

重力崩壊に伴う磁場増幅・磁気制動・ 磁気乱流現象について

犬塚修一郎(名大・理・物理・TA研)

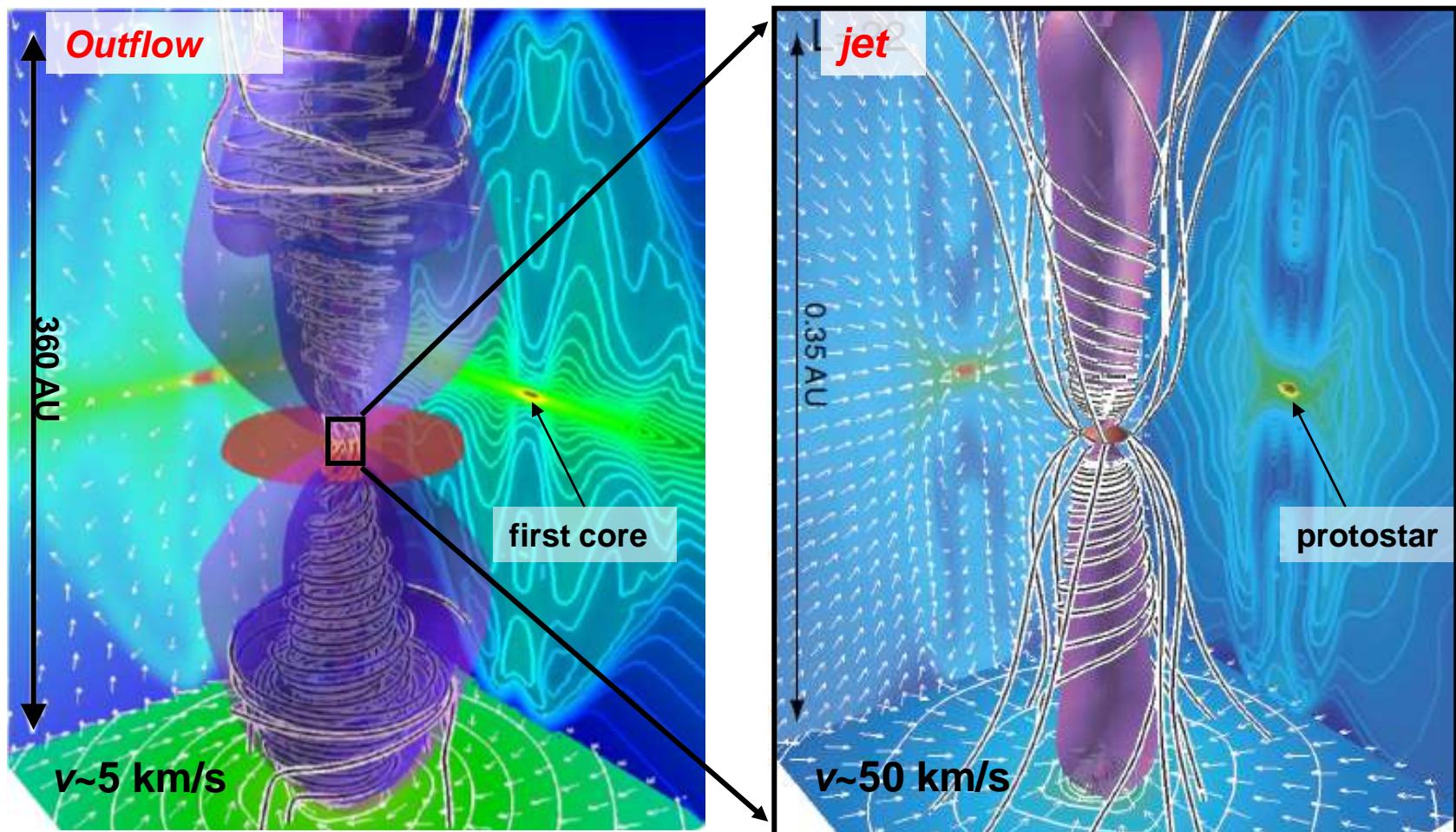
町田正博(九大), 松本倫明(法政大),

佐野孝好(阪大), 鈴木建(名大)

目次

- 原始星形成とその後の**星周円盤形成**
- **磁気回転不安定性(MRI)**について
- MRIが駆動する**乱流**
- 亂流が駆動する**円盤風**

Protostellar Collapse Phase



Machida et al. (2006-2011), Banerjee & Pudritz (2006), Hennebelle & Fromang (2008)

Outflows & Jets are Natural By-Products!

星形成の基本問題

1. 角運動量問題

原始星(Protostar):

$$h_* = \Omega_* R_*^2 \sim (10^{11}\text{cm})^2/(10^5\text{s}) \sim 10^{17} \text{cm}^2/\text{s}$$

分子雲コア:

$$h_{\text{core}} = \delta v_{\text{core}} R_{\text{core}} \sim 0.1\text{km/s} \times 10^{17}\text{cm} \sim 10^{21} \text{cm}^2/\text{s}$$

$\rightarrow h_* \sim \mathbf{10^{-4}} h_{\text{core}}$

2. 磁束問題

原始星(Protostar): $\Phi_* \sim B_* R_*^2 \sim \text{kG} \times (10^{11}\text{cm})^2$

分子雲コア: $\Phi_{\text{core}} \sim B_{\text{core}} R_{\text{core}}^2 \sim 10\mu\text{G} \times (10^{17}\text{cm})^2$

$\rightarrow \Phi_* \sim \mathbf{10^{-4}} \Phi_{\text{core}}$

重力・磁気力・圧力のスケーリング

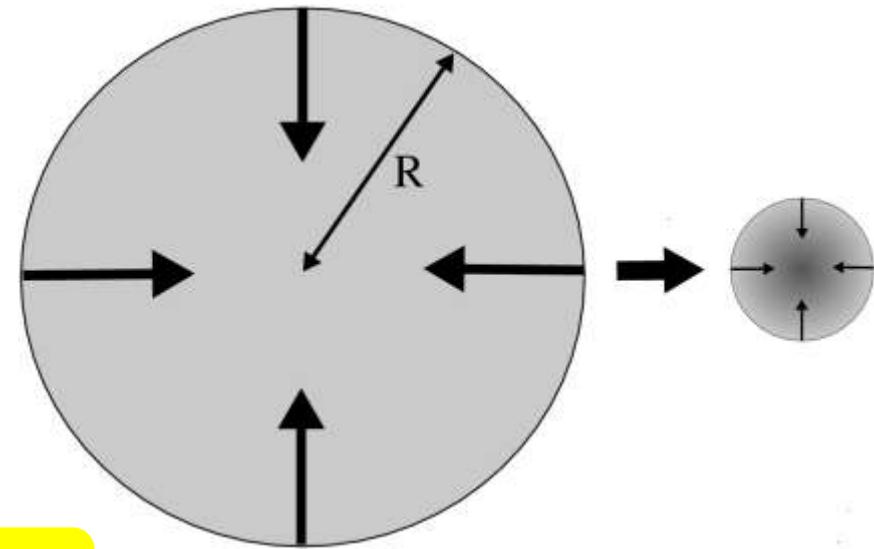
単位質量当たりの力

$\rho \propto r^{-3}$, $B \propto r^{-2}$ なので,

$$\text{重力} = -\frac{GM}{r^2} \propto R^{-2}$$

$$\text{磁気圧勾配} = -\frac{1}{8\pi\rho} \frac{\partial B^2}{\partial r} \propto R^{-2}$$

$$\text{圧力勾配} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \propto \frac{\rho^{\gamma-1}}{r} \propto R^{-3\gamma+2}$$



輻射冷却は本質的に重要

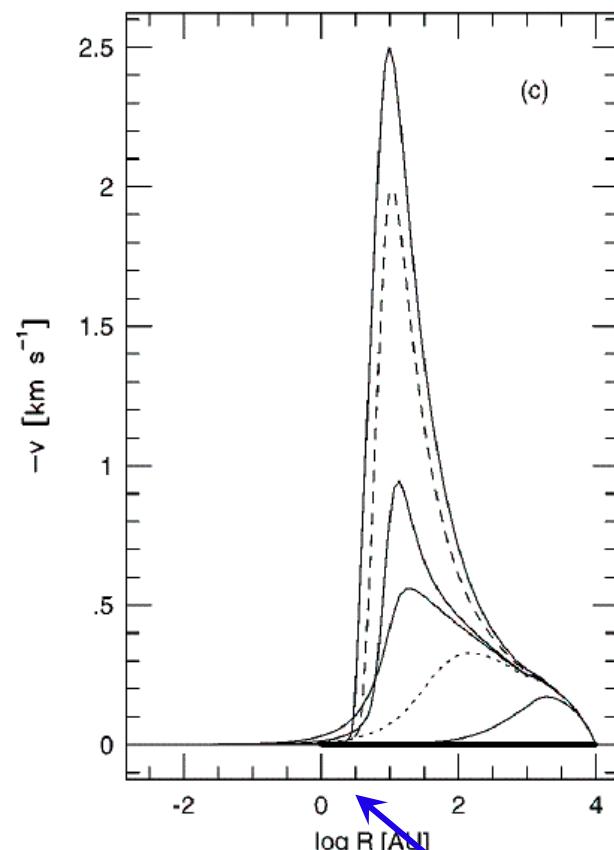
磁場は出番を待っている！

$\gamma < 4/3$ にならない限り重力収縮し続けない！

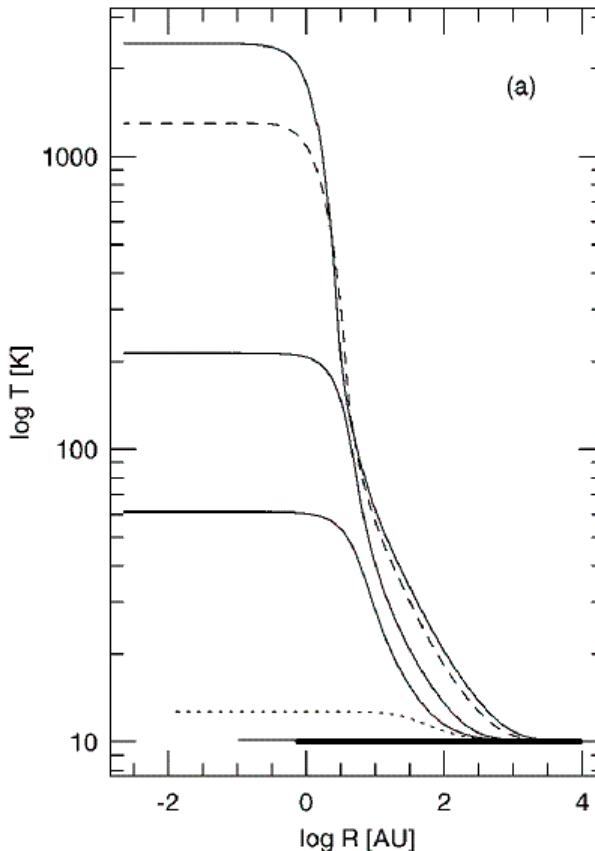
理想MHDでは、磁場と重力は拮抗したまま収縮！

第1収縮期 (First Coreの形成)

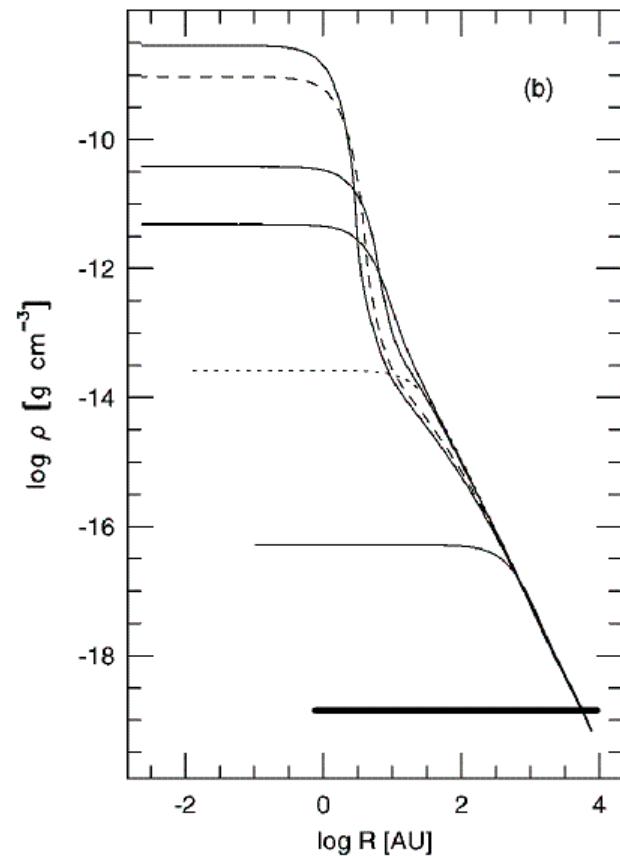
速度分布



温度分布



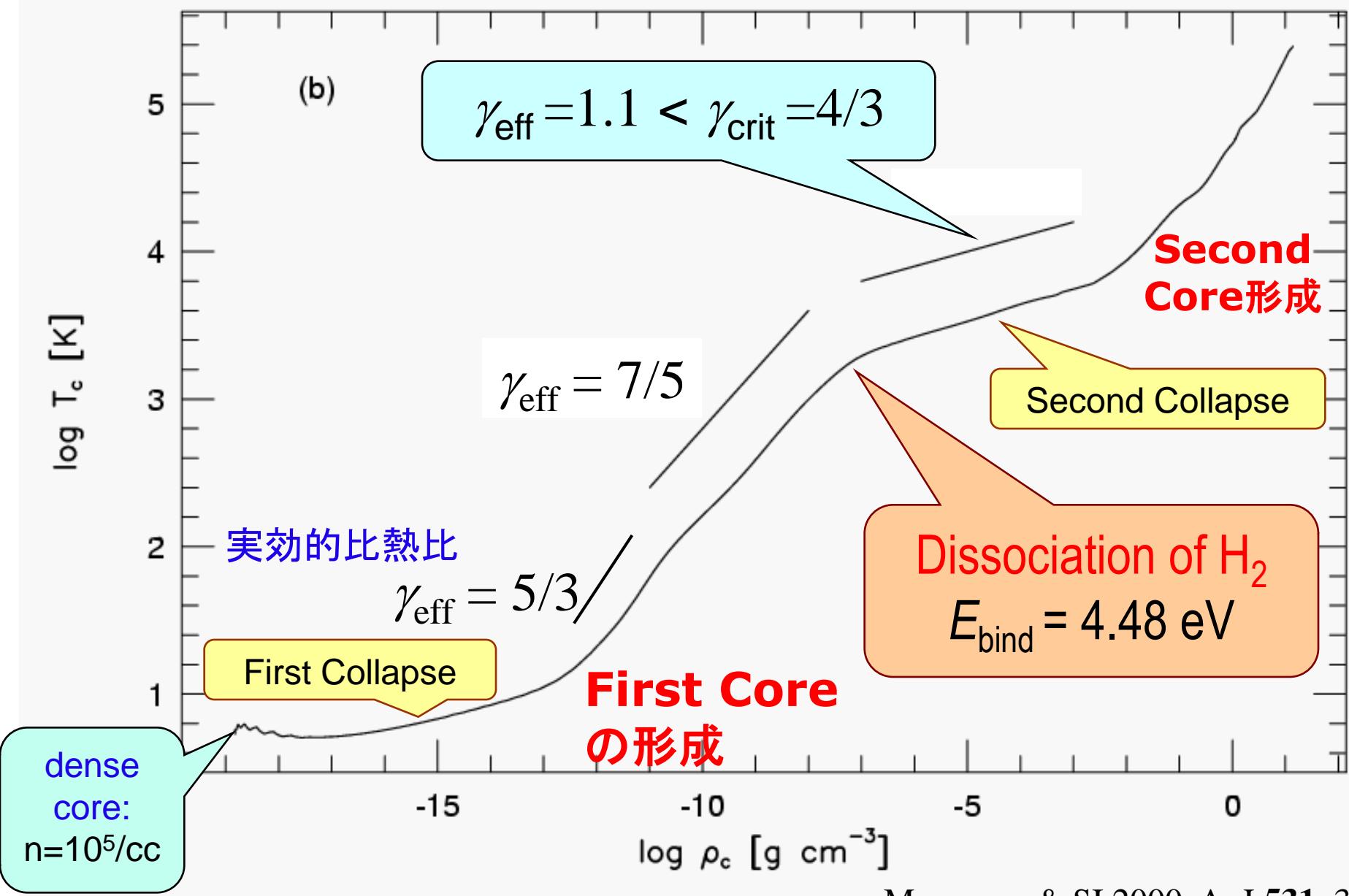
密度分布



First Core
の半径 $\sim 3\text{AU}$

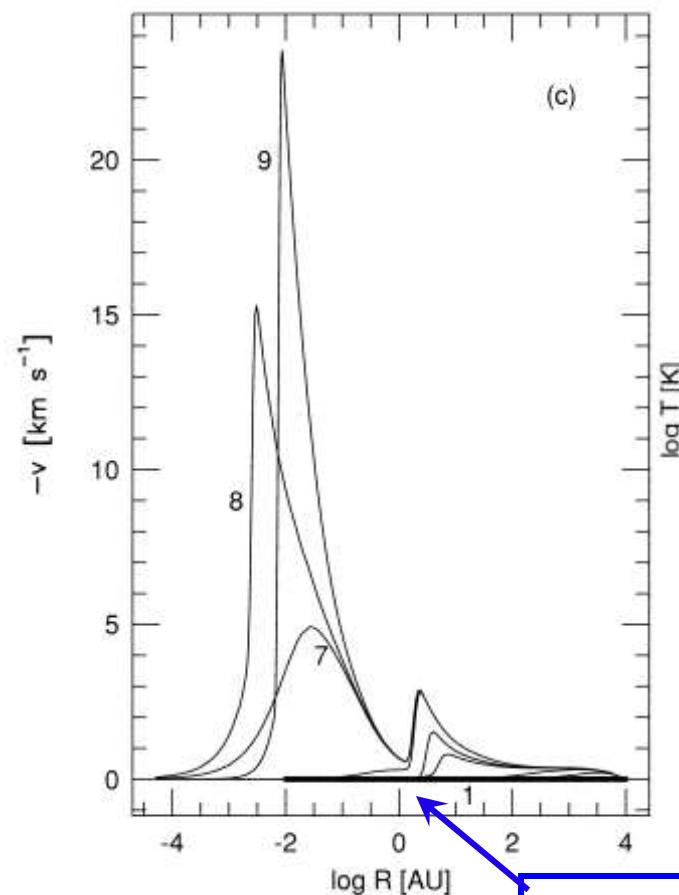
Run-Away Collapse

RHD: Temperature Evolution at Center

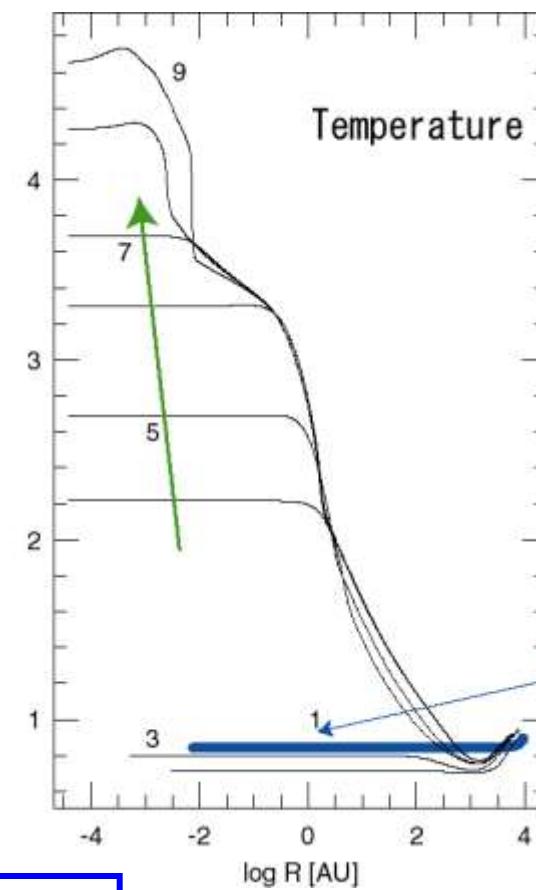


第2収縮の始まり

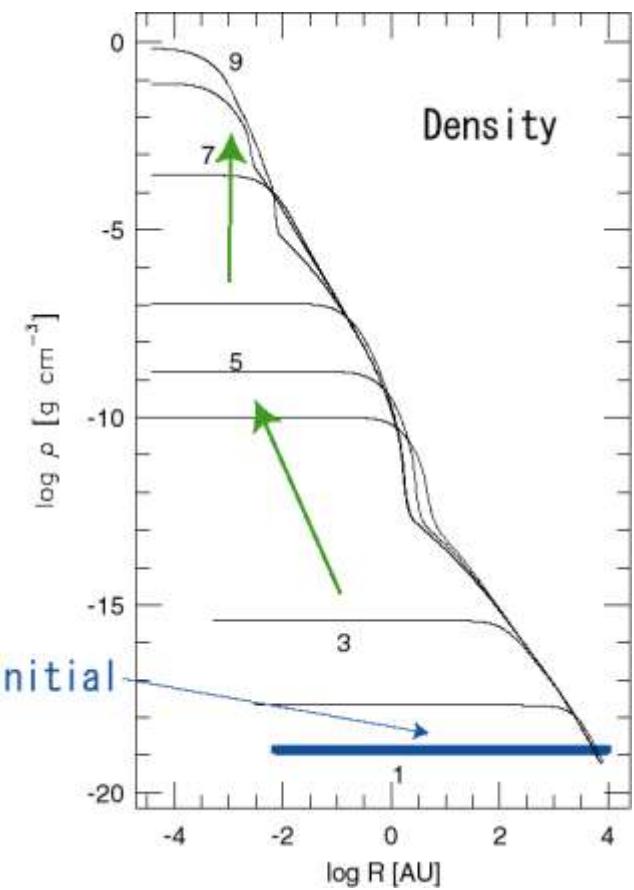
速度分布



温度分布



密度分布

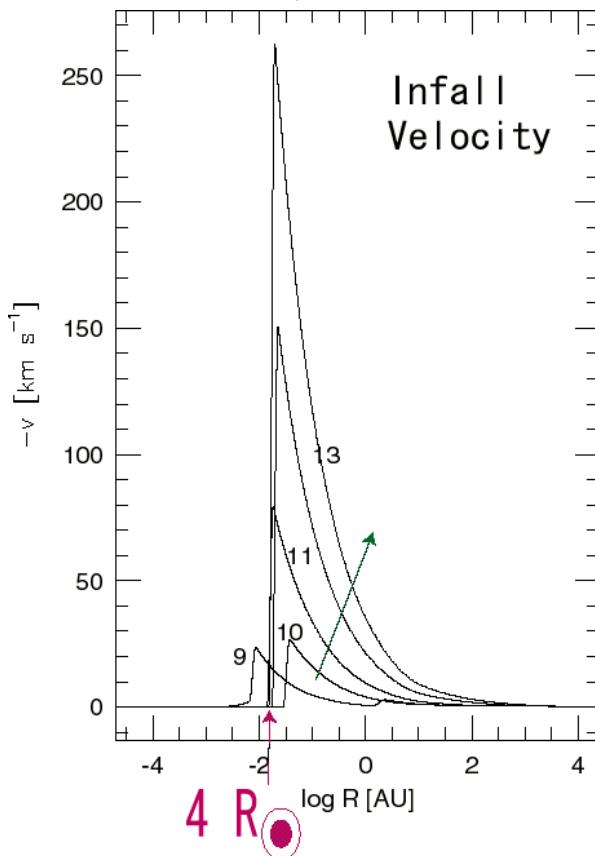


First Core
の半径

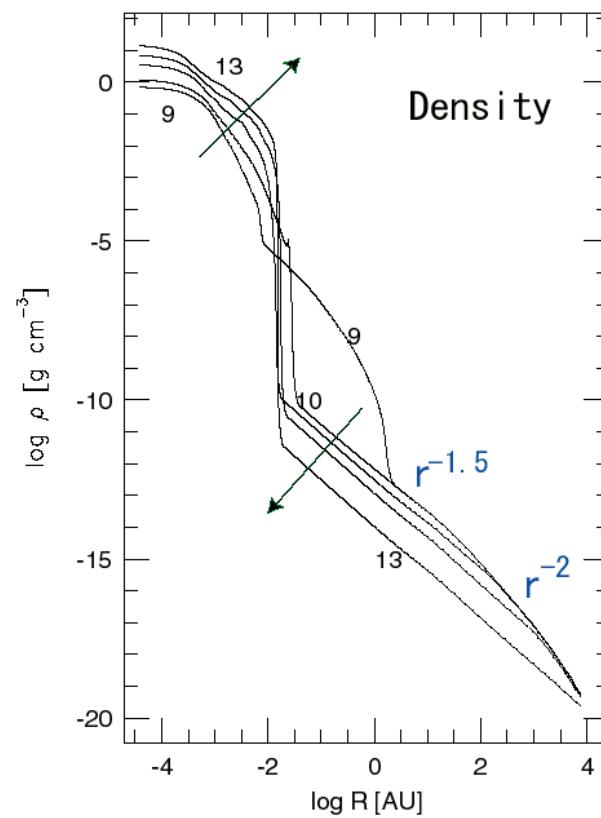
第2収縮期

水素分子の解離による収縮→原始星の形成

速度分布

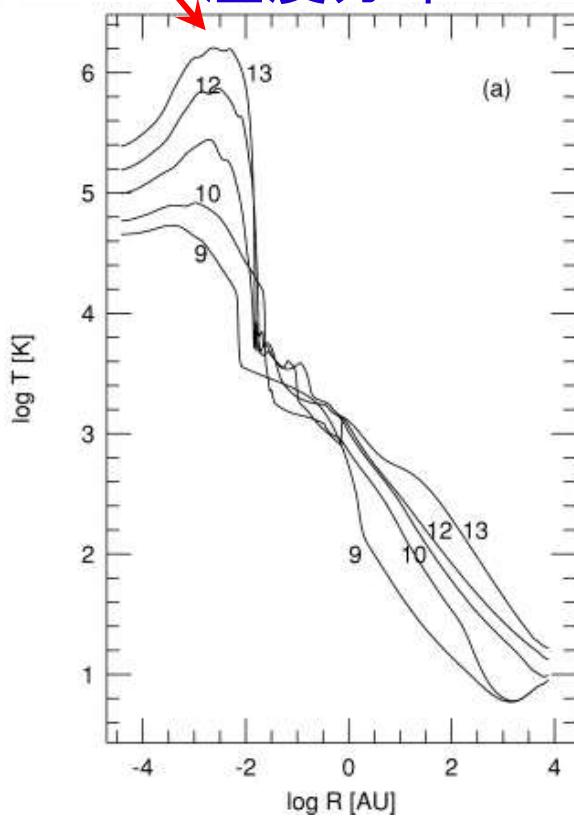


密度分布



重水素の燃焼

温度分布



First Core形成の役割

その寿命は 10^3 yr 程度しかないが,...

重要

1. 円盤状構造の形成
→ 重力的分裂と連星系形成へ
2. MHD outflow の駆動
→ 角運動量の放出(その結果 10^{-4} に)

First Coreの観測的発見

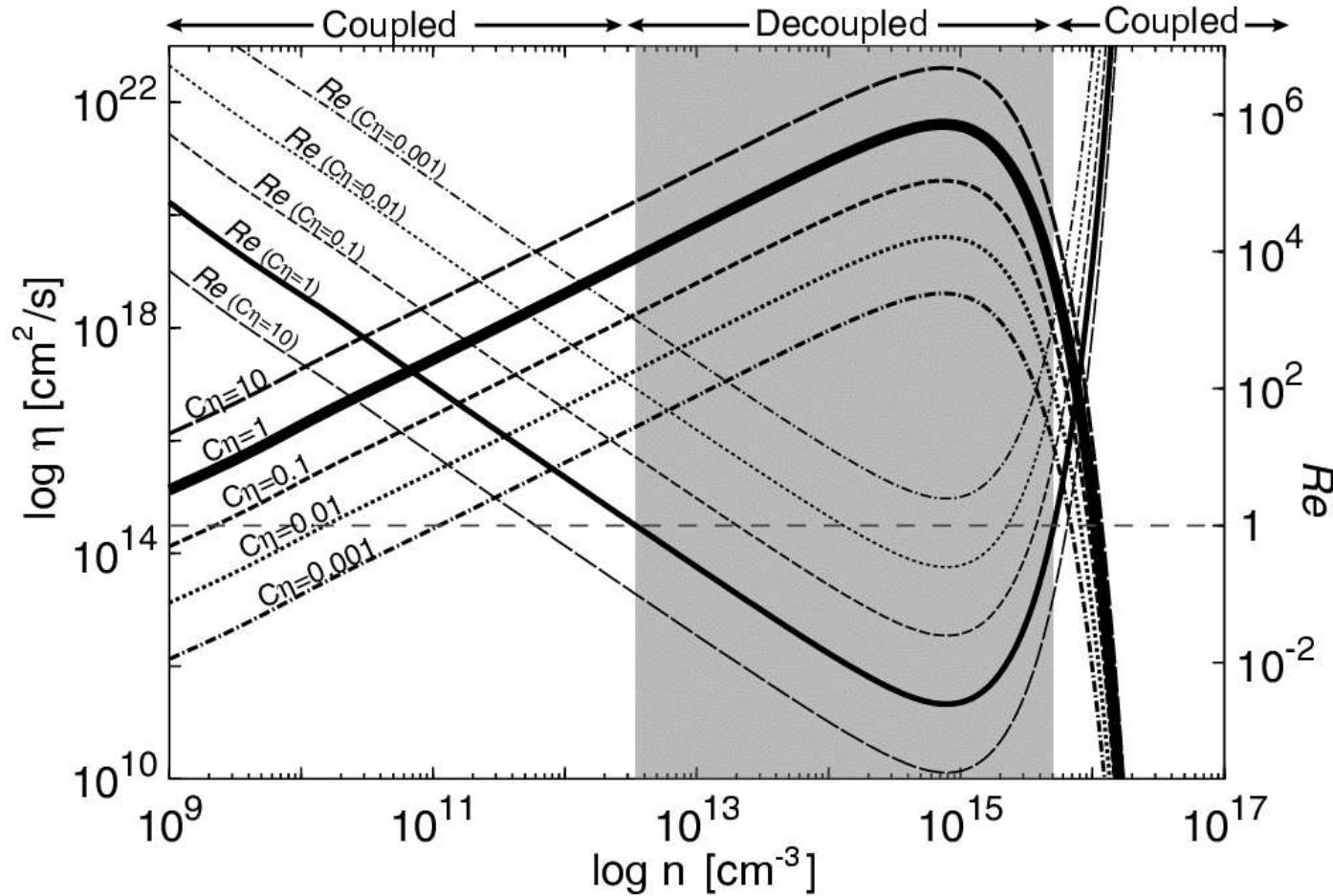
Chen et al. (2010) ApJ 715, 1344

Pineda et al. (2011) ApJ 743, 201

では、第2収縮以後の3D計算は？

History of Ionization Degree

Because of **uncertainty** of dust grain properties, we have parameterized resistivity.



Machida, SI,
& Matsumoto
(2007) ApJ
670, 1198

Changing resistivity results in different morphology of outflows.

非理想MHDの効果

Weakly Ionized Gas

- Low density...

Ambipolar Diffusion

- Intermediate...

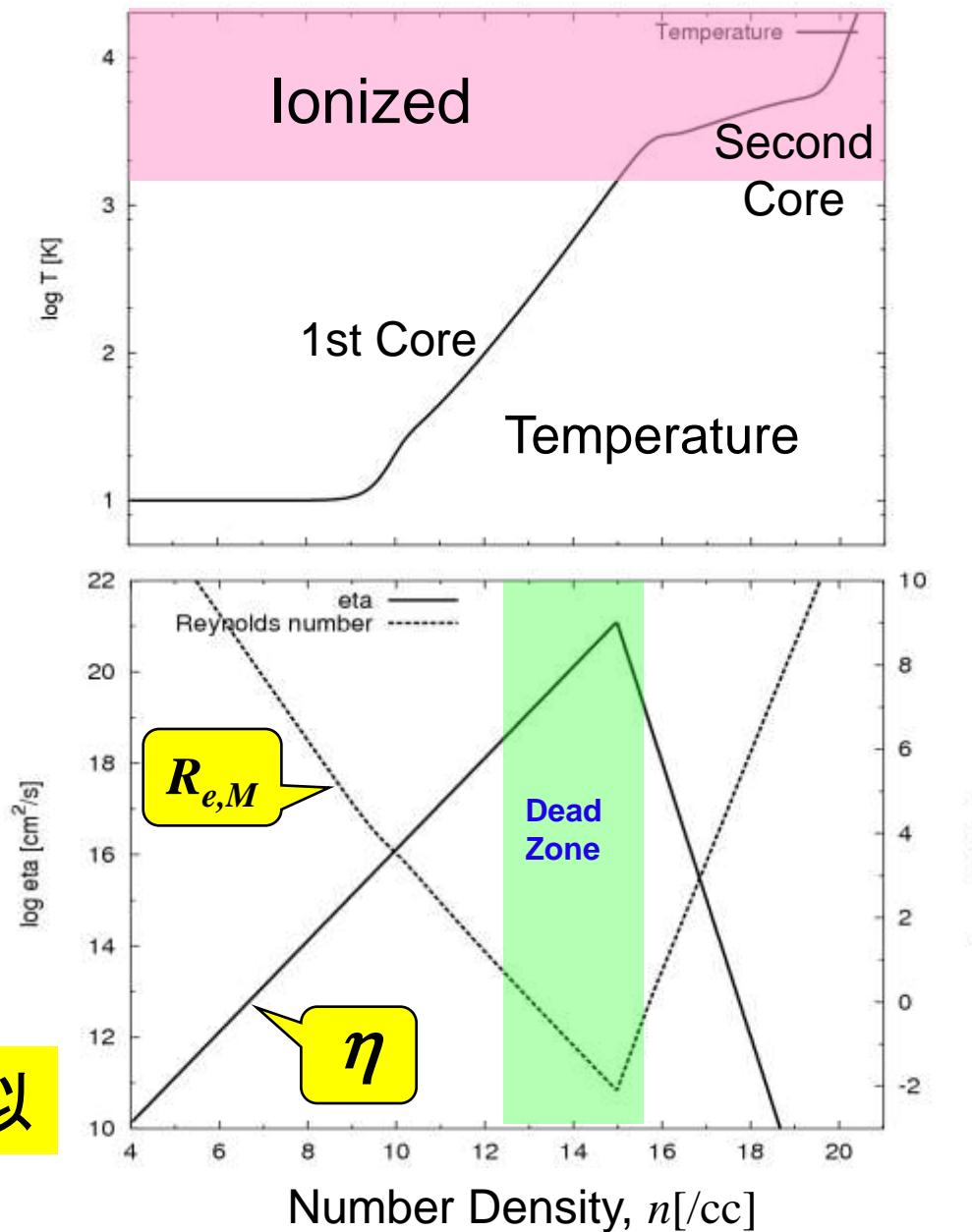
Hall Current Effect

- High density...

Ohmic Dissipation

e.g., Nakano, Mouchouvias,
Wardle, etc.

太陽彩層での物理との類似



第一段階: Outflow driven from the first core

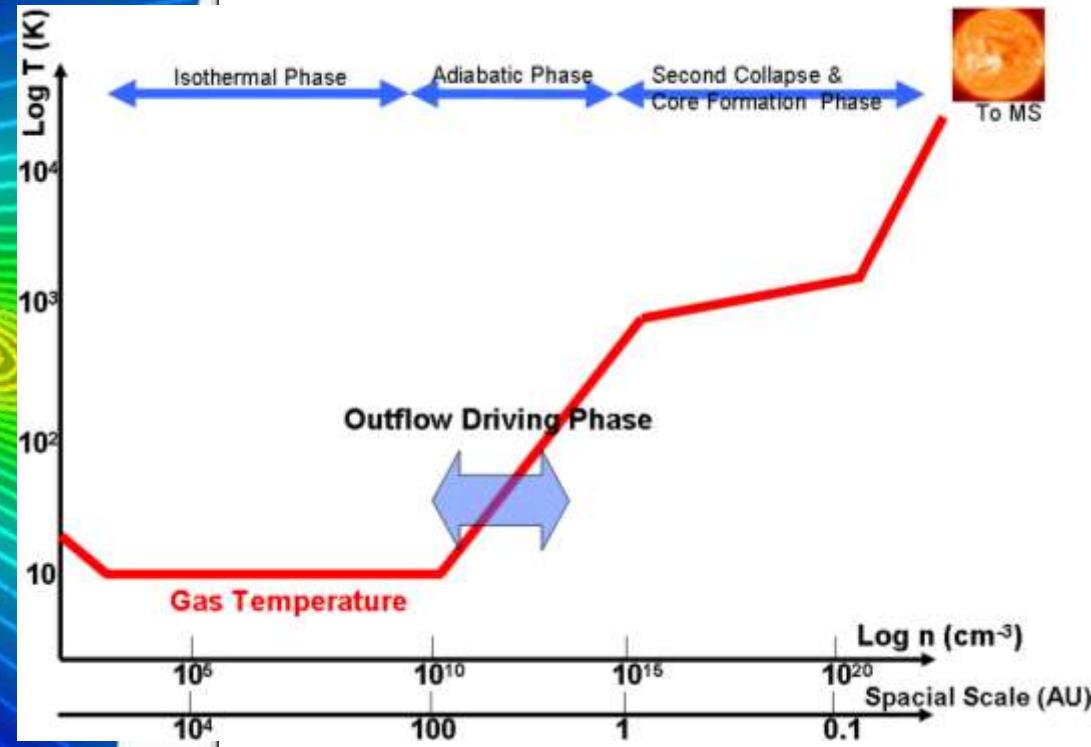
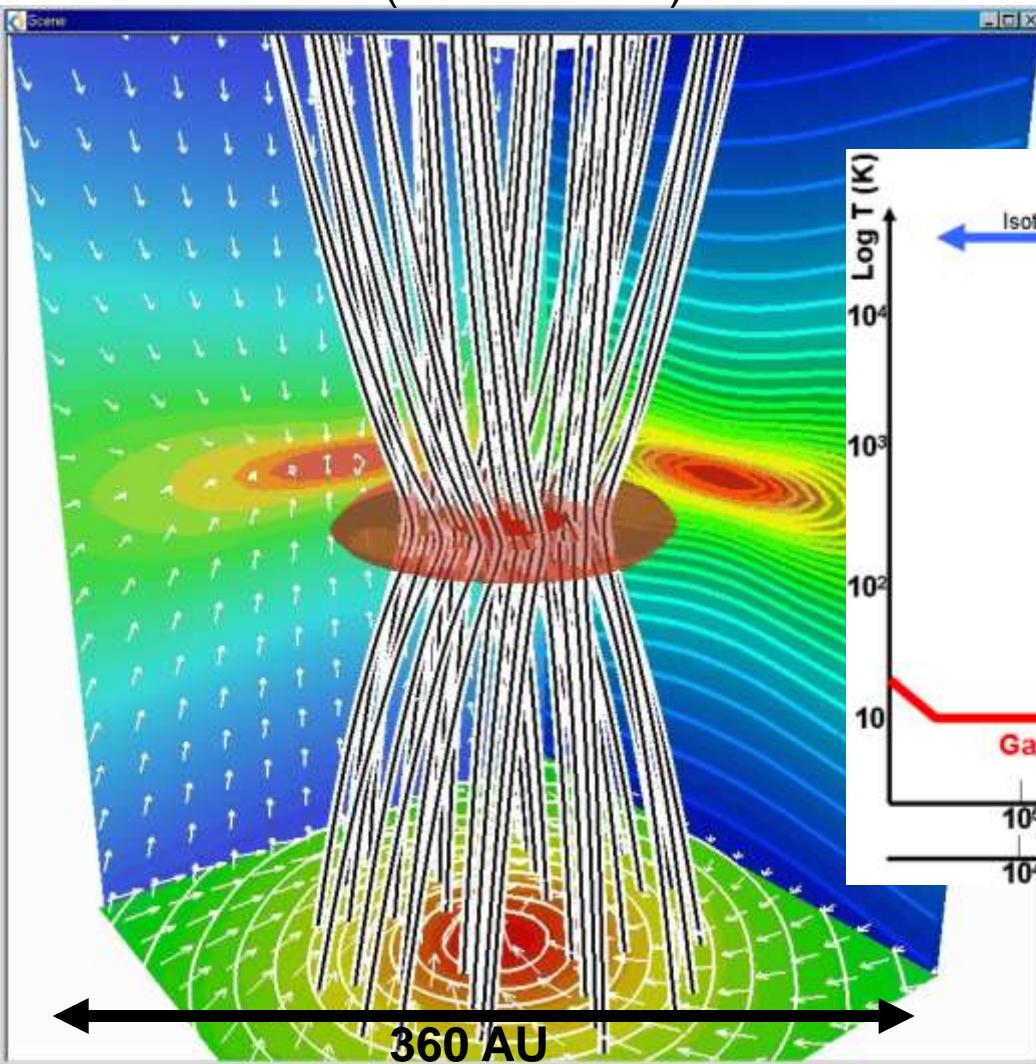
The evolution of the Outflow around the first core

➤ This animation start after the first core is formed at $n \sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

Model for
 $(\alpha, \omega) = 1, 0.3$

Grid level $L=12$ (Side on view)

Grid level $L=12$ (Top on view)



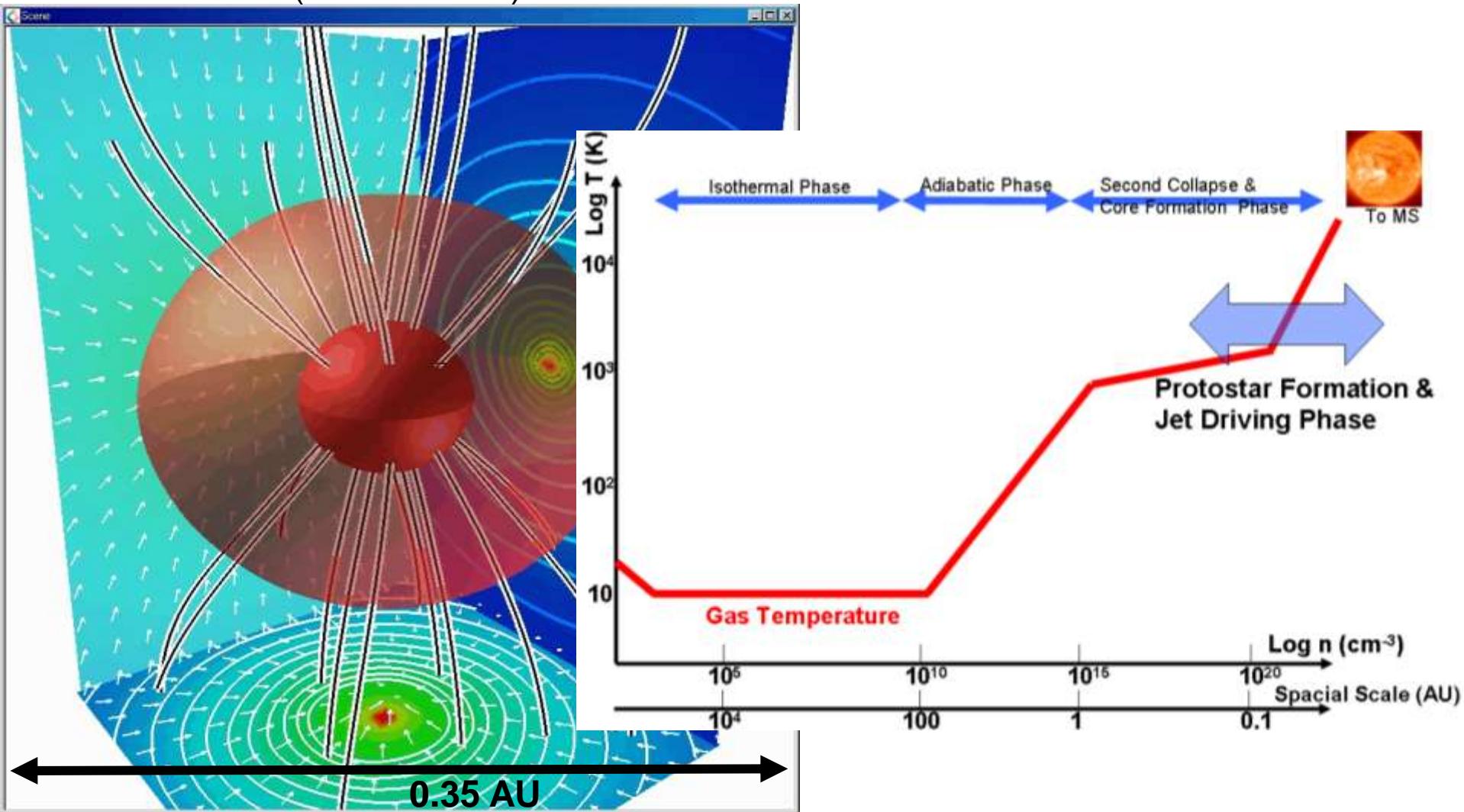
第2段階: Jet driven from the protostar

The evolution of the Jet around the protostar

➤ This animation start before the protostar is formed at $n \sim 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

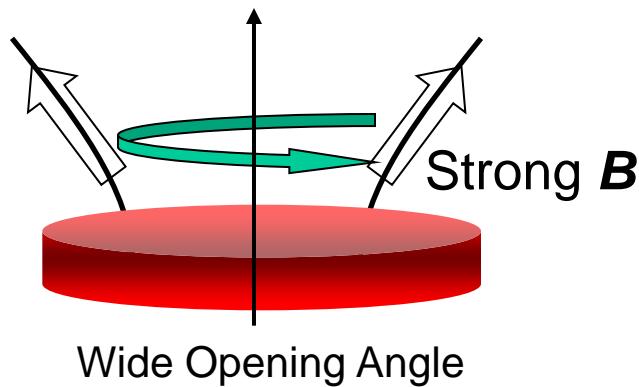
Model for
 $(\alpha, \omega) = 1, 0.003$

Grid level $L=21$ (Side on view)



駆動メカニズムの違い

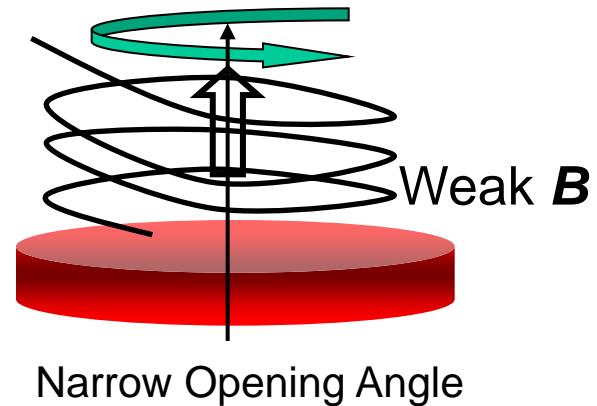
Magnetocentrifugally driven Wind



outflow around first core

$$B_r \approx B_z \approx B_\phi$$

Magnetic Pressure driven Wind



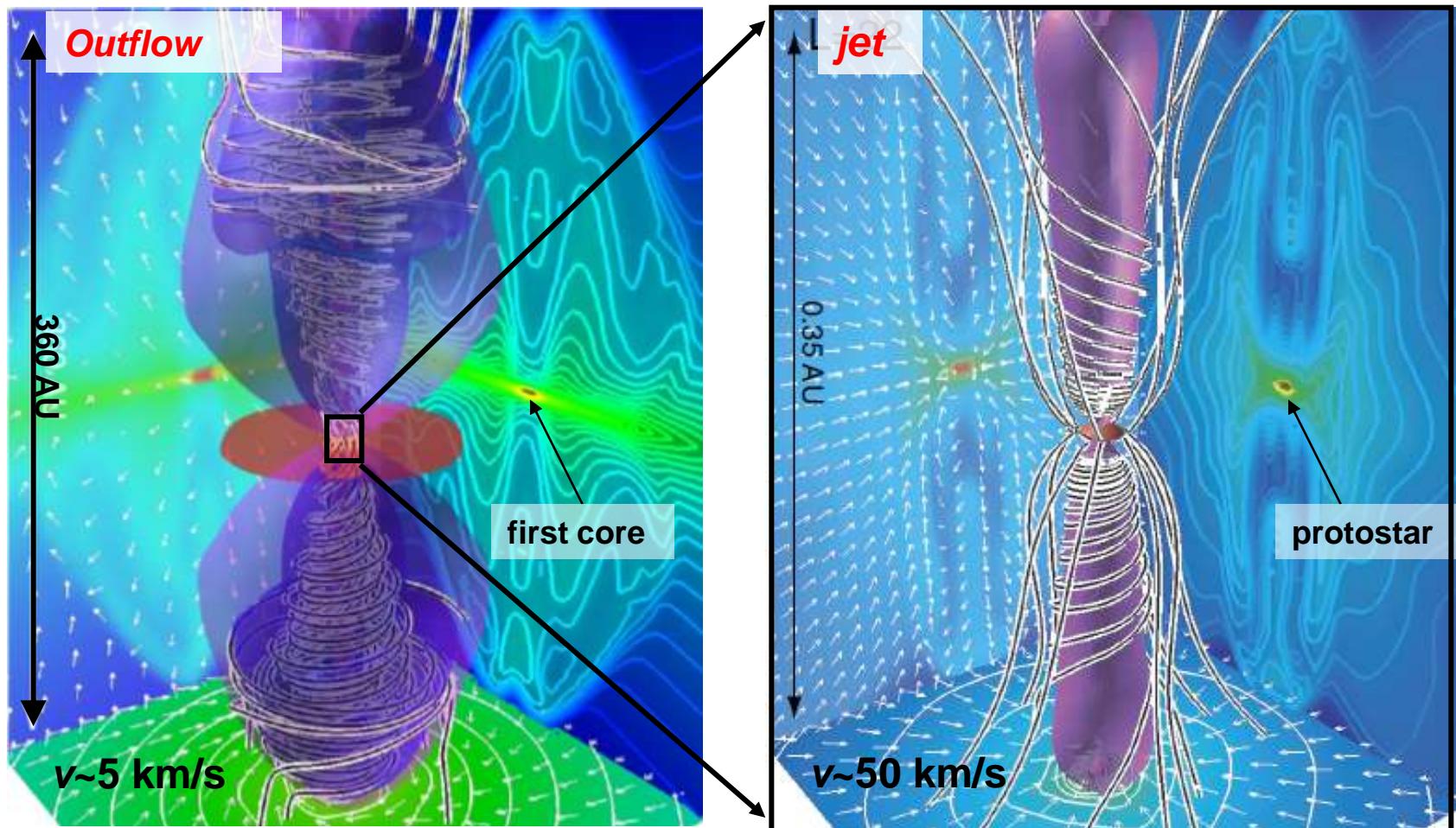
jet around protostar

$$B_z \ll B_\phi$$

Good Collimation!

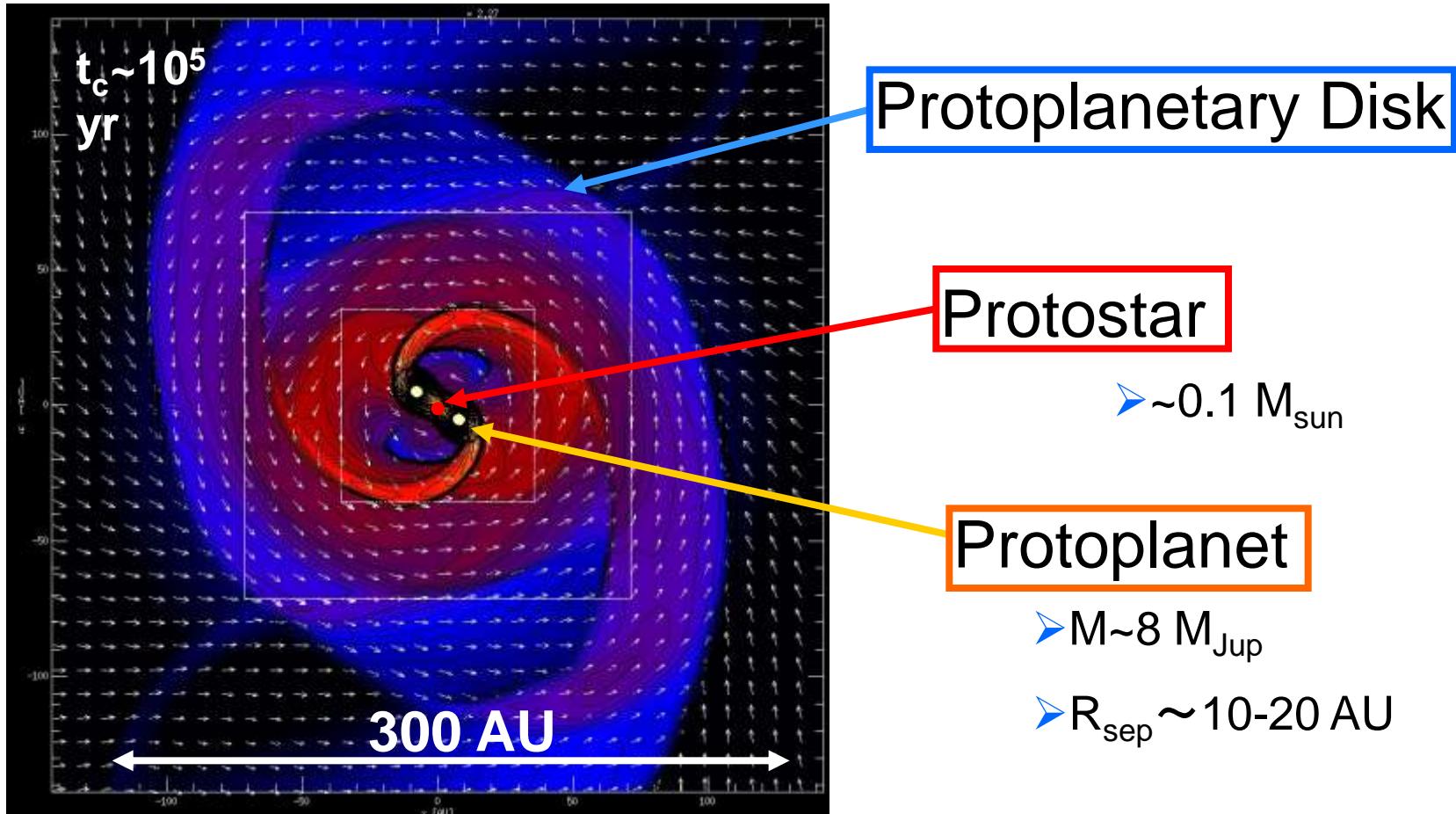
愚直な計算の賜物

円盤形成期は？



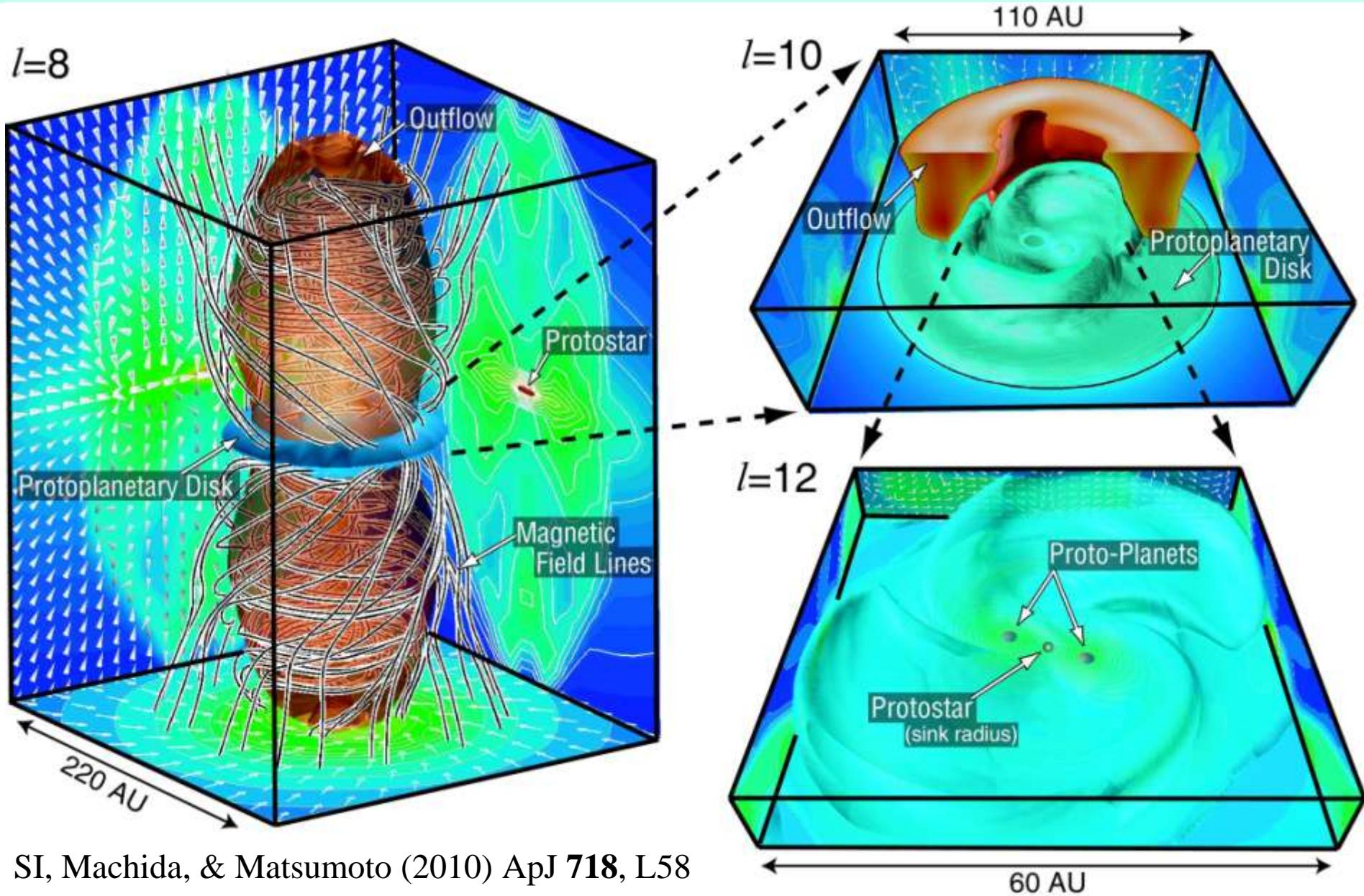
星形成過程は惑星形成の舞台を決める！

Formation of Planetary Mass Companions in Protoplanetary Disk



Machida, SI, Matsumoto (2009)

Resistive MHD Calc. 分子雲コアから惑星へ



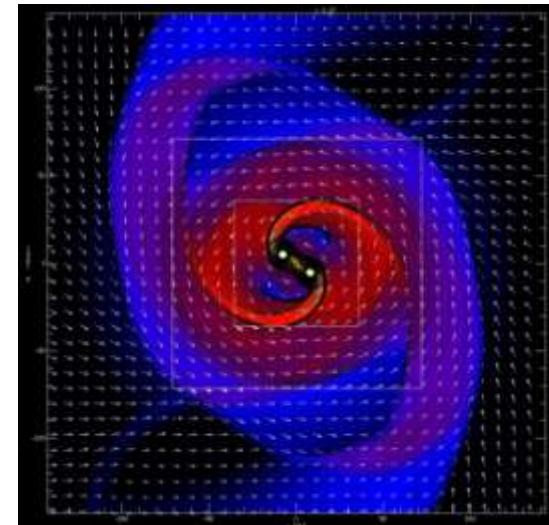
Formation & Evolution of Discs

Further Evolution of Protostars

- = Accretion of Gas from the envelope &
Gas Accretion through the Discs

Early Phase

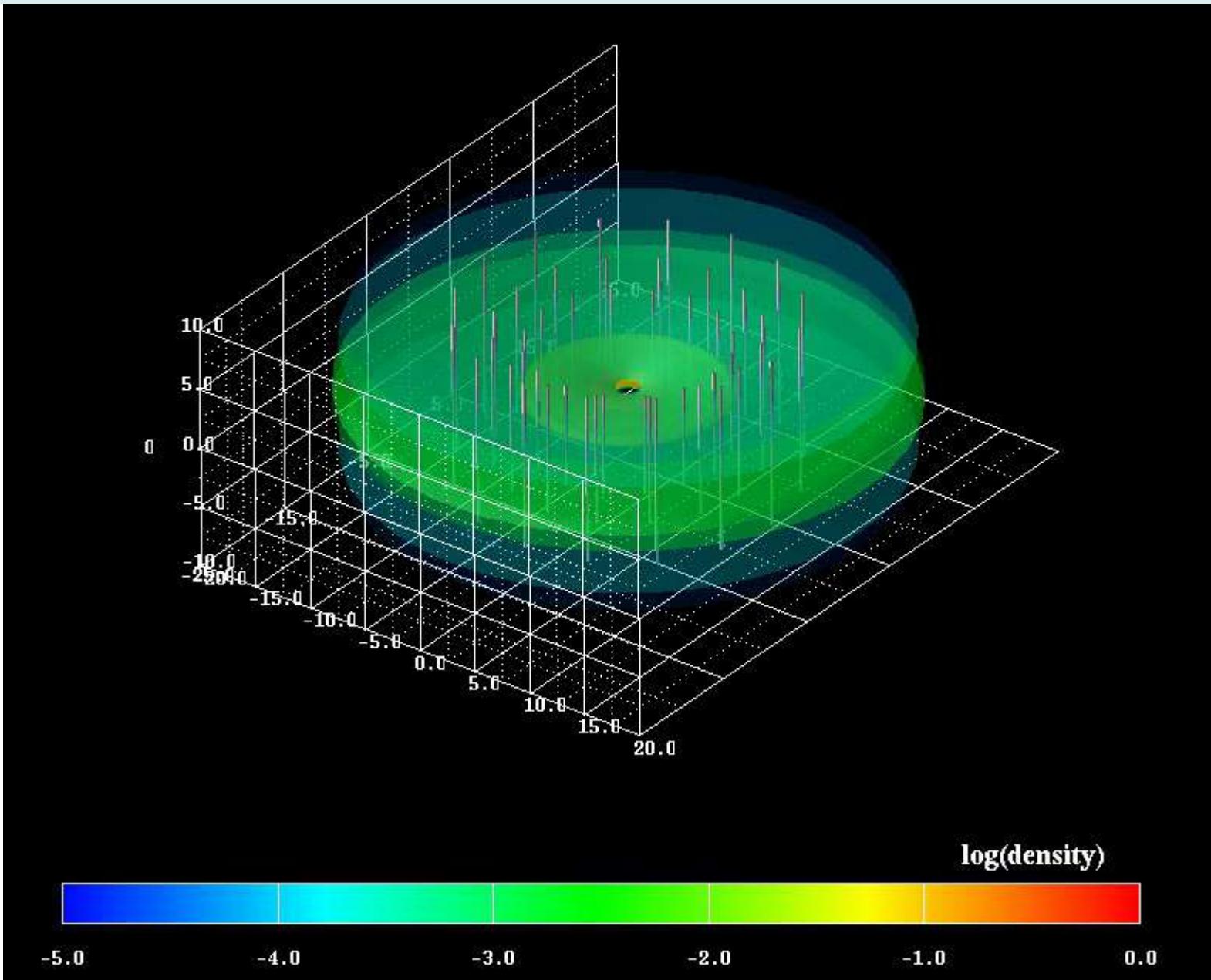
Rapid Gas Accretion due to
Gravitational Torque of
“m=2” Spiral Mode



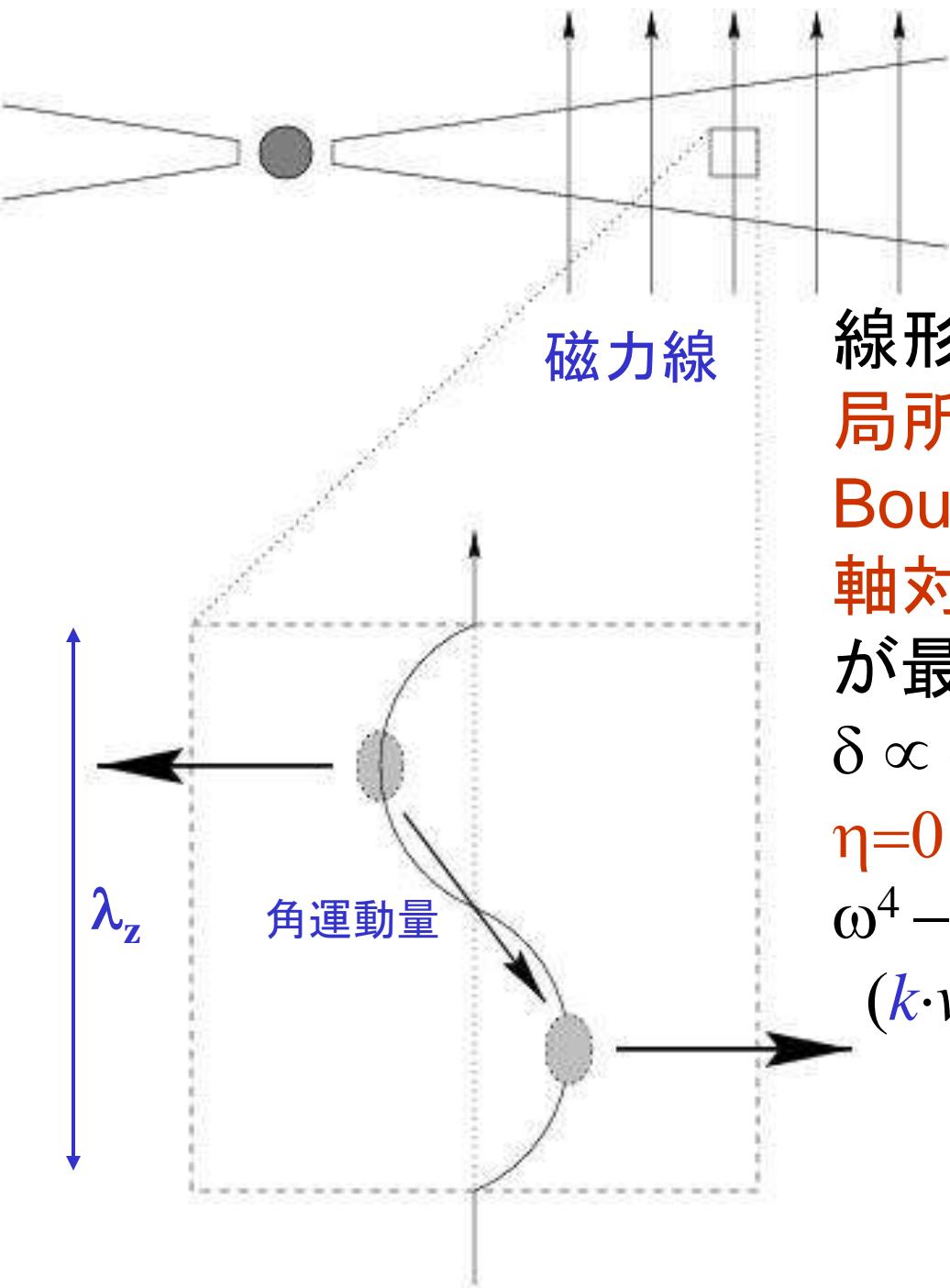
Later Phase

Slow Accretion due to Magnetorotational Instability
Velikhov 1959, Chandrasekhar 1961, Balbus & Hawley 1991

Global Disk Simulation



磁気回転不安定性 MRI



線形解析:
局所近似(円盤の曲率無視)

Bousinesq近似

軸対称かつ、 $k_x=0$ のモード
が最も不安定

$$\delta \propto e^{i(kz + \omega t)}, \quad k = 2\pi/\lambda_z$$

$\eta=0$ の場合の分散関係式

$$\omega^4 - \omega^2 [\kappa^2 + 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_A)^2] + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_A)^2 [(\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_A)^2 + R d\Omega^2/dR] = 0$$

Balbus & Hawley 1991

$K_s = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_A)^2$ のばねと等価

不安定性のメカニズムの簡単な説明

ほぼ等価なモデル

ばね定数: $K_s = (k v_A)^2$ のばねで二つの質点をつなぐ

$$\ddot{x} - 2\Omega \dot{y} = -xR \frac{d\Omega^2}{dR} - K_s x$$

$$\ddot{y} + 2\Omega \dot{x} = -K_s y$$

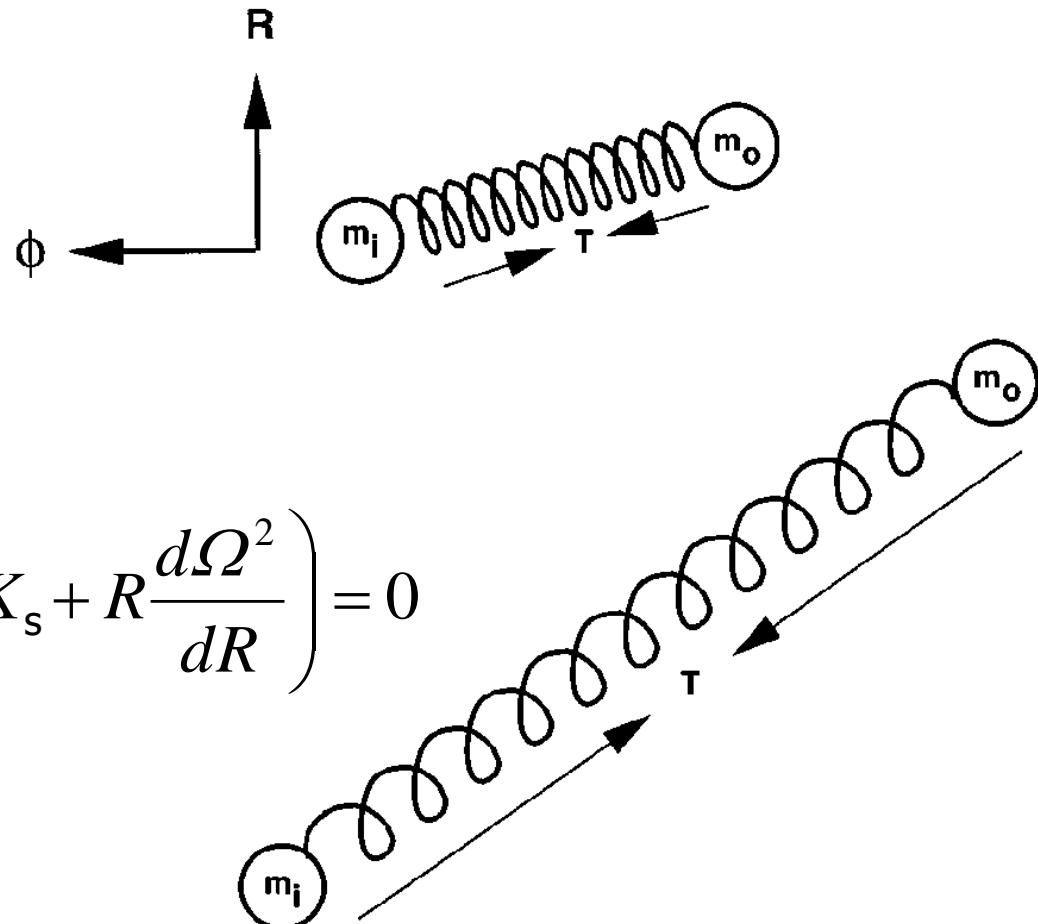
$$\rightarrow \omega^4 - \omega^2 \left(\kappa^2 + 2K_s \right) + K_s \left(K_s + R \frac{d\Omega^2}{dR} \right) = 0$$

If $K_s = (k v_A)^2$, this is equiv. to

$$\omega^4 - \omega^2 [\kappa^2 + 2(k \cdot v_A)^2] +$$

$$(k \cdot v_A)^2 [(k \cdot v_A)^2 + R d\Omega^2/dR] = 0$$

ほど良い強さのバネが最も不安定



磁気回転不安定性の特徴

理想MHDでは
線形成長率：

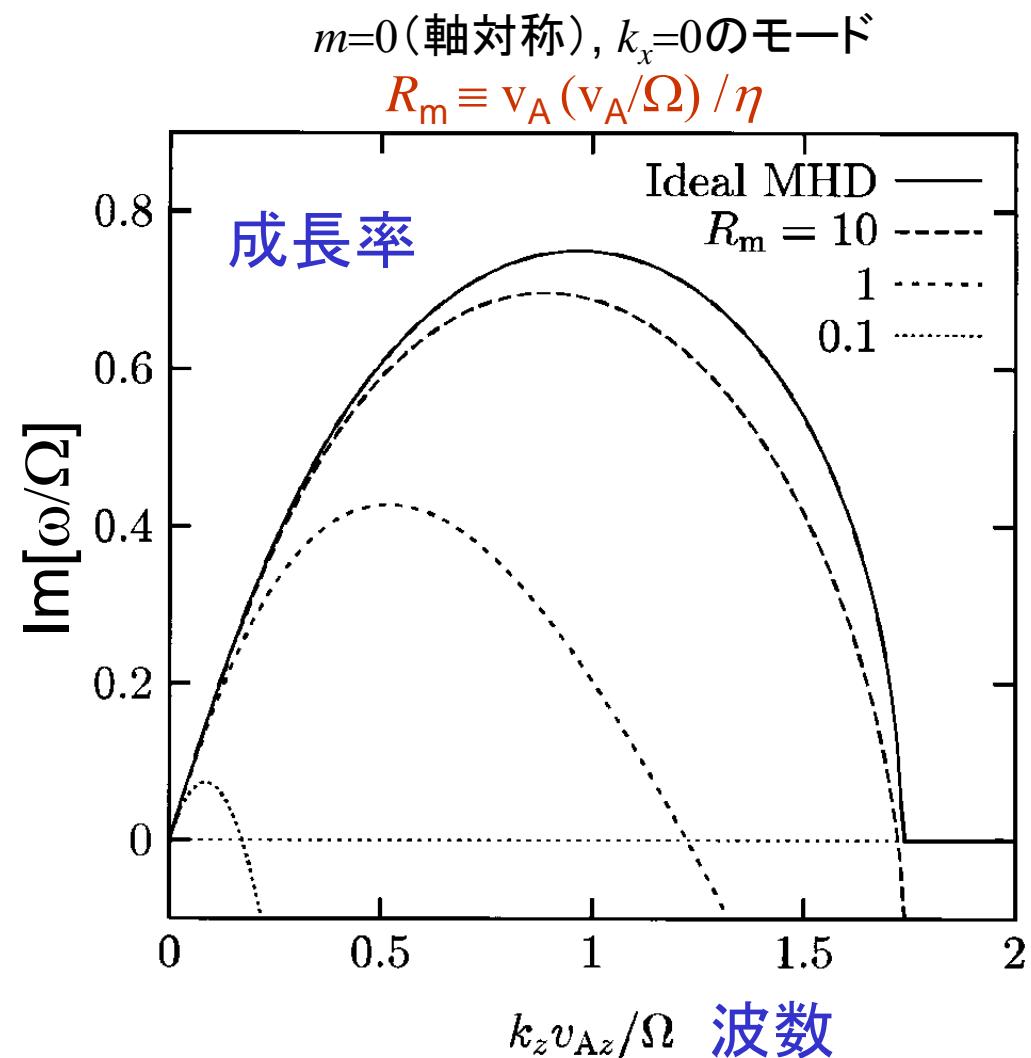
$$\omega_{\max} \approx (3/4) \Omega_{\text{kepler}}$$

微弱な磁場から指数
関数的に成長

Kinematic Dynamoは
駄目

$$\lambda_{\max} \approx v_a / \Omega$$

- inverse cascade
- 計算家には幸運



Basic Eq.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla \left(P + \frac{\vec{B}^2}{8\pi} \right) - \frac{1}{4\pi\rho} \left(\vec{B} \cdot \nabla \right) \vec{B} + \nabla \Phi = 0$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) = \eta \nabla^2 \vec{B}$$

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \frac{\eta}{4\pi} \left(\nabla \times \vec{B} \right)^2$$

No Cooling!

where,

d/dt : Lagrangian Derivative

Φ : Gravitational Potential

η : Magnetic Diffusivity

s : Enthalpy per Unit Mass

Parameters

The System is Characterized by Two Parameters

1. Plasma β : Strength of the Uniform Vertical Fields

$$\beta_{\text{init}} = \frac{P_0}{B_0^2/8\pi}$$

2. Magnetic Reynolds Number: The Efficiency of Magnetic Dissipation

Lundquist
Number

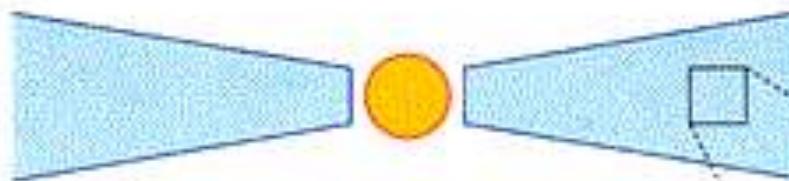
$$R_{m,\text{init}} = \frac{VL}{\eta} = \frac{v_{A0}(v_{A0}/\Omega)}{\eta}$$

$v_{A0} = B_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$: Alfvén velocity

v_{A0}/Ω : Most unstable wavelength of MRI

MHD Simulations including Ohmic Dissipation

A Keplerian Disk + Uniform Vertical Fields B_0



On the Flame
Rotating with Local
Angular Velocity Ω

Local Approximation:

Box < Disk Thickness H

Density ρ_0 , Pressure P_0 ,

Magnetic Diffusivity η are Uniform

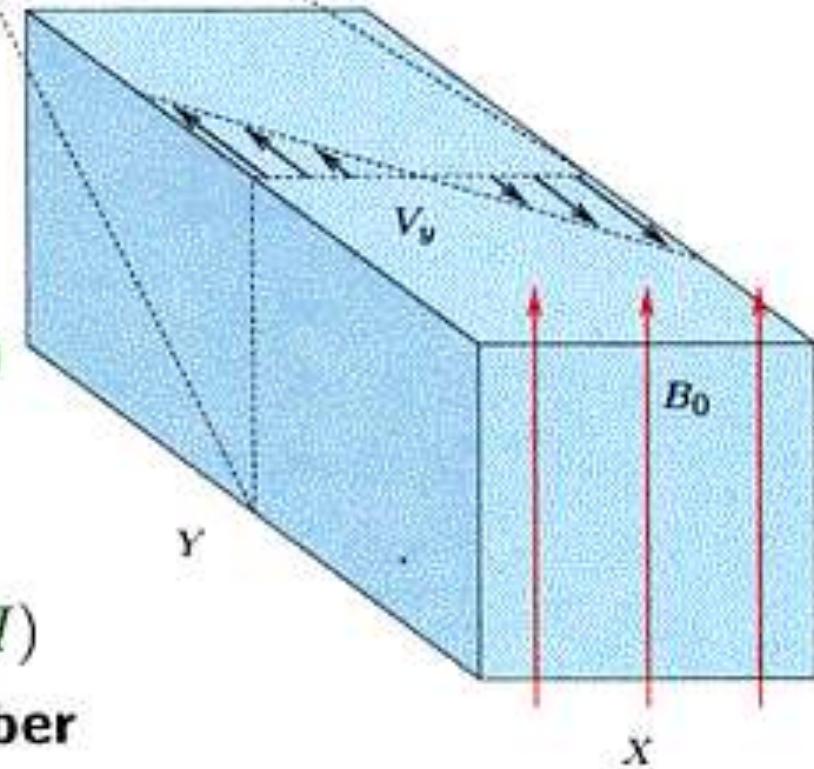
Boundary Conditions: Periodic

Size: $(x, y, z) =$

$$(0.5H, 2H, 0.5H) \sim (2H, 8H, 2H)$$

= (64, 256, 64): Grid Number

2nd-order Godunov Method + MoC CT



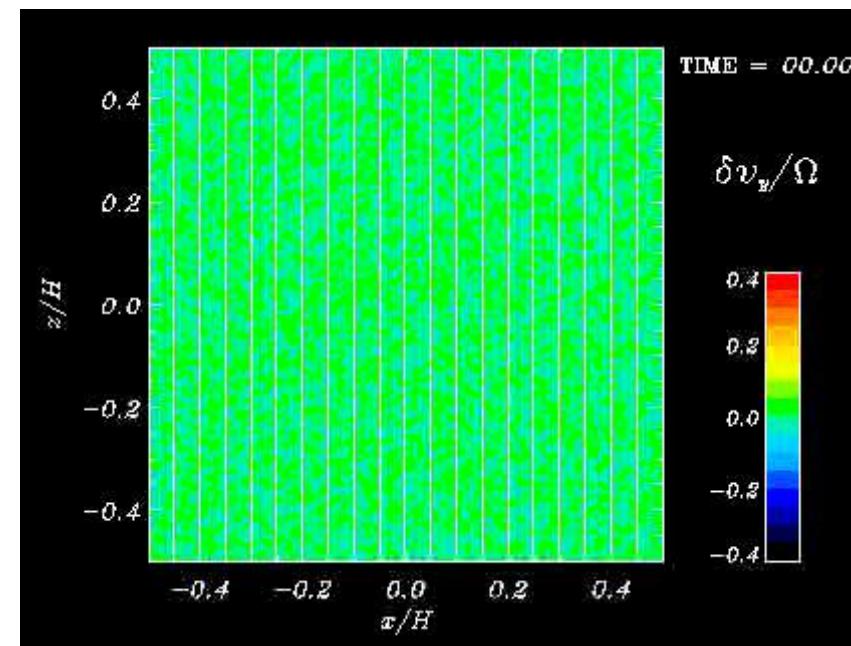
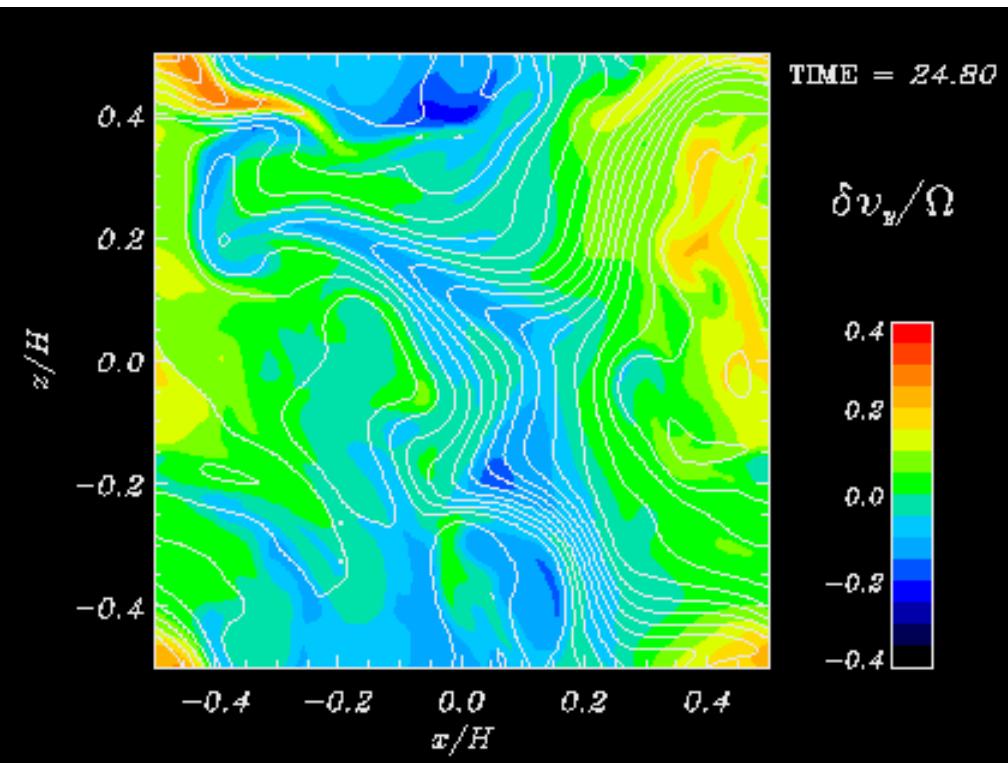
軸対称2D計算

磁気レイノルズ数 R_m が小さい場合

ほぼ一様に見えるような乱流状態

Sano, SI & Miyama (1998) ApJ **506**, L57

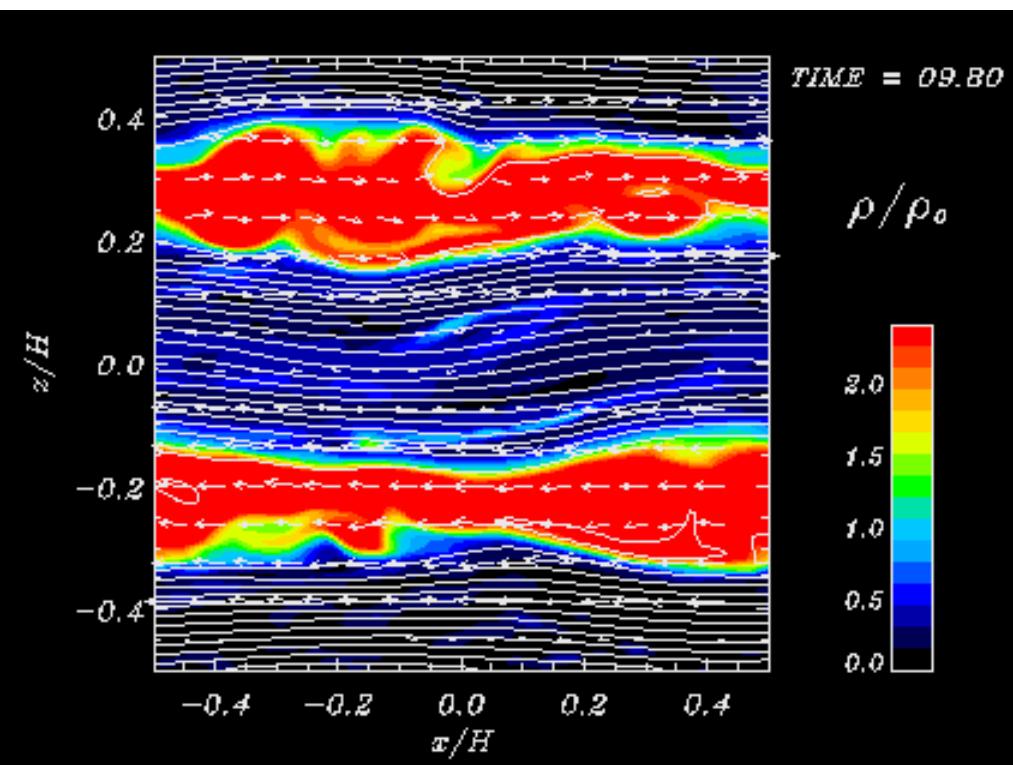
$$\beta_0 = 3200, R_m = 0.5$$



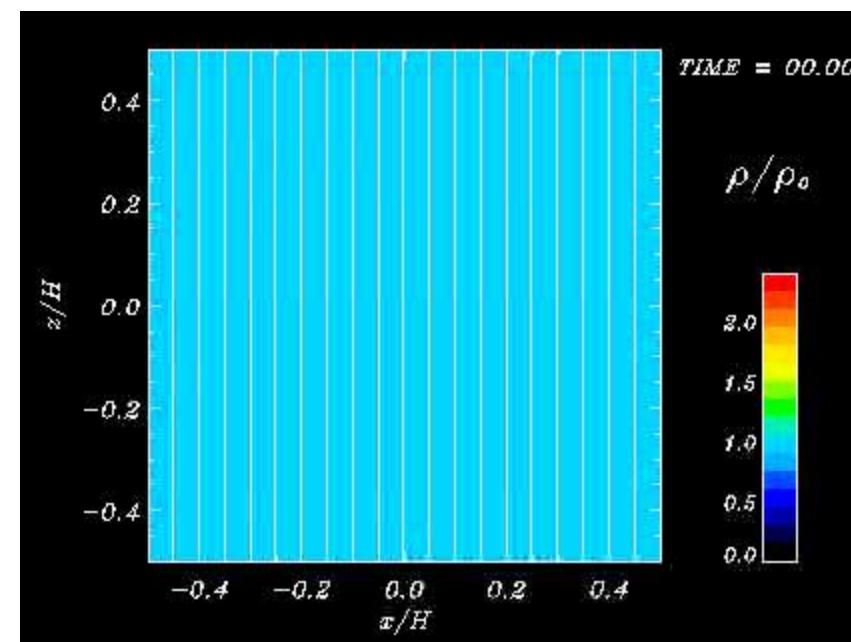
軸対称2D計算

磁気レイノルズ数 R_m が大きい場合

線形不安定の固有関数がほぼそのまま振幅を
限りなく増大する。(Channel Flowの成長)



$$\beta_0 = 3200, R_m = 1.5$$

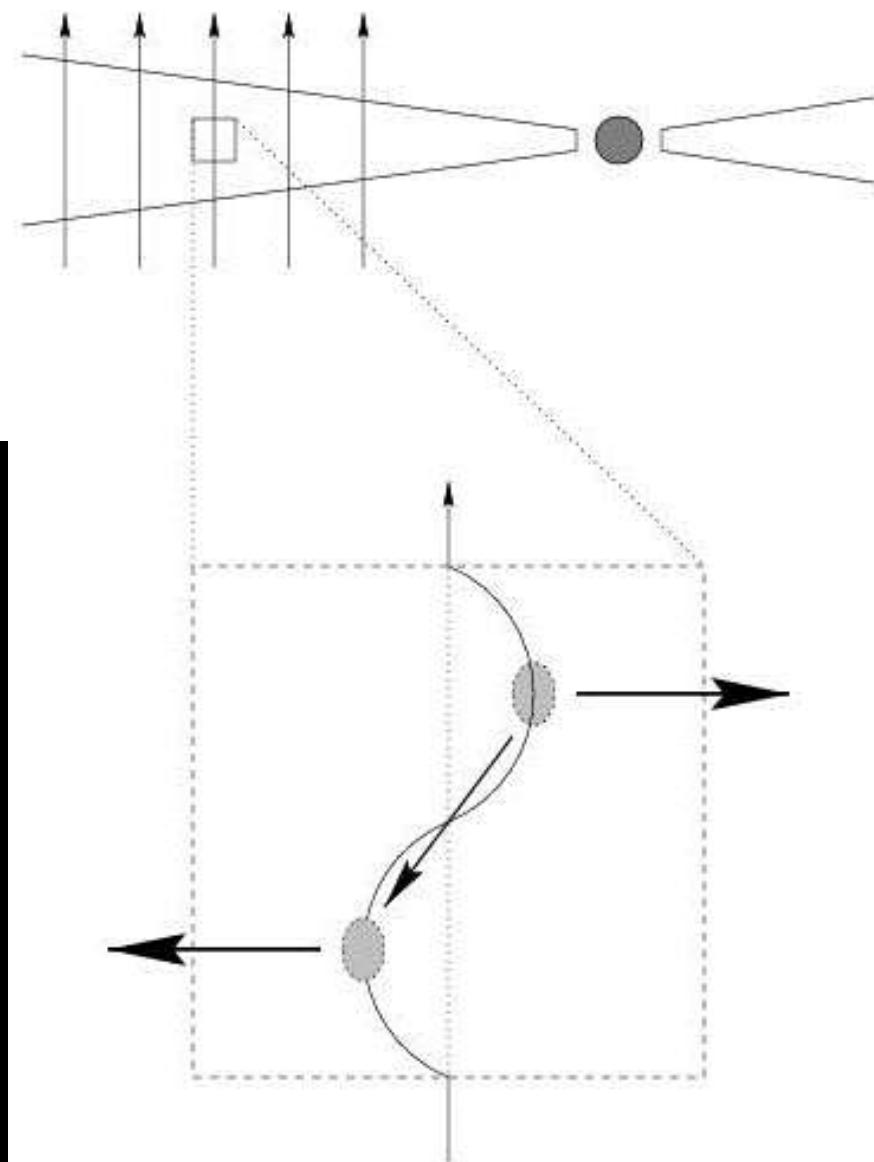
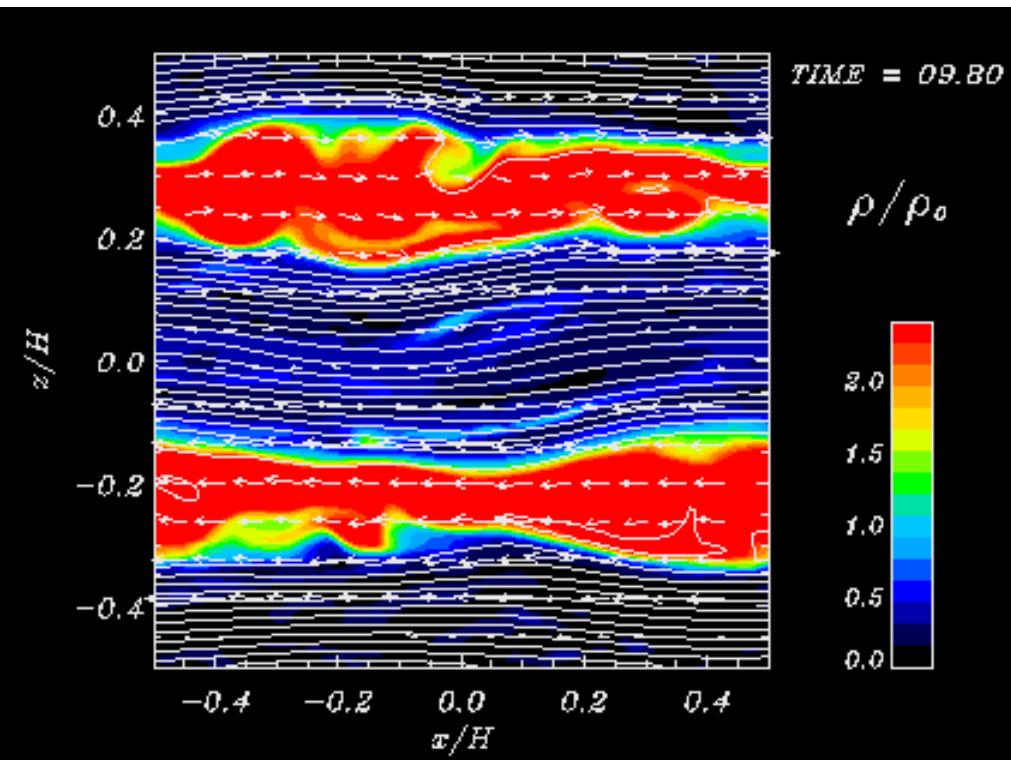


2D Axisymmetric Calculation

$R_M > 1$

simple growth of the most unstable mode

⇒ Channel Flow... indefinite growth of B

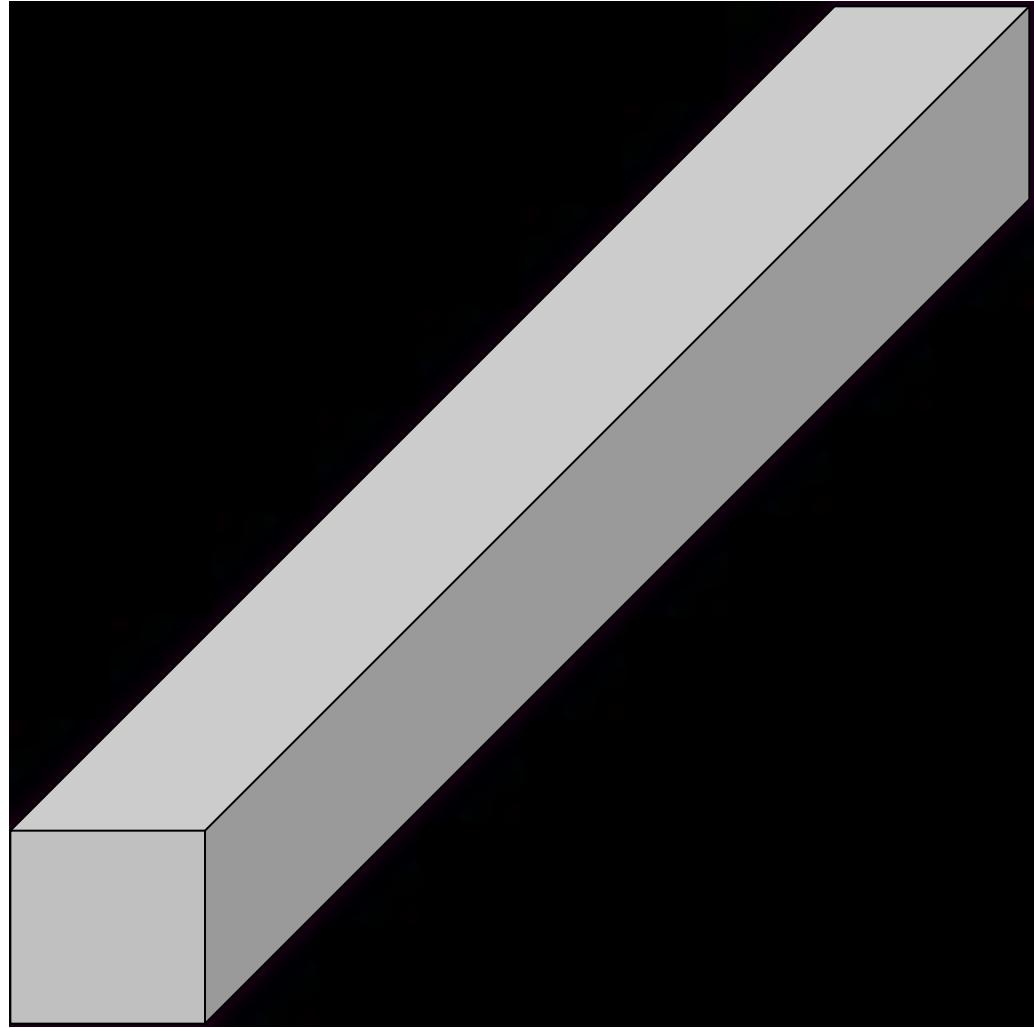
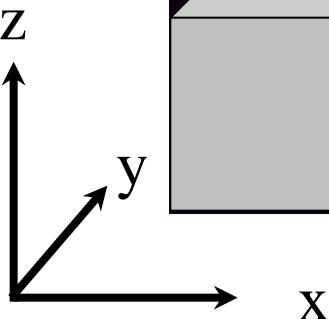


3D非線形進化

磁気レイノルズ数
 R_m が大きい場合

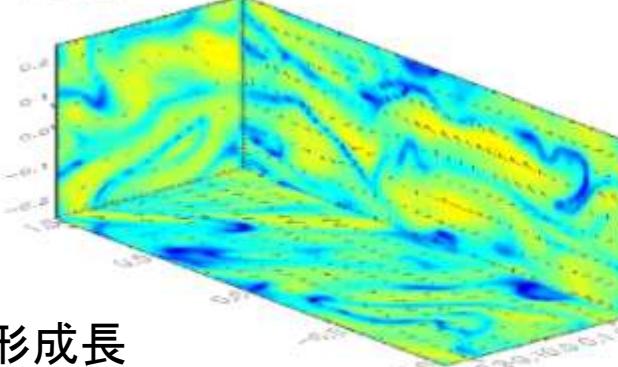
2Dでは壊れなかつた
Channel Flow が非軸
対称モードで壊される。

飽和する！

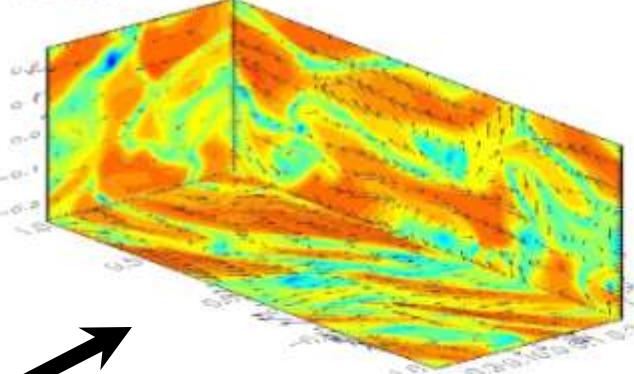


典型的な進化の様子 $Re_M > 1$

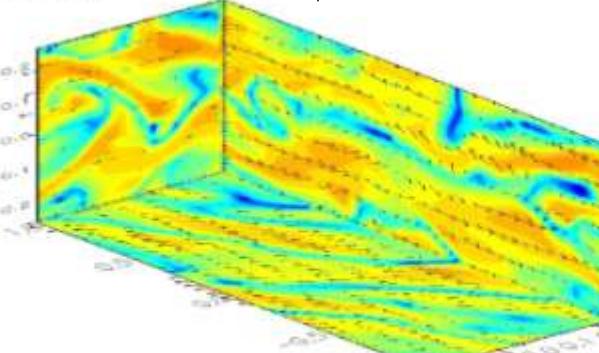
$t = 8.20$



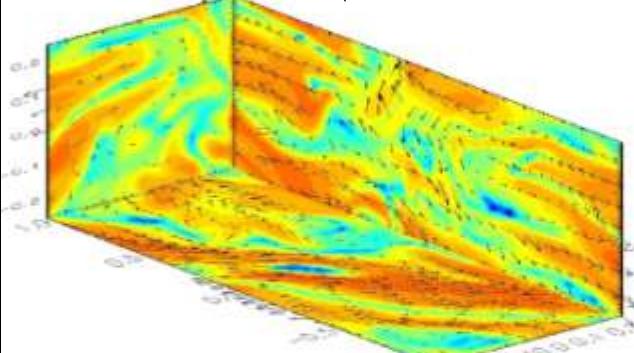
$t = 9.00$



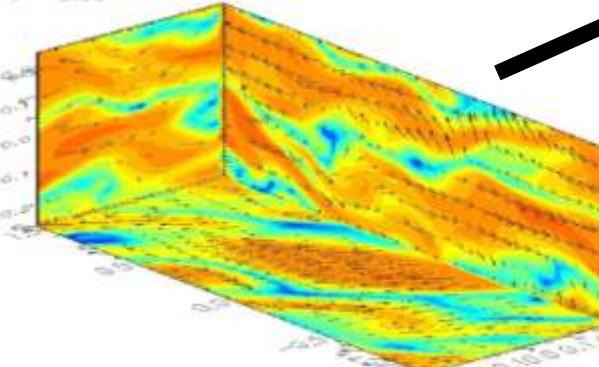
$t = 8.60$



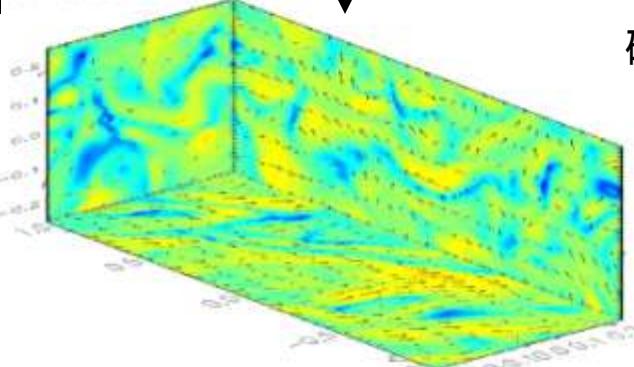
$t = 9.20$



$t = 8.80$



$t = 9.60$



磁気圧



最大不安定モードの線形成長

⇒ channel flow の発達

⇒ reconnection による
エネルギー散逸

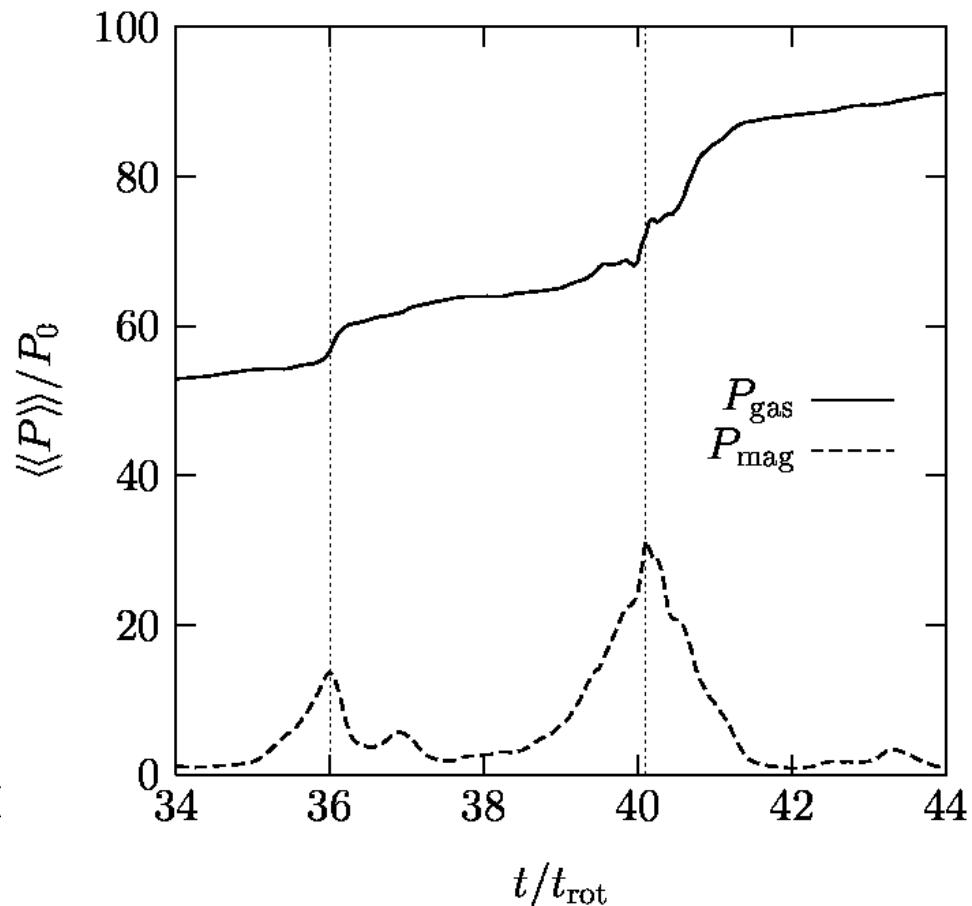
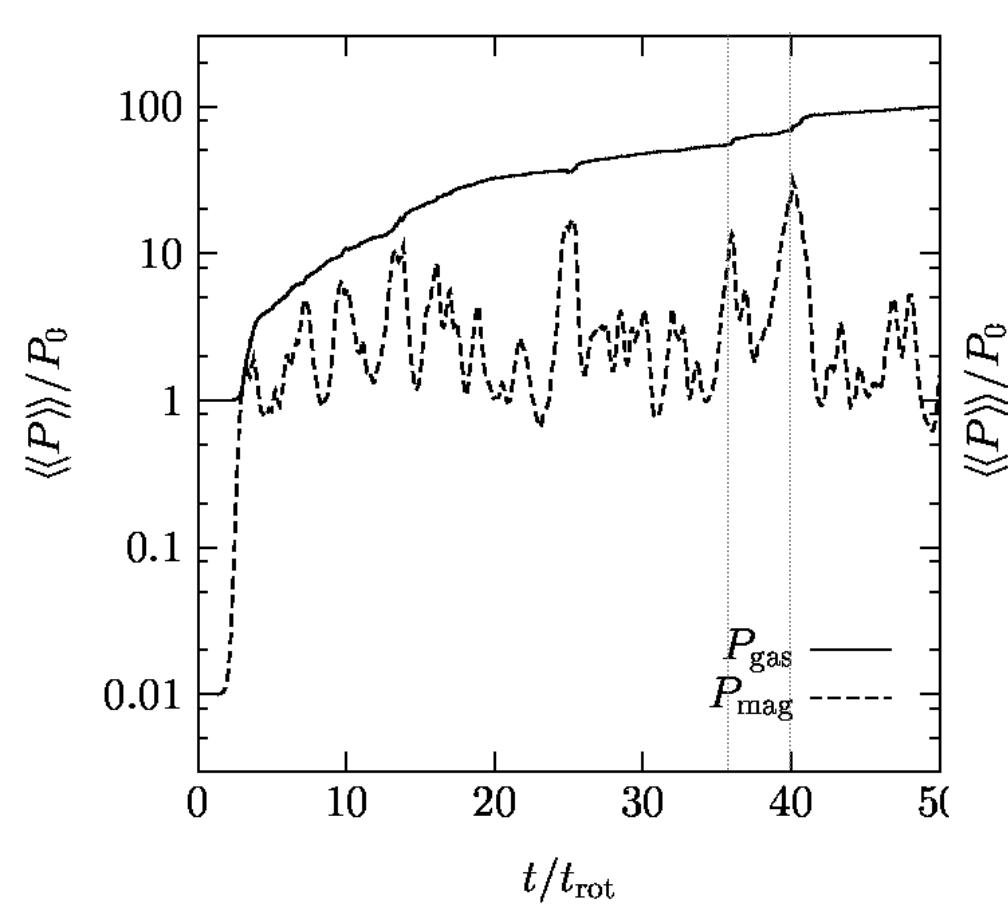
この繰り返し

非線形状態

$$Re_M > 1$$

スパイク状のエネルギー進化

「指数関数的成長 \Rightarrow 磁気リコネクション」の繰り返し

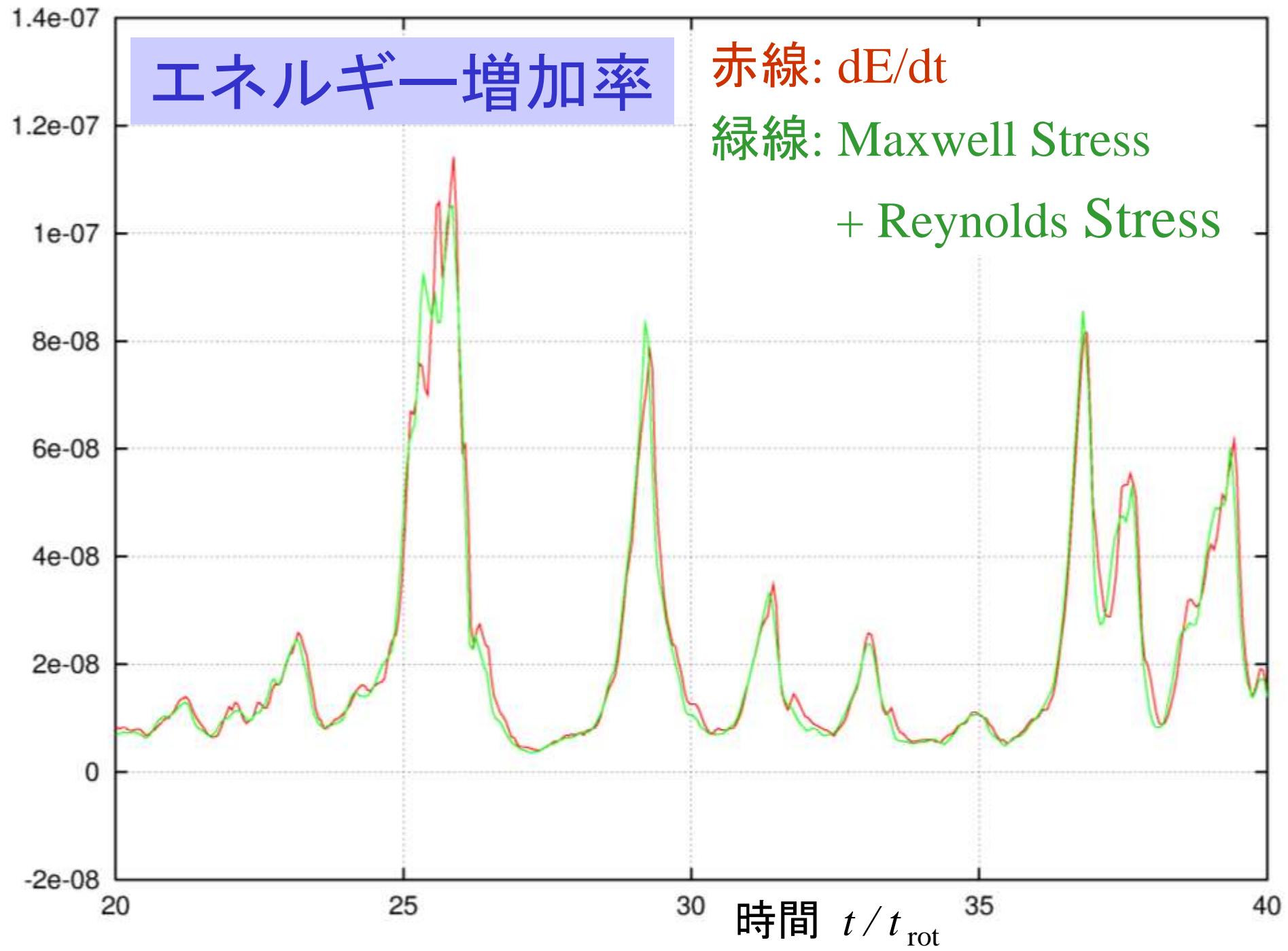


エネルギー増加率

赤線: dE/dt

緑線: Maxwell Stress

+ Reynolds Stress



Fluctuation vs Dissipation

$$\Gamma \equiv \iiint \left[\rho \left(\frac{1}{2} v^2 + u + \psi \right) + \frac{B^2}{8\pi} \right] dV$$

↑ Thermal Energy

$$\frac{d\Gamma}{dt} \equiv \iint \left[\rho \vec{v} \left(\frac{1}{2} v^2 + u + \frac{P}{\rho} + \psi \right) + \vec{S} \right] \cdot \vec{dA} = \frac{3}{2} \Omega L_x \iint_{yz\text{面}} \left(\rho v_x \delta v_y - \frac{B_x B_y}{4\pi} \right) dA$$

↑ Poynting Flux

Hawley et al. 1995

Stress Tensor, \mathbf{W}_{xy}

$$\dot{M} \propto W_{R\phi} \equiv \rho v_R \delta v_\phi - \frac{B_R B_\phi}{4\pi} \propto \frac{d\Gamma}{dt} .$$

If saturated, $\left\langle \left\langle \frac{\partial v^2}{\partial t} \right\rangle \right\rangle = \left\langle \left\langle \frac{\partial B^2}{\partial t} \right\rangle \right\rangle = 0$, then, $\left\langle \left\langle \frac{d\Gamma}{dt} \right\rangle \right\rangle = \left\langle \left\langle \frac{\partial \rho u}{\partial t} \right\rangle \right\rangle = \frac{3\Omega}{2} \left\langle \left\langle \rho v_R \delta v_\phi - \frac{B_R B_\phi}{4\pi} \right\rangle \right\rangle$,

where $\langle \rangle$ denotes time-average, and $\langle \langle \rangle \rangle$ denotes time- and spatial- average.

Note that $\langle v_R \rangle = \langle \delta v_\phi \rangle = \langle B_R \rangle = \langle B_\phi \rangle = 0$.

Sano & SI, ApJ **561**, L179, 2001

Saturation Value of $\langle \langle B^2 \rangle \rangle \Rightarrow$ Dissipation Rate $\approx 0.03\Omega \langle \langle B^2 \rangle \rangle$

SI & Sano (2005) ApJL **628**, L155

飽和状態の性質

CHARACTERISTIC RATIOS IN MRI TURBULENCE

Quantity	Average
$\langle\langle -B_x B_y / 4\pi \rangle\rangle / \langle\langle B^2 / 8\pi \rangle\rangle$	0.467 ± 0.040
$\langle\langle -B_x B_y / 4\pi \rangle\rangle / \langle\langle \rho v_x \delta v_y \rangle\rangle$	5.19 ± 0.67
$\langle\langle B_x^2 \rangle\rangle / \langle\langle B_z^2 \rangle\rangle$	3.35 ± 0.28
$\langle\langle B_y^2 \rangle\rangle / \langle\langle B_z^2 \rangle\rangle$	23.7 ± 4.0
$\langle\langle v_x^2 \rangle\rangle / \langle\langle v_z^2 \rangle\rangle$	2.62 ± 0.48
$\langle\langle \delta v_y^2 \rangle\rangle / \langle\langle v_z^2 \rangle\rangle$	2.15 ± 0.34
$\langle\langle \delta E_{\text{kin}} \rangle\rangle / \langle\langle E_{\text{mag}} \rangle\rangle$	0.326 ± 0.036

Sano, SI, Turner, & Stone (2004) ApJ **605**, 321

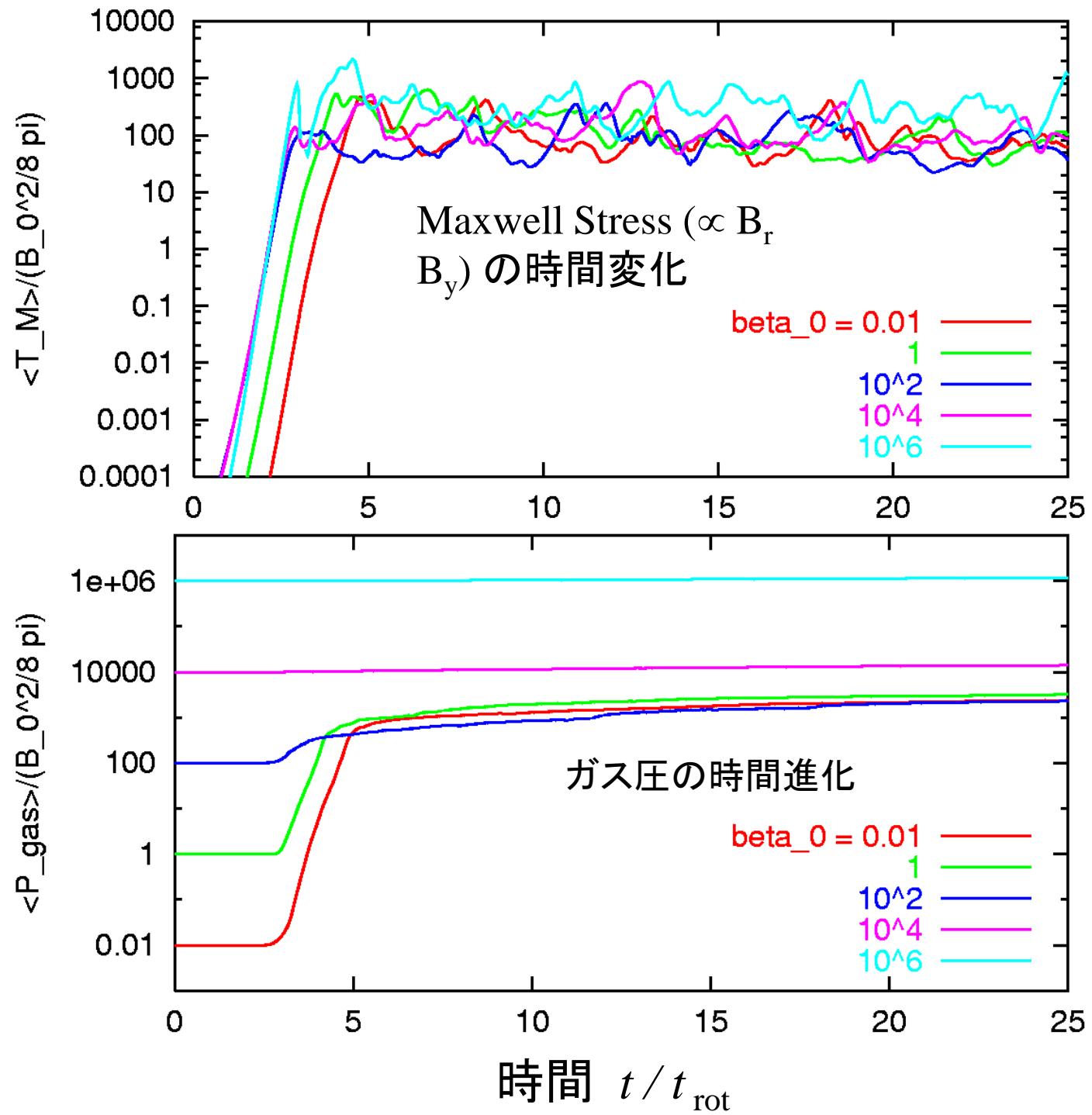
$$B_x B_y / 4\pi > \rho v_x \delta v_y$$

Maxwell
Stress

Reynolds
Stress

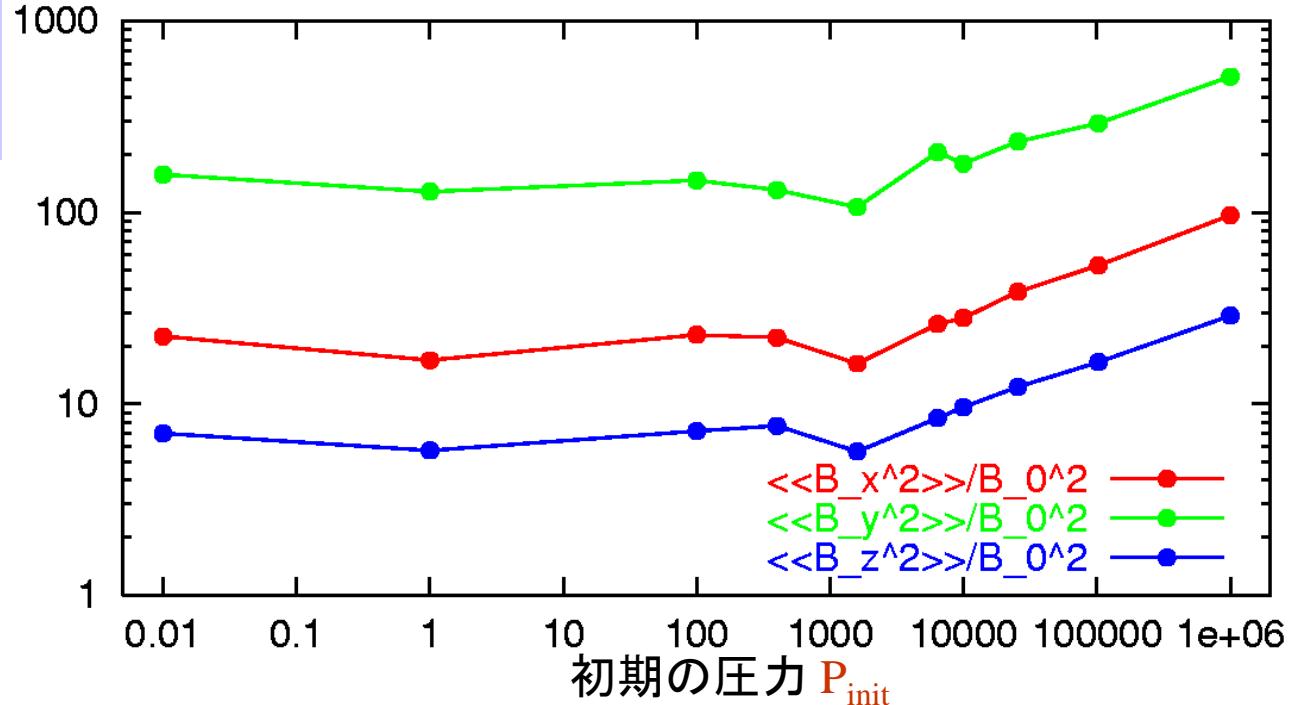
ガス圧の時間進化

準定常的なエネルギーの注入に伴い、ガス圧は単調増加する。

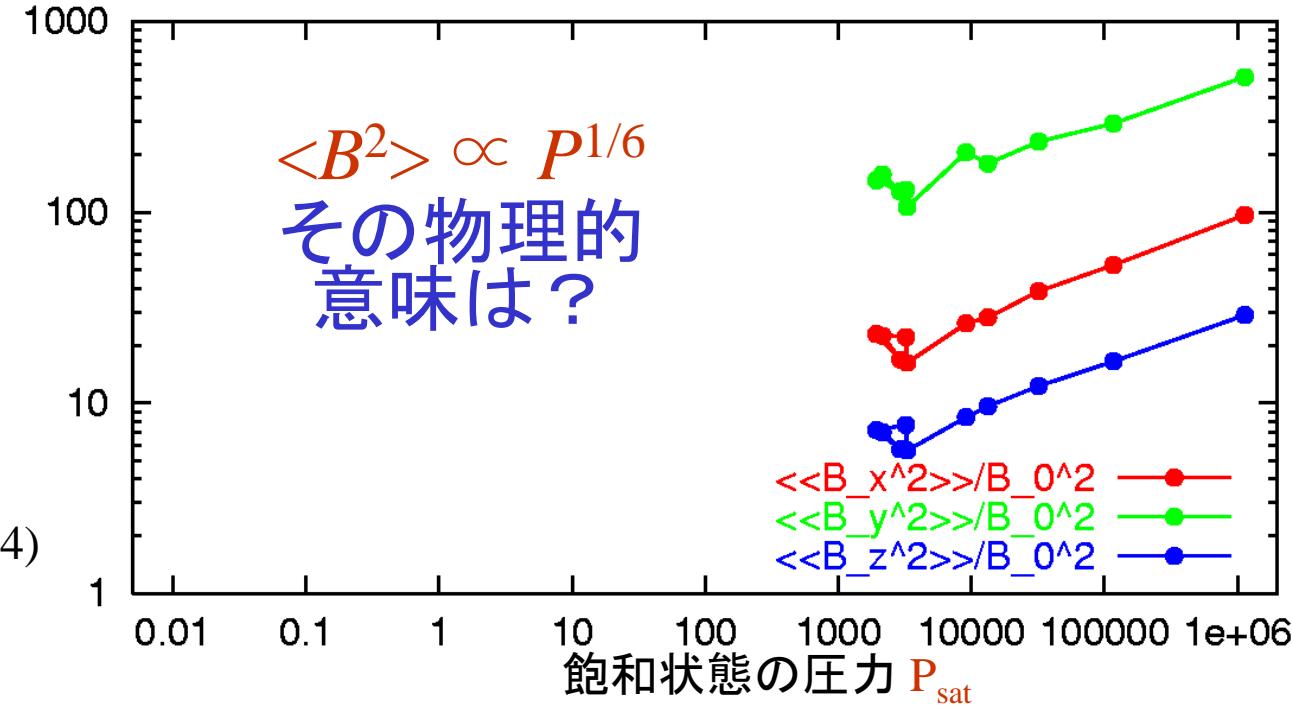


磁場の飽和値

ガス圧の初期値
への依存性 \Rightarrow



横軸を飽和状態
の圧力にすると...



Discussion 1: Saturation Level?

$$\langle\!\langle \rho v_x \delta v_y - B_x B_y / 4\pi \rangle\!\rangle \equiv \langle\!\langle W_{r\phi} \rangle\!\rangle_{\text{sat}} (\eta, B_{z,\text{init}}, P, L_z, \dots) \propto \langle\!\langle B^2 \rangle\!\rangle$$

In the case with Net B_z

- $\text{Re}_m < 1 \dots$ Strong Dependence on Resistivity \approx 2D evolution

Sano, SI, & Miyama, ApJ **506**, L57, 1998

- $\text{Re}_m > 1 \dots$ recurrence of Channel Flow & Reconnection

Sano, SI, Turner & Stone (2004)

$$\langle\!\langle W_{r\phi} \rangle\!\rangle_{\text{sat}} = v_{A,z,\text{init}} \rho L_z \Omega (P_{\text{gas}}/P_c)^{1/6} \dots \text{Why?}$$

Discussion 2: Saturation Level?

Lesur & Longaretti (2007), $\text{Re}_m > 1$

Using Spectral Method for Incompressible Fluid

$$\langle\!\langle \mathbf{B}^2 \rangle\!\rangle_{\text{sat}} \propto (\text{Pr})^\delta, \quad \delta = 0.25 - 0.5$$

where Magnetic Prandtl number is $\text{Pr} \equiv \nu_{\text{viscosity}} / \eta_{\text{resistivity}}$

→ Importance of **Turbulent Reconnection?**

Lazarian & Vishniac (1999)

ν , viscosity ↑

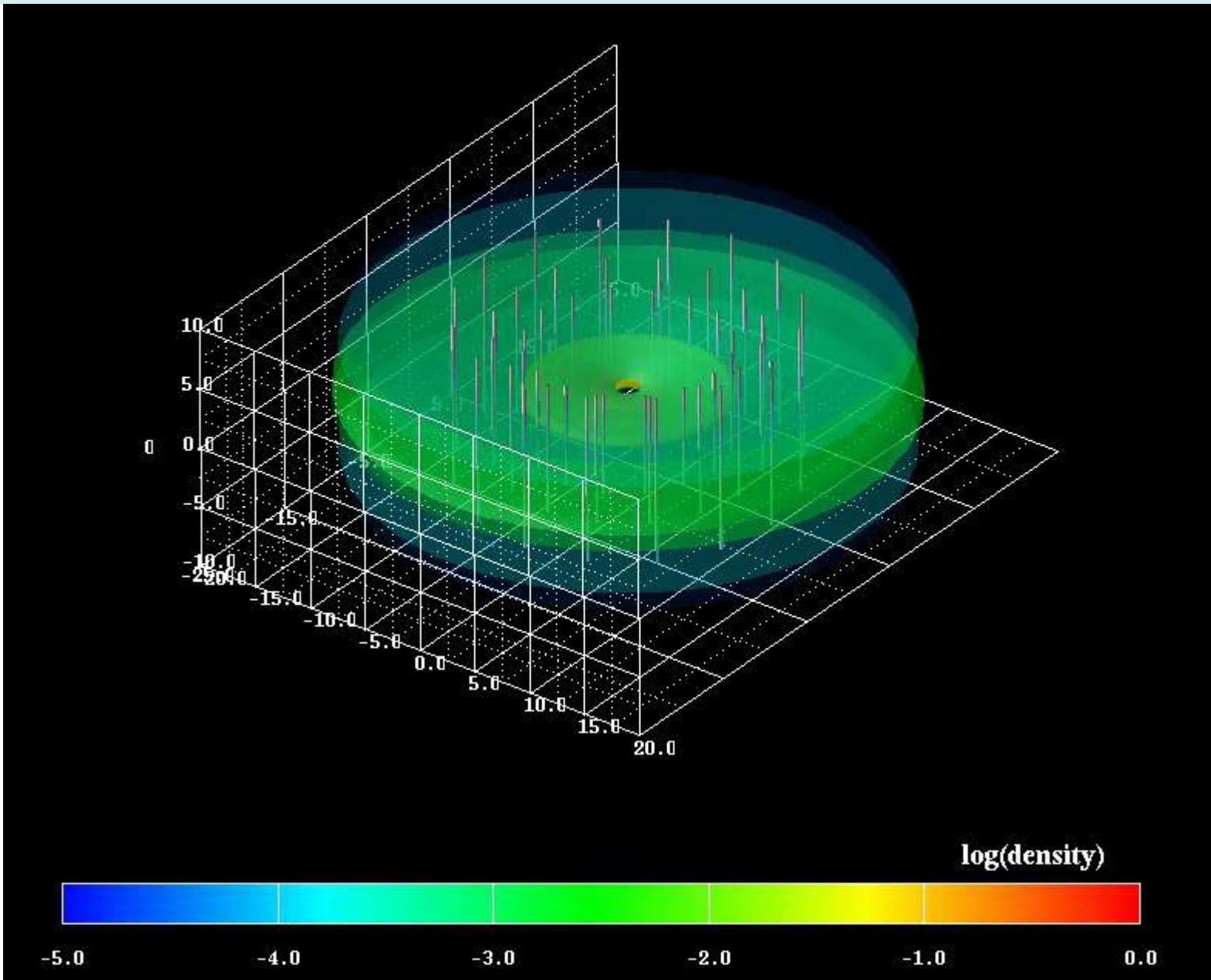
→ Size of Smallest Eddy ↑

→ Turbulent Reconnection Rate ↓

→ Saturation Level ↑

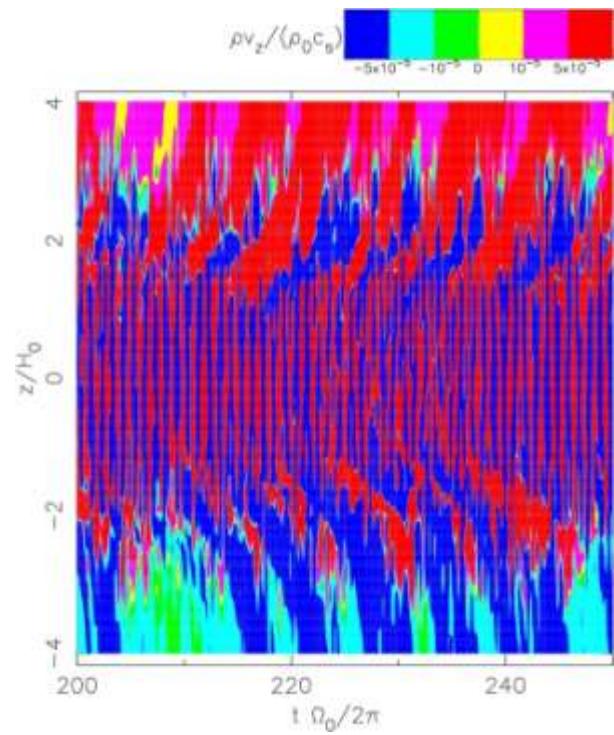
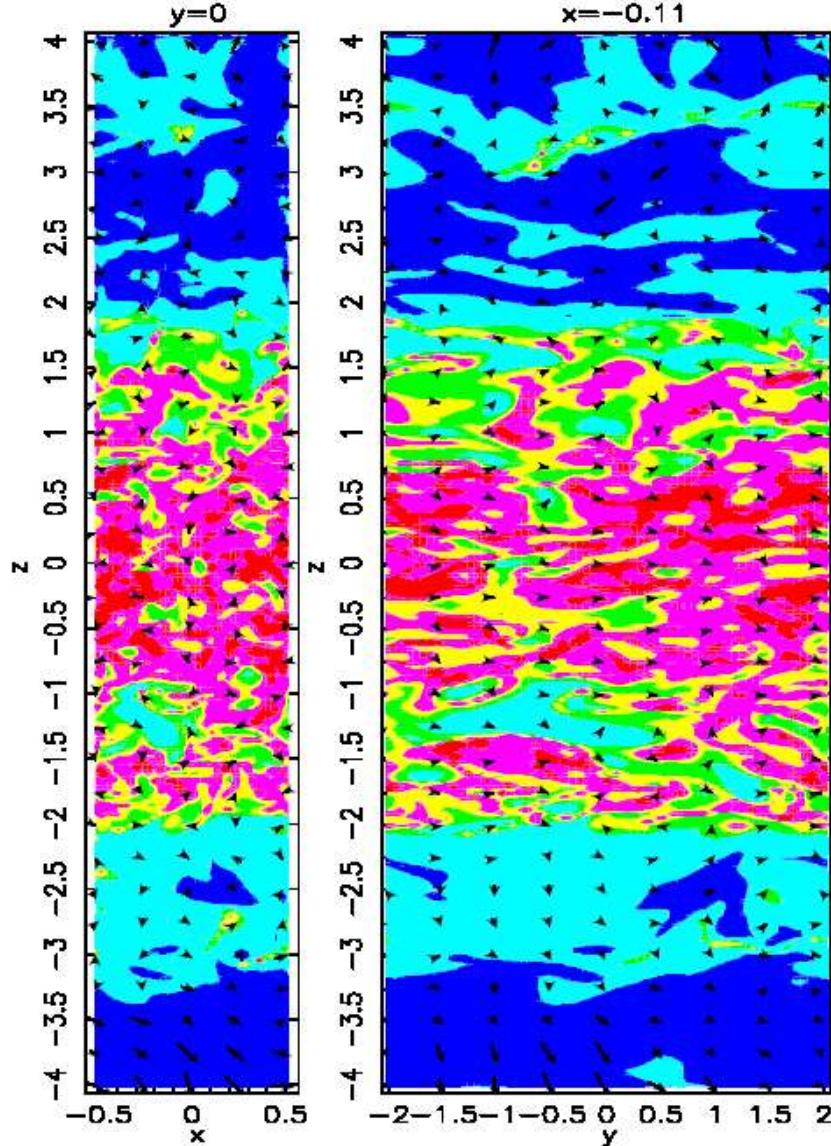
乱流の階層構造は重要？

Global Disk Simulation



強力な円盤風の駆動

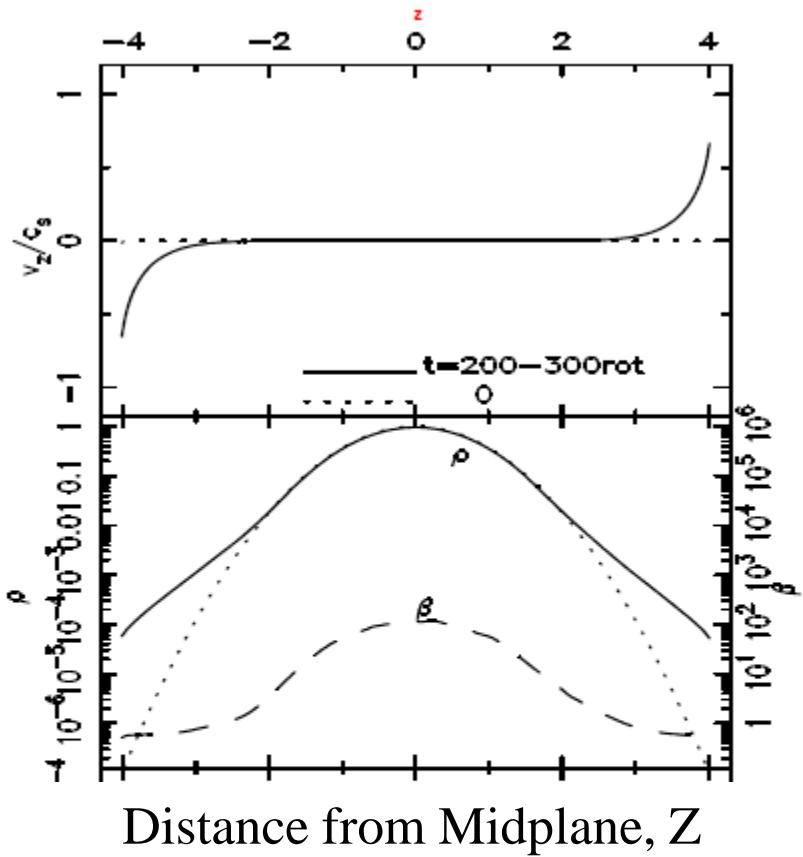
after 210 rotations



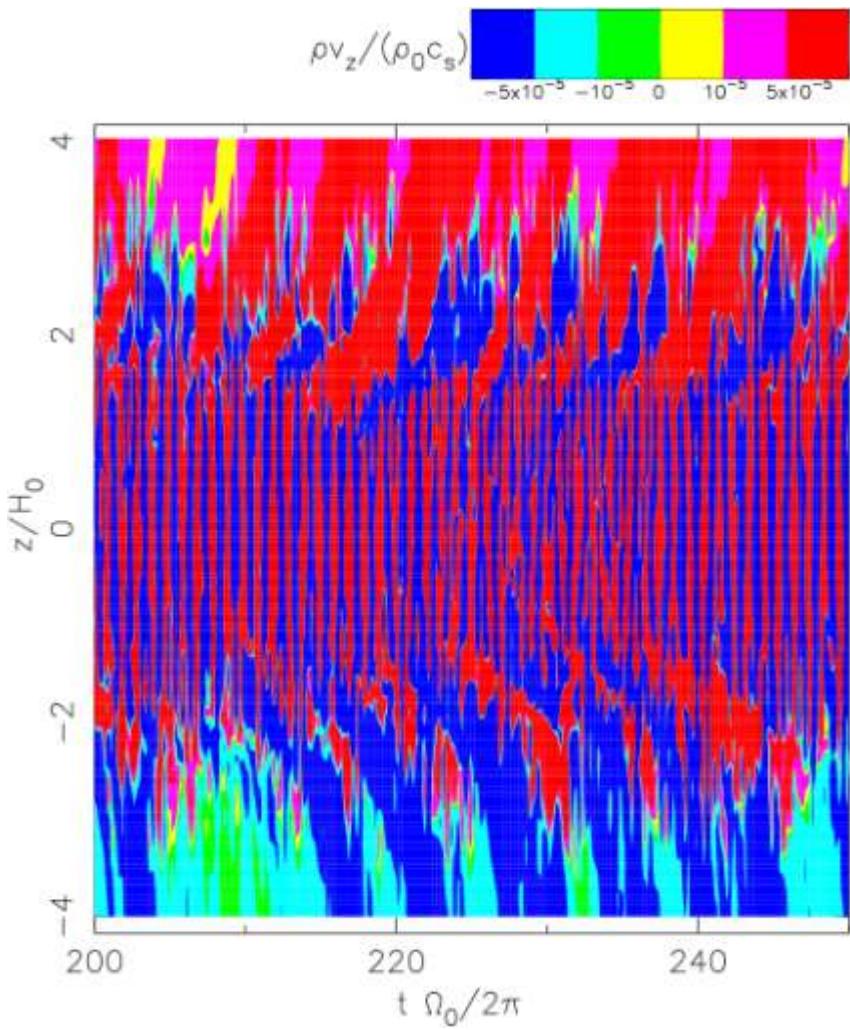
Powerful MHD Wind from Disk
just like Solar Wind

Suzuki & SI (2009) ApJ **691**, L49

円盤風のz軸方向プロファイル



Blandford & Payne
的な円盤風の根元の
 dM/dt を決める!?



Suzuki & SI (2009) ApJ 691, L49

星形成の基本問題

1. 角運動量問題

原始星(Protostar):

$$h_* = \Omega_* R_*^2 \sim (10^{11}\text{cm})^2/(10^5\text{s}) \sim 10^{17} \text{cm}^2/\text{s}$$

分子雲コア:

$$h_{\text{core}} = \delta v_{\text{core}} R_{\text{core}} \sim 0.1\text{km/s} \times 10^{17}\text{cm} \sim 10^{21} \text{cm}^2/\text{s}$$

$$\rightarrow h_* \sim \mathbf{10^{-4}} h_{\text{core}}$$

2. 磁束問題

原始星(Protostar): $\Phi_* \sim B_* R_*^2 \sim \text{kG} \times (10^{11}\text{cm})^2$

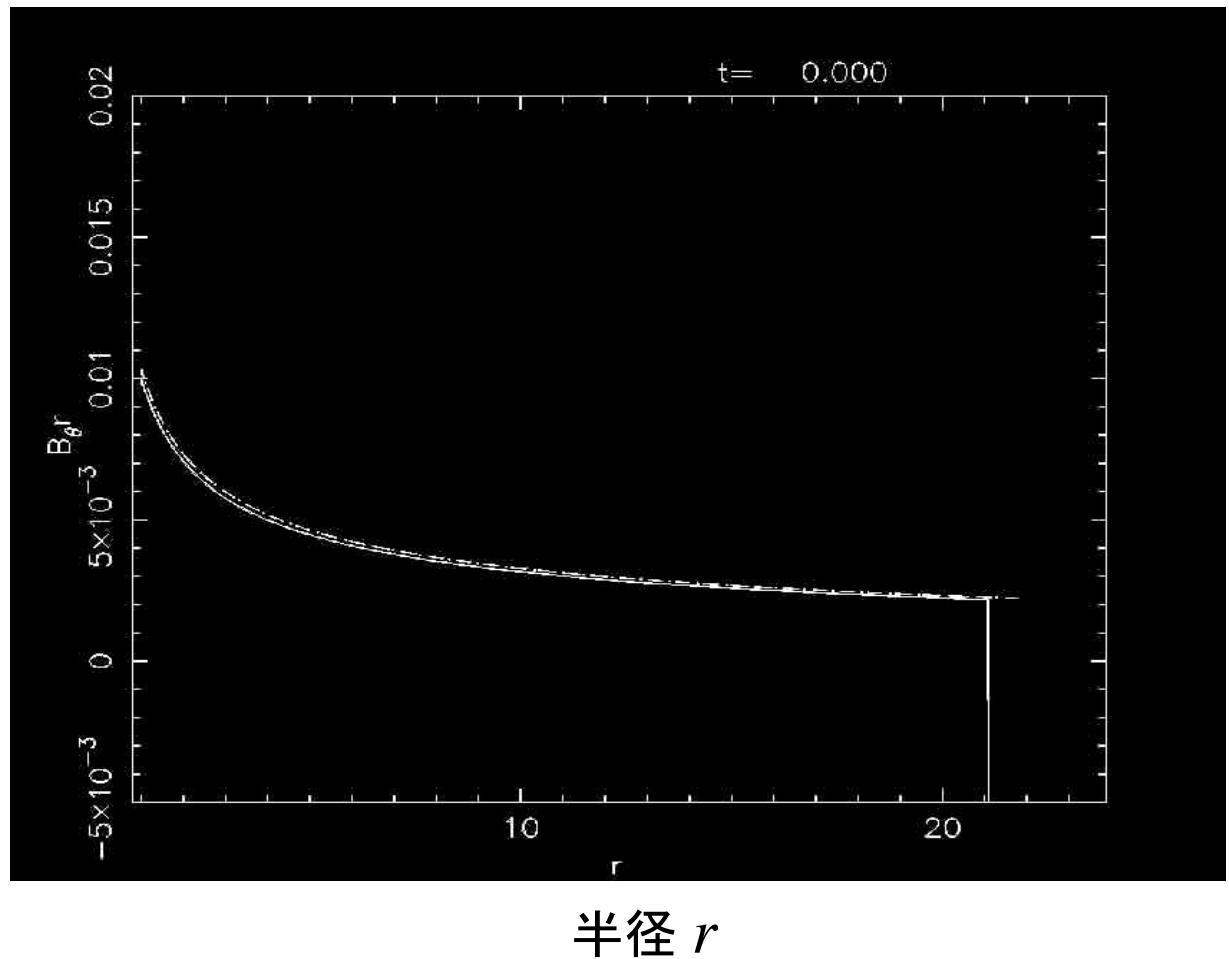
分子雲コア: $\Phi_{\text{core}} \sim B_{\text{core}} R_{\text{core}}^2 \sim 10\mu\text{G} \times (10^{17}\text{cm})^2$

$$\rightarrow \Phi_* \sim \mathbf{10^{-4}} \Phi_{\text{core}}$$

磁束は外側に移動？

質量は主に内側に落下し、円盤を貫く磁束のほとんどは外側に移動するべきだが…

縦磁場の動径分布
の時間発展
(鈴木建氏による
Preliminaryな計算)



まとめ

縦磁場入りの差動回転ガス系(磁気レイノルズ数 $Re > 1$)で

- 微弱な磁場は必ず(指数関数的に)成長する

- 成長率は磁場の強さに依らず、回転周期のオーダー

- \Rightarrow Kinematic Dynamo理論は不適切

- 磁場が強くなると最大成長波長は長くなる

- \Rightarrow エネルギーの inverse cascade

- 磁場の成長は飽和する

- $Re_m < 1$... 準定常的乱流

- $Re_m > 1$... recurrence of Channel Flow & Reconnection

- エネルギー等分配状態にはならない

- 飽和状態での実効的トルク($\propto \langle B_x B_y \rangle$)の圧力依存性?

- 質量降着率と3D磁気リコネクションによる熱化の釣合

- \Rightarrow 降着円盤の揺動・散逸関係 Sano & SI, ApJ 561, L179, 2001

まとめ

○MHD渦のスケールと系のスケールが同程度になると
間欠的なMHD乱流になる(省略)

○円盤面内の磁気乱流→円盤風の加速

ガス円盤の表面は太陽の表面と類似的

→円盤ガス成分の動的散逸(蒸発)をもたらす

→惑星形成過程にとって本質的

課題:

○円盤面を貫く縦磁場は外側に移動するはず

→更なる解析の必要性

○乱流の飽和値を導出する理論の構築