

基研研究会、8月1-3日

TGVR+MRMを用いた 第一原理4核子散乱

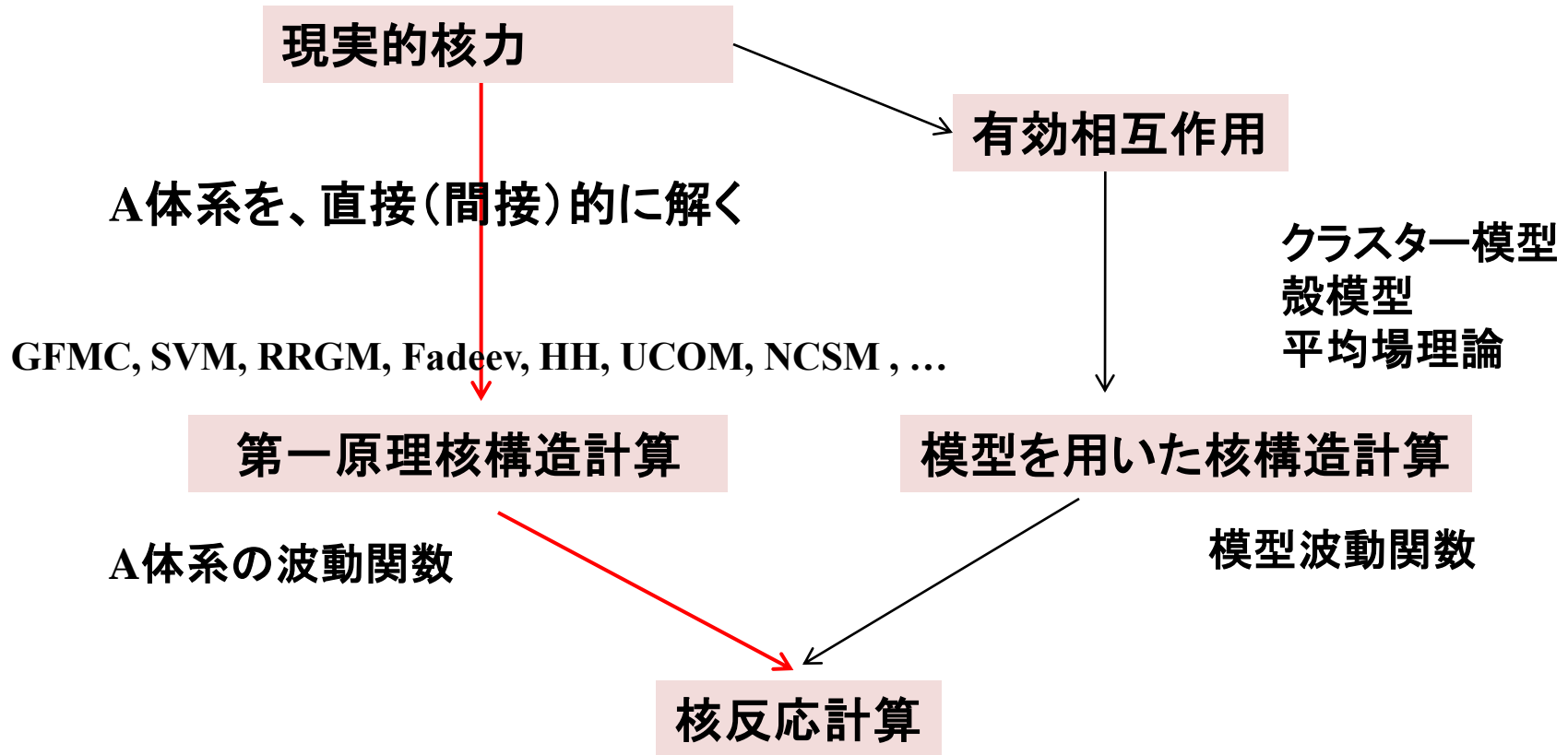
新潟大 青山茂義

新井 (長岡高専), 鈴木 (新潟大),
P. Descouvemont (ULB), D. Baye (ULB)

submitted to Few-body systems

(微視的)核反応理論

核力から、核構造、そして、核反応へ



第一原理的にオブザーバブルを計算し、実験を再現

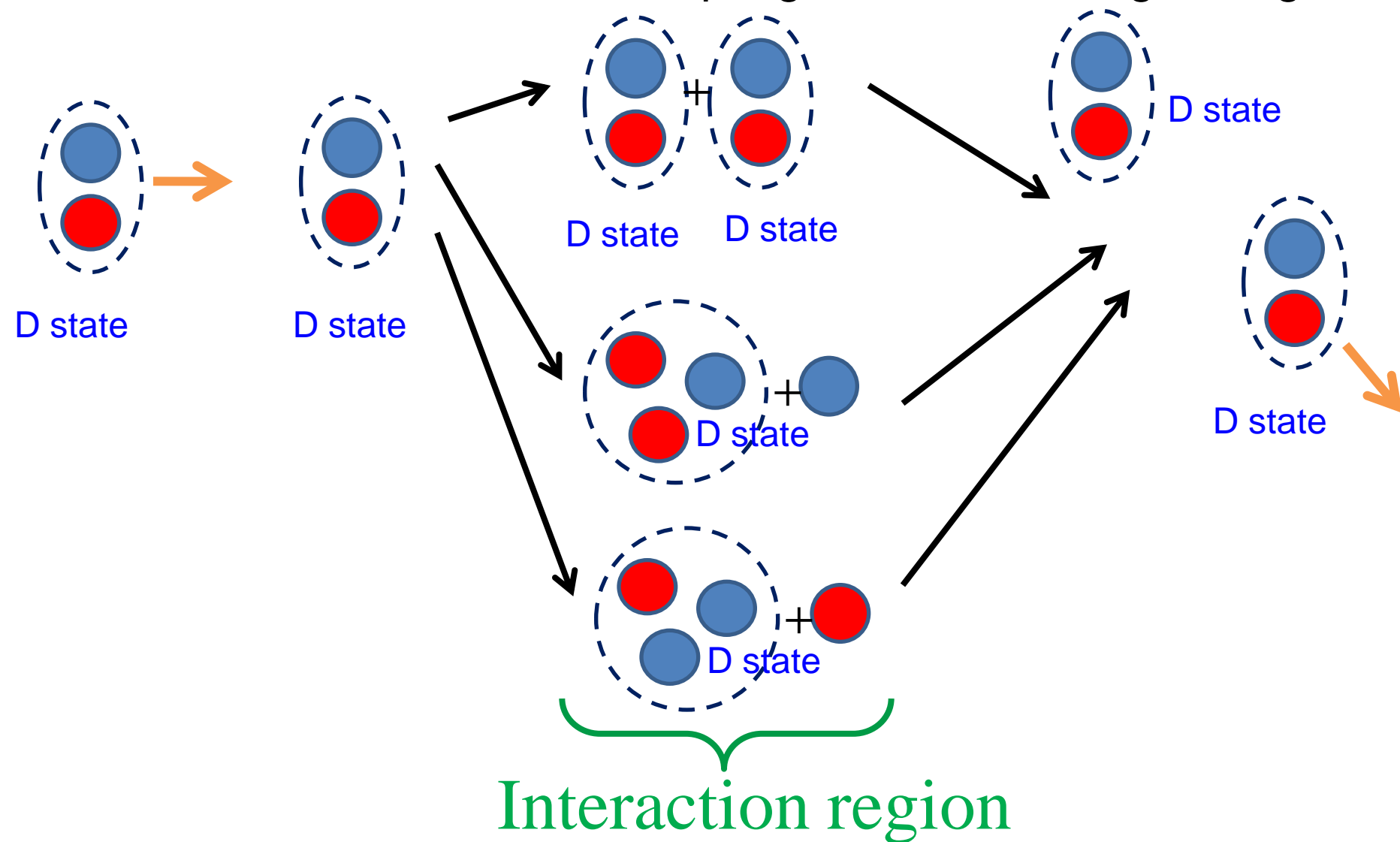
=>あまり、わかった気がしない?

第一原理計算 と 模型計算の比較

Coupling between d+d channel and 3N+N channels

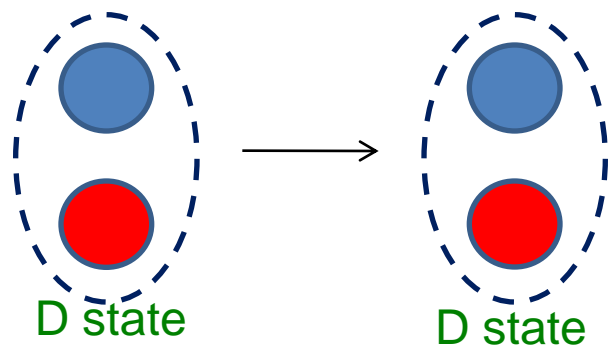
(Elastic scattering)

Tensor force makes the coupling in the scattering strong



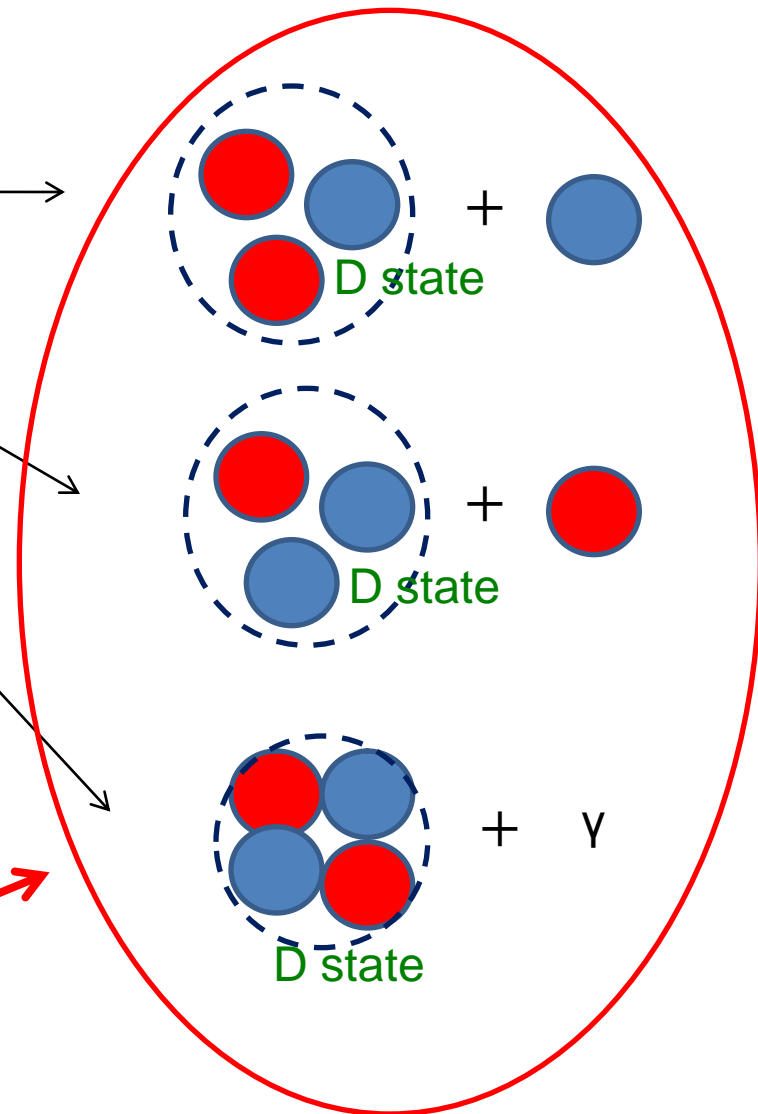
Recombination of constituent particles

(Transfer reaction, Fusion reaction)



Tensor force

新井



目的

$A \geq 4$ 核子系の核反応を、第一原理的に解くことにより、テンソル力等の核反応への影響を調べる。

グローバルベクトル表現を用いた相関基底関数法の拡張を行う。

(Single) global vector representation (GVR)

K. Varga, Y. Suzuki, and J. Usukura, FBS24(1998)81

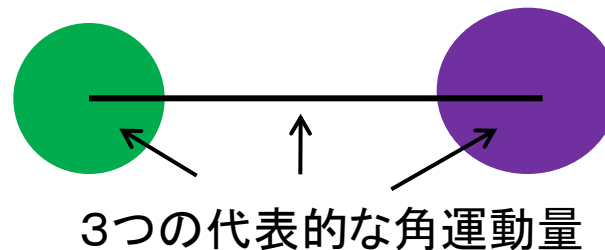
Double global vector representation (DGVR)

Y. Suzuki, W. Horiuchi and W. Orabi, K. Arai, FBS42(2008)33

Triple global vector representation (TGVR)

S. Aoyama, K. Arai, Y. Suzuki, P. Descouvemont and D. Baye, submitted to FBS

TGVRのメリット



1. 核反応への適用

2. 0^- を含むunnatural parity stateの取り扱いが、可能

微視的 R行列理論 (MRM)

D. Baye, P. -H.Heenen, M. Libert-Heinemann, NPA291(1977).

K. Kanada, K. Kaneko, S. Saito, Y.C. Tang, NPA444(1985).

今回の内容

TGVRとMRMを組み合わせた第一原理4核子散乱の計算

(TGVRの最初の適用例)

ハミルトニアン(4体系の場合)

$$H = \sum_{i=1}^4 T_i - T_{\text{cm}} + \sum_{i<j}^4 V_{ij} + \sum_{i<j<k}^4 V_{ijk},$$

現実的核力: **AV8'** +Coulomb+3NF

V_{ij} : Central+LS+Tensor+Coulomb

Pudliner, Pandharipande, Carlson, Pieper, Wiringa: PRC56(1997)1720

V_{ijk} : Effective three nucleon force

Hiyama, Gibson, Kamimura, PRC 70(2003)031001

有効相互作用: **MN** +Coulomb

V_{ij} : Central+Coulomb

Thompson, LeMere, Tang, NPA(1977)286

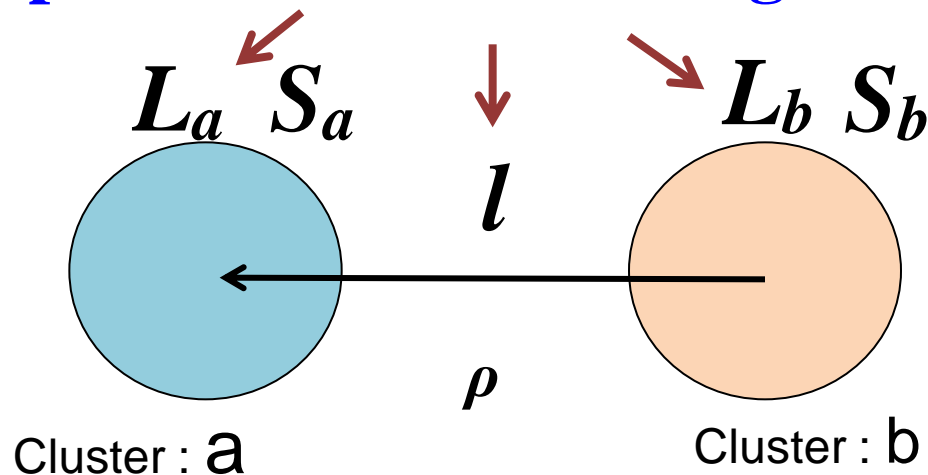
LS結合表示 ⇒ I結合表示

LS結合表示で、行列要素を計算 ⇒
チャンネルスピン結合表示に変換

LS-coupled basis function

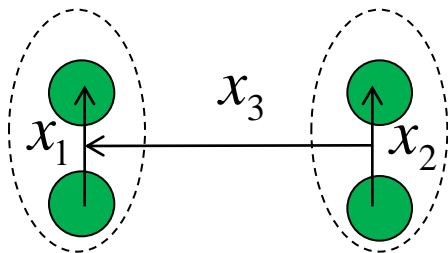
$$A \left[\left[\left[\psi_{L_a}^{(\text{space})} \psi_{L_b}^{(\text{space})} \right]_{L_{ab}} \chi_{\alpha}(\rho_{\alpha}) \right]_L \left[\psi_{S_a}^{(\text{spin})} \psi_{S_b}^{(\text{spin})} \right]_S \right]_{JM} \psi_{T_a M_{T_a}}^{(\text{isospin})} \psi_{T_b M_{T_b}}^{(\text{isospin})}$$

Three representative orbital angular momentum

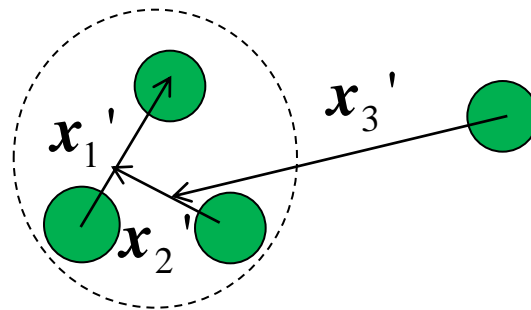


ヤコビ座標の変換

H-type



K-type



$$\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^4 U_{ij} r_j \quad (i=1,2,3,4)$$

$$\bar{\mathbf{x}} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$$

$$U_H = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 & -1/2 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$$

$$U_K = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & -1 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & -1 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$$

$$U_K U_H^{-1} = \begin{pmatrix} U_{KH} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

H-type \Rightarrow K-type

$$\mathbf{x}' = U_{KH} \mathbf{x}$$

基底関数のヤコビ座標の変換に対する関数型の保存

Unnatural parity 0-

$L_1=L_2=L_{12}=L_3=1$

$$F_{L_1 L_2 (L_{12}) L_3 LM}(u_1, u_2, u_3, A, \mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}} A \mathbf{x}\right) \underbrace{[[\mathcal{Y}_{L_1}(\tilde{u}_1 \mathbf{x}) \mathcal{Y}_{L_2}(\tilde{u}_2 \mathbf{x})]]_{L_{12}}}_{\text{Double global vector}} \mathcal{Y}_{L_3}(\tilde{u}_3 \mathbf{x})]_{LM}$$

← New extension

$$\mathcal{Y}_{L_i M_i}(\tilde{u}_i \mathbf{x}) = |\tilde{u}_i \mathbf{x}|^{L_i} Y_{L_i M_i}(\widehat{\tilde{u}_i \mathbf{x}}) \quad \tilde{u}_i \mathbf{x} = \sum_{j=1}^{N-1} (u_i)_j \mathbf{x}_j$$

H型の場合 $\tilde{u}_1=(1,0,0), \tilde{u}_2=(0,1,0)$ and $\tilde{u}_3=(0,0,1)$

K型も、同じ関数型

$$\exp\left(-\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}' A_K \mathbf{x}'\right) [[\mathcal{Y}_{L_1}(\mathbf{x}'_1) \mathcal{Y}_{L_2}(\mathbf{x}'_2)]_{L_{12}} \mathcal{Y}_{L_3}(\mathbf{x}'_3)]_{LM}$$

$$\mathbf{x}' = \dot{U}_{KH} \mathbf{x} \quad \tilde{u}_1=(1,0,0), \tilde{u}_2=(0, -\frac{1}{2}, 1) \text{ and } \tilde{u}_3=(0, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$$

$$A = (u_1 u_2 u_3) A_K \begin{pmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \tilde{u}_3 \end{pmatrix} = \widetilde{U_{KH}} A_K U_{KH}$$

F関数の座標の置換に対する関数型の保存

$$\begin{aligned} & PF_{L_1 L_2 (L_{12}) L_3 L M}(u_1, u_2, u_3, A, \mathbf{x}) \\ &= F_{L_1 L_2 (L_{12}) L_3 L M}(u_1, u_2, u_3, A, \mathbf{x}_P) \quad \leftarrow \mathbf{x}_P = \mathcal{P}\mathbf{x} \\ &= F_{L_1 L_2 (L_{12}) L_3 L M}(\tilde{\mathcal{P}}u_1, \tilde{\mathcal{P}}u_2, \tilde{\mathcal{P}}u_3, \tilde{\mathcal{P}}A\mathcal{P}, \mathbf{x}) \end{aligned}$$

(N-1) × (N-1) matrix
↓

↑ ↑ ↑ ↑

ヤコビ座標の変換と同じように、
(u1,u2,u3, A)を、読みかえればいいだけ！

$$\langle F_{L_4 L_5 (L_{45}) L_6 L'}(\mathbf{u}_4, \mathbf{u}_5, \mathbf{u}_6, A', \mathbf{x}) \mid \mathbf{O} \mid F_{L_1 L_2 (L_{12}) L_3 L}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, A, \mathbf{x}) \rangle$$

submitted to Few-body system

$A \geq 4$ 以上の行列要素を統一的に表現できる

微視的R行列理論

全てのpseudo states (離散化固有値)を取り入れる。

$$\Psi^{(H\text{-type})} = \mathbf{A} \{ \Phi_{I_1}^{2N}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \Phi_{I_2}^{2N} \chi_l(\mathbf{x}_3) \}$$

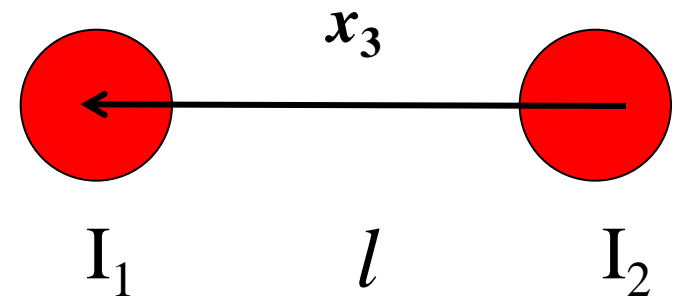
$$\Psi^{(K\text{-type})} = \mathbf{A} \{ \Phi_{I_1'}^{3N}(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2) \Phi_{I_2'}^N \chi_{l'}(\mathbf{x}'_3) \}$$

$\chi_l(\mathbf{x}_3)$: 相対波動関数

(expanded by Gaussian basis functions)

微視的 R行列理論

- a : channel radius ($\sim 15\text{fm}$)
- $x_3 < a$ --- ガウス基底展開法
- $x_3 > a$ --- Coulomb 関数
(or Witteker 関数)



$$[[I_1 I_2]_I l]_{JM}$$

e.g. D. Baye, P. -H.Heenen, M. Libert-Heinemann, NPA291(1977).

^4He の散乱状態でのPhysical channels

Table 1. Channel spins ($^{2I+1}\ell_J$) of physical $d+d$, $t+p$, and $h+n$ channels for $J \leq 2$ and $\ell \leq 2$.

channel \ J^π	J^π					
	0^+	1^+	2^+	0^-	1^-	2^-
$d(1^+) + d(1^+)$	1S_0 5D_0	5D_1	5S_2 1D_2 5D_2	3P_0	3P_1	3P_2
$t(\frac{1}{2}^+) + p(\frac{1}{2}^+), h(\frac{1}{2}^+) + n(\frac{1}{2}^+)$	1S_0	3S_1 3D_1	1D_2 3D_2	3P_0	1P_1 3P_1	3P_2

散乱の記述において、重要な状態（遠方で束縛したクラスターの境界条件を持っている）。

相互作用領域でのクラスターの歪みを考えると完全ではない。

Pseudo State を入れる。

SVMで得られたサブシステムの性質

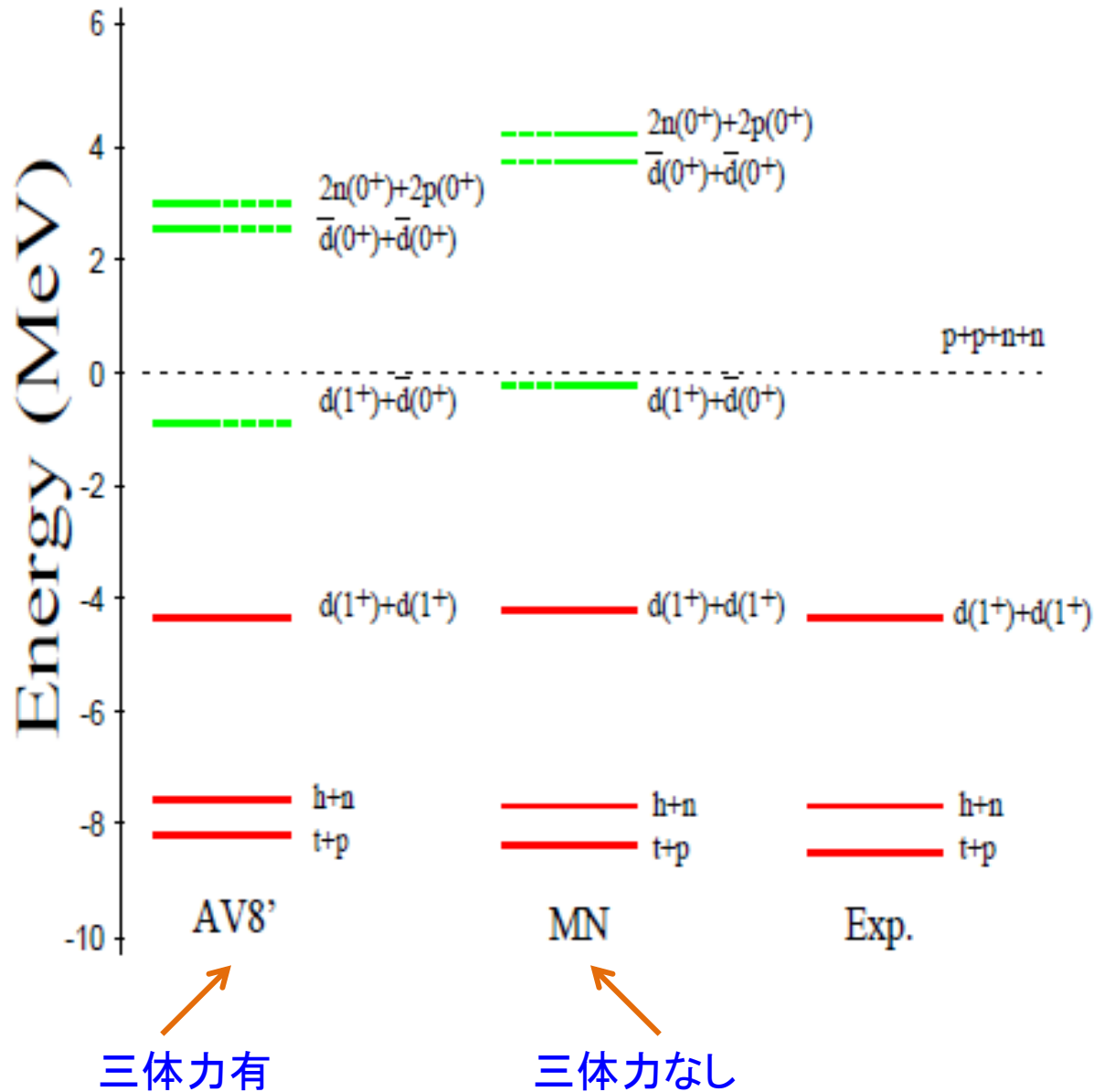
potential	cluster	present				literature		
		N_k	E (MeV)	R^{rms} (fm)	P_D (%)	E (MeV)	R^{rms} (fm)	P_D (%)
AV8' (with TNF)	$d(1^+)$	8	-2.18	1.79	5.9	-2.24	1.96	5.8
	$t(\frac{1}{2}^+)$	30	-8.22	1.69	8.4	-8.41	-	-
	$h(\frac{1}{2}^+)$	30	-7.55	1.71	8.3	-7.74	-	-
	${}^4\text{He}(0^+)$	(2370)	-27.99	1.46	13.8	-28.44	-	14.1
MN	$d(1^+)$	4	-2.10	1.63	0	-2.20	1.95	0
	$t(\frac{1}{2}^+)$	15	-8.38	1.70	0	-8.38	1.71	0
	$h(\frac{1}{2}^+)$	15	-7.70	1.72	0	-7.71	1.74	0
	${}^4\text{He}(0^+)$	(1140)	-29.94	1.41	0	-29.94	1.41	0

Hiyama

Horiuchi

present

計算と実験の2体崩壊の敷居値の位置



Included channels in the present calculation

model		channel	
FULL	2N+2N	I	$d(1^+)+d(1^+)$
			$d(1^+)+d^*(1^+)$
			$d^*(1^+)+d^*(1^+)$
		II	$\bar{d}(0^+)+\bar{d}(0^+)$
			$\bar{d}(0^+)+d^*(0^+)$
			$d^*(0^+)+d^*(0^+)$
		III	$d^*(2^+)+d^*(1^+)$
			$d^*(2^+)+d^*(2^+)$
		IV	$d^*(3^+)+d^*(1^+)$
			$d^*(3^+)+d^*(2^+)$
			$d^*(3^+)+d^*(3^+)$
		V	$2n(0^+)+2p(0^+)$
			$2n(0^+)+2p^*(0^+)$
			$2n^*(0^+)+2p(0^+)$
			$2n^*(0^+)+2p^*(0^+)$
$2n^*(0^+)+2p^*(0^+)$			
3N+N	1	$t(\frac{1}{2}^+)+p(\frac{1}{2}^+)$	
		$t^*(\frac{1}{2}^+)+p(\frac{1}{2}^+)$	
	2	$h(\frac{1}{2}^+)+n(\frac{1}{2}^+)$	
		$h^*(\frac{1}{2}^+)+n(\frac{1}{2}^+)$	

Thanks to the reduction of basis function by SVM for the sub-system. We can reduce the dimension of matrix elements very much!

Dimensions of matrix elements for FULL in the LS-coupled case

0+ 6660

1+ 16680

2+ 22230

0- 4200

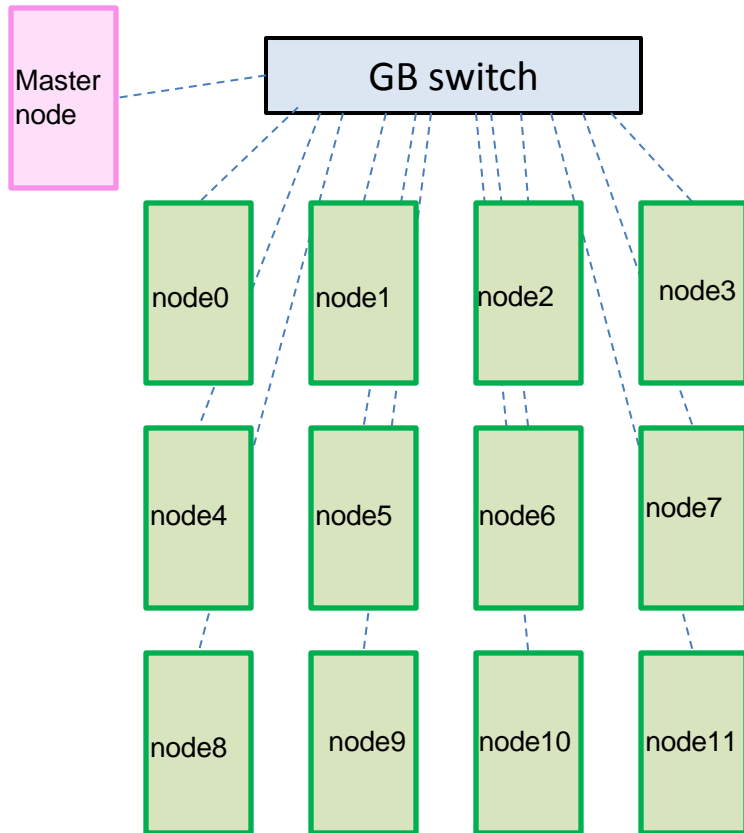
1- 11670

2- 12480

For 2+, it takes about 200 days with 1CPU(1Core). And we need about 20Gbyte memory for the MRM calculation.

All pseudo states (discretized continuum state) are employed in the MRM calculation.

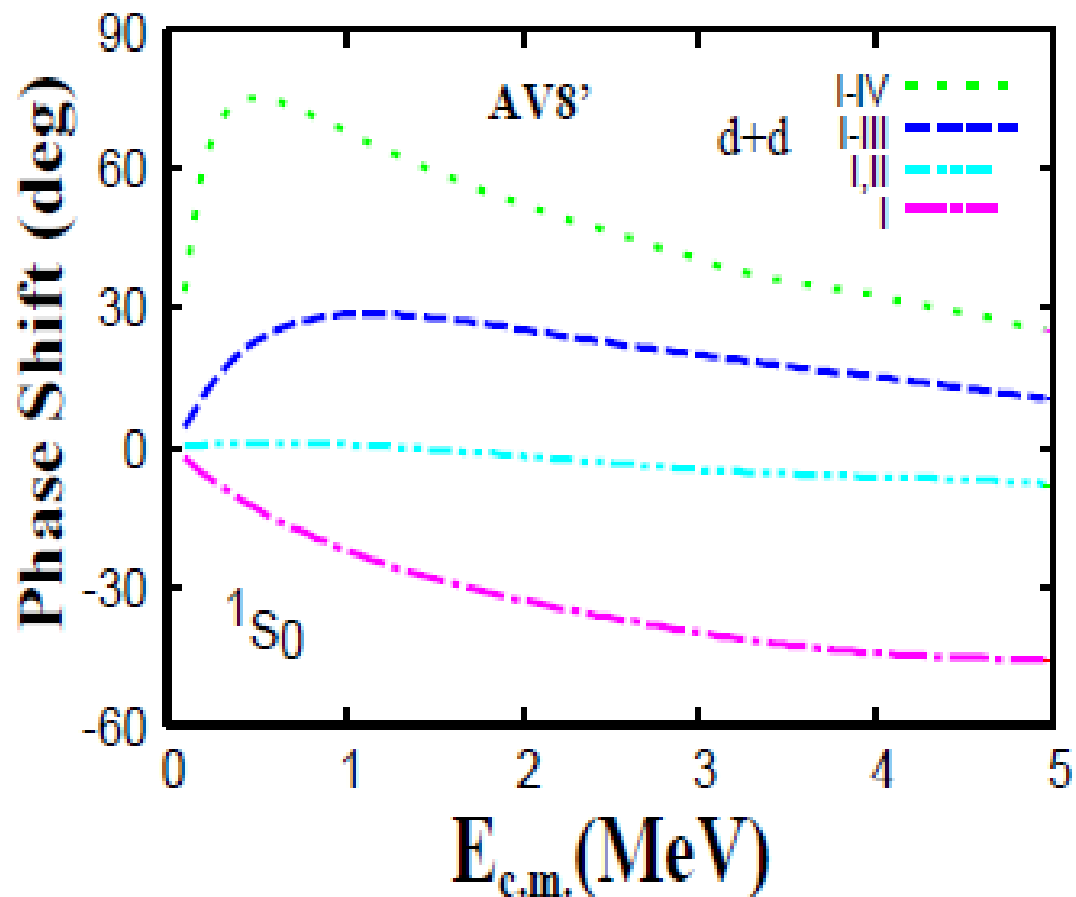
PC-cluster system



Core i7 (4core) × 12node=48 core

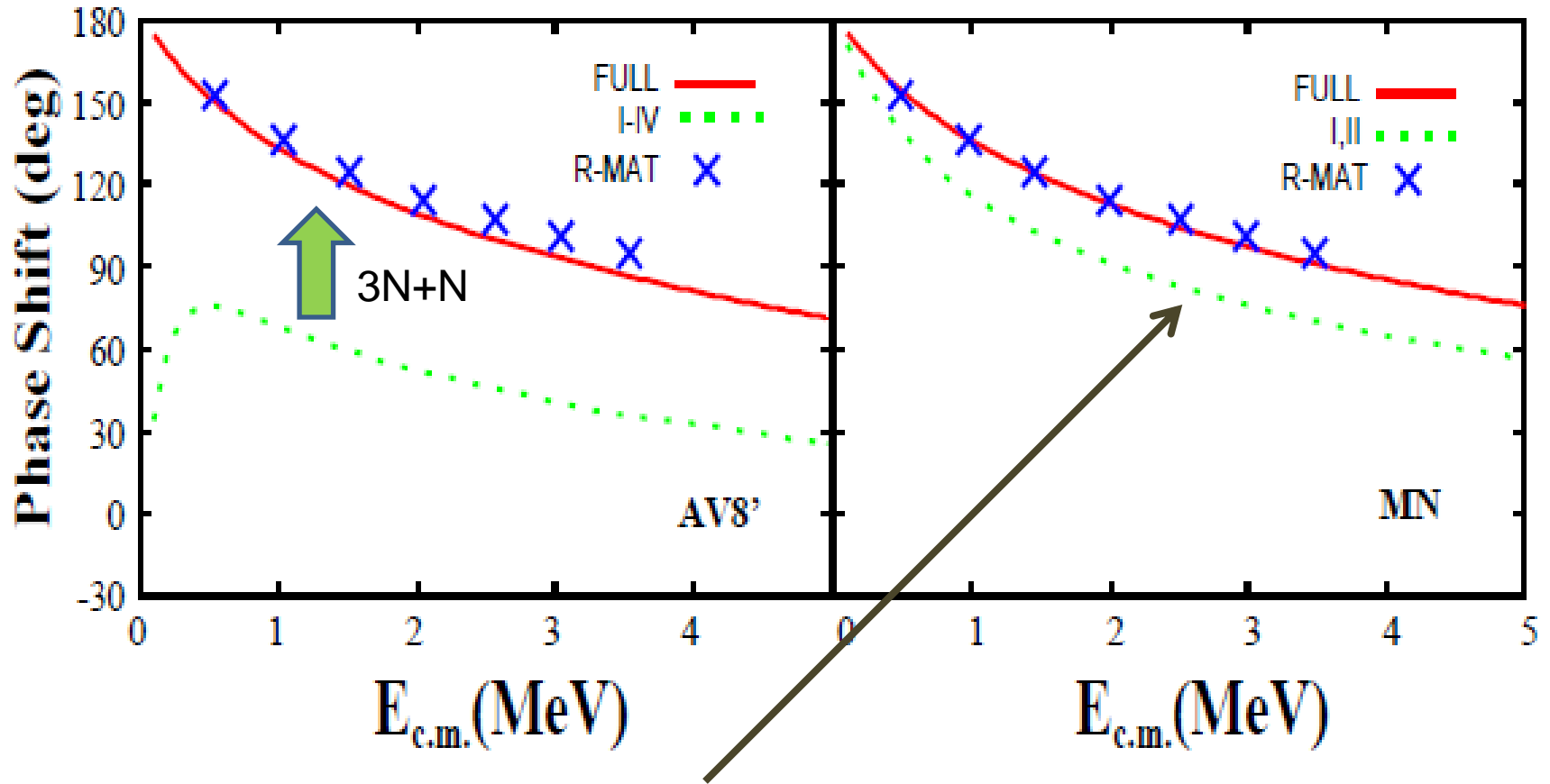


1S_0 d+d elastic phase shift within d+d channel



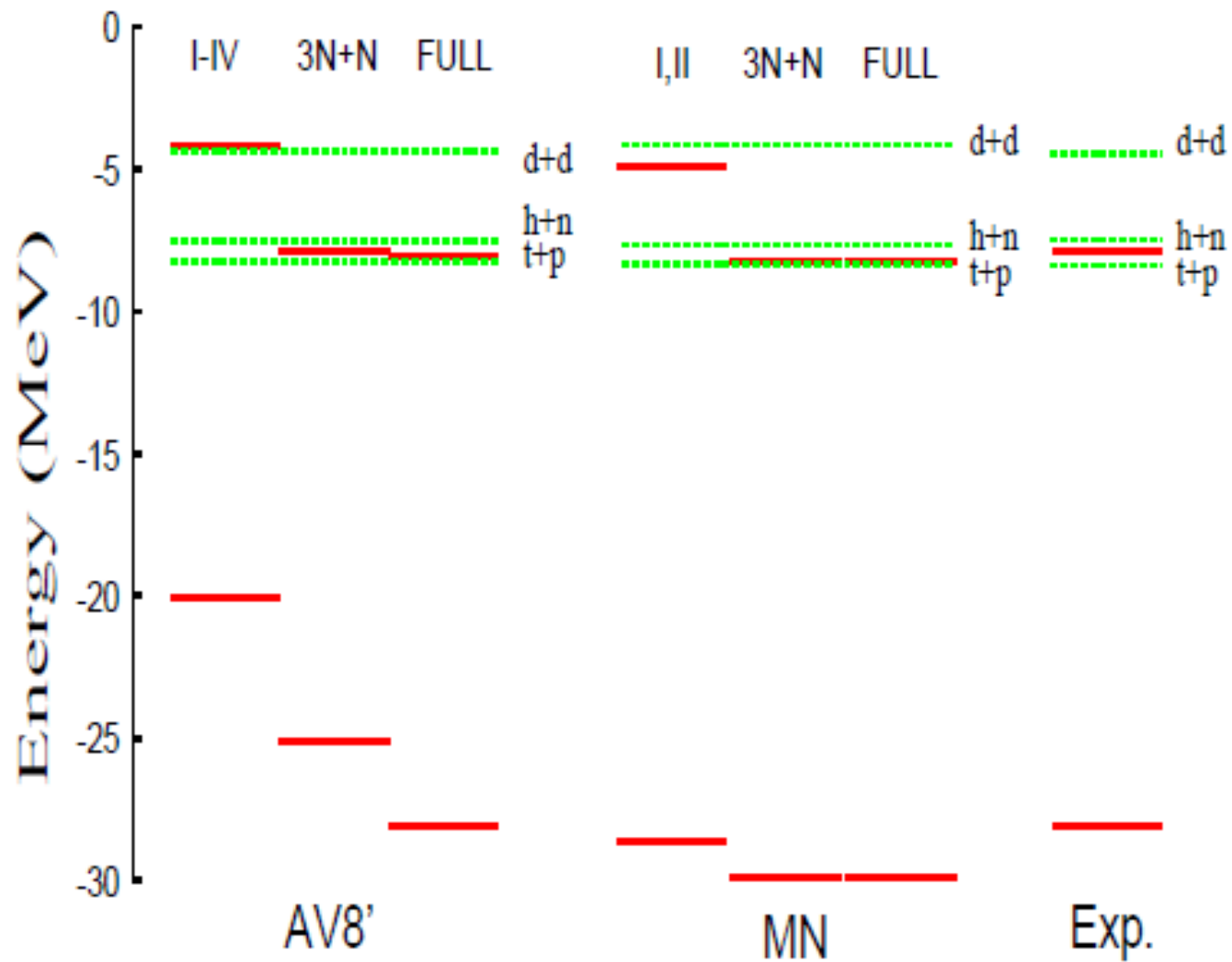
	channel
I	$d(1^+) + d(1^+)$
	$d(1^+) + d^*(1^+)$
	$d^*(1^+) + d^*(1^+)$
II	$\bar{d}(0^+) + \bar{d}(0^+)$
	$\bar{d}(0^+) + d^*(0^+)$
	$d^*(0^+) + d^*(0^+)$
III	$d^*(2^+) + d^*(1^+)$
	$d^*(2^+) + d^*(2^+)$
IV	$d^*(3^+) + d^*(1^+)$
	$d^*(3^+) + d^*(2^+)$
	$d^*(3^+) + d^*(3^+)$

1S_0 d+d elastic phase shift (0+)

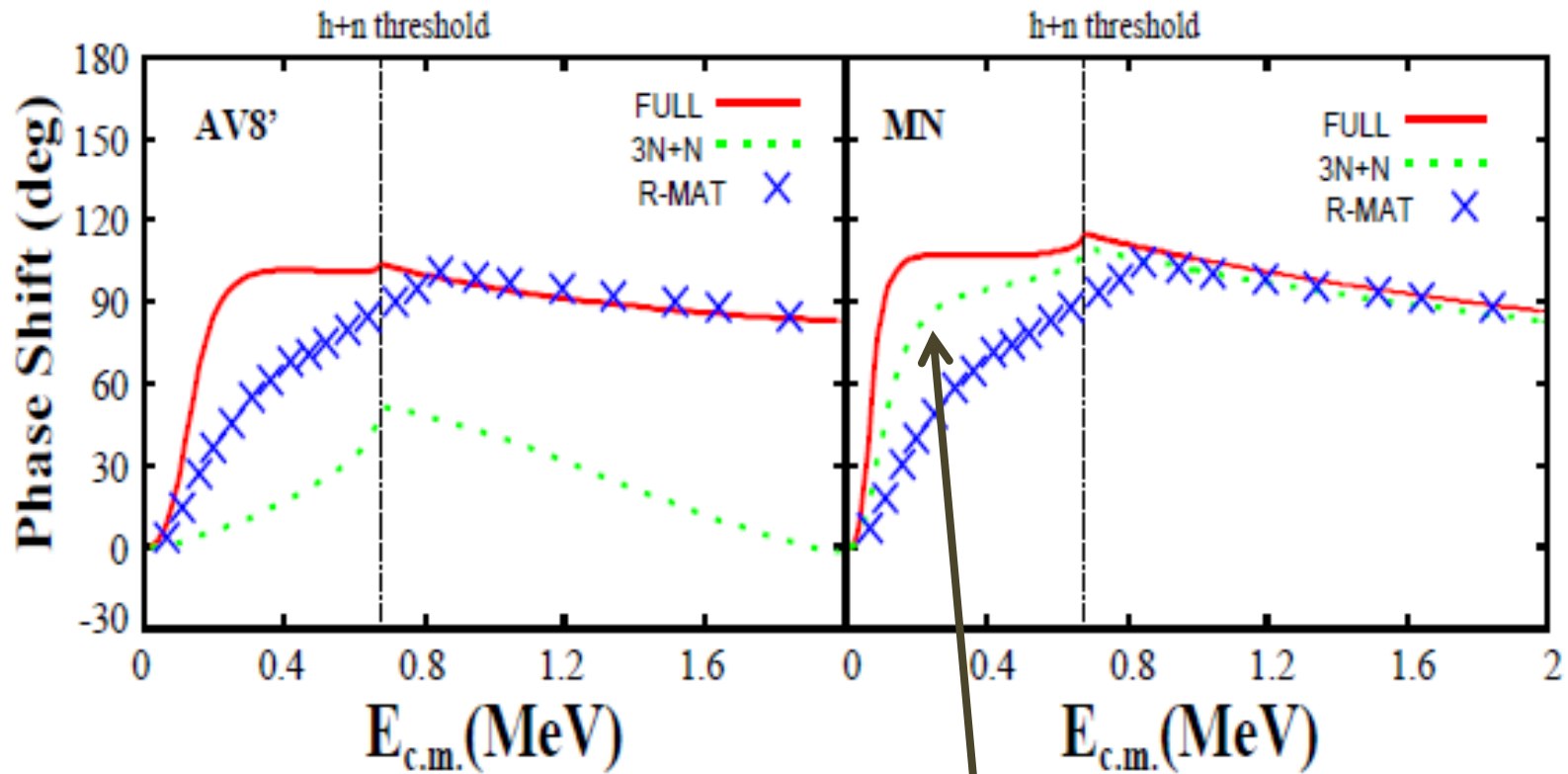


For effective interaction, d+d scattering picture is good!

Energy Levels of 0^+ state in ^4He



1S_0 t+p elastic phase shift (0^+)



For effective interaction, t+p scattering picture is good!

More elaborate interaction (AV18) case by Hofmann

Hofmann, Hale, PRC77(2008)044002

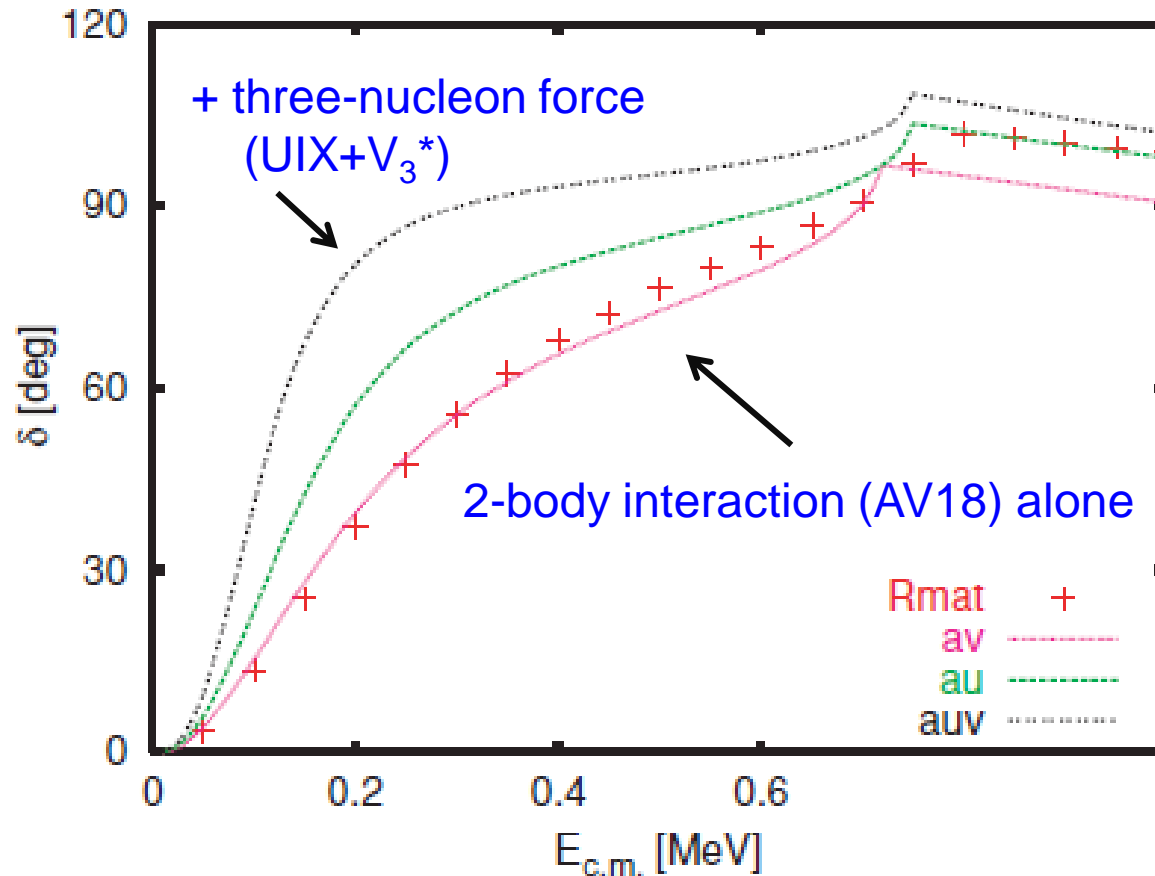
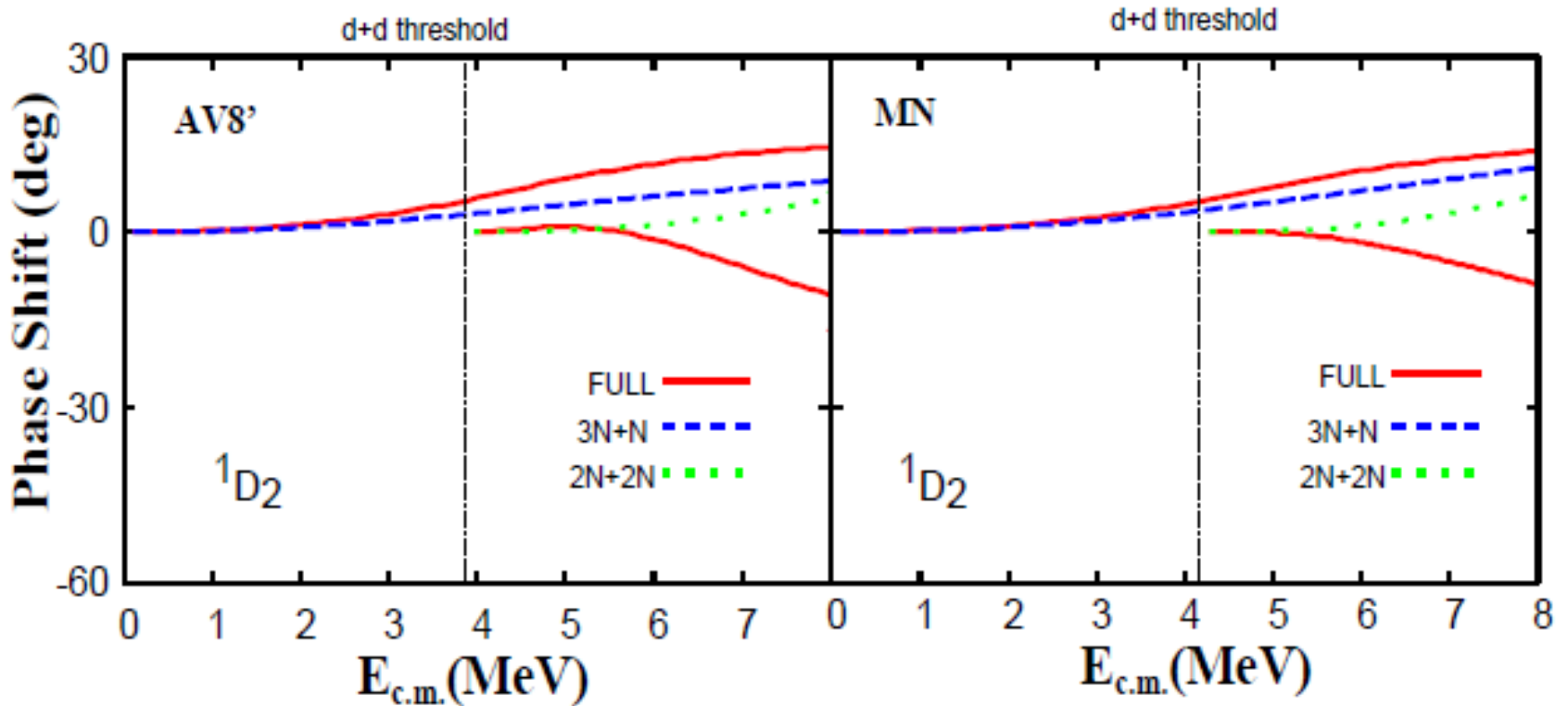


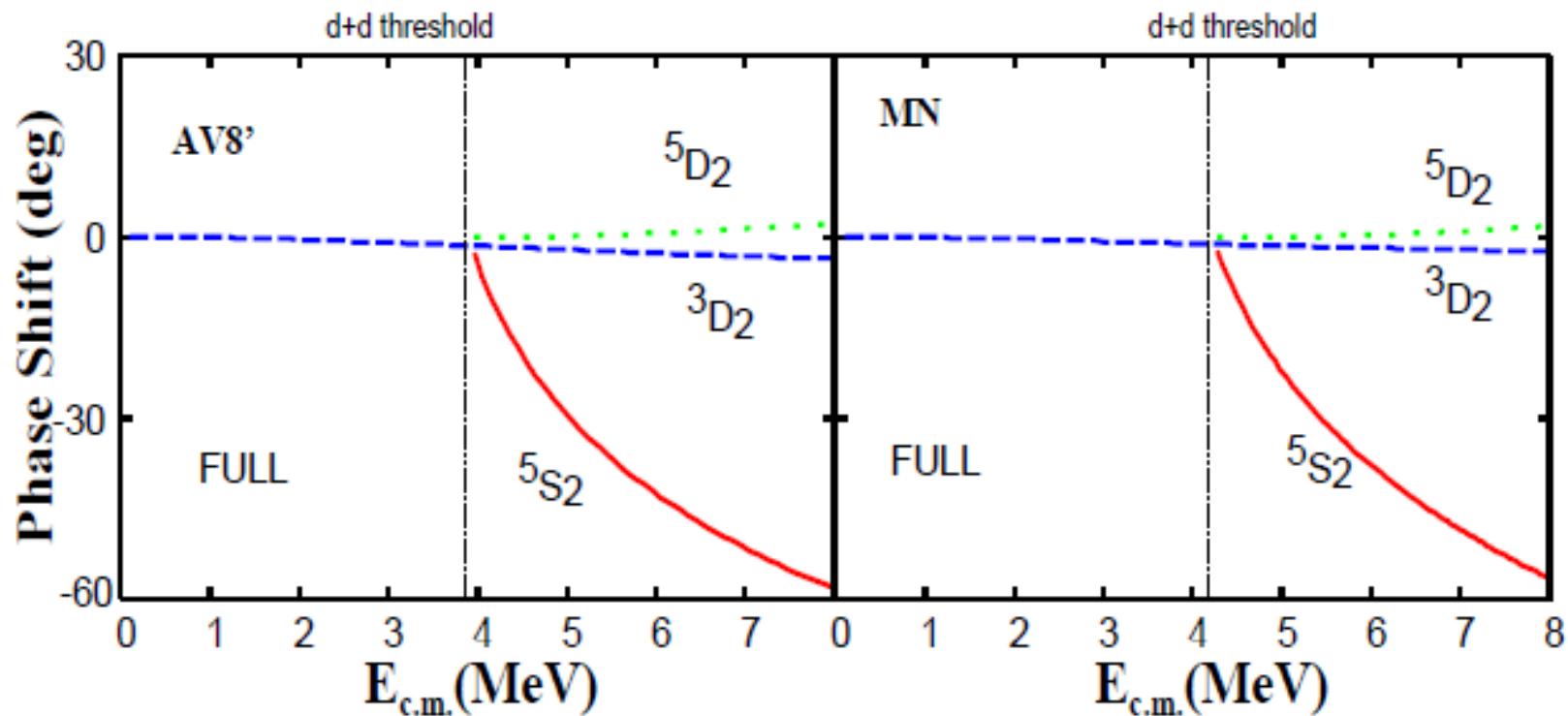
FIG. 1. (Color online) Low-energy triton-proton 0^+ phase shifts calculated using AV18 (av), AV18 and UIX (au), and additionally V_3^* (auv) compared with R -matrix (Rmat) results.

1D_2 elastic phase shift (2+)



Phase shift with Realistic interaction is not different so much from effective interaction for 1D_2

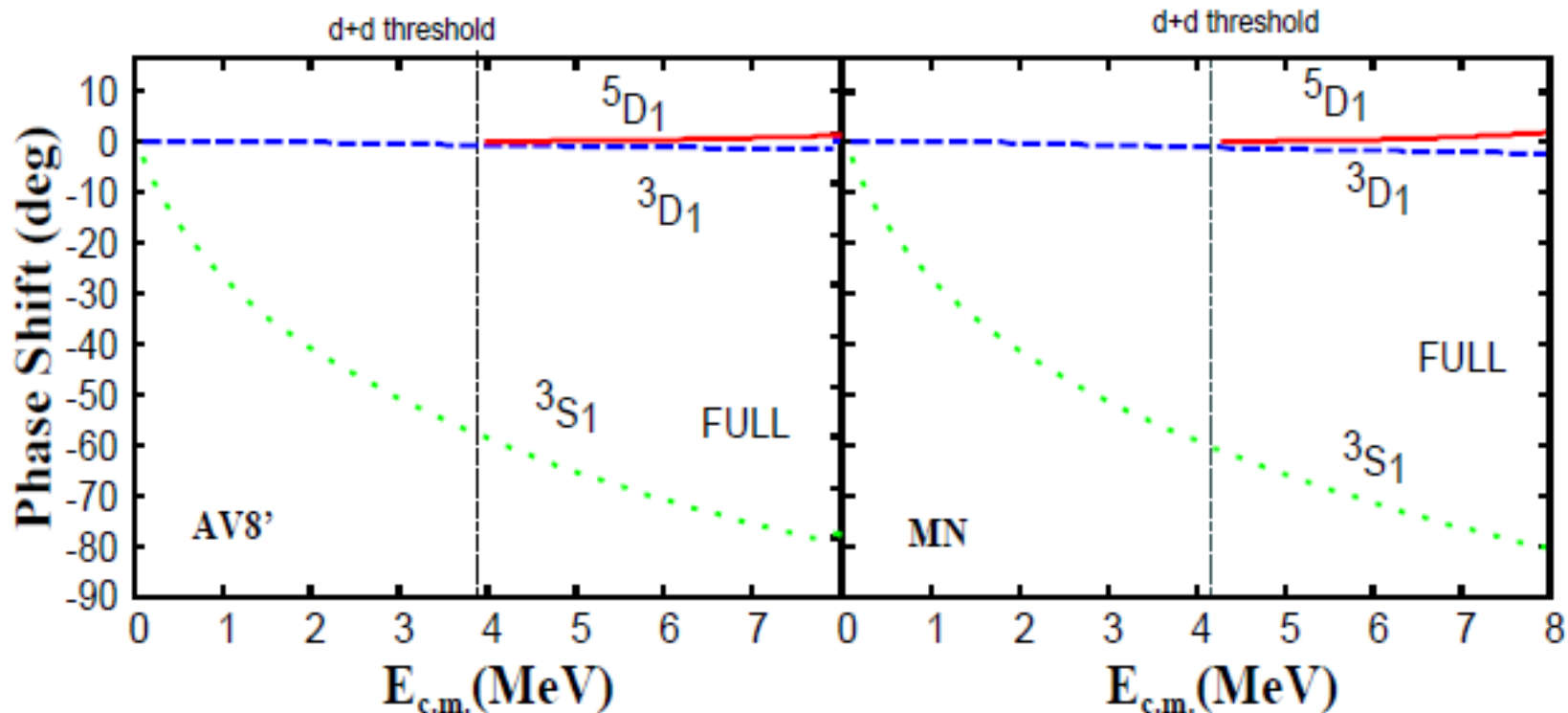
Other elastic phase shifts in 2+



	J^π					
channel	0^+	1^+	2^+	0^-	1^-	2^-
$d(1^+) + d(1^+)$	1S_0	5D_1	5S_2	3P_0	3P_1	3P_2
			1D_2			
			5D_2			
$t(\frac{1}{2}^+) + p(\frac{1}{2}^+), h(\frac{1}{2}^+) + n(\frac{1}{2}^+)$	1S_0	3S_1	1D_2	3P_0	1P_1	3P_2
		3D_1	3D_2		3P_1	

3N+N and 2N+2N are not coupled

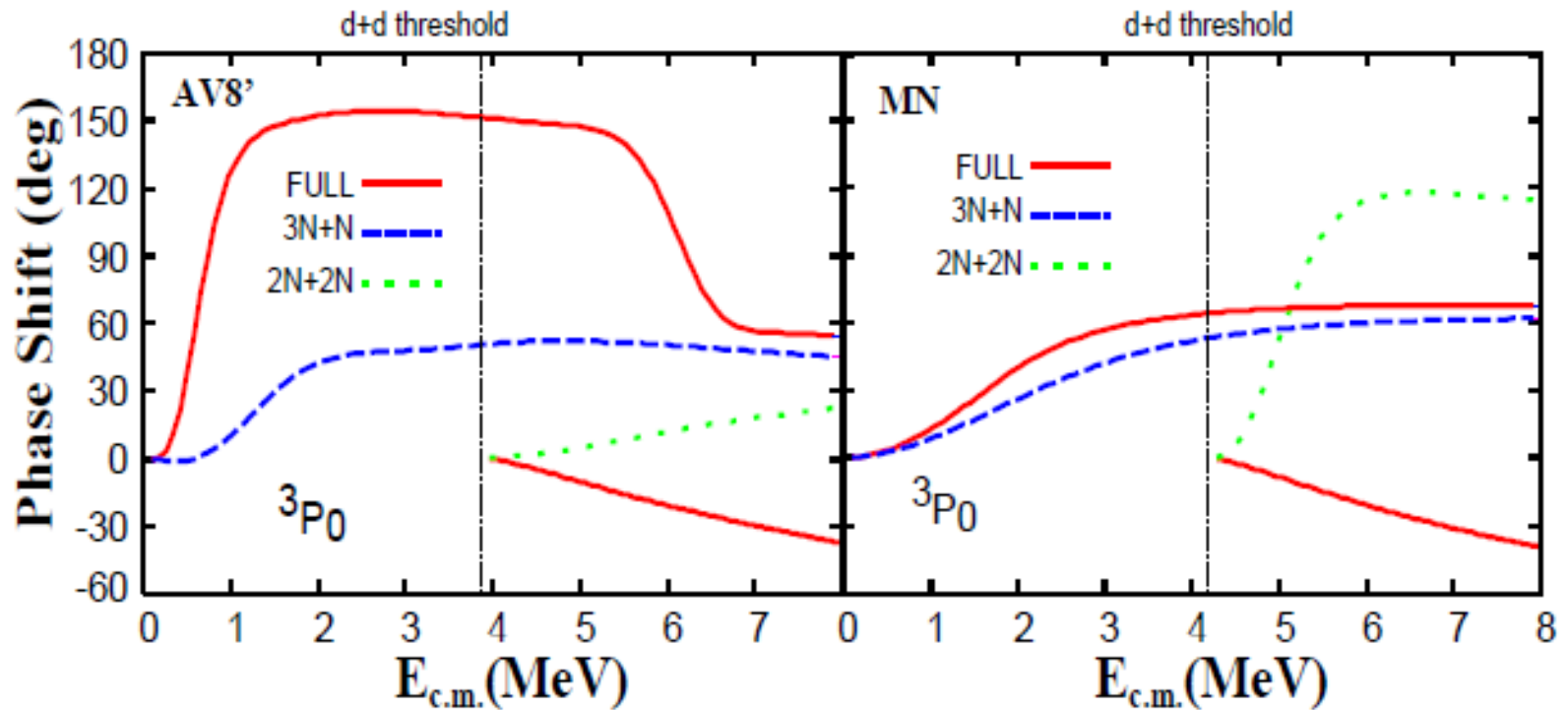
phase shifts in 1+



channel	J^π					
	0^+	1^+	2^+	0^-	1^-	2^-
$d(1^+) + d(1^+)$	1S_0	5D_1	5S_2	3P_0	3P_1	3P_2
	5D_0		1D_2			
			5D_2			
$t(\frac{1}{2}^+) + p(\frac{1}{2}^+), h(\frac{1}{2}^+) + n(\frac{1}{2}^+)$	1S_0	3S_1	1D_2	3P_0	1P_1	3P_2
		3D_1	3D_2		3P_1	

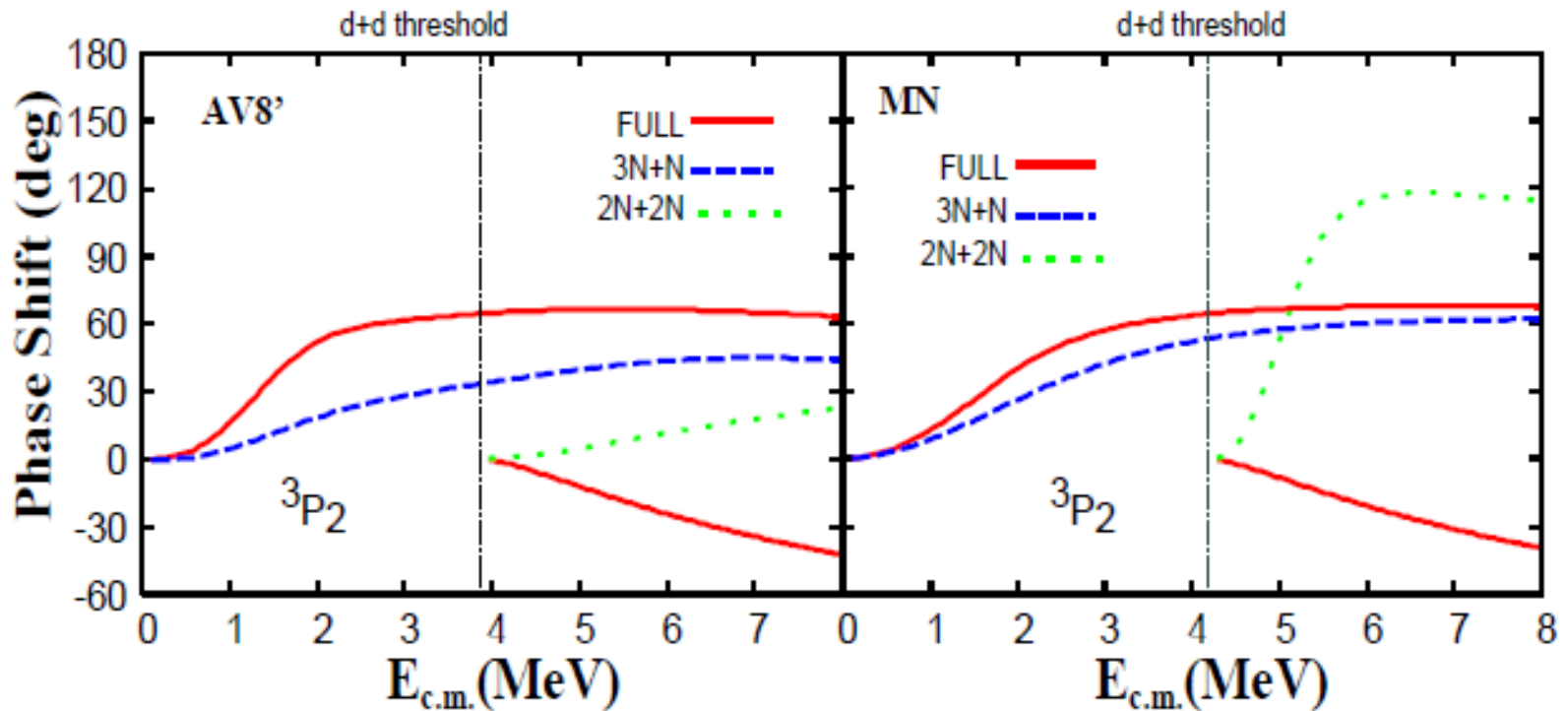
3N+N and 2N+2N are not coupled

3P_0 elastic phase shift (0-)



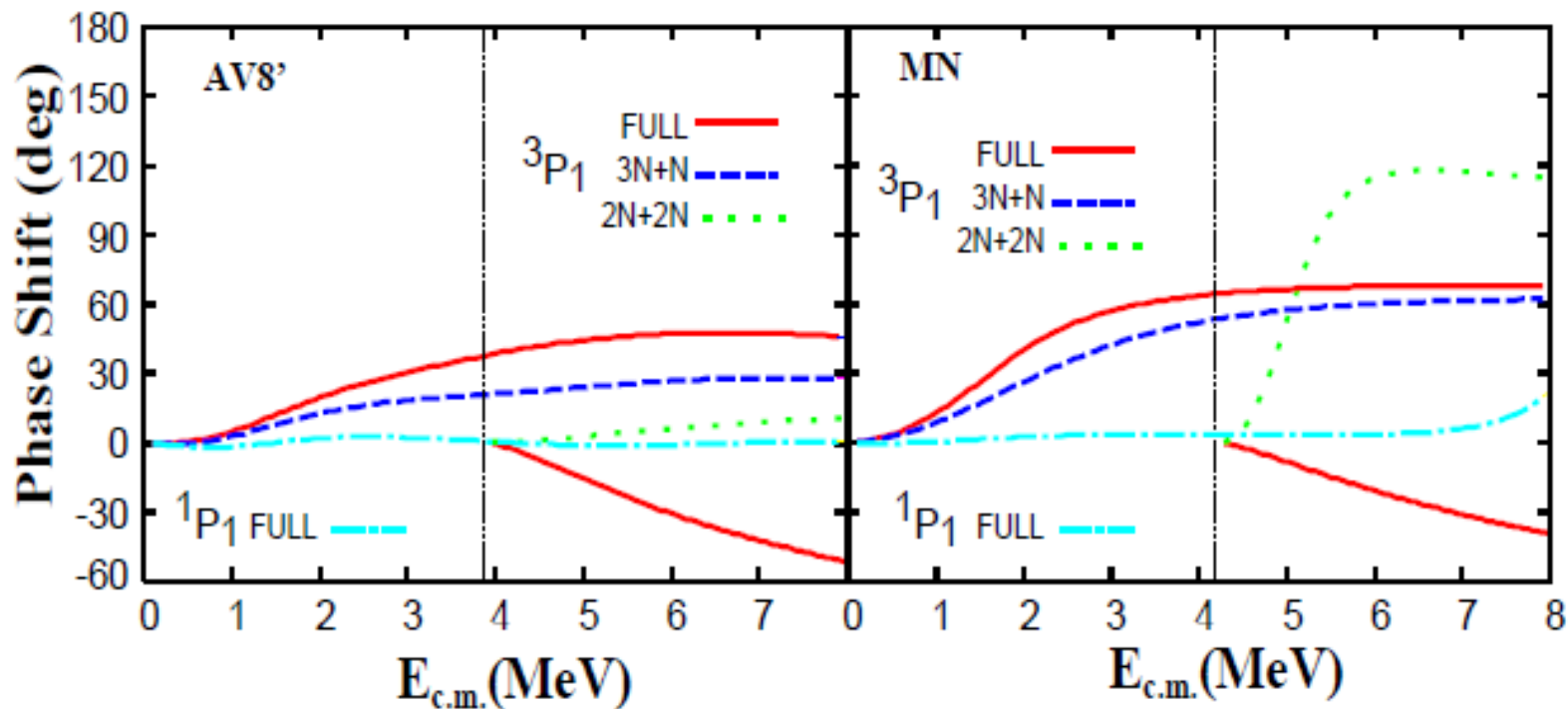
	J^π					
channel	0^+	1^+	2^+	0^-	1^-	2^-
$d(1^+) + d(1^+)$	1S_0 5D_0	5D_1	5S_2 1D_2 5D_2	3P_0	3P_1	3P_2
$t(\frac{1}{2}^+) + p(\frac{1}{2}^+), h(\frac{1}{2}^+) + n(\frac{1}{2}^+)$	1S_0	3S_1 3D_1	1D_2 3D_2	3P_0	1P_1 3P_1	3P_2

3P_2 elastic phase shift (2-)



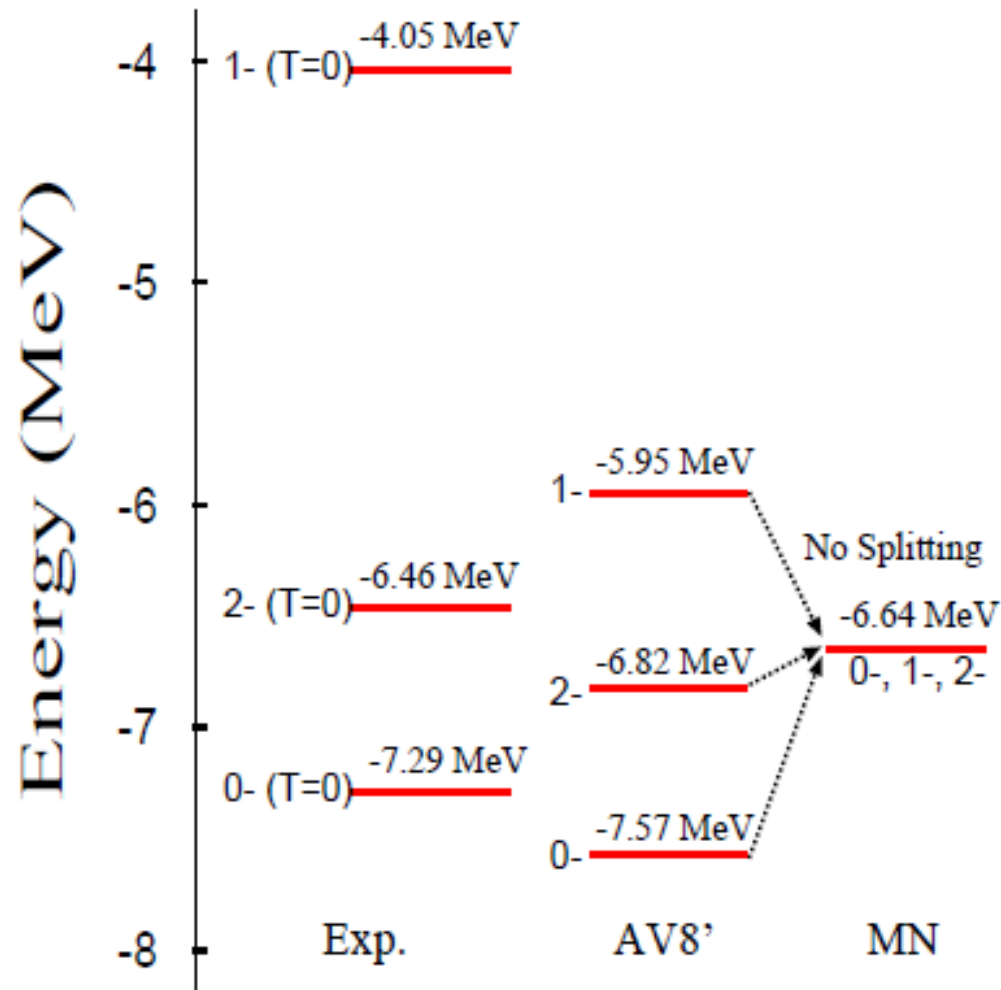
	J^π					
channel	0^+	1^+	2^+	0^-	1^-	2^-
$d(1^+) + d(1^+)$	1S_0 5D_0	5D_1	5S_2 1D_2 5D_2	3P_0	3P_1	3P_2
$t(\frac{1}{2}^+) + p(\frac{1}{2}^+), h(\frac{1}{2}^+) + n(\frac{1}{2}^+)$	1S_0	3S_1 3D_1	1D_2 3D_2	3P_0	1P_1 3P_1	3P_2

3P_1 elastic phase shift (1-)



		J^π					
		0^+	1^+	2^+	0^-	1^-	2^-
channel	$d(1^+) + d(1^+)$	1S_0 5D_0	5D_1	5S_2 1D_2 5D_2	3P_0	3P_1	3P_2
	$t(\frac{1}{2}^+) + p(\frac{1}{2}^+), h(\frac{1}{2}^+) + n(\frac{1}{2}^+)$	1S_0	3S_1 3D_1	1D_2 3D_2	3P_0	1P_1 3P_1	3P_2

Energy levels for negative parity states



Effective interaction (MN) gives same phase shift for 0-.1-.2- !

まとめ

現実的相互作用 ($AV8'+3NF$)と有効相互作用を用いた **TGVR+MRM**により、 4He の弾性散乱のPhaseShift計算を行った

1S_0 におけるduetronクラスターの歪みは、非常に大きい。
(相互作用領域では、 $3N+N$ 成分も無視できない。)

負パリティ状態では、現実的核力の場合は、 3P_J のエネルギー分離は、非常に大きいですが、有効相互作用では、分離はない。

次課題

1. 5核子散乱
2. 4核子散乱で、より精密な相互作用を検討