

# 三角格子上 2 成分ボソン系の有効理論とその相構造

名古屋工業大学大学院工学研究科  
久野義人

## 1 概要

近年、光学格子と呼ばれるレーザーの干渉によってつくられるハイパークリーンな人工格子系を用いて極低温の原子系の実験が盛んに行われつつある [1]. この実験技術により巨視的量子多体现象 (特に Bose 粒子系において) が観測、自在に制御可能となりつつある。本研究は特に 2 成分極低温 Bose 粒子系 [2] に焦点を当て極低温の有効モデルである 2 成分 Bosonic t-J モデル [3] を出発点とする。このモデルは擬スピン表示を用いて表現されており、極低温化では超流動状態とスピン秩序が競合するような興味深いモデルである。また、高温超伝導体のモデルであると考えられている Fermion t-J モデルに重要な知見を与える可能性がある。本研究ではこのモデルの有効モデルである拡張された量子 XY モデル (EQXYM) を導き、EQXYM をモンテカルロシミュレーション (MCS) によって計算し二次元三角格子の相構造を求めた。また、EQXYM からさらに GL 理論をリスペクトして有効作用を導出した。この有効作用によって EQXYM の相構造における各状態相において場の演算子の位相ゆらぎに起因する Nambu-Goldstone Boson (NGB) の個数、つまりはギャップレスモードの数について調べた結果を報告する。

## 2 拡張された XY モデルの説明とその相構造

2 成分の Bose-Hubbard モデルにおいて強い斥力により各サイトにおいての二重占有を禁止したモデルが 2 成分 Bosonic t-J モデルである。

$$H_{tJ} = - \sum_{\langle i,j \rangle} t(a_i^\dagger a_j + b_i^\dagger b_j) + \sum_{x,\mu} (J_{XY} \vec{S}_{x+\mu} \cdot \vec{S}_x + J_z S_{x+\mu,3} S_{x,3}) + \frac{V_0}{4} \sum_i (\delta\rho_a^2 + \delta\rho_b^2 + \delta\rho_c^2)$$

ここで、 $i, j$  は再隣接サイトの組、 $J_{XY}, J_z$  は XY 方向、 $z$  方向スピン相互作用の強さ、 $V_0$  は各粒子濃度を均一化するポテンシャルの強さ。他は通常の t-J モデルと同じである。ここで特に、擬スピン表示として、 $S_x^1 = a^\dagger b + b^\dagger a$ 、 $S_x^2 = -i(a^\dagger b - b^\dagger a)$ 、 $S_x^3 = a^\dagger a - b^\dagger b$ 、 $S_x^3 = a^\dagger a - b^\dagger b$  を採用している。EQXYM は、このモデルを Slave-particle 表示に落とし込み  $J_z = 0$  を仮定する。さらに、 $a$  粒子、 $b$  粒子、hole の場の演算子を  $a_x = (\sqrt{\rho_{0,x} + \delta\rho_{1,x}}) e^{i\phi_{1,x}}$ 、 $b_x = (\sqrt{\rho_{0,x} + \delta\rho_{2,x}}) e^{i\phi_{2,x}}$ 、 $h_x = (\sqrt{\rho_{0,x} + \delta\rho_{3,x}}) e^{i\phi_{3,x}}$  置き換え、経路積分形式に乗せる。この経路積分表示に移行すると振幅のゆらぎ  $\delta\rho$  については絶対零度を想定した場合、

積分実行可能であり、以下にEQXYMが導かれる。

$$H_{EXY} = -\frac{1}{V_0} \sum_{x,\tau,i} \cos(\phi_{i,x+\tau} - \phi_{i,x}) + \sum_{x,\mu,\tau} \left[ C_1 \cos(\phi_{12,x} - \phi_{12,x+\mu}) + C_2 \cos(\phi_{13,x} - \phi_{13,x+\mu}) + C_3 \cos(\phi_{23,x} - \phi_{23,x+\mu}) \right] \quad (1)$$

ここで、 $\phi_{12,x} = \phi_{1,x} - \phi_{2,x}$ 、 $\phi_{13,x} = \phi_{1,x} - \phi_{3,x}$ 、 $\phi_{23,x} = \phi_{2,x} - \phi_{3,x}$  である。この変数の長距離相関を見ることにより、XY スピン強磁性、a 粒子 BEC、b 粒子 BEC の出現を判別できる。また

$$C_1 = -c_1 \alpha \sqrt{\rho_{1,x+\mu} \rho_{1,x} \rho_{2,x+\mu} \rho_{2,x}} (1 - \rho_{3,x} - \rho_{3,x+\mu} + \rho_{3,x} \rho_{3,x+\mu}) \quad (2)$$

$$C_2 = \frac{c_3}{2} \sqrt{\rho_{1,x+\mu} \rho_{1,x} \rho_{3,x+\mu} \rho_{3,x}} \quad (3)$$

$$C_3 = \frac{c_3}{2} \sqrt{\rho_{2,x+\mu} \rho_{2,x} \rho_{3,x+\mu} \rho_{3,x}} \quad (4)$$

である。本研究では、EQXYM について  $C_1$ 、 $C_3$  をフリーパラメーターとして二次元三角格子絶対零度下での相構造は MCS により図 1 を得た。ここで、各粒子濃度は a 粒子 35 %、b 粒子 35 %、ホール濃度 30 % として、 $J_{XY}$  は反強磁性的に設定した。図 1 において、注目すべきことは A 相と B 相であり、スピン 120 度構造と超流動相が共存することである。

### 3 EQXYM の有効作用

EQXYM を Hubbard-Stratonovich 変換によって以下の有効作用が導出される [4]。

$$A_{eff} = \int d\tau \left[ \sum_{i,\mu} \left( -a_s \Phi_{1,i}^\dagger \Phi_{1,i+\mu} + a_h \Phi_{2,i}^\dagger \Phi_{2,i+\mu} + a_h \Phi_{3,i}^\dagger \Phi_{3,i+\mu} + c.c \right) - \sum_i \left( \frac{1}{V_0} \partial_\tau \Phi_{1,i}^\dagger \partial_\tau \Phi_{1,i} + \frac{1}{V_0} \partial_\tau \Phi_{2,i}^\dagger \partial_\tau \Phi_{2,i} + \frac{1}{V_0} \partial_\tau \Phi_{3,i}^\dagger \partial_\tau \Phi_{3,i} + 4V_0 |\Phi_{1,i}|^2 + 4V_0 |\Phi_{2,i}|^2 + 4V_0 |\Phi_{3,i}|^2 \right) - g \left( \Phi_{1,i}^\dagger \Phi_{2,i} \Phi_{3,i}^\dagger + \Phi_{1,i} \Phi_{2,i}^\dagger \Phi_{3,i} \right) + \lambda_1 |\Phi_{1,i}|^4 + \lambda_2 |\Phi_{2,i}|^4 + \lambda_3 |\Phi_{3,i}|^4 \right] \quad (5)$$

ここで、 $\Phi_{1,x} \Leftrightarrow \phi_{12,x}$ 、 $\Phi_{2,x} \Leftrightarrow \phi_{13,x}$ 、 $\Phi_{3,x} \Leftrightarrow \phi_{23,x}$  の対応がある。また、 $a_s \propto J_{XY}$ 、 $a_h \propto t$  である。また、 $\lambda_i > 0 (i = 1, 2, 3)$  である。この有効作用の各場の二次の係数をまとめ上げて、その符号の変化を見ることで図 1 の相構造との対応が見て取れる。また、図 1 での各相構造において MCS で得られた秩序変数  $n_i$  からの位相ゆらぎを  $\Phi_{i,x} = \sqrt{n_i} + i\phi_{i,x}$  とし導入する。そして、 $\phi_{i,x}$  についての有効ポテンシャルを求め対角化する手法でギャップレスモードの数、つまり NGB の数を調べたところ図 2 のようになることが分かった。注目すべきことは 120 度構造 + a 粒子、b 粒子超流動相 (B 相) で三つの NGB が存在する、これはもとの Bosonic t-J モデルが  $U(1) \times U(1)$  の対称性を持っていることを考えると、一つ余分に NGB が存在しているように見える。この余分な NGB は Quasi-Nambu-Goldstone mode と呼ばれるものであることが示唆される [5]。また、強磁性 + a 粒子、b 粒子の超流動相 (D 相) においては 2 つの NGB、有効作用の三次の相互作用の影響により、もう一つの位相場はギャップモード、つまりは Higgs モードを示唆する結果を得た。

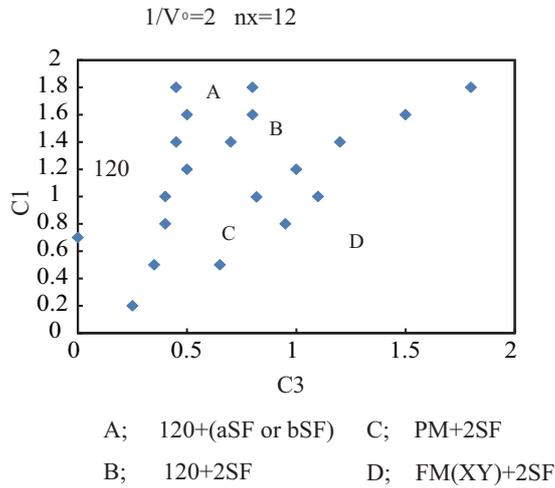


図 1: EQXYM の相構造

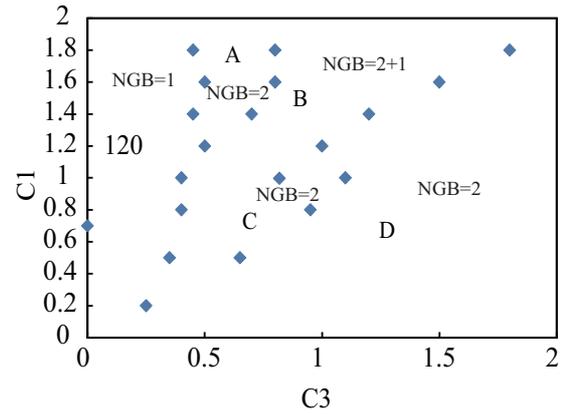


図 2: Nambu-Goldstone Boson の数

## 4 まとめと展望

本研究ではNGBの数を二次元三角格子において各状態相ごとに求めた。今後は量子補正項を考慮した形でギャップモードの詳しい解析、対称性の破れの個数とNGBの出現数等詳しく調べていきたい[6]。また、2成分Bosonic t-JモデルにおいてChern-Simons termを考慮した時のFermion t-Jモデルとの対応を考えていきたい。

## 参考文献

- [1] M.Greiner et al. , Nature(London)415,39(2002).
- [2] S. B. Papp, J. M. Pino, and C. E. Wieman, Phys. Rev.Lett. 101, 040402 (2008).
- [3] K.Kataoka, Y.Kuno,and I.Ichinose , arXiv:1206.5358 (2012).
- [4] Y.Kuno,K.Kataoka, and I.Ichinose, arXiv:1210.7910 (2012)
- [5] S.Uchino, M.Kobayashi, M.Nitta, and M.Ueda , Phys. Rev. Lett. 105, 230406 (2010).
- [6] H.Watanabe and H.Murayama,Phys. Rev. Lett. 108, 251602 (2012).