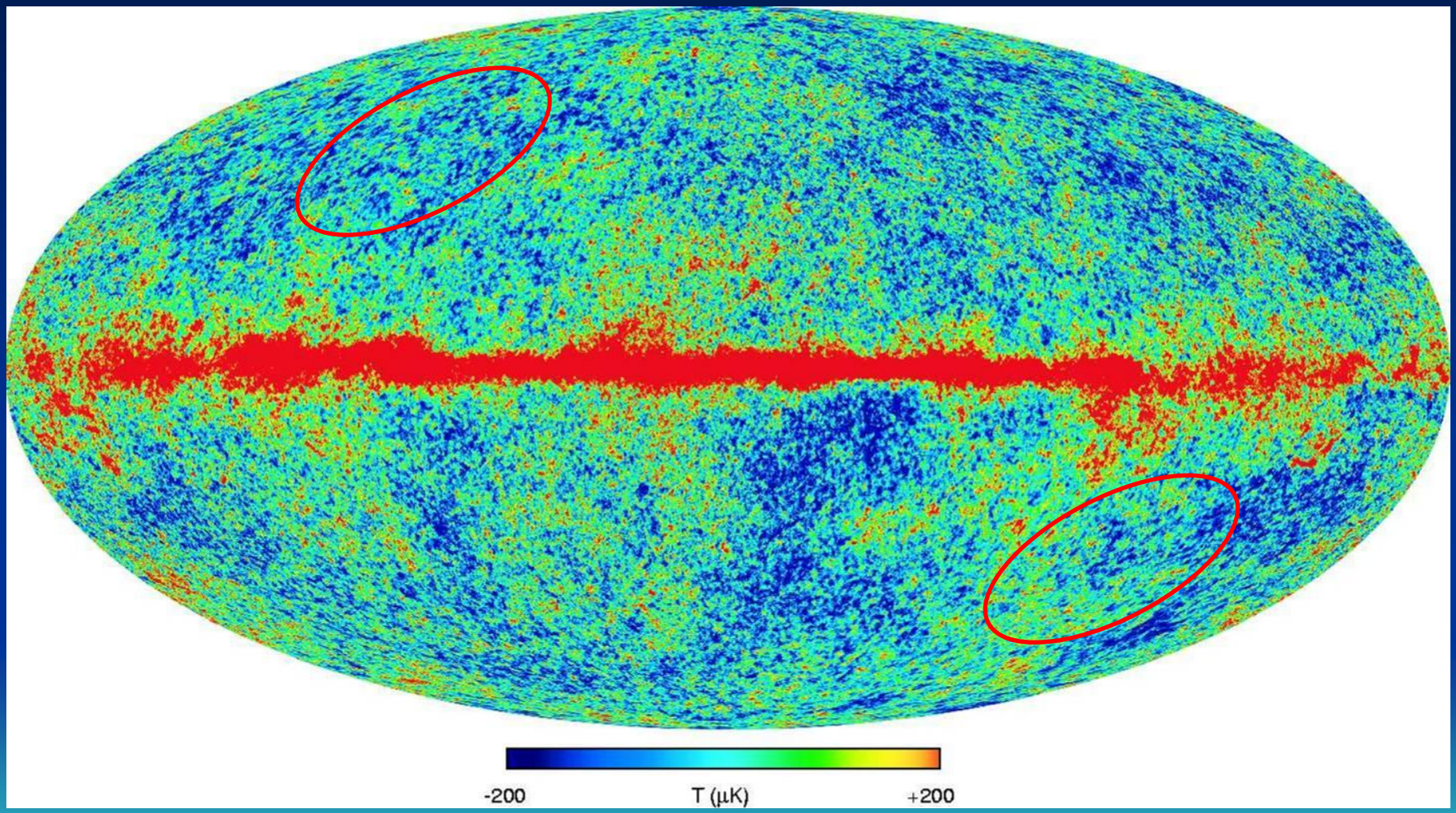
宇宙には「揺らぎ」が存在していた。

（空間的）Sachs-Wolfe 効果



「天の円」上の周期構造




-200
T (μK)
+200

CMB大角度パワー

- 揺らぎのパワースペクトルの波長依存性は自明なモデルと同じと仮定。
- CMBの角度パワースペクトル成分は自明なモデルと比べ変化。

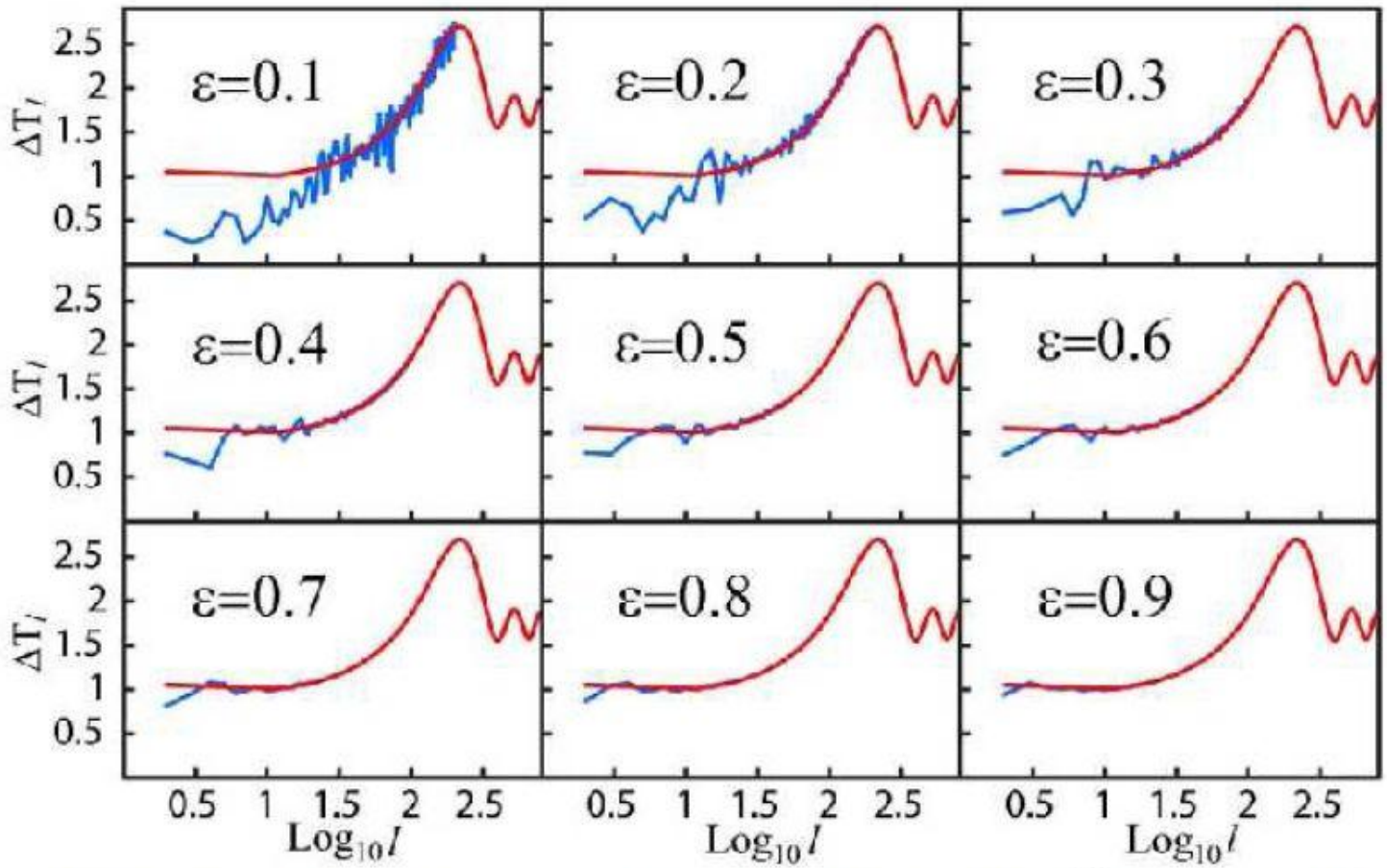


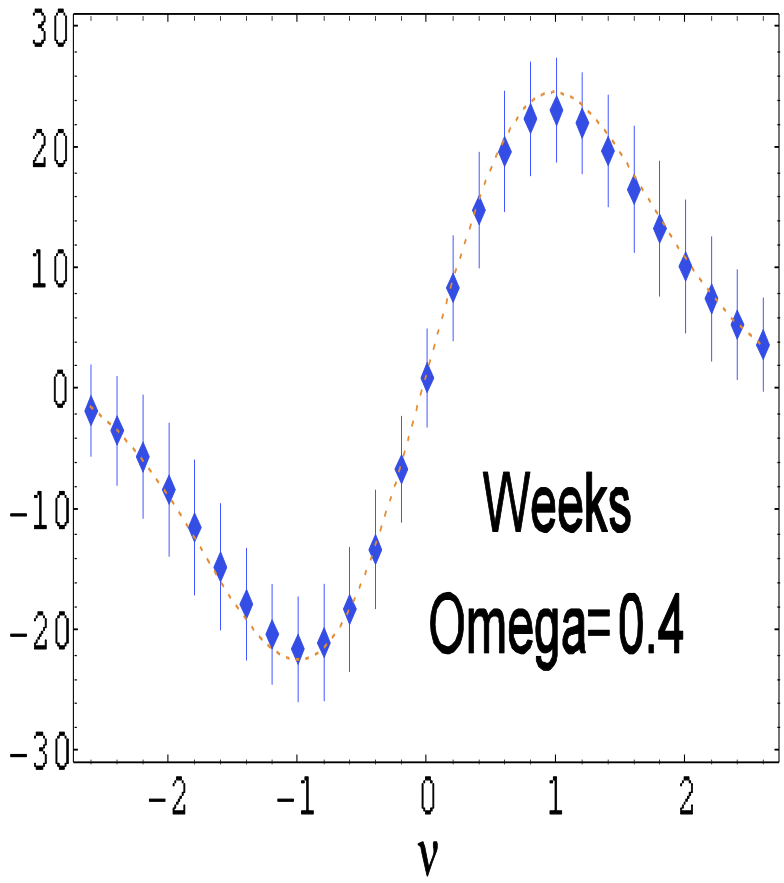
FIG. 1. Plots of the angular power spectrum $\Delta T_l = [l(l+1)C_l/(2\pi)]^{1/2}$ for cubic toroidal models with various linear sizes parametrized by the ratio of the length of the side to the diameter

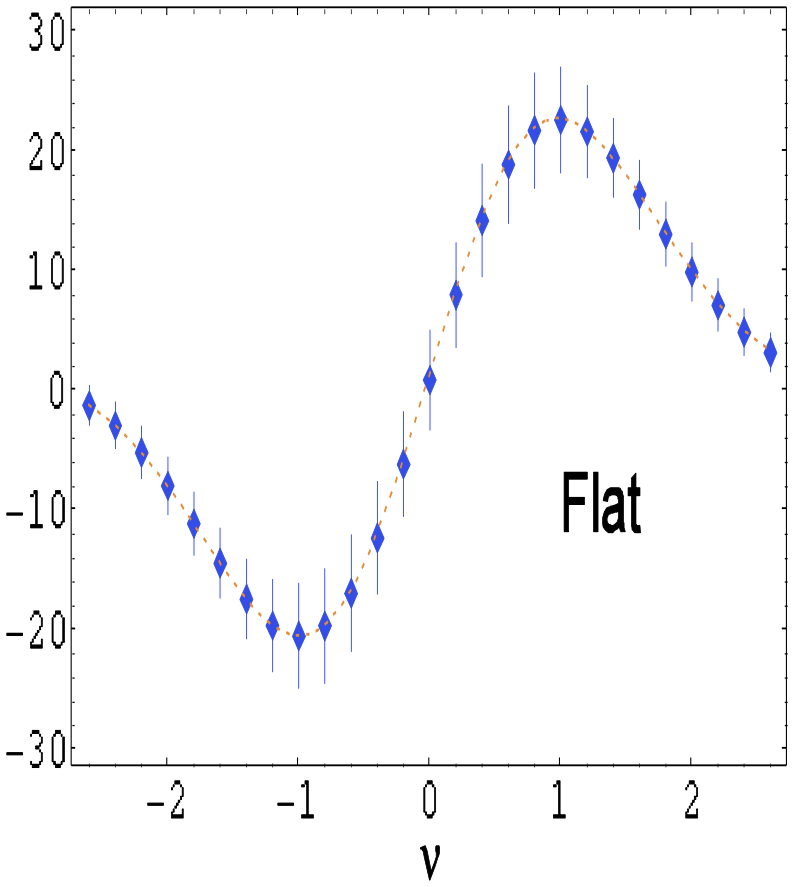
(Inoue & Sugiyama 2002)

大角度非ガウス性 (Inoue 2000)

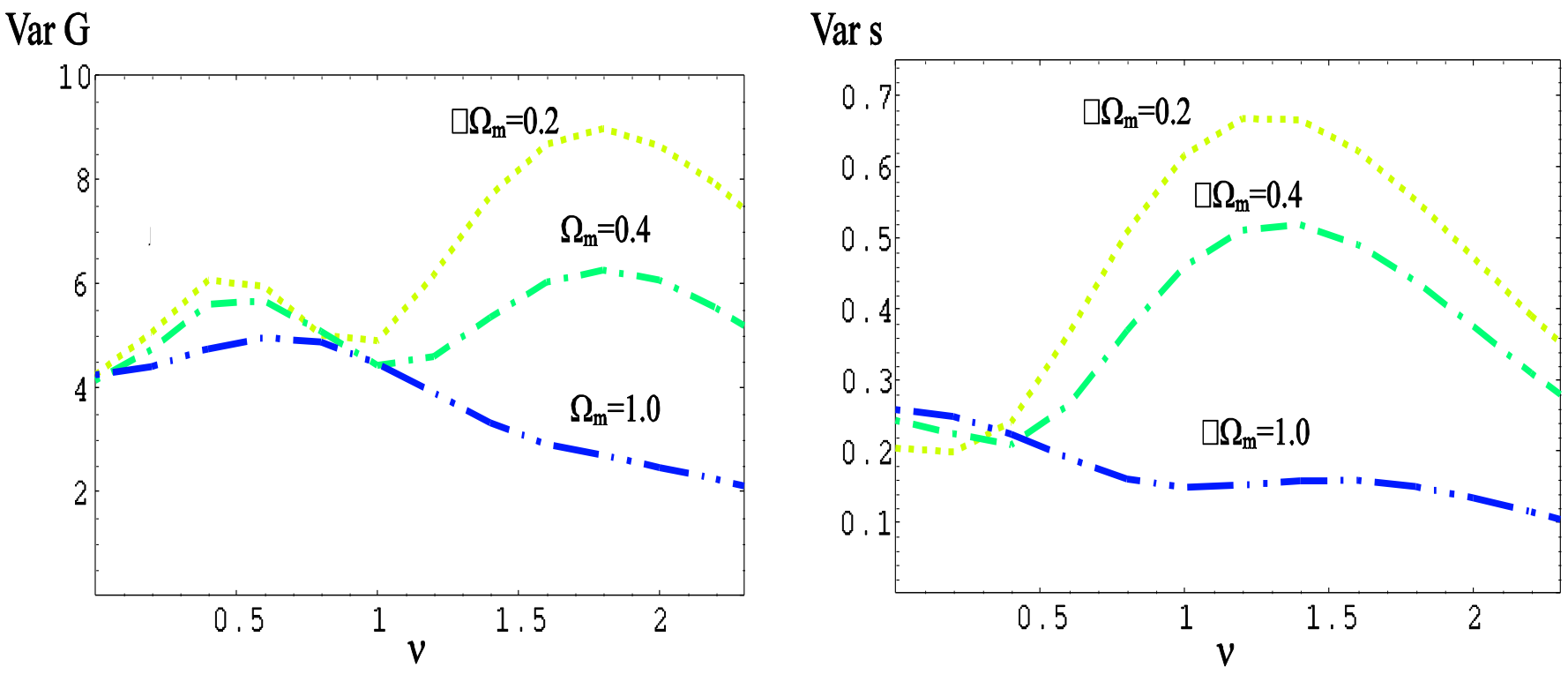
- 空間が大域的に非一様等方だとあたかも一様等方な空間上における非ガウス的揺らぎにみえる。
- 三点相関、四点相関、ミンコフスキー汎関数など。

大角度非ガウス性 (Inoue 2000)





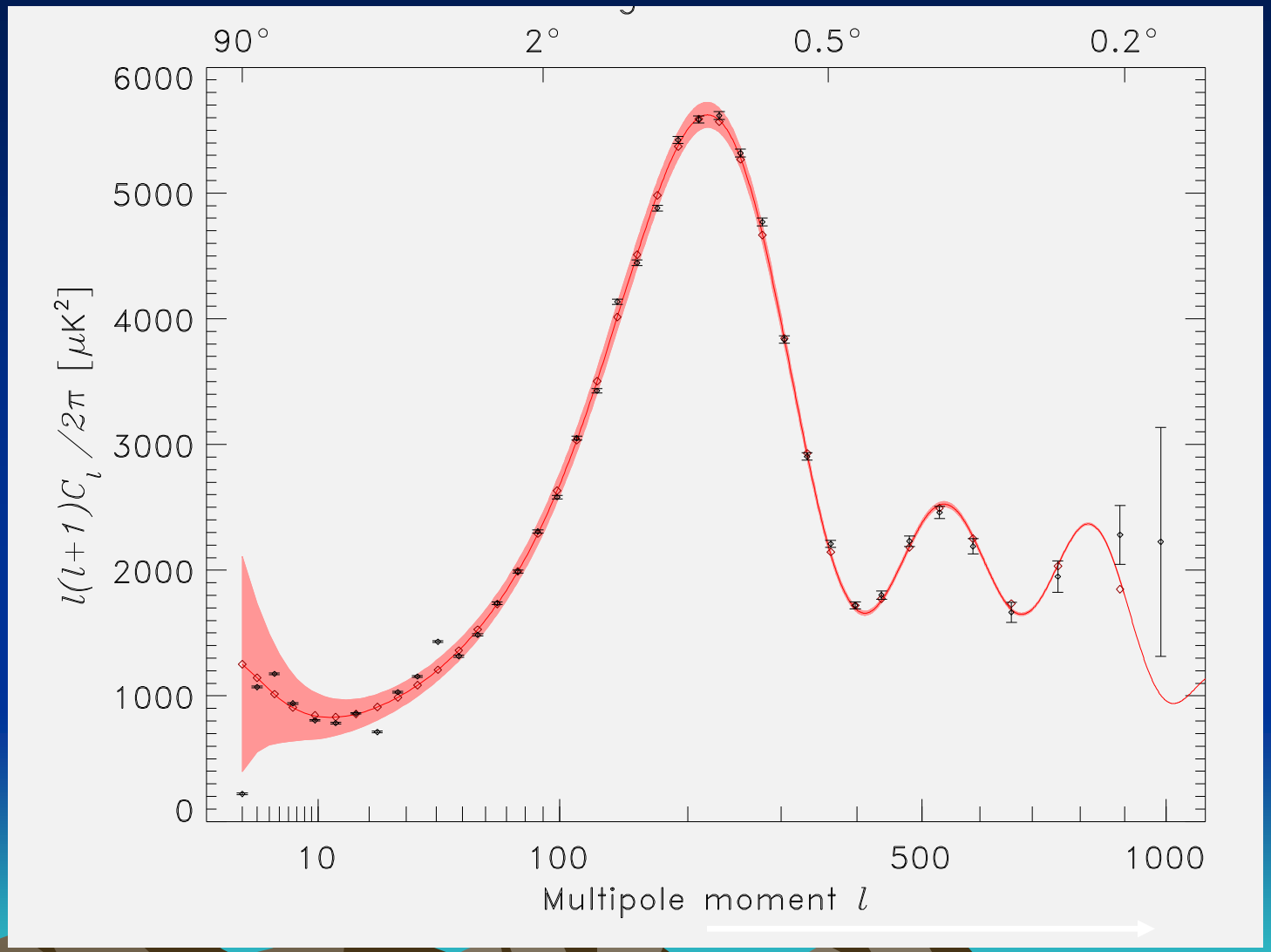
大角度非ガウス性 (Inoue 2000)



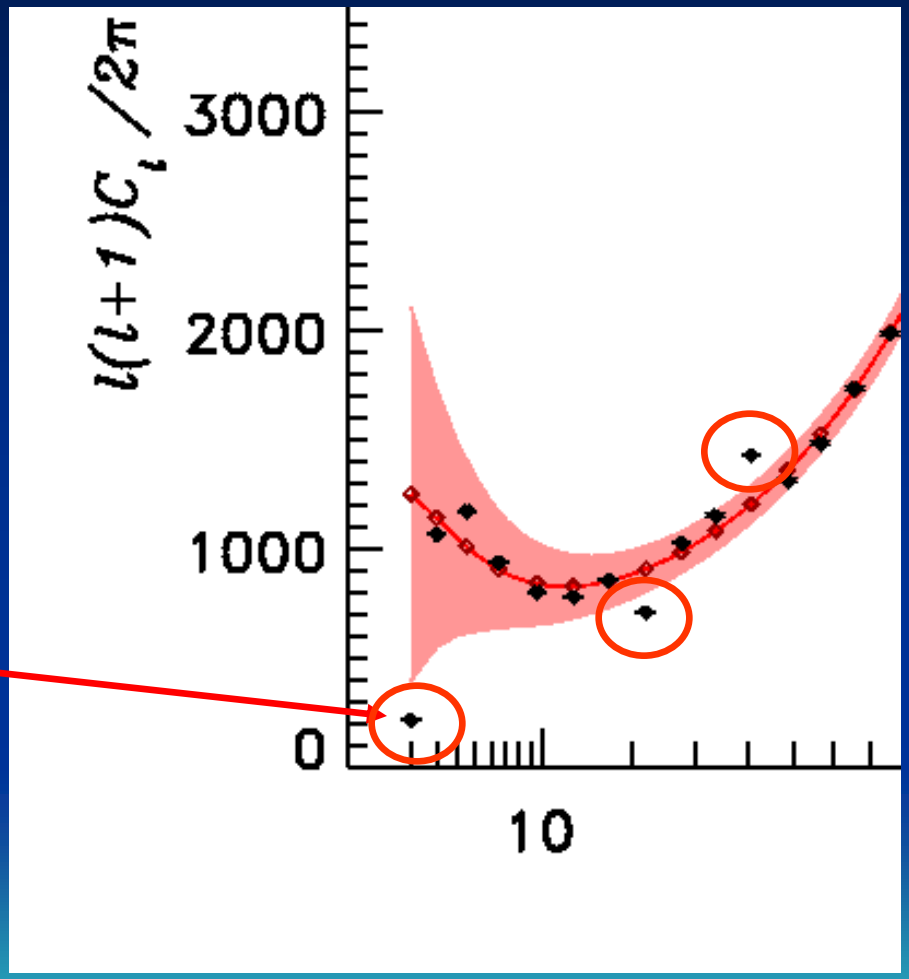
観測による制限

WMAP 3rd year data

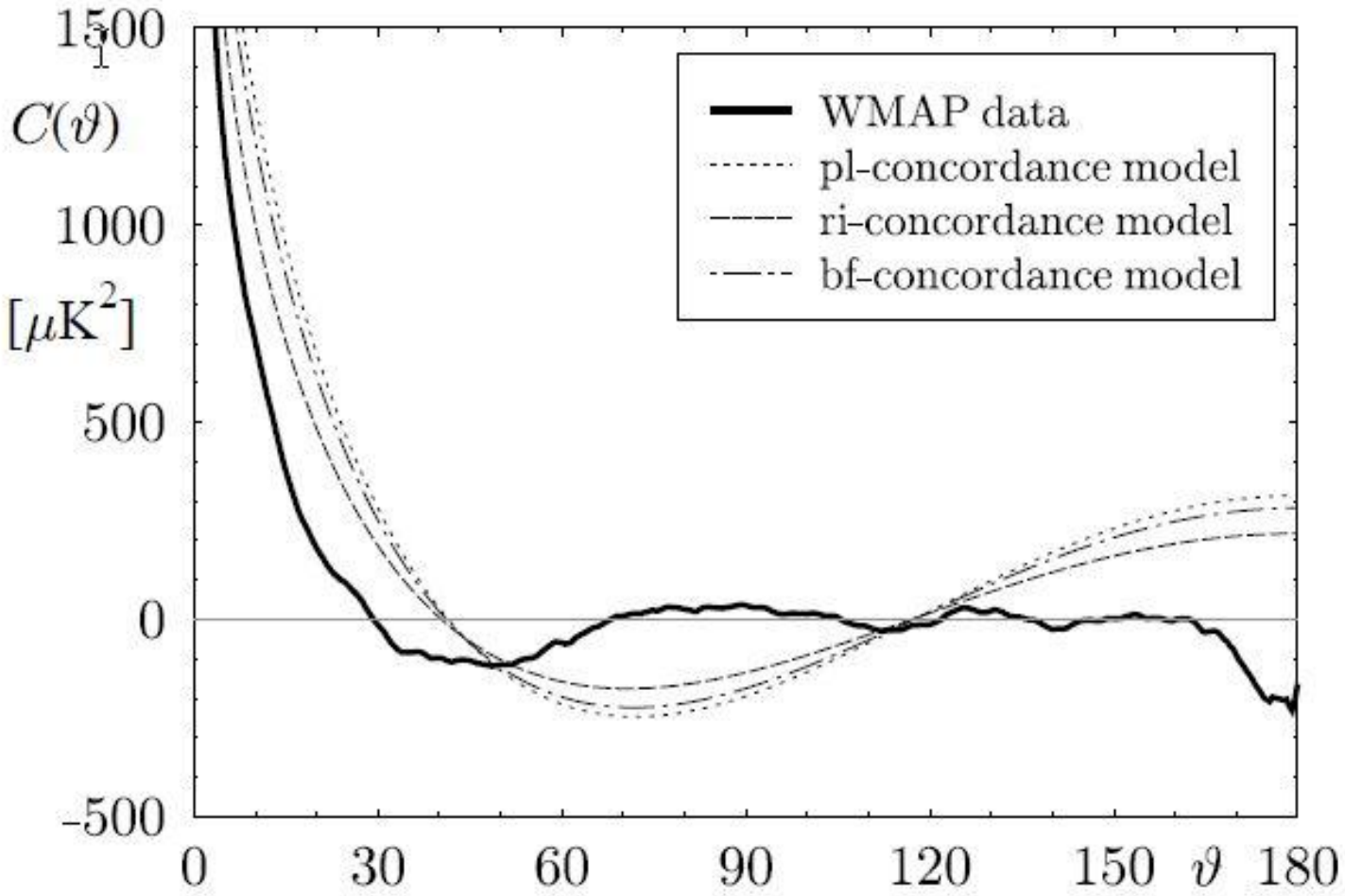
角度パワー



Quadrupole
l＝2



CMB揺らぎ大角度相関の減少



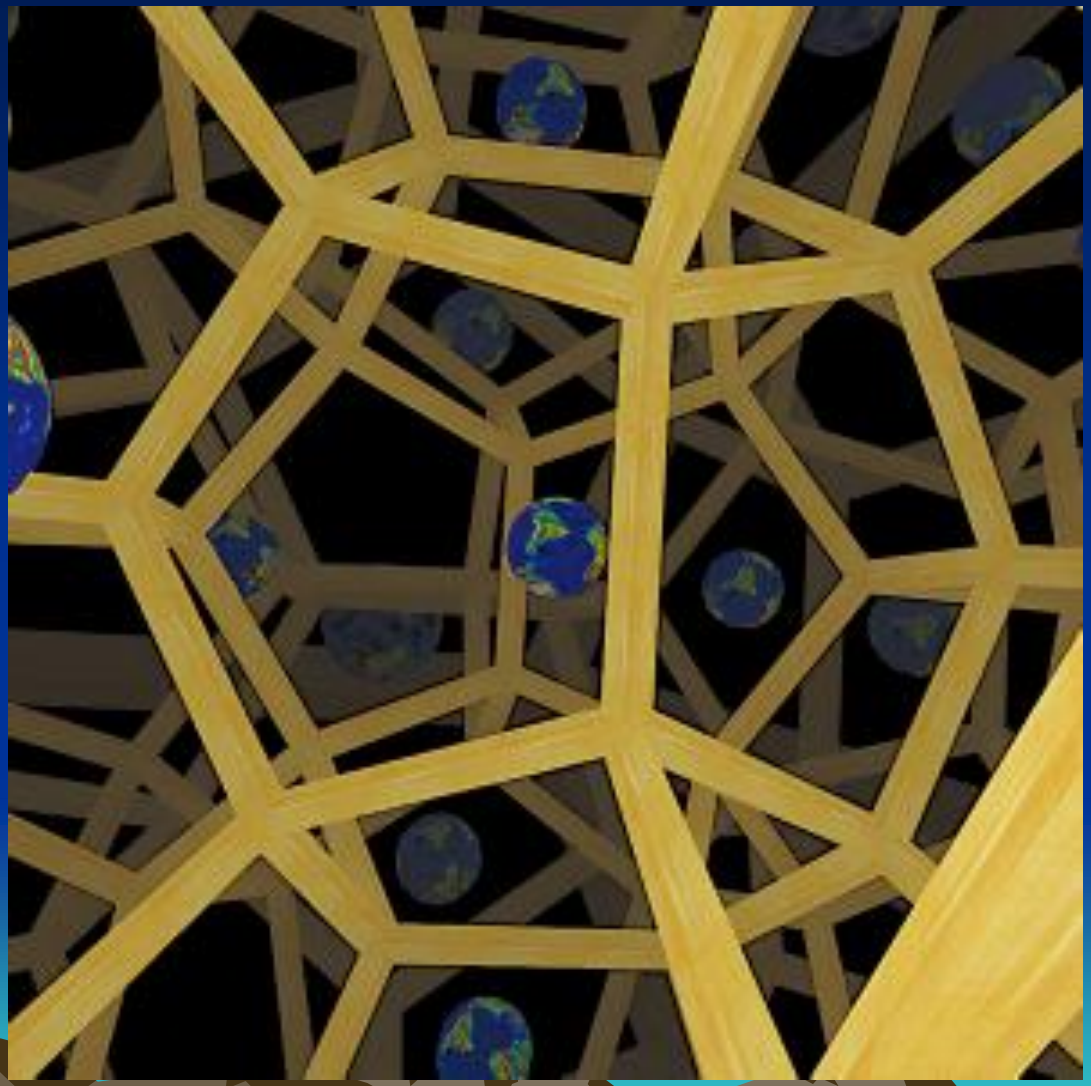
宇宙の形は正十二面体？

WMAP衛星による電波観測データ公表 (2003)

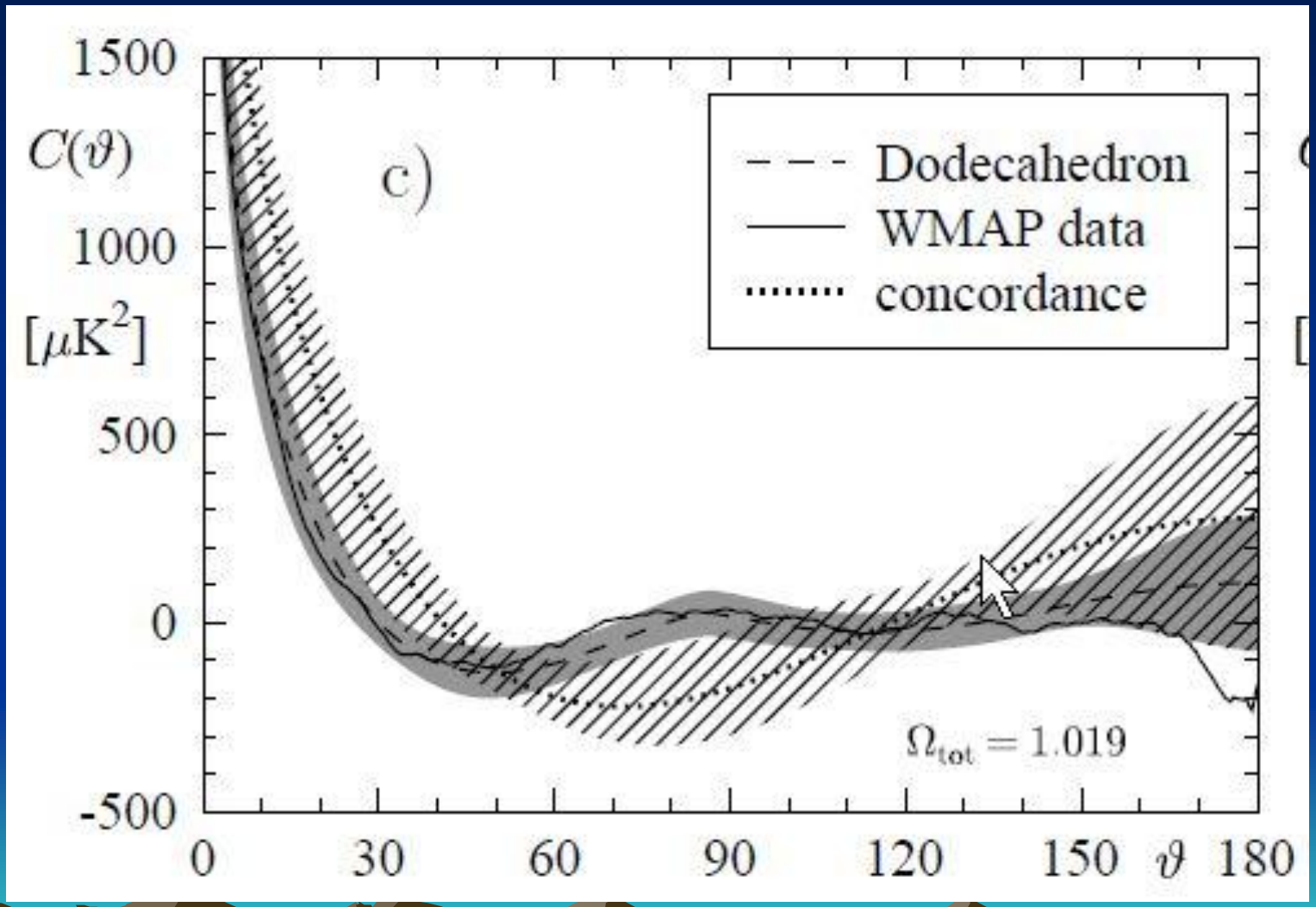
- 弱い正曲率を示唆 $\Omega_{tot} = 1.02 \pm 0.02$
- 60度以上の角度スケールで揺らぎが著しく小さい

⇒ Poincare dodecahedral space を提案（Luminet et al. 2003)

ポアンカレ正１２面体空間



CMB温度揺らぎの相関関数

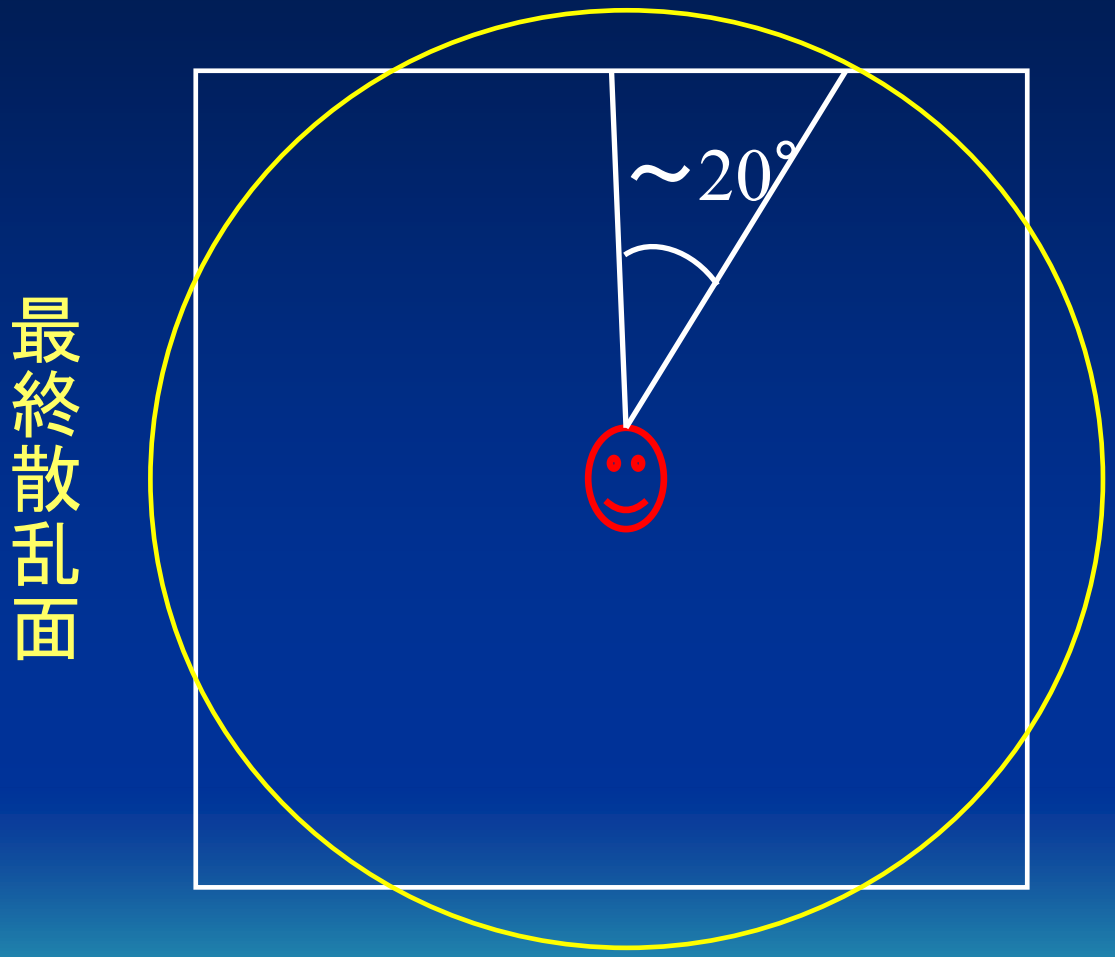


Aurich & Steiner 2004

しかし

- CMBに周期構造はみつからなかった。（Cornish　et al. 2003）
- きちんと統計的に評価すると標準（無限で平坦）モデルは却下されない。(Efstathiou, 2003)

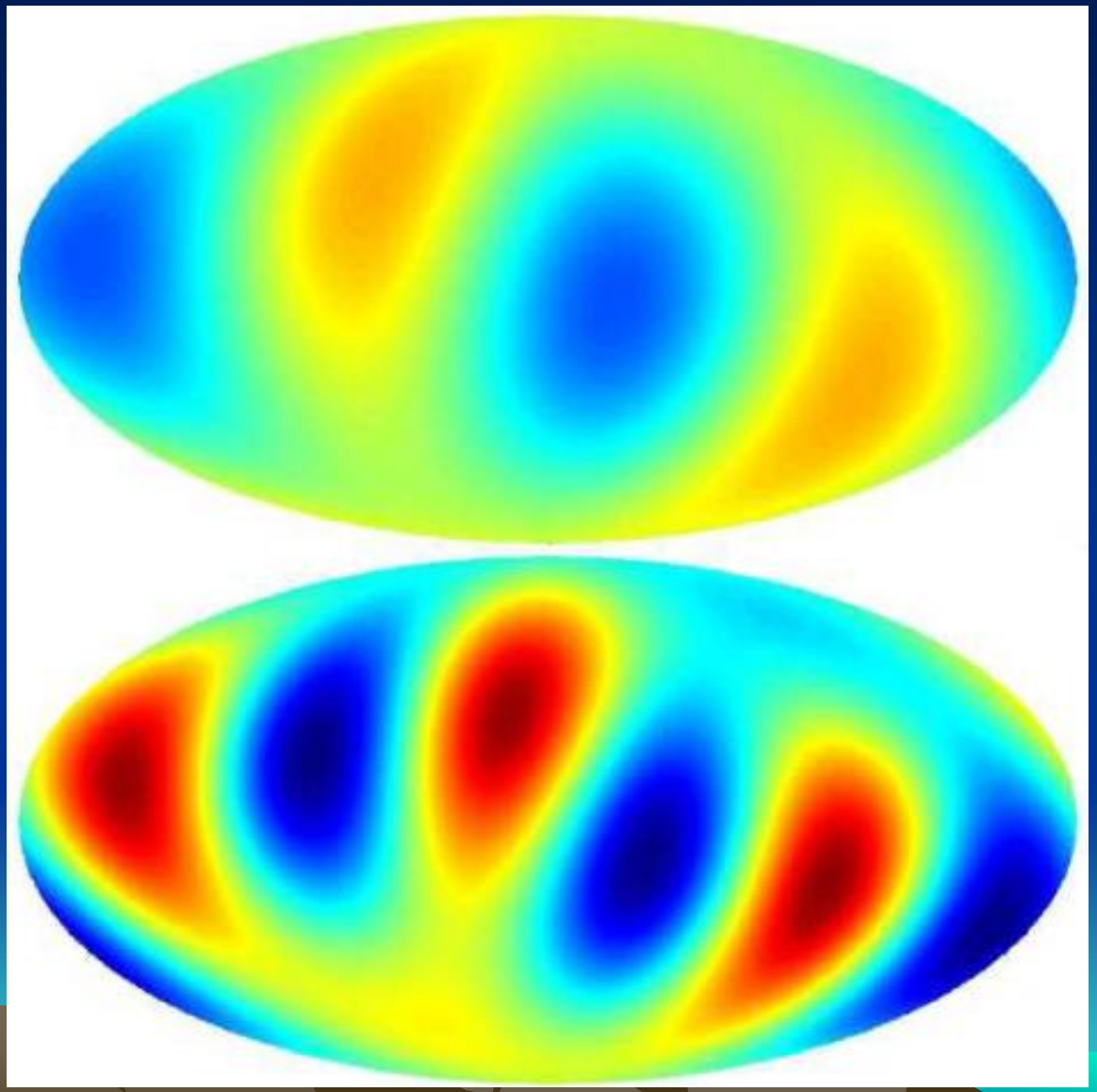
宇宙の大きさの下限



その他の大角度異常？

- 特定の向きを持っている。（alignment between l=2 & 3)
- “南”半球のゆらぎが系統的に大きい。
- 黄道面と向きが揃っている。
- Spherical wavelet 解析における“コールドスポット”。

Axis of evils？

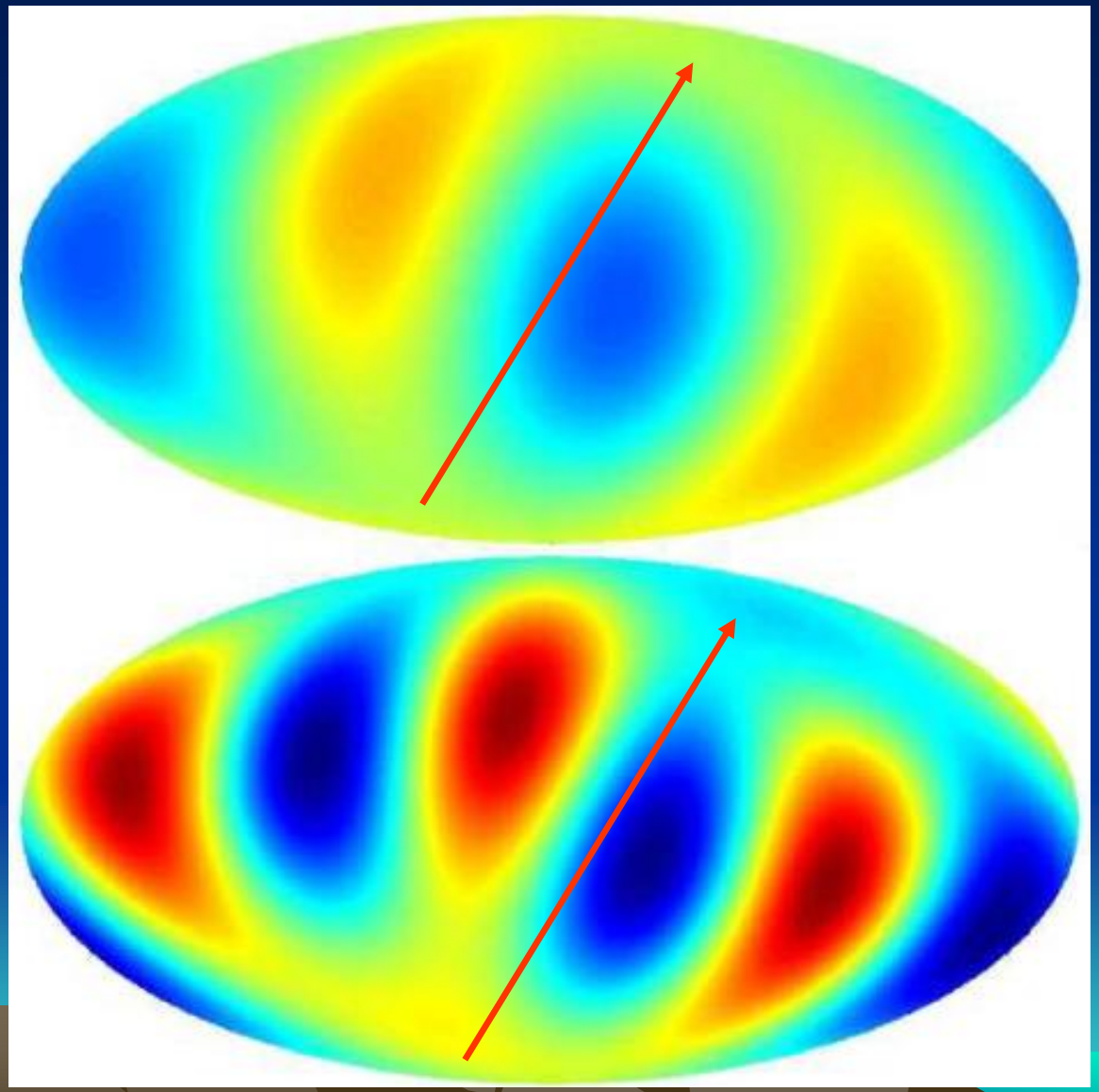


l=2

l=3

(Tegmark, et al, ’03)

Axis of evils？

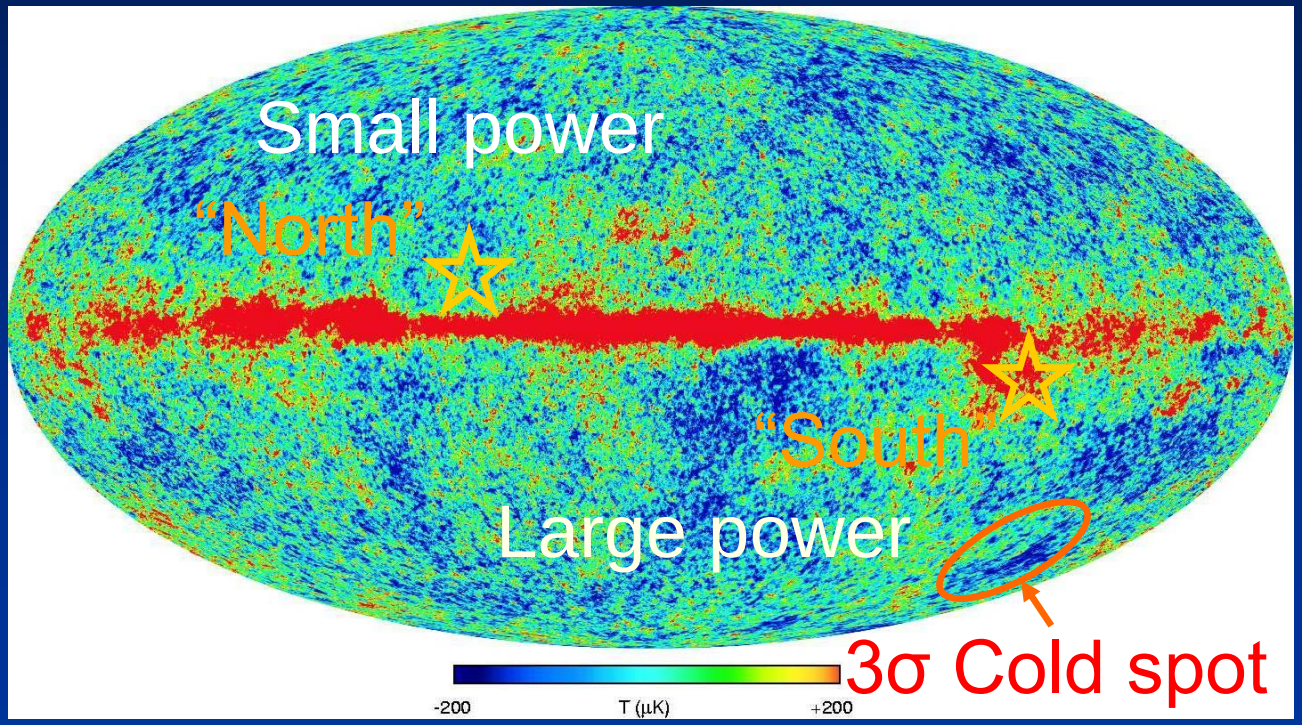


l=2

l=3

(Tegmark, et al, ’03)

CMB南北非对称性？



Eriksen et al. '03

North pole: $(l,b)=(57^{o},10^{o})$

大角度異常とトポロジー

- 等方な大角度パワーを下げるには「等方」的なトポロジーでなくてはならない。（Inoue＆Sugiyama　2003)
- そうするとその他の大角度異常を説明できない。（Weeks & Gundermann　2007)
- コールドスポットなどのローカルfeatureはもっと厳しい。

まとめ

- Poincare dodecahedral モデルはCMBの大角度（60度以上）揺らぎの減りを説明できる。
- しかし、CMB大角度異常の全ての振る舞いを説明することは困難。（むしろ局所非一様性？）
- CMBに周期構造は見いだされなかった。

今後の進展

- Planck（>2009）によってさらに強い制限が得られるだろう。（宇宙の平坦性、周期性）

- さらに3次元的なデータ（中性水素21センチ線）により揺らぎの統計的非等方性のより強い制限が得られるだろう。

宇宙に曲率はあるか？
宇宙は一様等方か？

頭のいい人には恋ができない。
恋は盲目である。
科学者になるには、自然を恋人と
しなければならない。
自然はやはりその恋人にのみ真心
を打ち明けるものである。

寺田寅彦

Thurston予想とインフレーション

- 全ての閉じた空間の「形」(トポロジー)は局所的に一様な閉空間の「形」で表せるだろう。(Thurston's conjecture)

- インフレーション後、我々はその一部のみ(局所一様等方な部分)を観測しているのかもしれない。