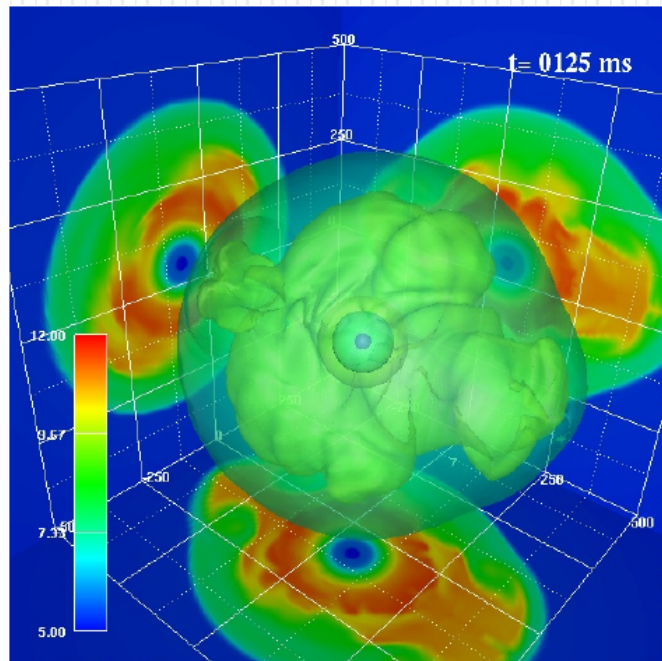


# 超新星の3Dシミュレーション

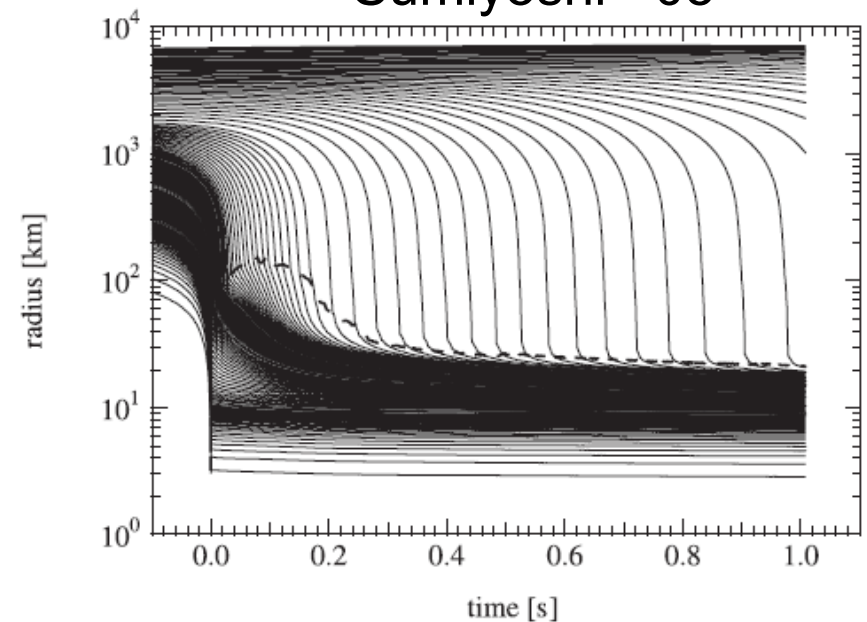
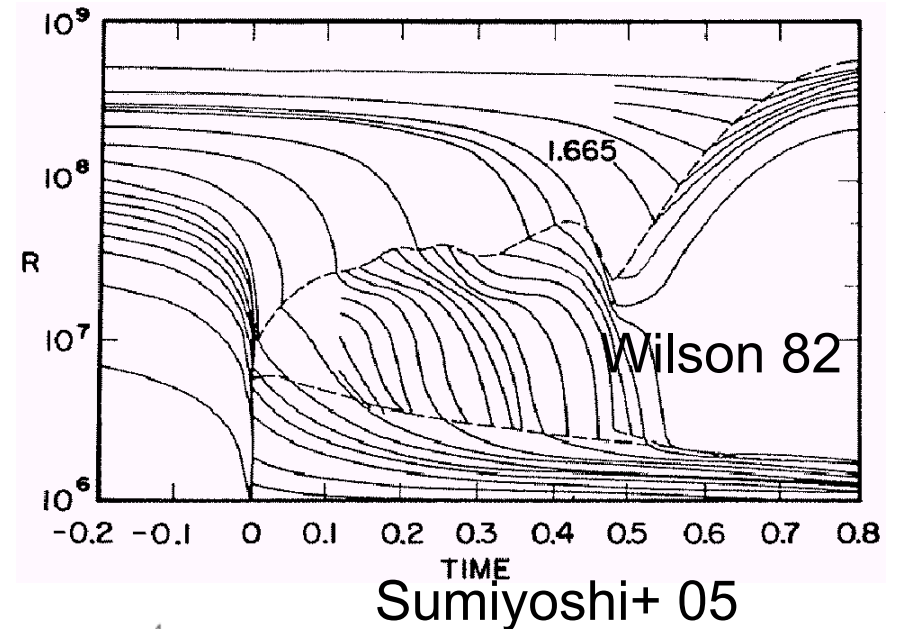
Takiwaki, T., Kotake, K., & Suwa, Y. 2011, submitted to ApJ; arXiv:1108.3989  
and recent result



Tomoya Takiwaki  
National Astronomical  
Observatory of Japan

# History of supernovae studies

- Colgate & White '66  
began simulation  
importance of neutrino heating
- Sato '75  
neutrino trapping
- Wilson '82  
delayed explosion
- Liebendoerfer et al. '04, Rampp et al. '02, Sumiyoshi et al. '05  
1D spherical simulation could not reproduce the supernovae explosion.  
Supernovae modelers devote about 50 years to solve neutrino transport with adequate accuracy.

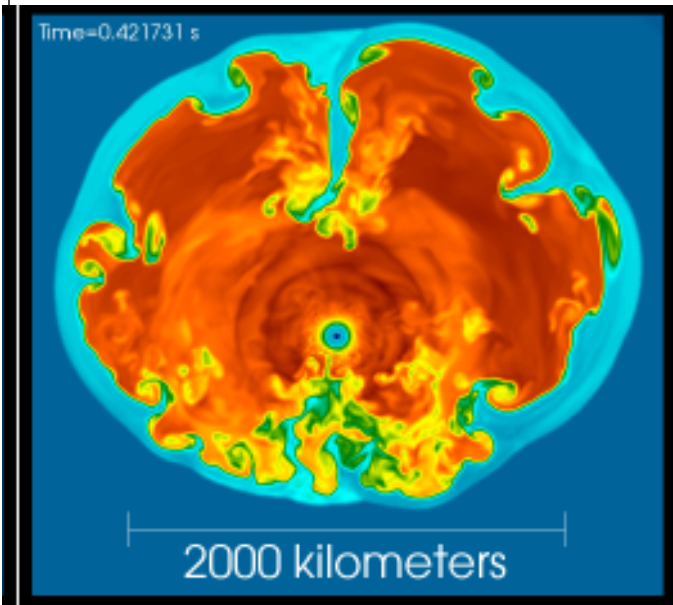


Progenitor	Group (Year)	Mechanism	Dim. (Hydro)	$t_{\text{exp}}$ (ms)	$E_{\text{exp}}(\text{B})$ @ $t_{\text{pb}}$ (ms)	$\nu$ transport (Dim, $O(v/c)$ )
8.8 $M_{\odot}$ (NH88[71])	MPA[51] (2006)	$\nu$ -driven	1D (PN)	$\sim 200$	0.1 ( $\sim 800$ )	Boltzmann 2, $O(v/c)$
	Princeton+ [74](2006)	$\nu$ -driven	2D (N)	$\lesssim 125$	0.1 -	MGFLD 1, (N)
10 $M_{\odot}$ (WHW02[72])	Basel[75] (2009)	$\nu$ +(QCD transition)	1D (GR)	255	0.44 (350)	Boltzmann 2, (GR)
11 $M_{\odot}$ (WW95[73])	Princeton+ [74](2006)	Acoustic	2D (N)	$\gtrsim 550$	$\sim 0.1^*$ (1000)	MGFLD 1, (N)
11.2 $M_{\odot}$ (WHW02[72])	MPA[76] (2006)	$\nu$ -driven	2D (PN)	$\sim 100$	$\sim 0.005$ ( $\sim 220$ )	"RBR" Boltz- mann, 2, $O(v/c)$
	Princeton+ [77] (2007)	Acoustic	2D (N)	$\gtrsim 1100$	$\sim 0.1^*$ (1000)	MGFLD 1, (N)
	NAOJ+ [78](2011)	$\nu$ -driven	3D (N)	$\sim 100$	0.01 (300)	IDSA 1, (N)
12 $M_{\odot}$ (WHW02[72])	Oak Ridge+ [79](2009)	$\nu$ -driven	2D (PN)	$\sim 300$	0.3 (1000)	"RBR" MGFLD 1, $O(v/c)$
13 $M_{\odot}$ (WHW02[72]) (NH88[71])	Princeton+ [77](2007)	Acoustic	2D (N)	$\gtrsim 1100$	$\sim 0.3^*$ (1400)	MGFLD 1, (N)
	NAOJ+ [80](2010)	$\nu$ -driven	2D (N)	$\sim 200$	0.1 (500)	IDSA 1, (N)
15 $M_{\odot}$ (WW95[73]) (WHW02[72])	MPA[81] (2009)	$\nu$ -driven	2D (PN)	$\sim 600$	0.025 ( $\sim 700$ )	Boltzmann 2, $O(v/c)$
	Princeton+ [77]	Acoustic	2D (N)	-	- (-)	MGFLD 1, (N)
	OakRidge+ [79](2009)	$\nu$ -driven	2D (PN)	$\sim 300$	$\sim 0.3$ (600)	"RBR" MGFLD 1, $O(v/c)$

2D  
simulationsではエネルギーは足りないものの衝撃波は外にいき、爆発に成功しつつある。自然は3D。3Dでは？  
Kotake 2011

# 超新星爆発研究の最前線

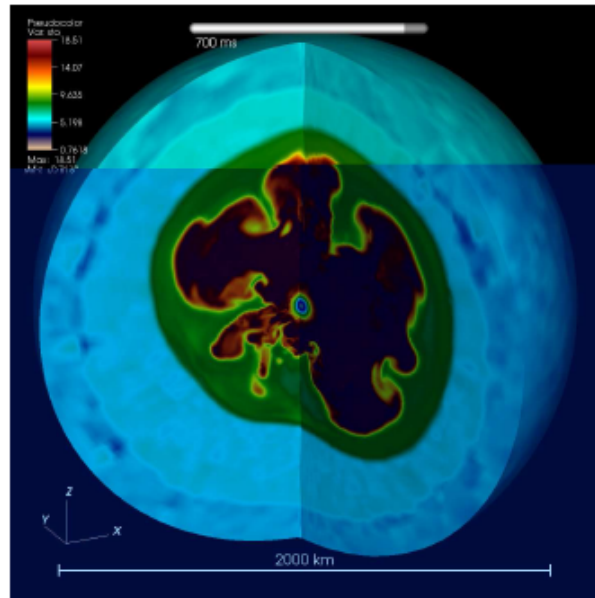
## 3Dシミュレーション



Nordhaus et al. 2010

**Gray, light bulb**

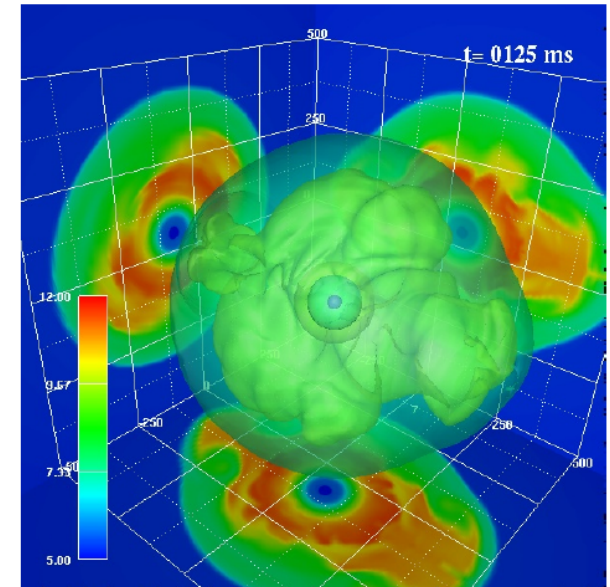
**AMR**  
dx~0.5km



Hanke et al. 2011

**Gray, light bulb**

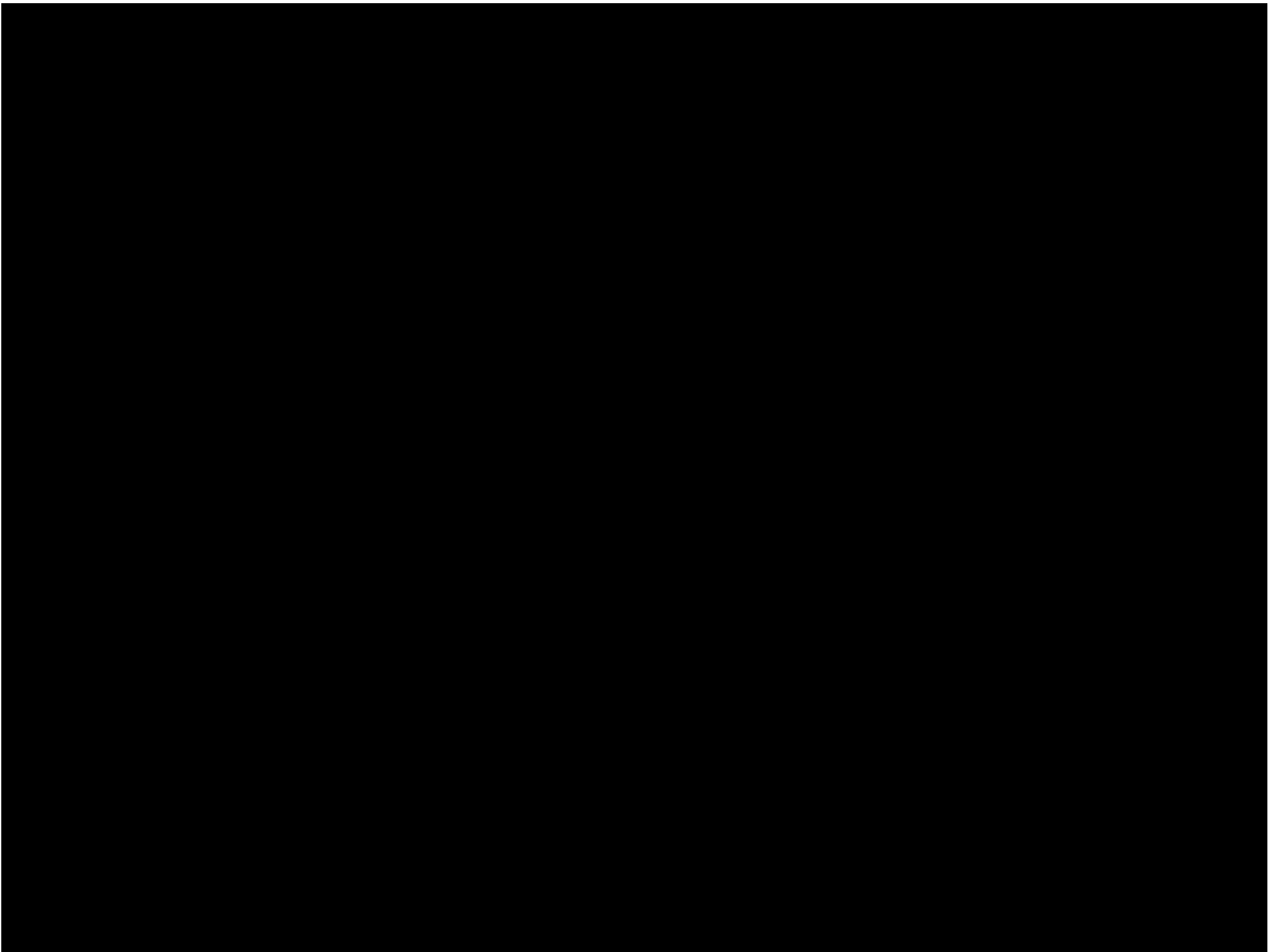
**High resolution**  
At 200km  
dr~3km,  
r dθ~rdφ~5km



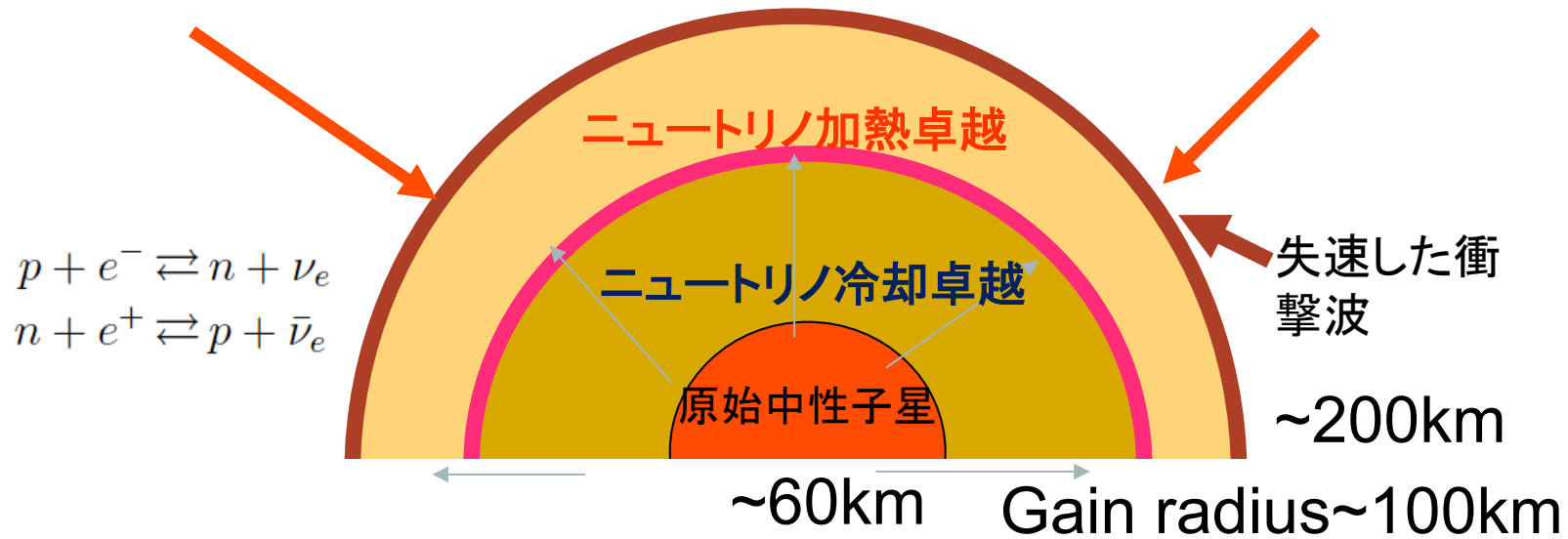
Takiwaki et al. 2011

**< Spectral transport**

**> Low resolution**  
At 200km  
dr~3.5km  
r dθ~10km  
r dφ~ 40km



# ニュートリノ加熱機構



$$Q_{\nu}^+ = \frac{3\alpha^2 + 1}{4} \frac{\sigma_0 \langle \epsilon_{\nu_e}^2 \rangle}{(m_e c^2)^2} \frac{\rho}{m_u} \frac{L_{\nu_e}}{4\pi r^2 \langle \mu_{\nu} \rangle} (Y_n + 2Y_p)$$

$$\approx 160 \frac{\rho}{m_u} \frac{L_{\nu_e, 52}}{r_7^2 \langle \mu_{\nu} \rangle} \left( \frac{kT_{\nu_e}}{4 \text{ MeV}} \right)^2 \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{s}} \right]$$

$$Q_{\nu}^- = (3\alpha^2 + 1) \frac{\pi \sigma_0 c (kT)^6}{(hc)^3 (m_e c^2)^2} \frac{\rho}{m_u}$$

$$\times [Y_p \mathcal{F}_5(\eta_e) + Y_n \mathcal{F}_5(-\eta_e)]$$

$$\approx 145 \frac{\rho}{m_u} \left( \frac{kT}{2 \text{ MeV}} \right)^6 \left[ \frac{\text{MeV}}{\text{s}} \right]$$

Radiation dominant & Hydrostatic

$$\rho \propto 1/r^3, T \propto 1/r$$

したがって

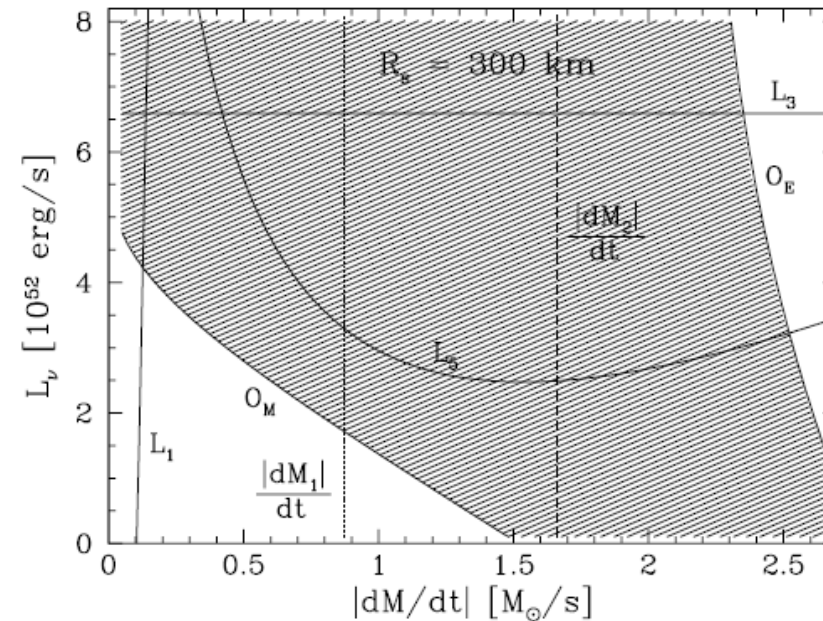
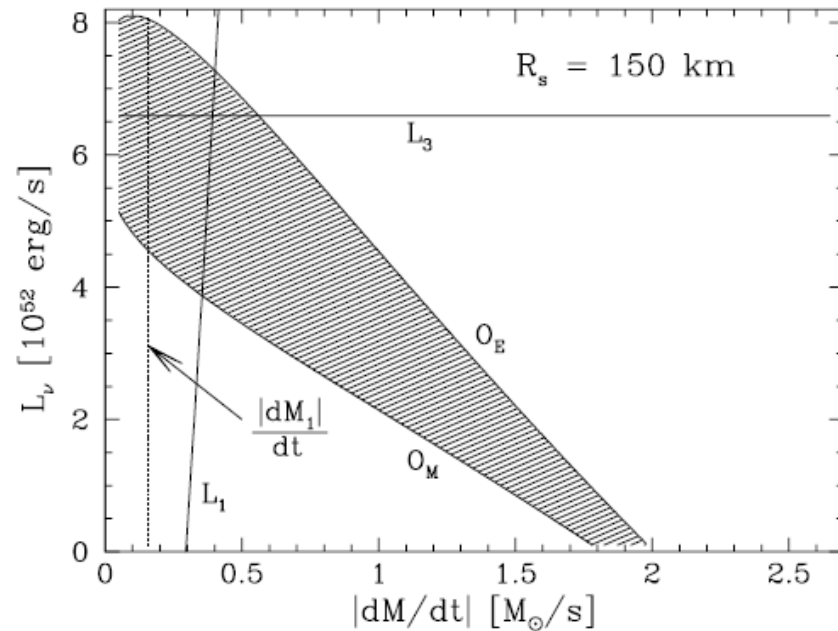
$$\text{Heating} \propto 1/r^5$$

$$\text{Cooling} \propto 1/r^9$$

そとにいくとheatingが勝つ

# 衝撃波の位置と爆発成功条件

Janka 2001



衝撃波が外にいくとより復活させやすくなる。

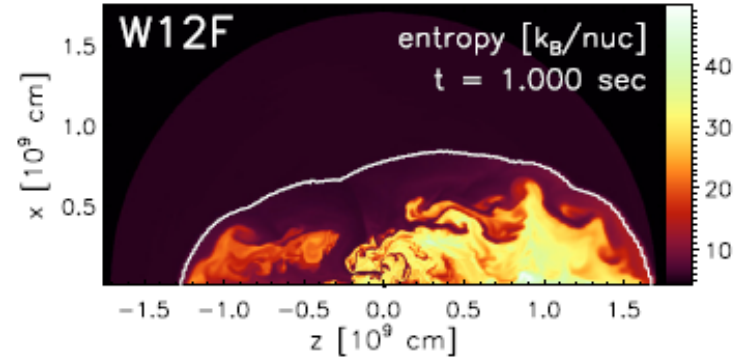
-binding energyが小さい

-Heating > Cooling

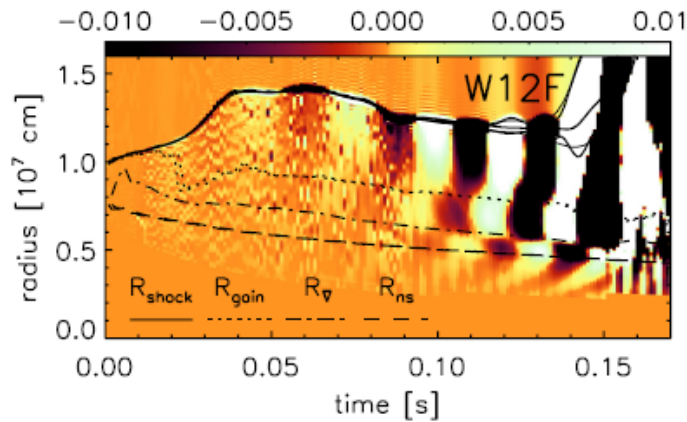
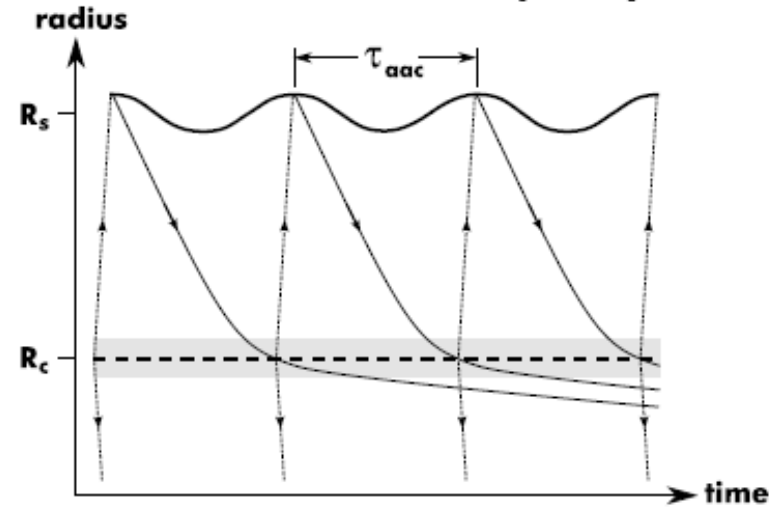
衝撃波をなんとか外にもっていけばPositive feedback。

# SASI

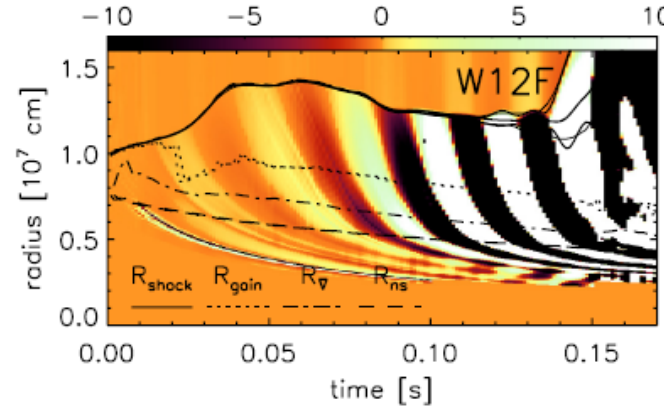
(Standing accretion shock Instability)



Advective-acoustic cycle



Acoustic (pressure) wave



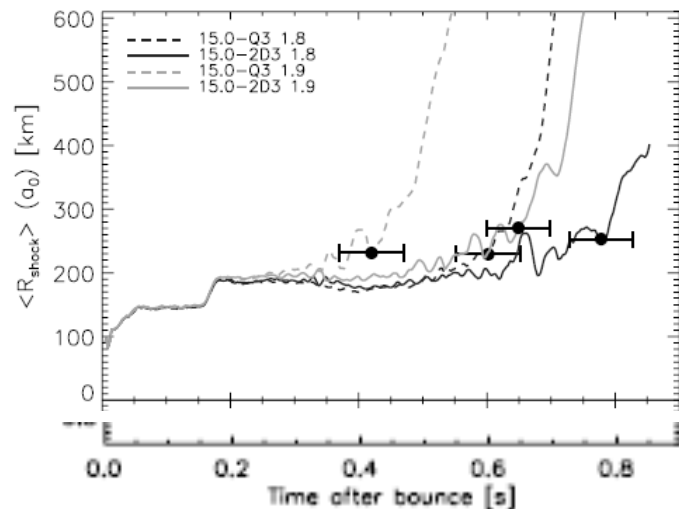
Vorticity wave

Scheck+ 2008



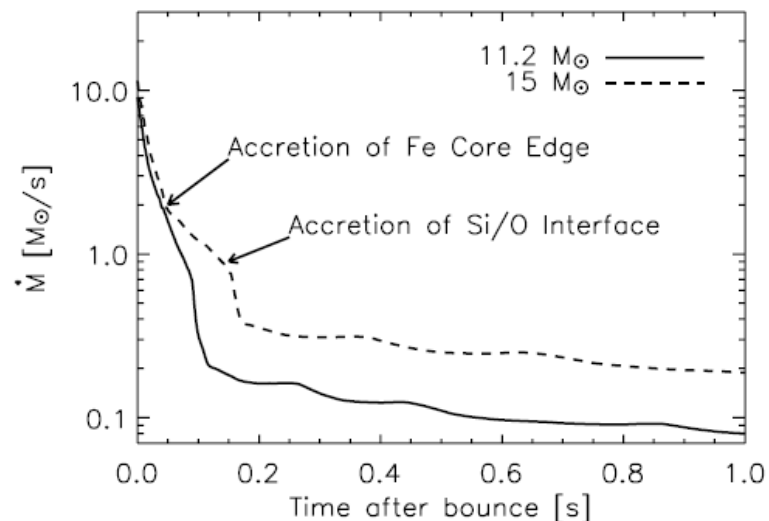
# 1D vs 2D simulations

Murphy & Burrows 2008

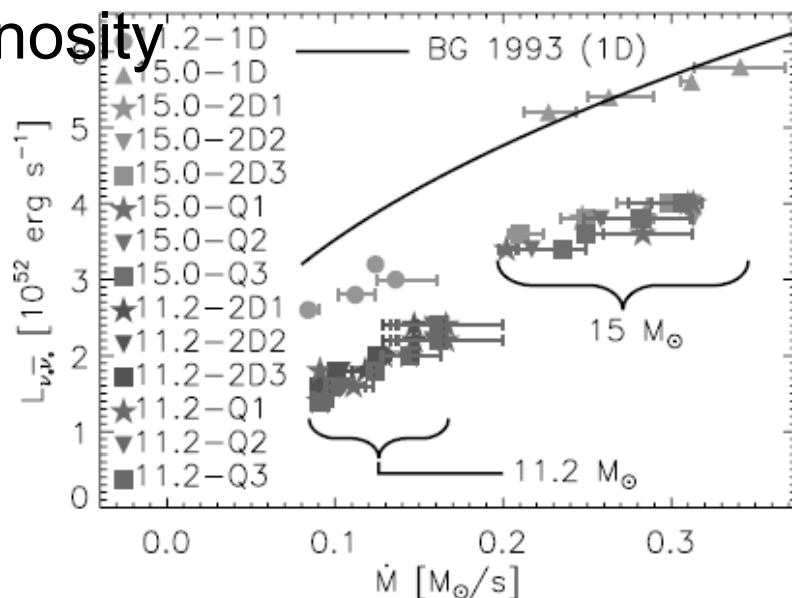


$$\mathcal{H} = 1.544 \times 10^{20} L_{\nu_e} \left( \frac{100 \text{ km}}{r} \right)^2 \left( \frac{T_{\nu_e}}{4 \text{ MeV}} \right)^2 \left[ \frac{\text{ergs}}{\text{g s}} \right],$$

$$\mathcal{C} = 1.399 \times 10^{20} \left( \frac{T}{2 \text{ MeV}} \right)^6 \left[ \frac{\text{ergs}}{\text{g s}} \right].$$



## Luminosity

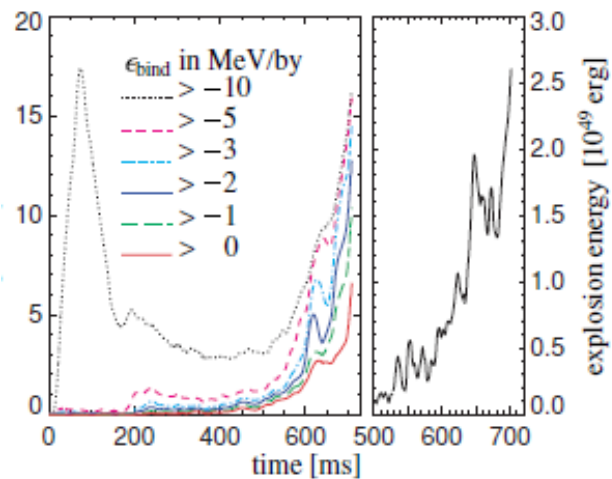
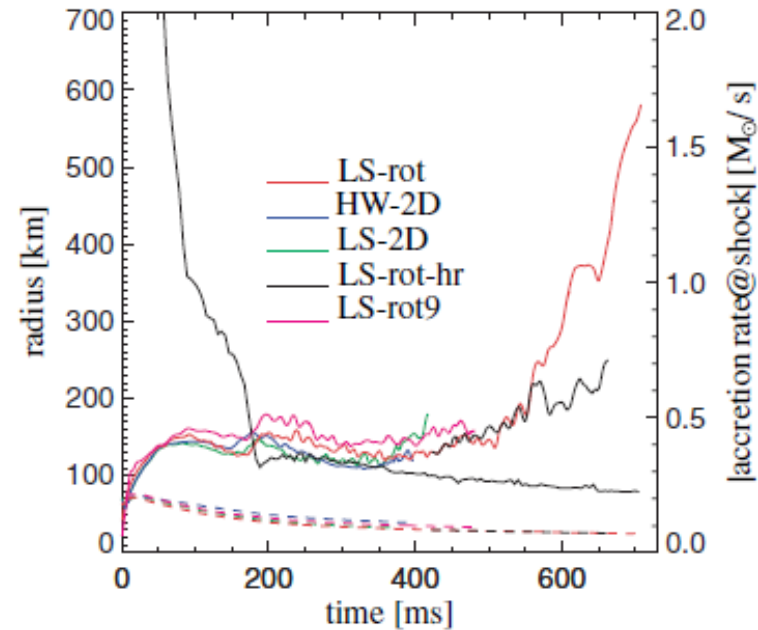
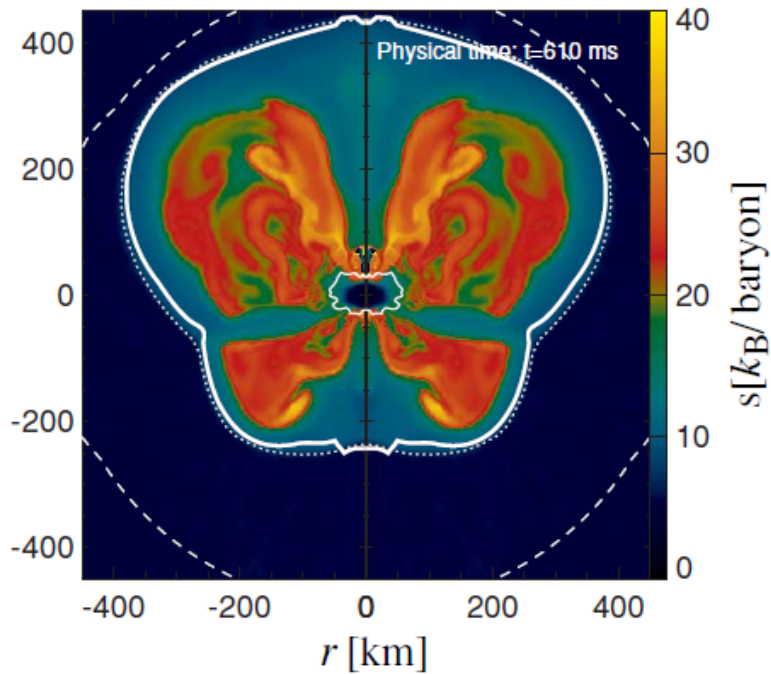


Mass accretion rate

2D simulationsでは衝撃波の復活に必要なニュートリノルミノシティが低い。

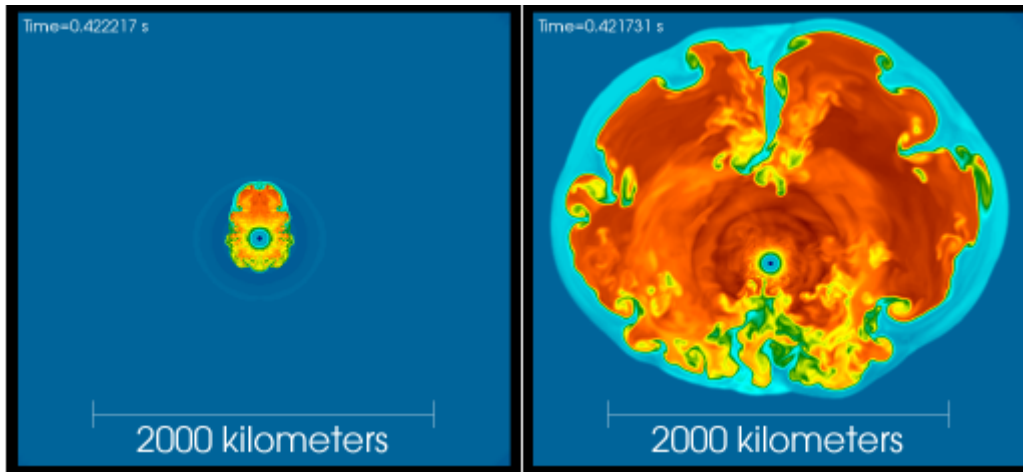
# 2Dシミュレーションで爆発成功

Marek and Janka 2009



ニュートリノはRay-by-Ray Boltzman輸送でコンシステントに取り扱っている。  
但し爆発エネルギーは小さい。

# 2D vs 3D simulations



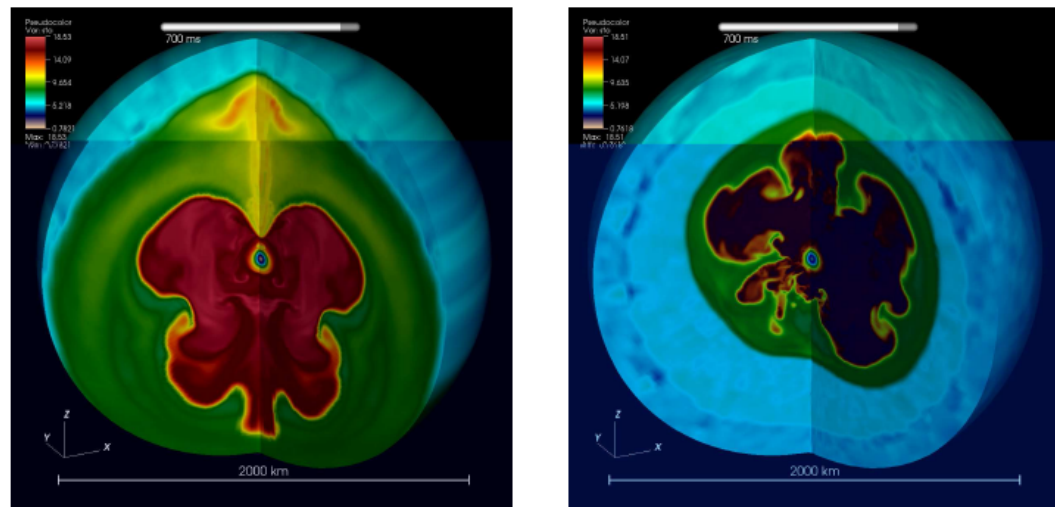
Nordhaus et al. 2010

2D Cylindrical(Left) vs  
3D Cartesian(Right)

Gray Luminosity

AMR

**2D < 3D**



Hanke et al. 2011

2D spherical(Left) vs  
3D spherical (Right)

Gray Luminosity

Resolution study

**2D > 3D**

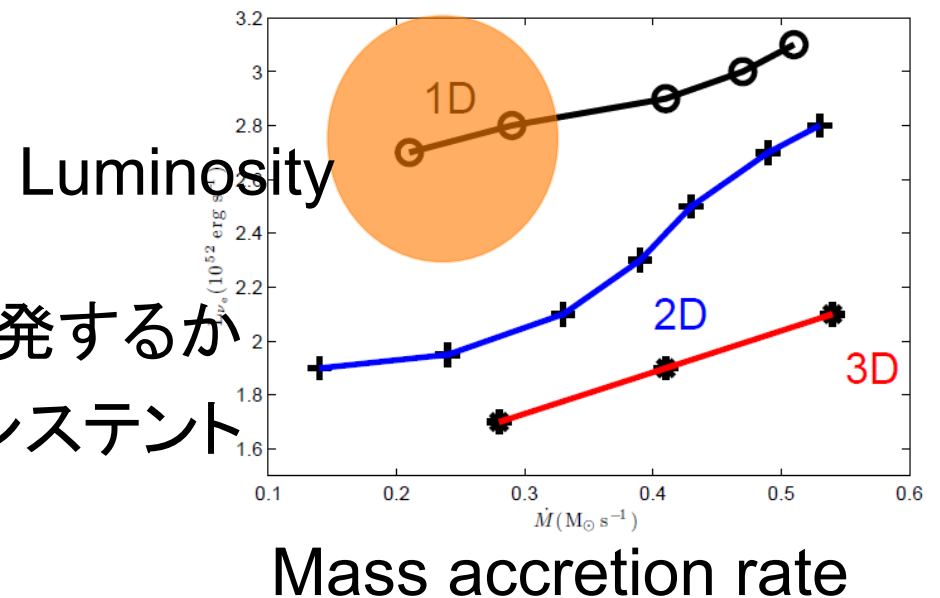


# 本研究の動機

パラメータスタディは傾向をつかむのは良いが、実際とは異なる点も多い。

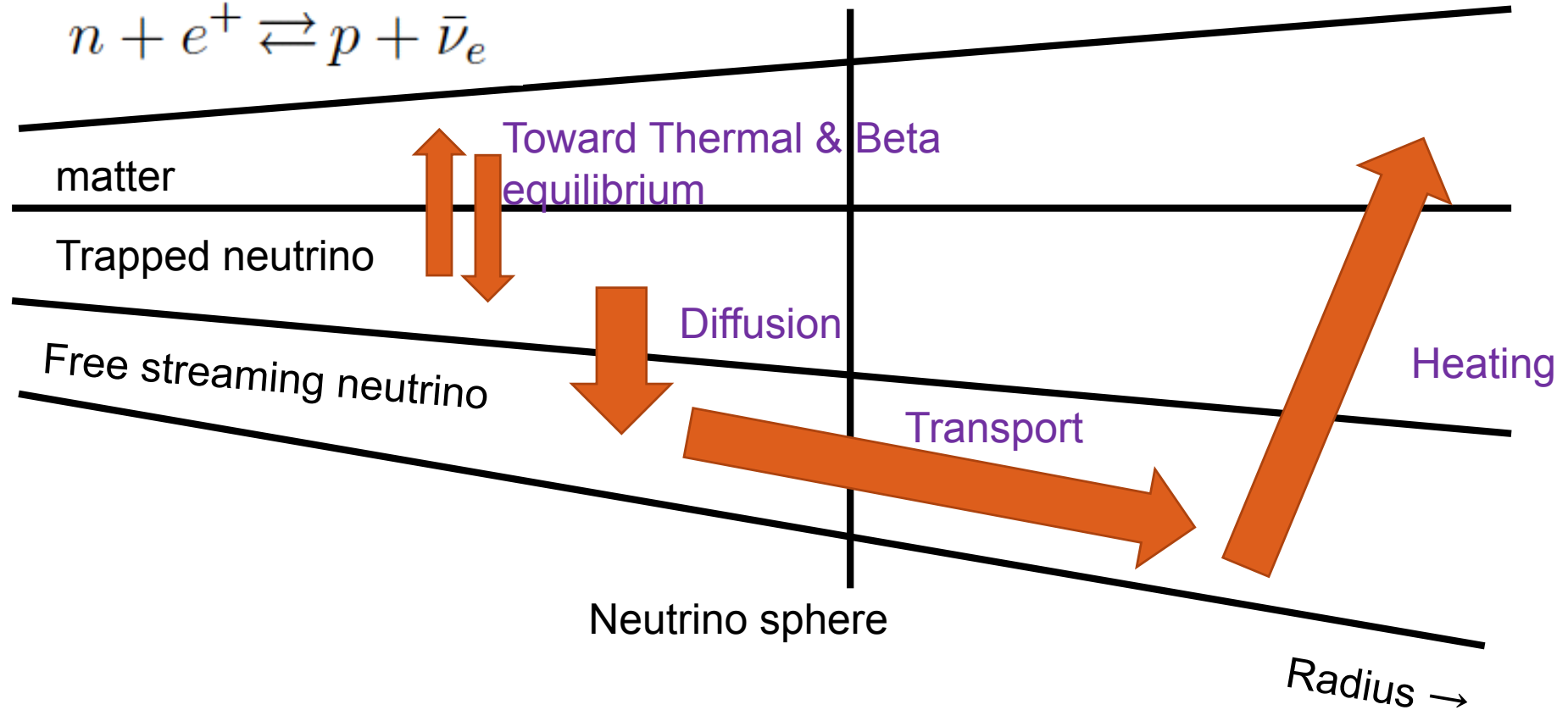
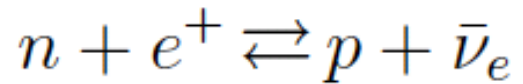
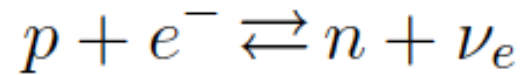
- 実際は $L=3 \times 10^{52} \text{ erg/s}$ 程度で時間変動する。 Nordhaus et al. 2010
- 平均エネルギーも時間変動。
- $\nu_x$ のクーリングも効く。

超新星がシミュレーション上で爆発するか確かめるには全てを含んだコンシステントな計算をする必要がある！



本研究では中心部からのSpectral neutrino transportを行いながら3次元の計算に成功！2Dと3Dのモデルを比較する。

# Neutrino transport, concept



IDSA( isotropic diffusion source approximations)

Dividing neutrino into two parts, trapped and free streaming

For  $v_X$ , simple leakage scheme

# Neutrino transport, trapped part

$$\begin{aligned} & \frac{df}{cdt} + \mu \frac{\partial f}{\partial r} + \left[ \mu \left( \frac{d \ln \rho}{cdt} + \frac{3v}{cr} \right) + \frac{1}{r} \right] (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \\ & + \left[ \mu^2 \left( \frac{d \ln \rho}{cdt} + \frac{3v}{cr} \right) - \frac{v}{cr} \right] E \frac{\partial f}{\partial E} \\ & = j(1 - f) - \chi f + \frac{E^2}{c(hc)^3} \\ & \times \left[ (1 - f) \int R f' d\mu' - f \int R (1 - f') d\mu' \right]. \end{aligned}$$

$f(x,y,z,E,\theta,\phi)$   
6 dimensional variable

## Trapped Particle

Angular integration

$$\rightarrow \frac{df^t}{cdt} + \frac{1}{3} \frac{d \ln \rho}{cdt} E \frac{\partial f^t}{\partial E} = j - (j + \chi) f^t - \Sigma.$$

Diffusion term

(To streaming part)

Determined  
parameter for Fermi-  
Dirac distribution  
by Y and Z

Energy integration

$$\begin{aligned} \rightarrow Y^t &= \frac{m_b}{\rho} \frac{4\pi}{(hc)^3} \int f^t E^2 dE d\mu \\ Z^t &= \frac{m_b}{\rho} \frac{4\pi}{(hc)^3} \int f^t E^3 dE d\mu, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho Y^t) + \frac{\partial}{r^2 \partial r} (r^2 v \rho Y^t) \\ & = m_b \frac{4\pi c}{(hc)^3} \int [j - (j + \chi) f^t - \Sigma] E^3 dE. \end{aligned}$$

$$f_l^t(E) = \{\exp[\beta_l(E - \mu_l)] + 1\}^{-1},$$

# Neutrino transport, free streaming part

$$\begin{aligned} & \frac{df}{cdt} + \mu \frac{\partial f}{\partial r} + \left[ \mu \left( \frac{d \ln \rho}{cdt} + \frac{3v}{cr} \right) + \frac{1}{r} \right] (1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \\ & + \left[ \mu^2 \left( \frac{d \ln \rho}{cdt} + \frac{3v}{cr} \right) - \frac{v}{cr} \right] E \frac{\partial f}{\partial E} \\ & = j(1 - f) - \chi f + \frac{E^2}{c(hc)^3} \\ & \times \left[ (1 - f) \int R f' d\mu' - f \int R (1 - f') d\mu' \right]. \end{aligned}$$

f(x,y,z,E,theta,phi)  
6 dimensional variable

Weak coupling

$$\rightarrow \frac{\partial \hat{f}^s}{c \partial \hat{t}} + \hat{\mu} \frac{\partial \hat{f}^s}{\partial r} + \frac{1}{r} (1 - \hat{\mu}^2) \frac{\partial \hat{f}^s}{\partial \hat{\mu}} = - (\hat{j} + \hat{\chi}) \hat{f}^s + \hat{\Sigma}.$$

Angular integration is performed.

$$\rightarrow \frac{\partial}{c \partial \hat{t}} \int d\hat{\mu} \hat{f}^s + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \int d\hat{\mu} \hat{\mu} \hat{f}^s = \int d\hat{\mu} - (\hat{j} + \hat{\chi}) \hat{f}^s + \hat{\Sigma}$$

Different from the original IDSA,

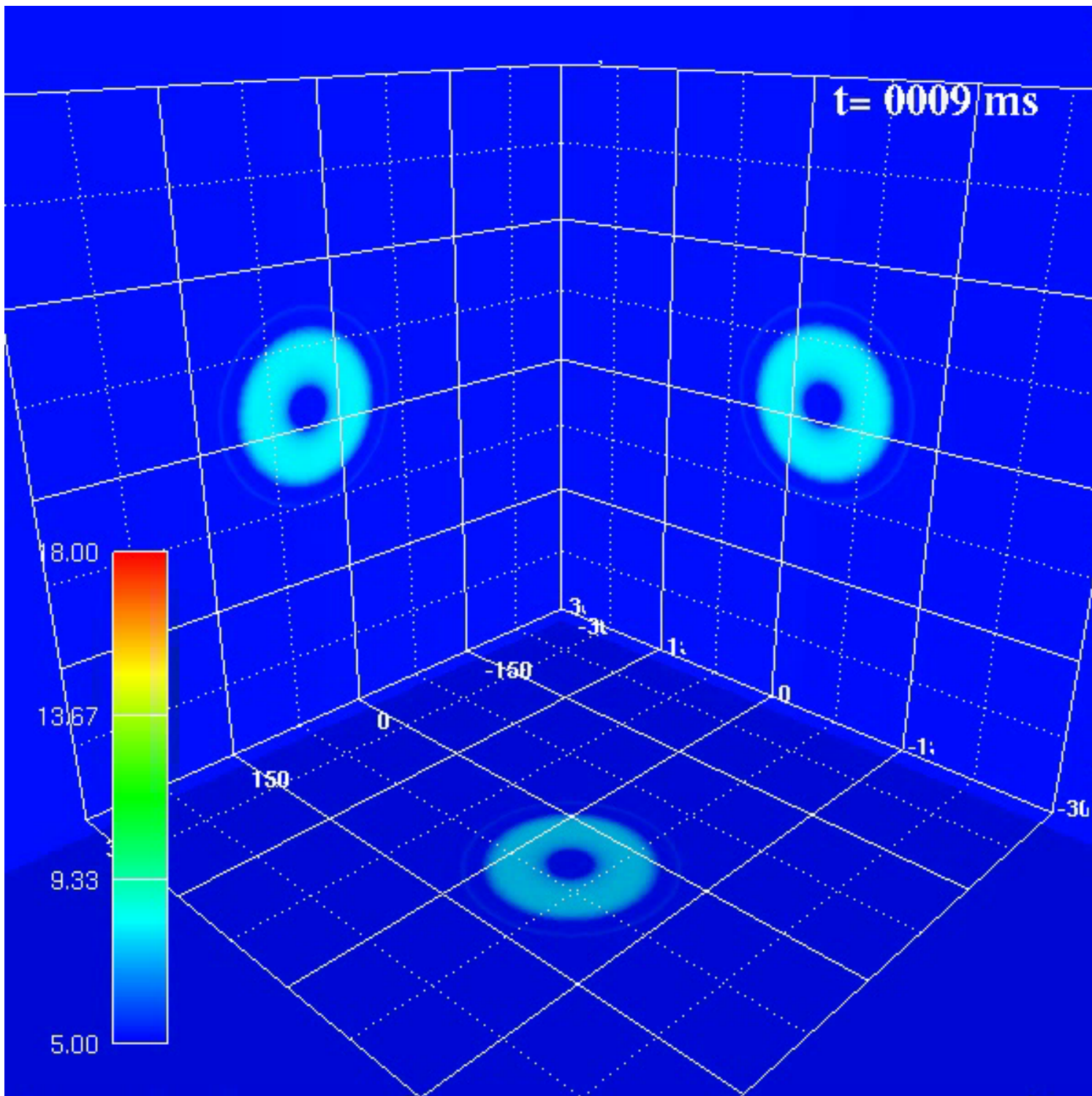
We treat the LHS explicitly and the RHS implicitly.

Newton Method is used for solving RHS.

No message passing during the iteration.

f(x,y,z,E)

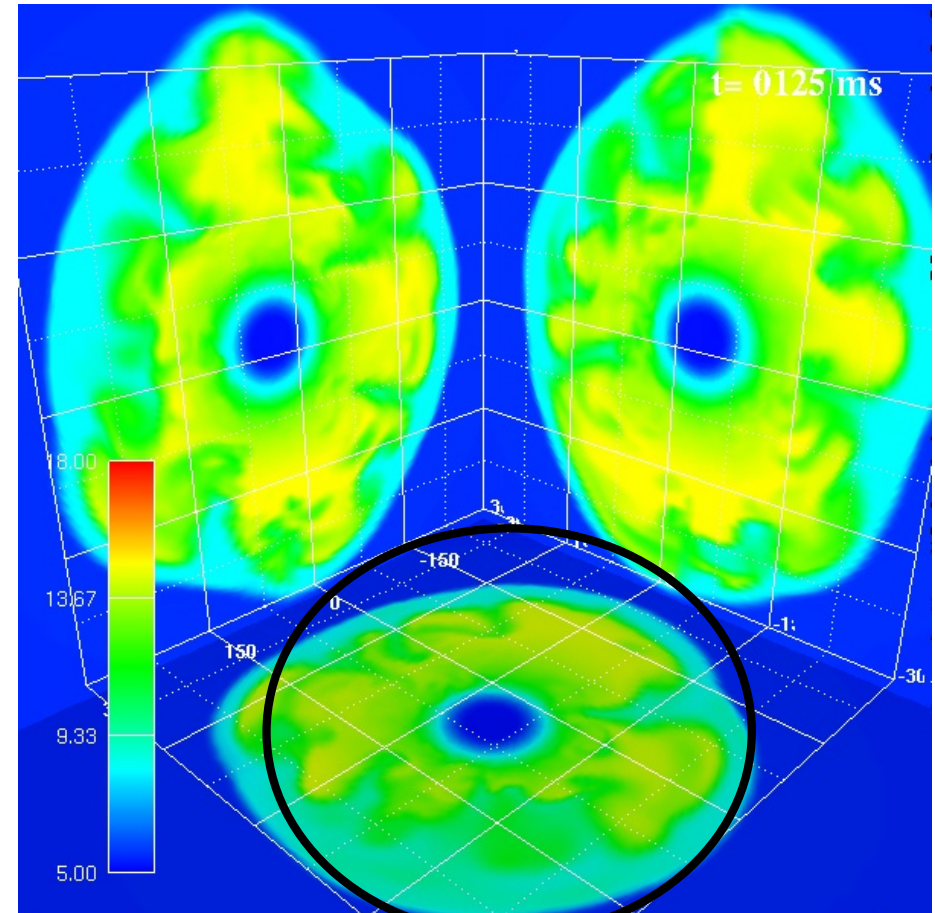
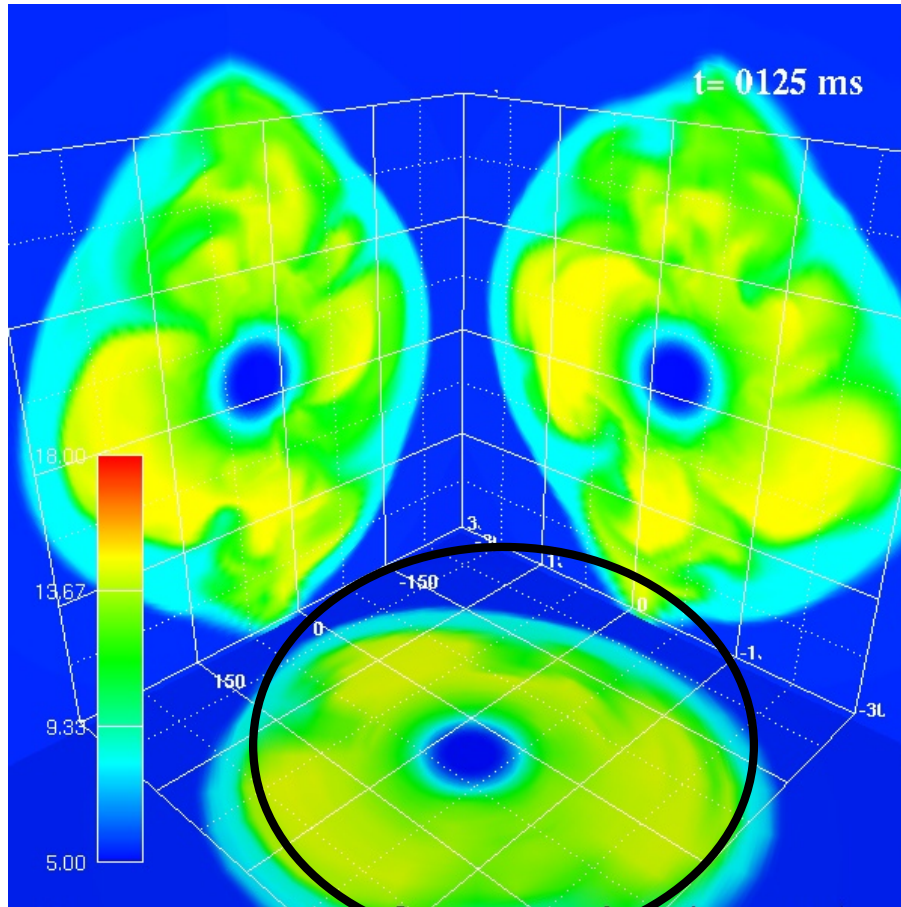
4 dimensional variable



Result!  
11.2M<sub>s</sub>  
LS EOS  
(K=180MeV)  
320x64x128  
r:0-5000km  
10ms after  
bounceで  
1D->3Dに繋  
ぐ

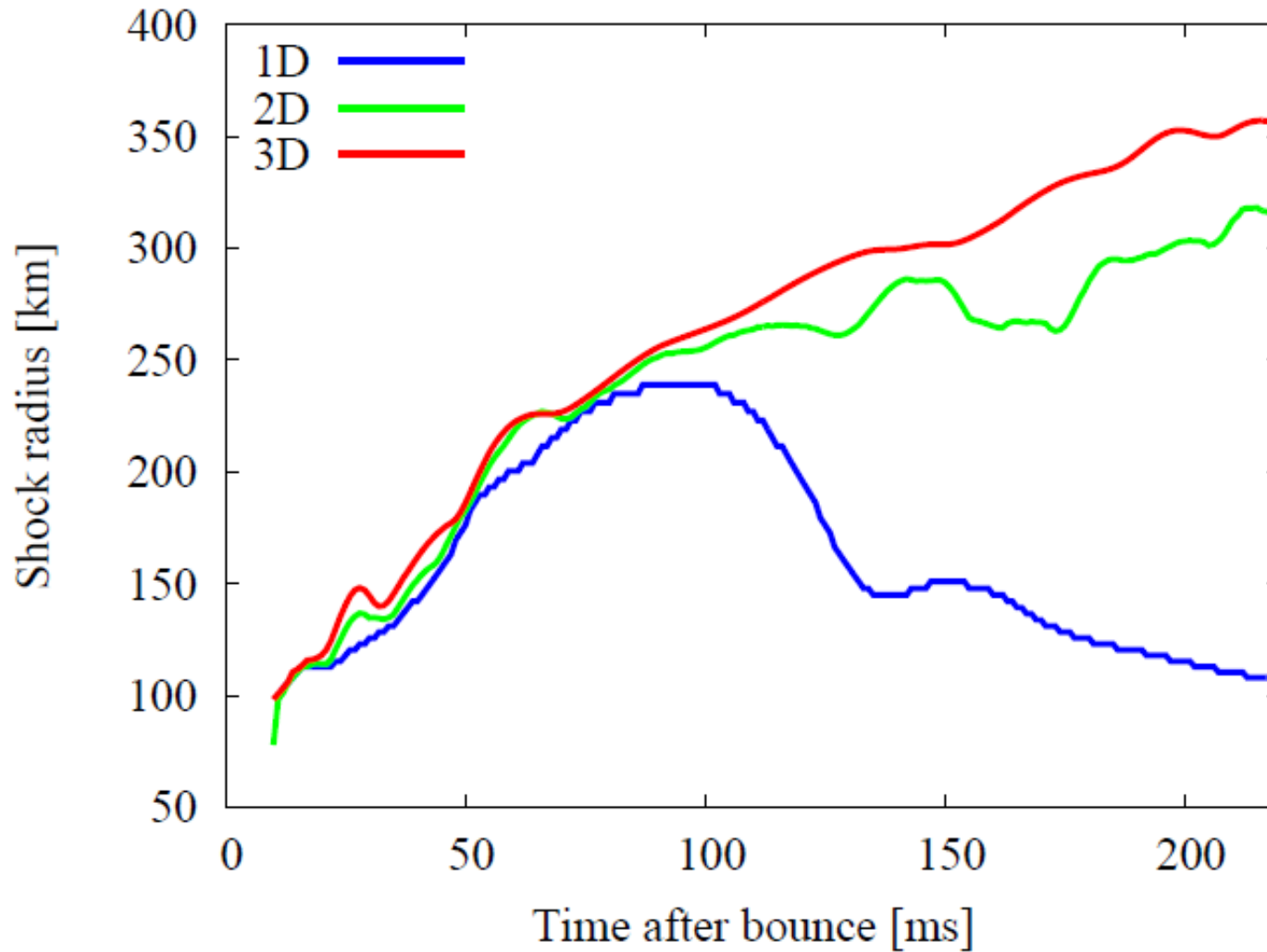


# Difference of Resolution



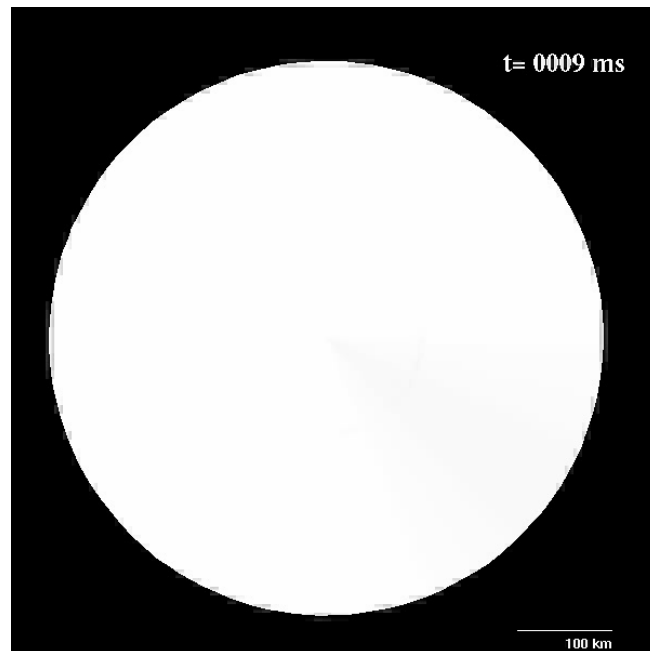
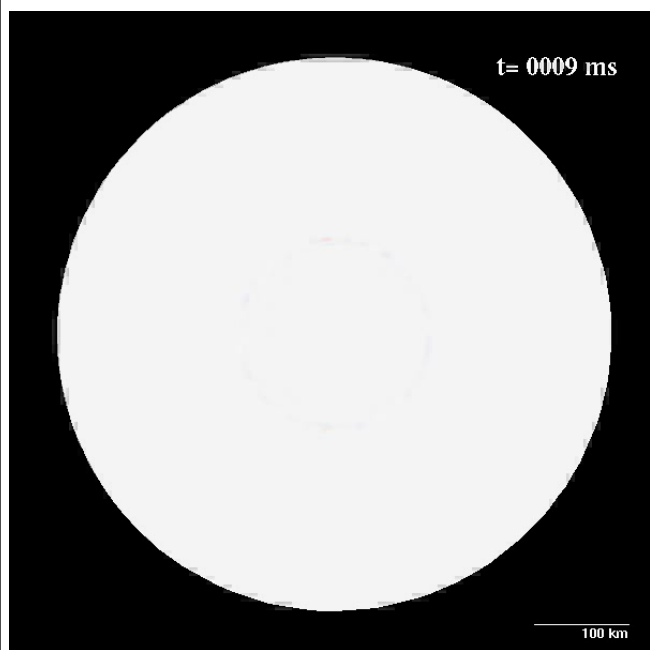
Fine structure inside the shock is produced in high-resolutional model!

# Evolution of Shock



**3D** model is better than **2D** model !

# 音波と渦の様子

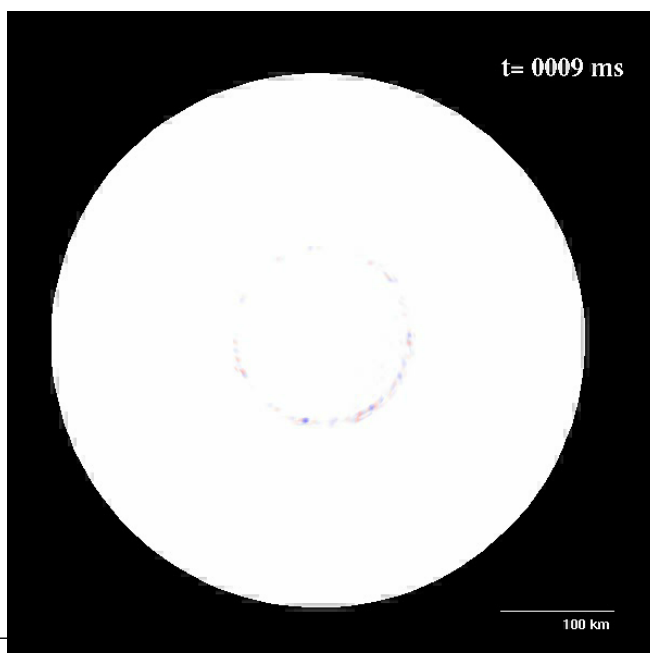
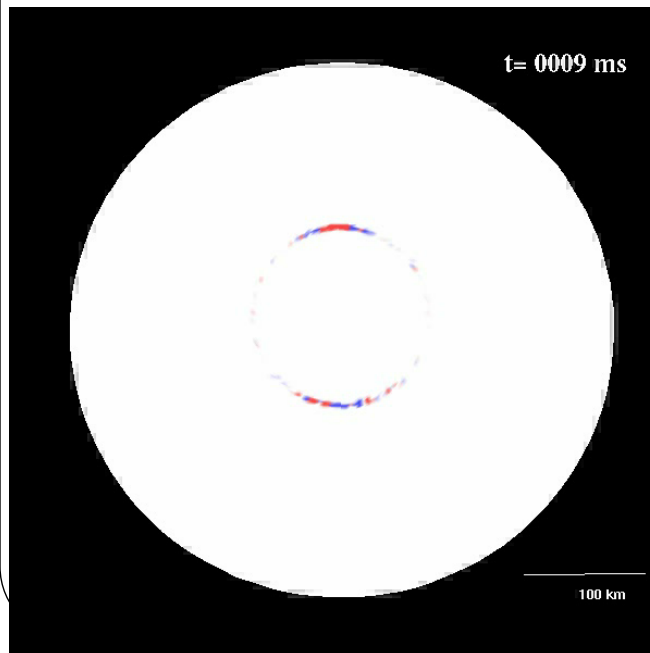


左: サイドビュー  
右: トップビュー

上 Pressureの異方性  
赤: 球対称平均より高い

青: 球対称平均より低い

下から上へ伝搬



下: 渦の回転方向

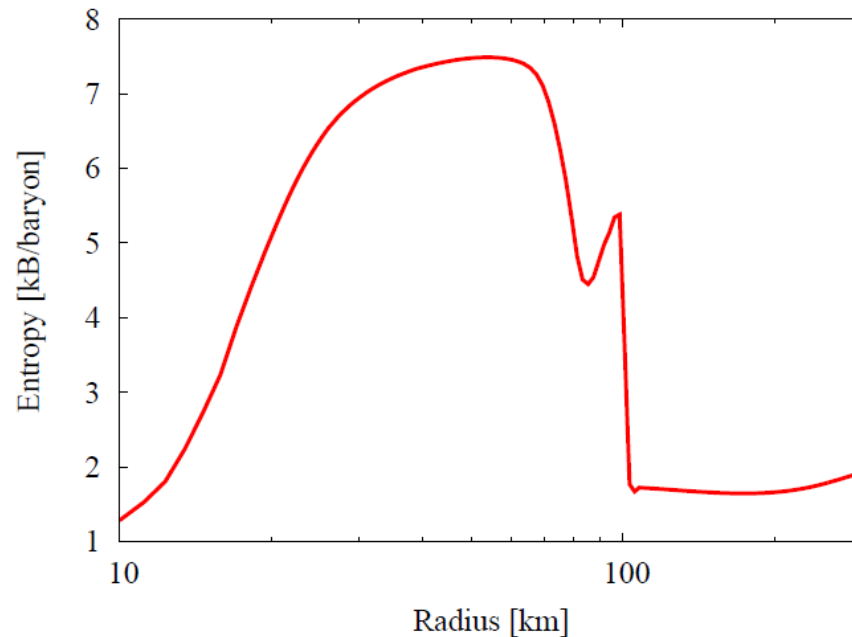
赤: 右巻き

青: 左巻き

上から下へ伝搬

強い渦には降着を邪魔されている

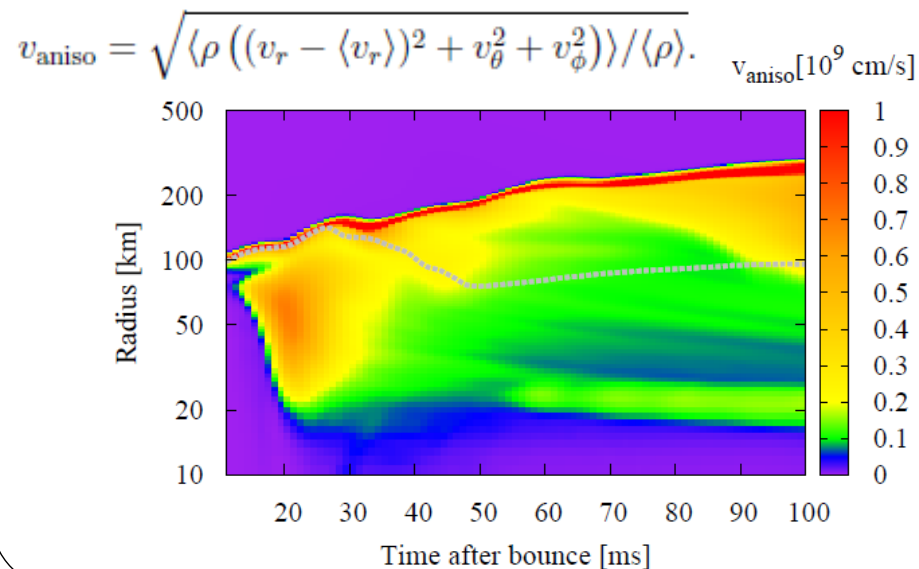
# Convection and Their Transport



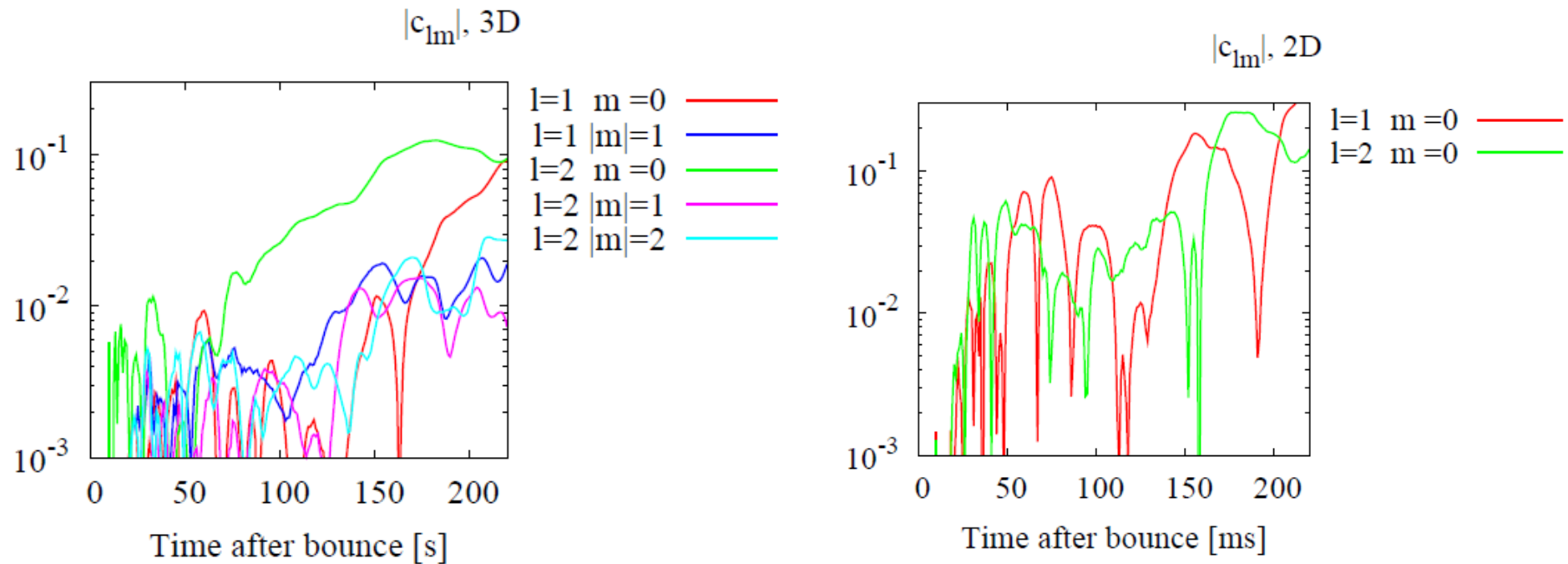
Bounce後~10msのエントロピー  
Negative entropy gradient=熱い  
ものが下にある不安定な状態=>  
上にいって膨張して安定化した  
い

できた渦はSASIで増幅されなが  
ら、衝撃波の内側に広がる。

対流安定な領域にも渦は輸送さ  
れてくる。降着速度が速いところ  
では渦は留まれない。



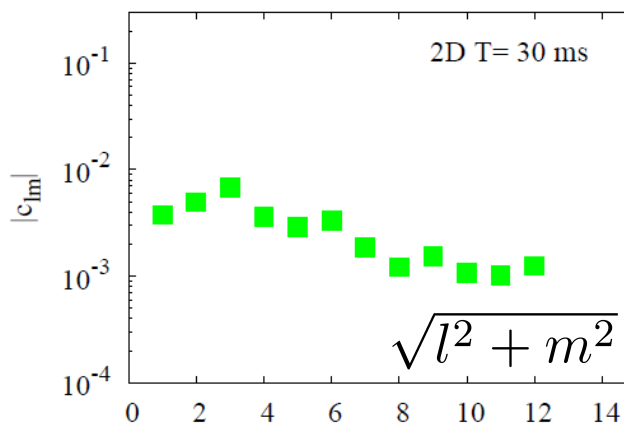
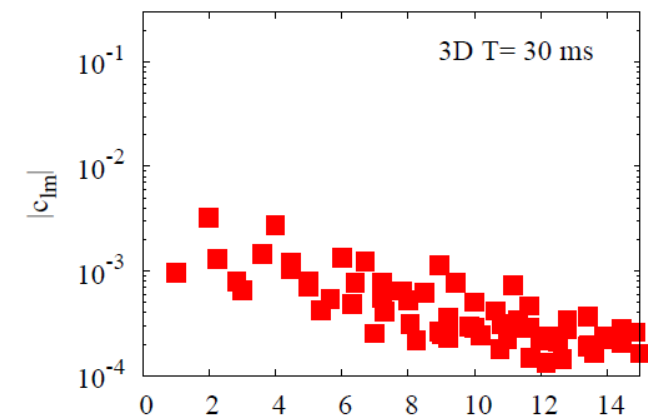
# SASIの進化



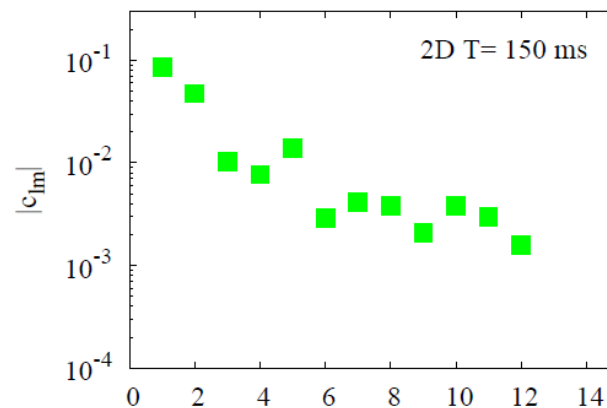
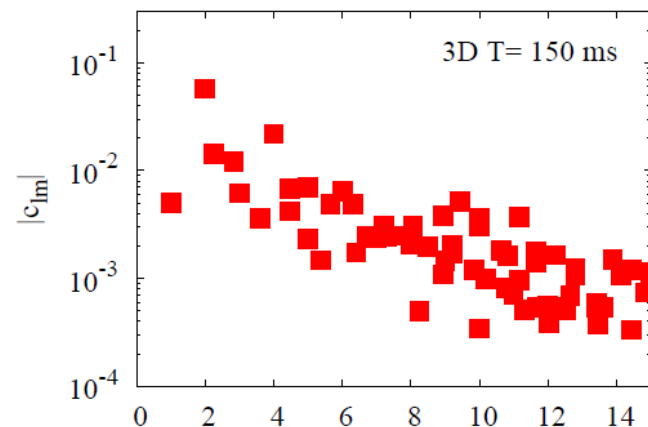
$$R_S(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l c_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi),$$

50ms-150ms衝撃波が膨張するときSASIの振幅は弱くなっている。  
全体的な歪み具合は2Dのほうが大きい。3DはあまりきれいなSASIになっていない。

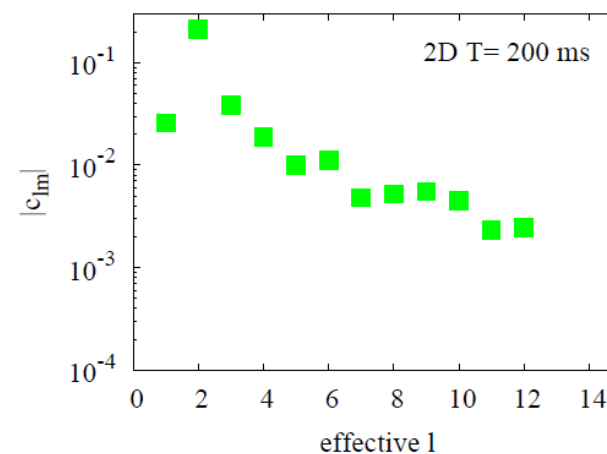
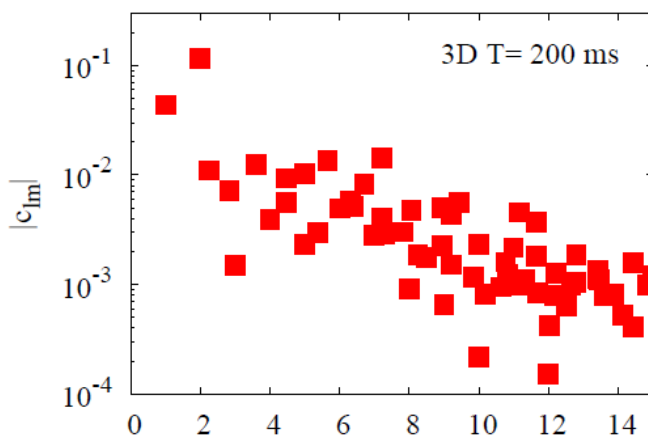
# Large-mode and Small mode



2D,3DどちらもSASIで大きなモードが卓越する(これをinverse cascade とは呼ばない)。

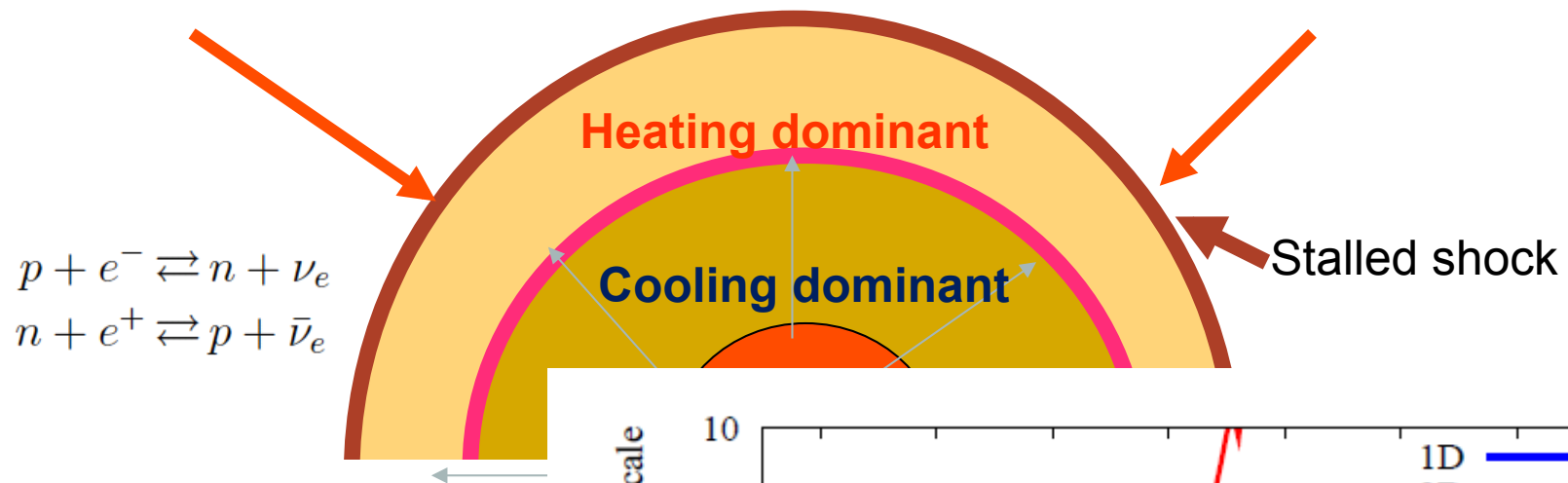


3Dでは大きなモードが壊れやすい ( $l=1, m=0$ がdominantな時がない)。



小さなモードの傾向は2Dも3Dもあまり変わらない? 解析手法を試行錯誤中。

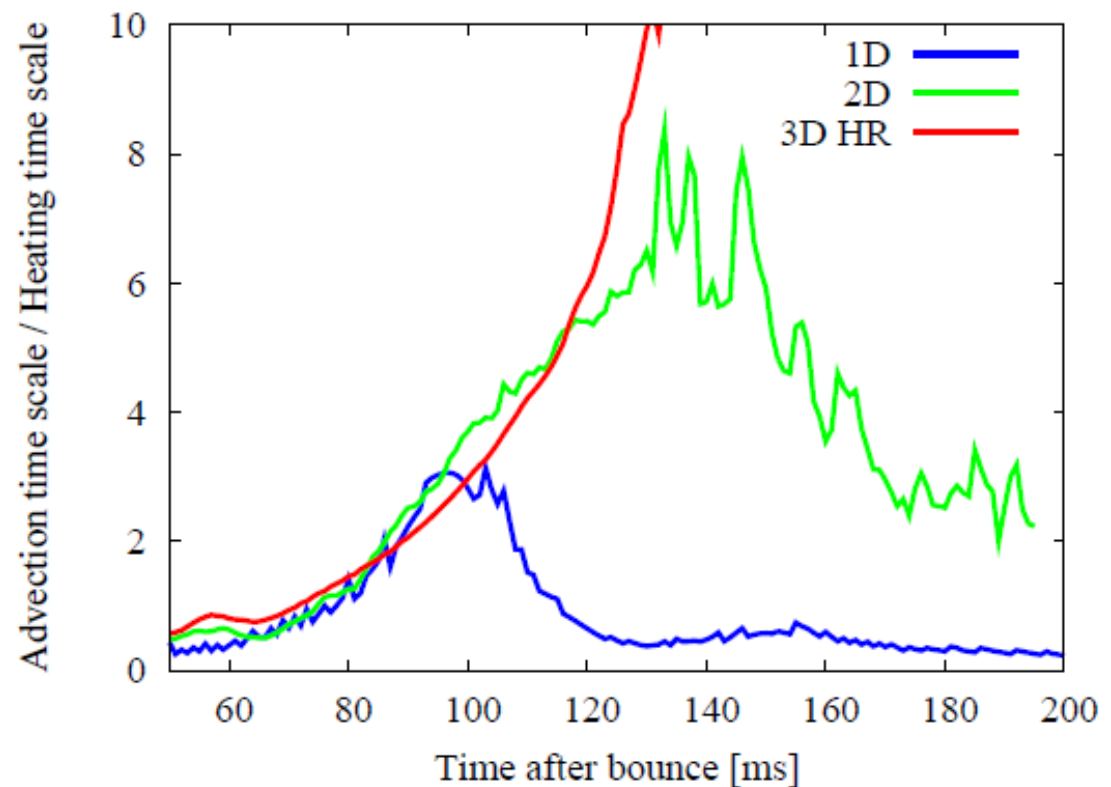
# Advection time vs Heating time



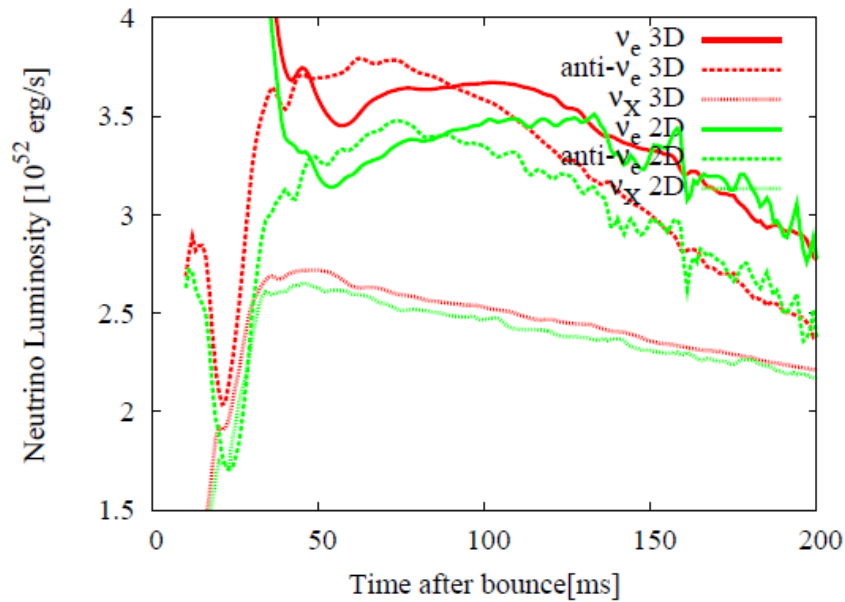
Advection time scale:  
Accreted matter passes heating dominant region in this time

$$\tau_{\text{adv}}(t) = - \int_{r_{\text{gain}}(t)}^{r_{\text{sh}}(t)} \frac{1}{v_r(r, t)} dr$$

If advection time scale explosion will succeed!

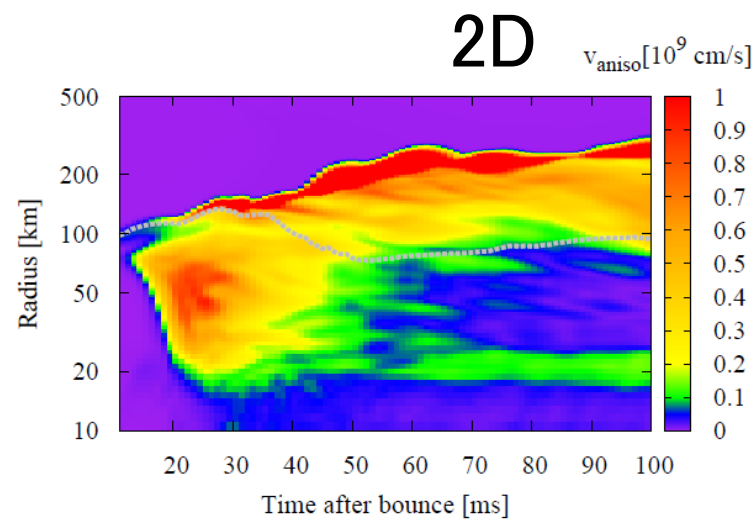
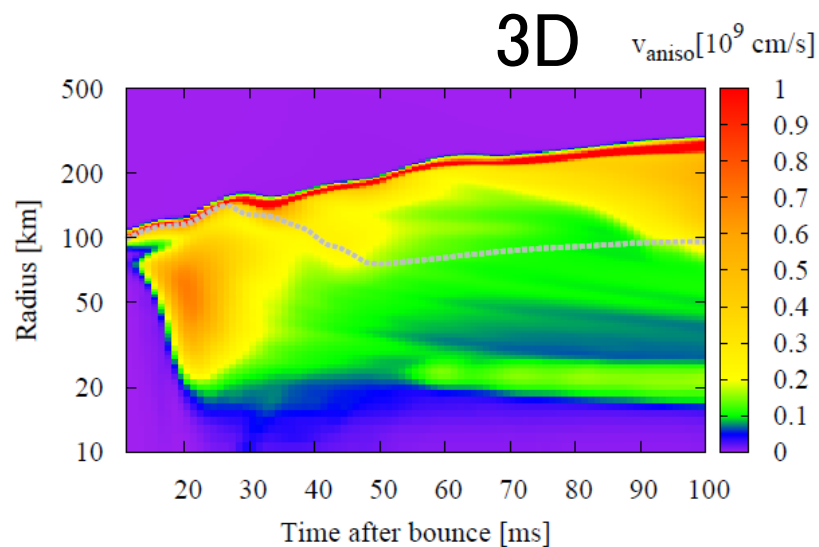


# Neutrino Heating

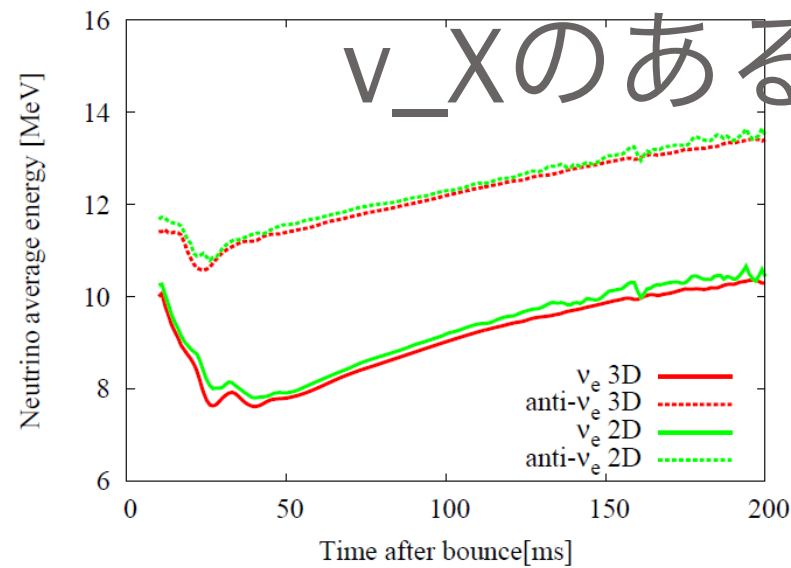
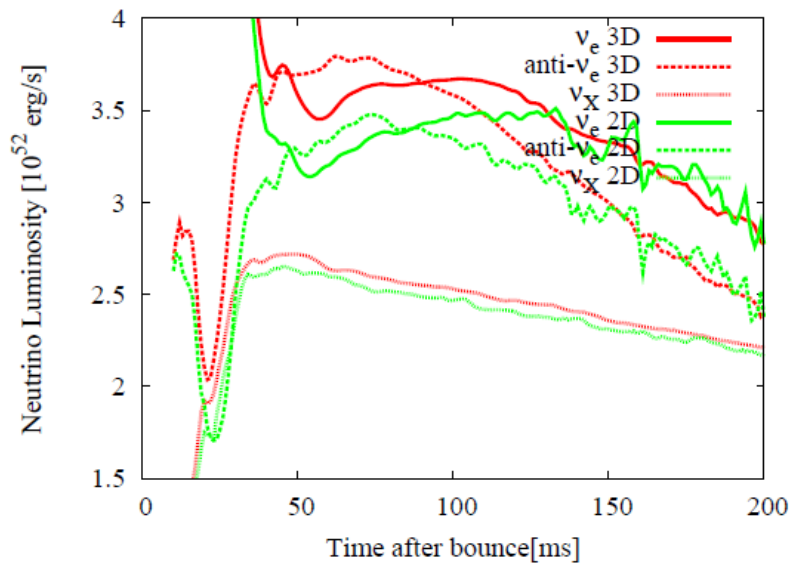


3Dのほうが対流が強くルミノシティが高くなる。

ニュートリノスフィア付近の対流が重要。

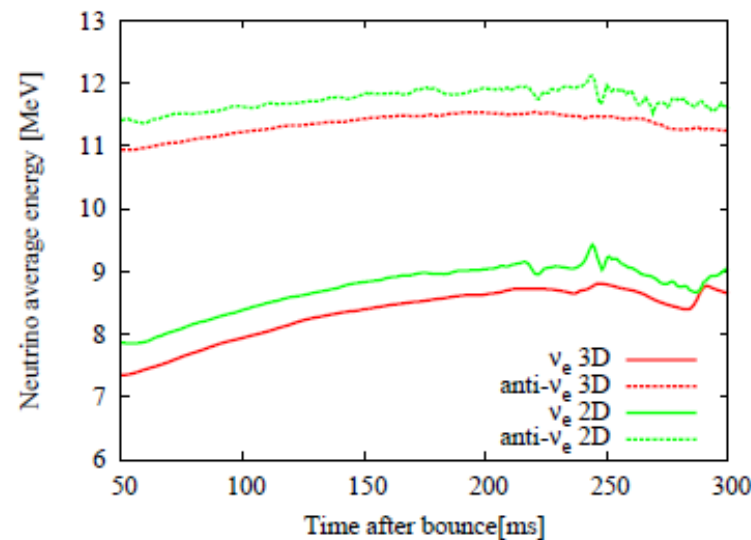
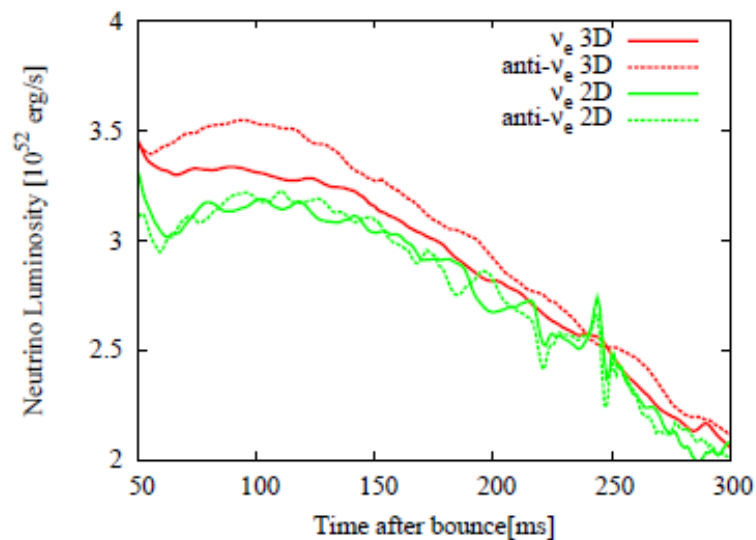






$\nu_x$ のあるなし

新計算



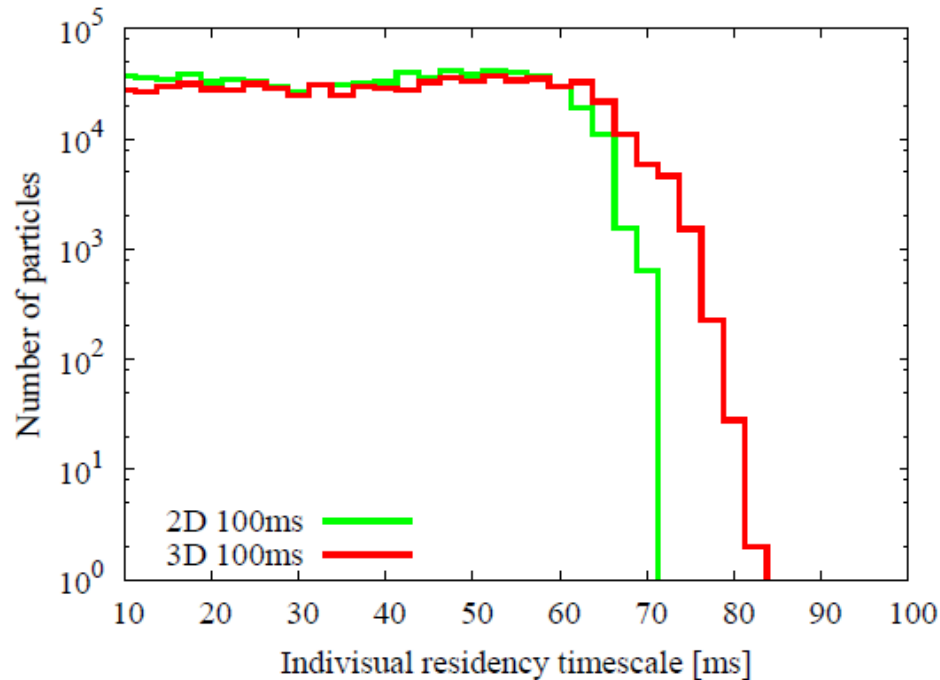
Takiwaki +11

Takiwaki+ 2011では3Dのほうがルミノシティが高く、そのクーリングの差で2Dのほうが平均エネルギーが高かった。

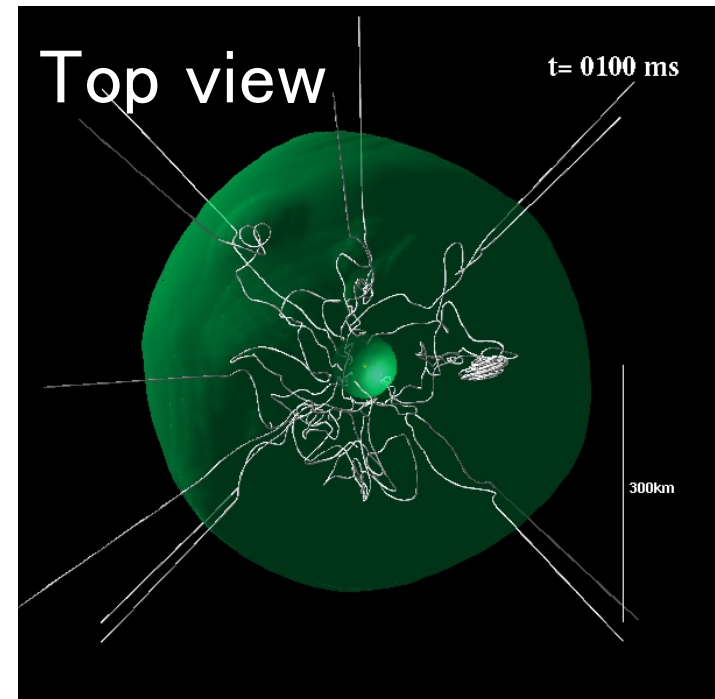
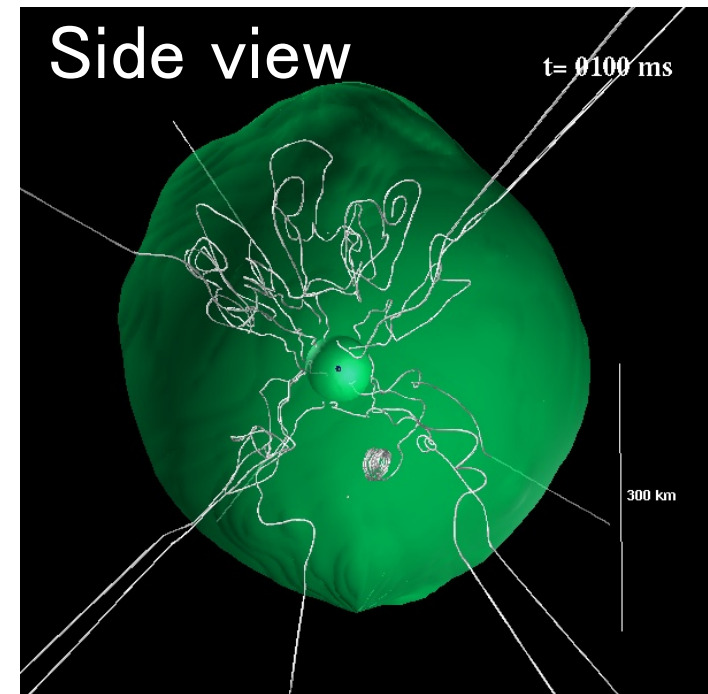
今回は $\nu_x$ がクーリングで効くので、2Dと3Dの差が現れにくくなった。

# Advection timescale

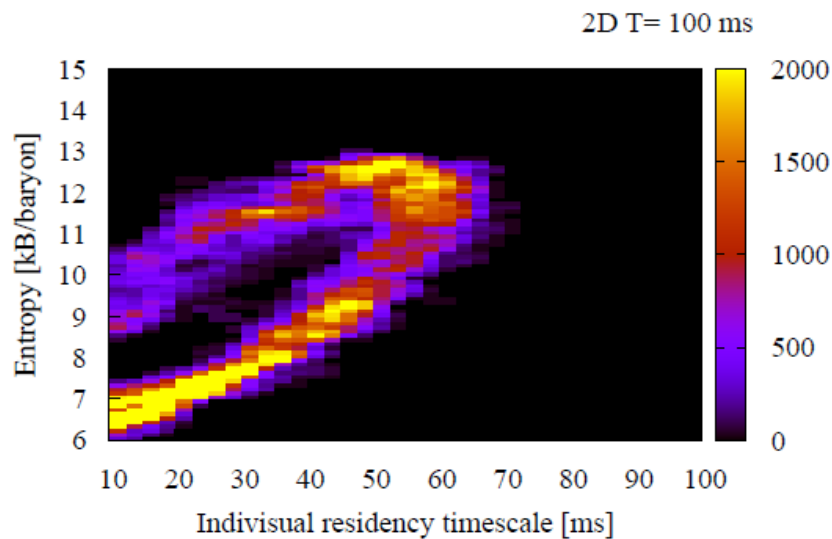
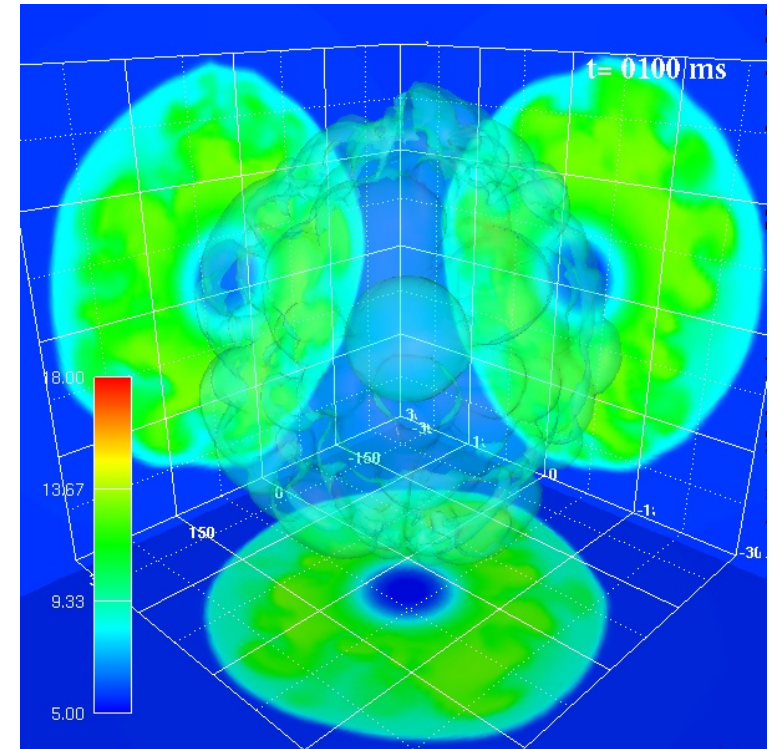
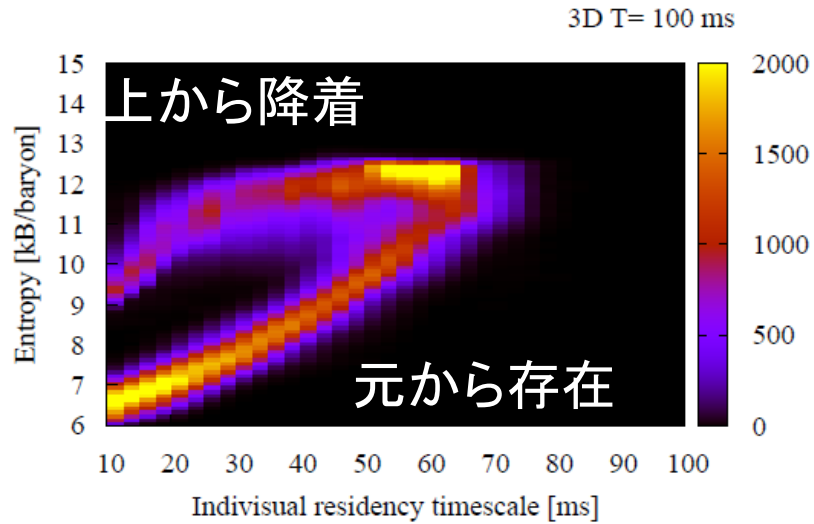
ポストプロセスでパーティクルの運動を追い、実際にゲイン半径に留まった時間を見積もる(粒子の初期位置は1グリッドに1つ)。



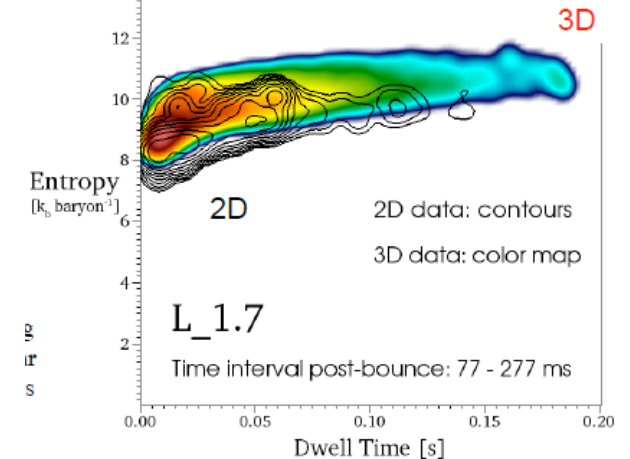
**3D**のほうが**2D**より長い  
30msで既に差が見える



# Advection timescale & Entropy

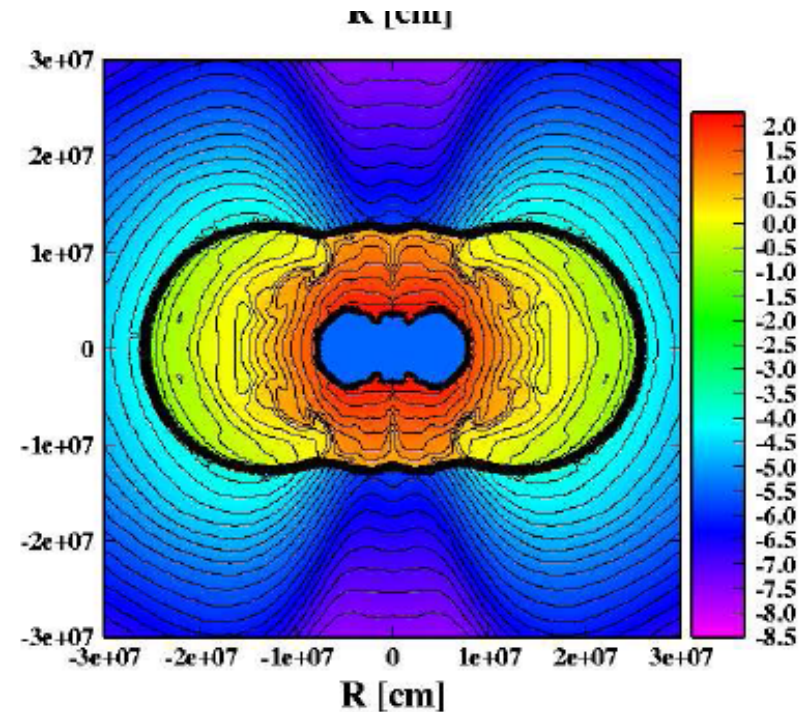
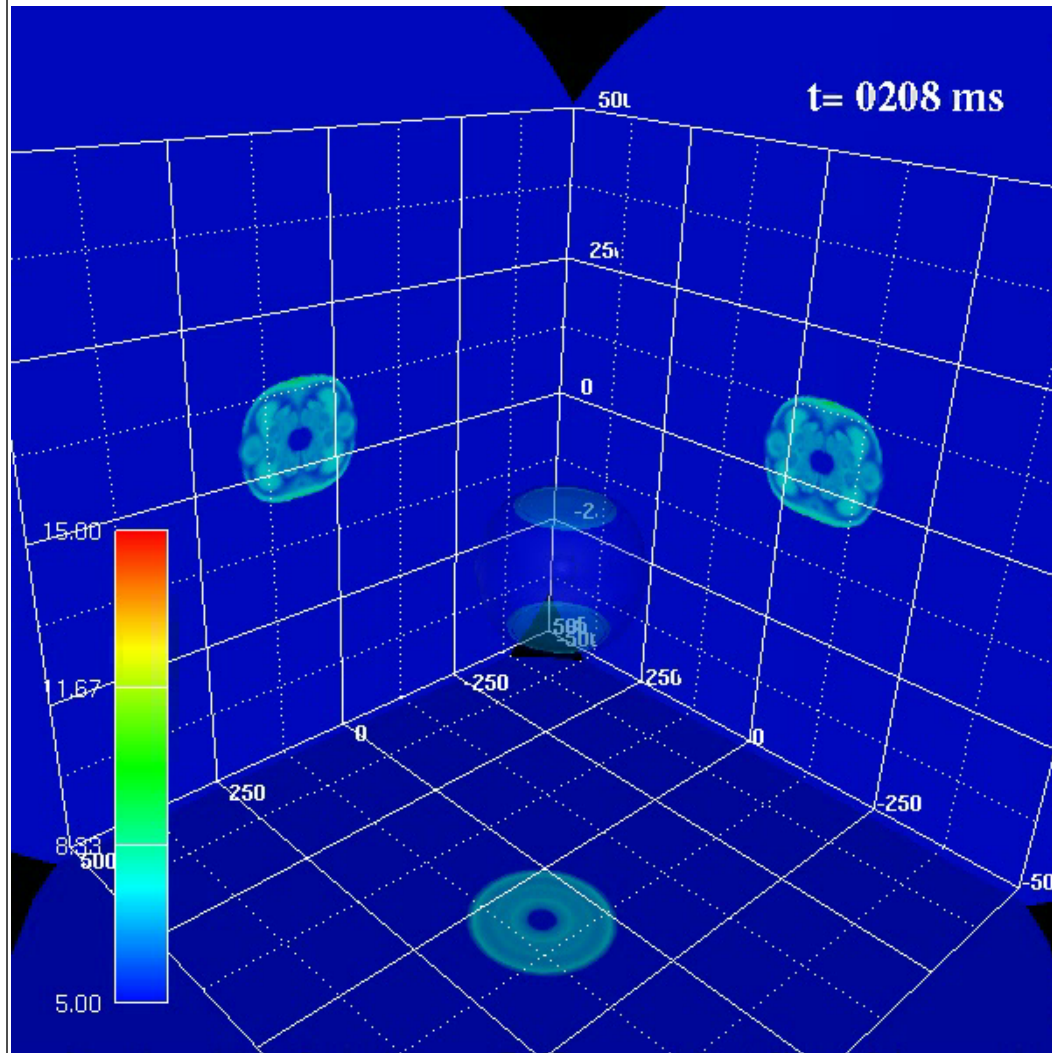


Burrows' s talk at NAOJ



Entropyとadvection time scaleの関係は大差ない。初期の降着の差は大きい。

# Effect of Rotation



Kotake+ 2003

Log Heating rate

←初期 $\Omega=2\text{rad/s}$

無回転モデルで消えていた $l=1, m=0$  modeが復活。

Ray-by-Rayでない計算ではよりエンハンスされるかもしれない。

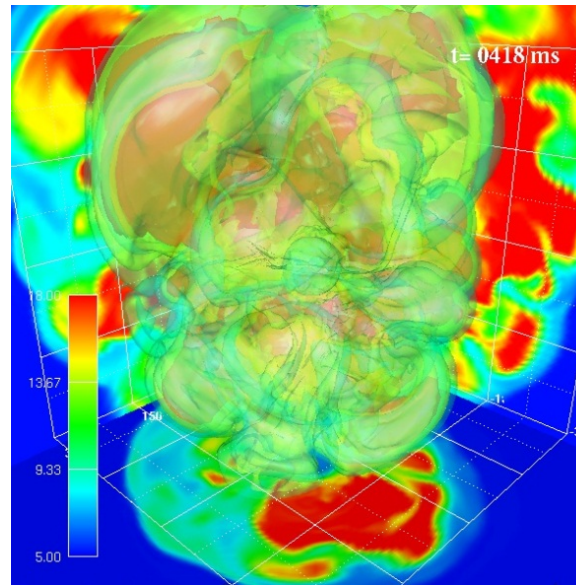
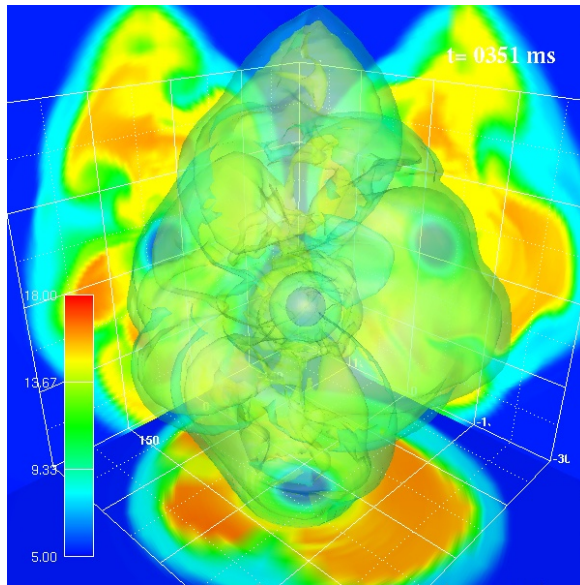
# Summary

Spectral Neutrino Transportを用いた空間3次元のシミュレーションを実行

- 3Dの強いコンベクションによってニュートリノのルミノシティがあがり、爆発を助けることを発見
- コンベクションの影響でバウンス後、初期のPNSへ降着が抑制され、やはり爆発を助けることを発見

今のところの解像度では3Dの計算は2Dの計算よりも爆発しやすい。より高解像度の計算でこれらの傾向が正しいか確かめる必要がある。

# Simulation with K computer



NAOJ-XT4

300x64x32

256 parallel

T2K-tukuba

320x64x128

4096 parallel

K computer

> 640x128x128

> 16,384 parallel

# 今後の展開、戦略

○3Dのほうが爆発しやすいのかもしれないが、爆発エネルギーはそこまでは改善しないかも

→解像度を上げれば多少は改善する

→新しいアイデア募集(核反応、粘性?)

○コンベクションを解明するためには解像度勝負

→ドイツグループとはコンパラになるが、

アメリカグループと勝負するためにはAMRが必須か

○物理の改善

→レイバイレイをやめる

→レイバイレイ、ボルツマンの導入

→ $2M_s$ の中性子星ができる硬いEOSの使用