Inhomogeneous Low-Density Nuclear Matter and Equation of State

Toshiki Maruyama (JAEA)
Nobutoshi Yasutake (Chiba Inst. Tech.)
Minoru Okamoto (Univ. of Tsukuba & JAEA)
Toshitaka Tatsumi (Kyoto Univ.)

非一様な物質

非一様な物質に対する2通りの理解の仕方.

1. 非一様物質から始めて一様物質に
低密度物質を圧縮すると.
→ 縮退した電子の中に原子核の結晶.
→ 縮退した中性子の中に原子核の結晶
→ 一様核物質.

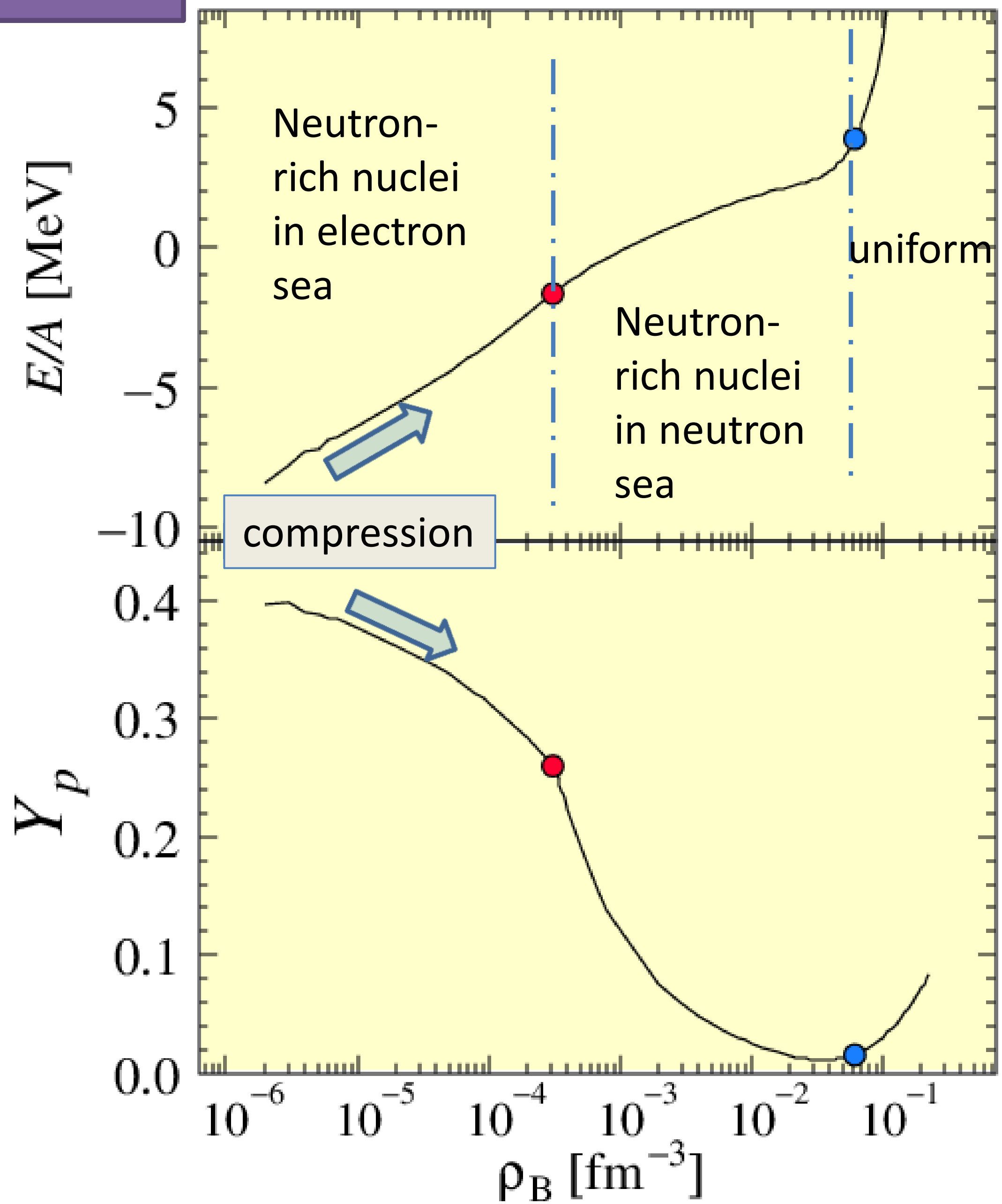
2. 一様物質から始めて非一様物質に
飽和密度以下での一様物質の不安定性.
→ 相転移 & 混合相 (clustering).

1. 非一様物質から一様物質へ

まず電子が縮退.
→ 電子のエネルギーが密度依存に.
→ Y_e と Y_p が減少．核子のエネルギーは直接には影響しない。
Y_p 減少すると中性子が析出.
→ 中性子の占める空間が広くなる.
→ Y_e と Y_p の減少が急になる.

やがて中性子が縮退すると
→ 核子エネルギーが直接密度依存.
→ Y_n の増加 (Y_p 減少) が抑制.
→ 最終的に Y_p は増加に転じ陽子が縮退.

→ 陽子も析出し一様物質.

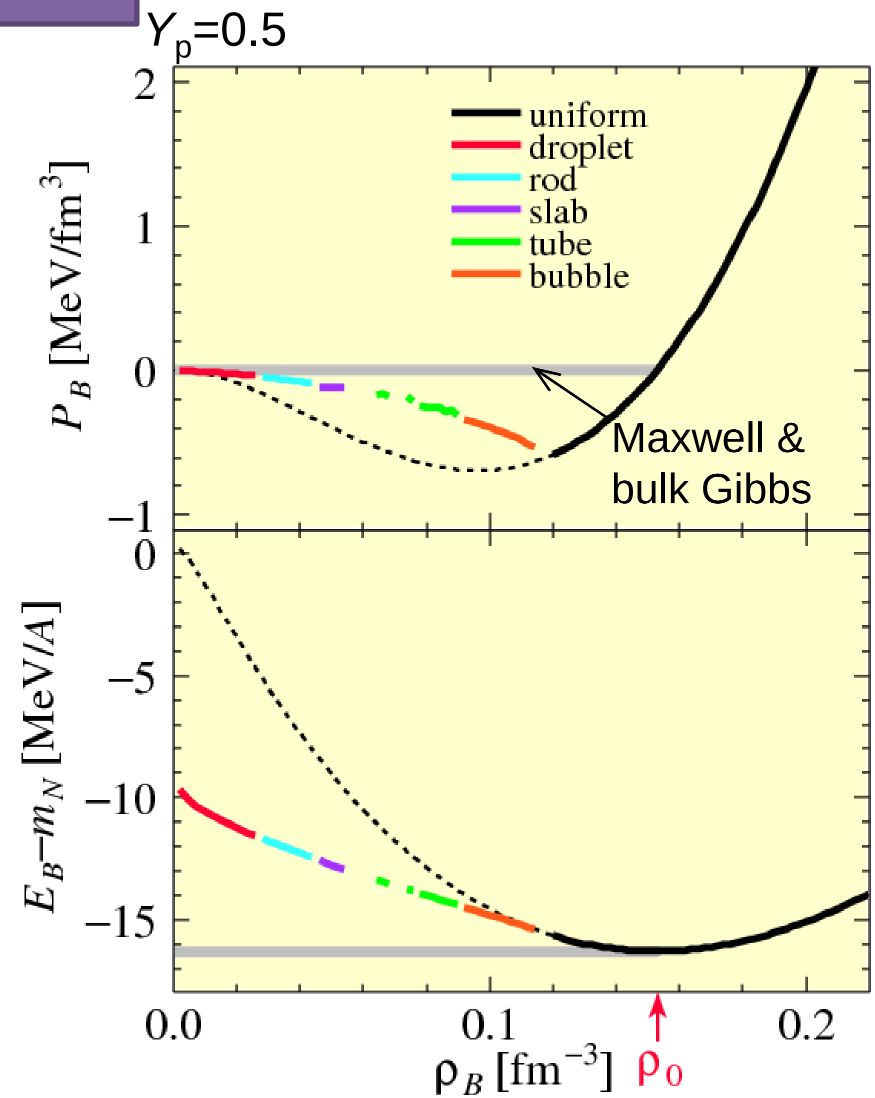


2. 一様物質から非一様に

バリオン分圧が負の勾配の領域を持つ
(全圧とその勾配は電子の圧力の寄与でpositive.)

温度T=0での対称核物質から,
Maxwell constr により混合相:
負のバリオン分圧 (at $\rho_B < \rho_0$) の領域を避けるように振る舞う.
→ mixed phase (clustering)

しかし、より現実的な計算をするとρ_0以下の密度で一様物質が許される境域が。--- 有限サイズ効果 (surface and Coulomb).



RMF + Thomas-Fermi model

Lagrangian

$$L = L_N + L_M + L_e,$$

$$L_N = \bar{\Psi}\left[i\gamma^\mu \partial_\mu - m_N^* - g_{\omega N}\gamma^\mu \omega_\mu - g_{\rho N}\gamma^\mu \vec{\tau}\vec{b}_\mu - e\frac{1+\tau_3}{2}\gamma^\mu V_\mu \right]\Psi$$

$$L_M = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 - U(\sigma) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}\vec{R}_{\mu\nu}\vec{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{R}_\mu\vec{R}^\mu,$$

$$L_e = -\frac{1}{4}V_{\mu\nu}V^{\mu\nu} + \bar{\Psi}_e\left[i\gamma^\mu\partial_\mu - m_e + e\gamma^\mu V_\mu \right]\Psi_e, \qquad (F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu F_\nu - \partial_\nu F_\mu)$$

$$m_N^* = m_N - g_{\sigma N}\sigma, \qquad U(\sigma) = \frac{1}{3}bm_N(g_{\sigma N}\sigma)^3 + \frac{1}{4}c(g_{\sigma N}\sigma)^4$$

核子同士がσ, ω, ρ メソンとの結合を通して相互作用する模型。
簡単だが実用的。

From $\partial_\mu\left[\partial \mathrm{L}/\partial(\partial_\mu\phi)\right] - \partial\mathrm{L}/\partial\phi = 0,$

$(\phi = \sigma, \omega_\mu, R_\mu, V_\mu, \Psi),$

$$-\nabla^2\sigma(\mathbf{r}) + m_\sigma^2\sigma(\mathbf{r}) = g_{\sigma N}(\rho_n^{(s)}(\mathbf{r}) + \rho_p^{(s)}(\mathbf{r})) - \frac{dU}{d\sigma}(\mathbf{r}),$$

$$-\nabla^2\omega_0(\mathbf{r}) + m_\omega^2\omega_0(\mathbf{r}) = g_{\omega N}(\rho_p(\mathbf{r}) + \rho_n(\mathbf{r})),$$

$$-\nabla^2 R_0(\mathbf{r}) + m_\rho^2 R_0(\mathbf{r}) = g_{\rho N}(\rho_p(\mathbf{r}) - \rho_n(\mathbf{r})),$$

$$\nabla^2 V_C(\mathbf{r}) = 4\pi e^2\rho_{\mathrm{ch}}(\mathbf{r}),$$

For Fermions, we employ Thomas-Fermi approx. at finite T

$$f_{i=n,p}(\mathbf{r};\mathbf{p},\mu_i) = \left(1 + \exp\left[\left(\sqrt{p^2 + m_i^*(\mathbf{r})^2} - \sqrt{p_{Fi}(\mathbf{r})^2 + m_i^*(\mathbf{r})^2}\right)/T\right]\right)^{-1},$$

$$f_e(\mathbf{r};\mathbf{p},\mu_e) = \left(1 + \exp\left[\left(p - (\mu_e - V_C(\mathbf{r}))\right)/T\right]\right)^{-1},$$

$$\rho_{i=p,n,e,\nu}(\mathbf{r}) = 2\int_0^\infty \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_i(\mathbf{r};\mathbf{p},\mu_i),$$

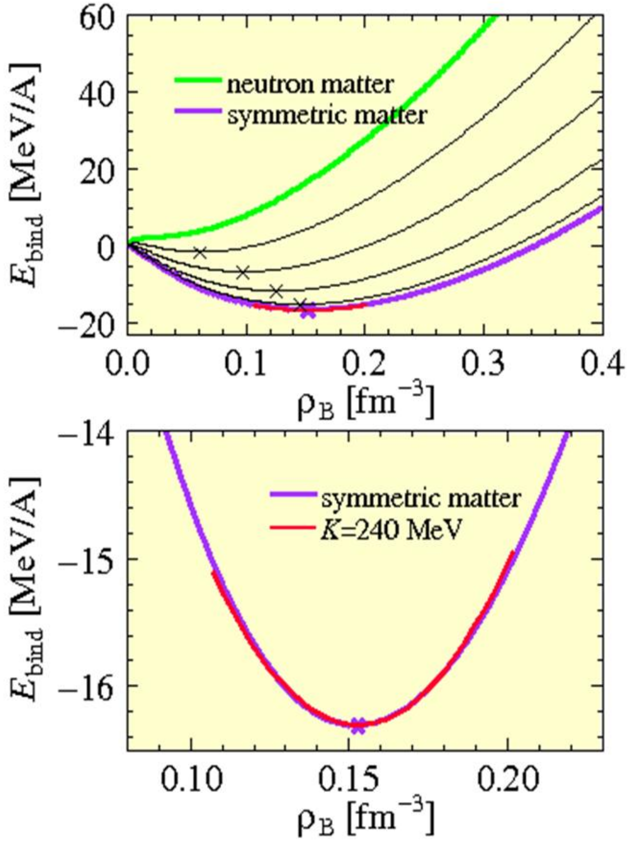
$$\mu_n = \sqrt{p_{Fn}(\mathbf{r})^2 + m_N^*(\mathbf{r})^2} + g_{\omega N}\omega_0(\mathbf{r}) - g_{\rho N}R_0(\mathbf{r}), \qquad \mu_n = \mu_p + \mu_e,$$

$$\mu_p = \sqrt{p_{Fp}(\mathbf{r})^2 + m_N^*(\mathbf{r})^2} + g_{\omega N}\omega_0(\mathbf{r}) + g_{\rho N}R_0(\mathbf{r}) - V_C(\mathbf{r}),$$

$$\int_V d^3r\left[\rho_p(\mathbf{r}) + \rho_n(\mathbf{r})\right] = \mathrm{const}, \qquad \int_V d^3r\,\rho_p(\mathbf{r}) = \int_V d^3r\,\rho_e(\mathbf{r}),$$

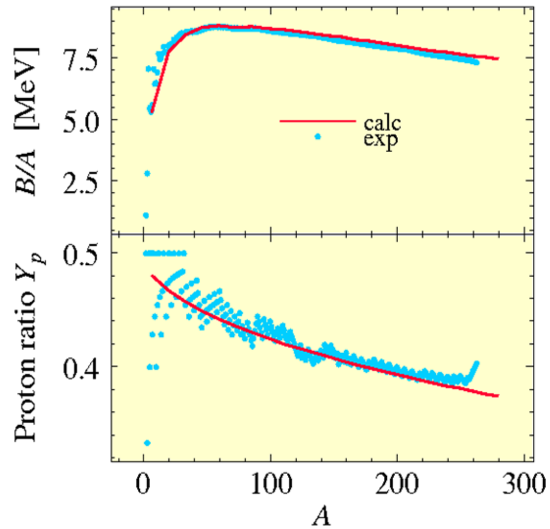
Choice of parameters

Matter properties

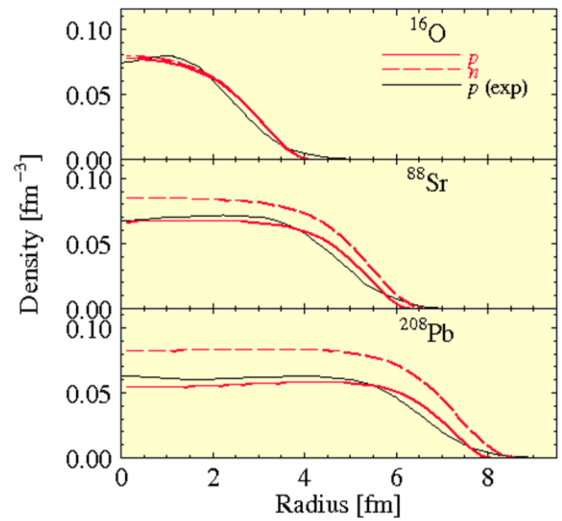


対称核物質の飽和性:
minimum energy E/A=–16 MeV at $\rho_B = 0.16\ \mathrm{fm}^{-3}$.

Properties of nuclei

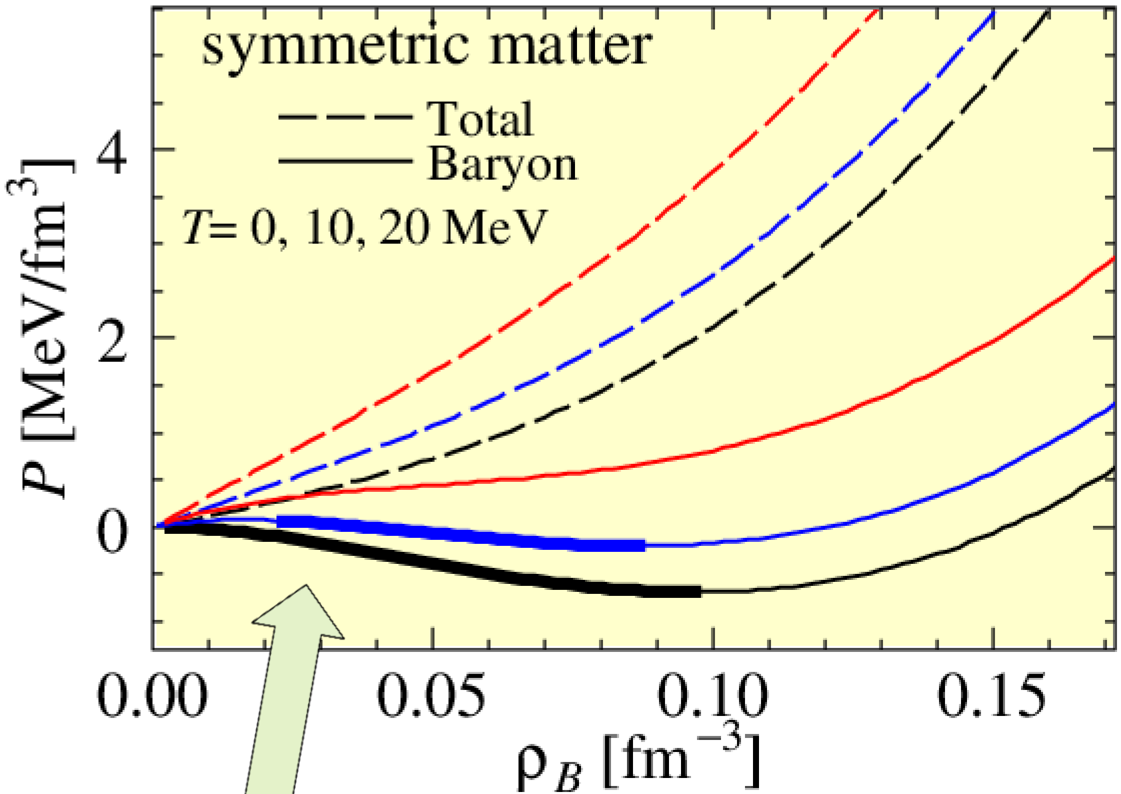


有限核の結合エネルギー、陽子含有率、密度分布がよく記述できる.



Pressure of uniform nuclear matter

- 全圧と、全圧の密度勾配は正。



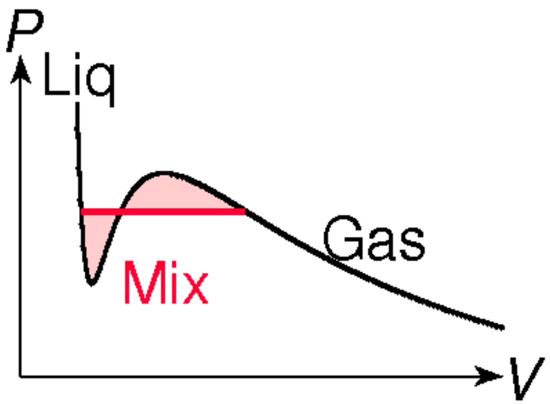
- バリオン分圧はvan der Waals 型の振舞い
  → 力学的不安定領域（$dP/d\rho < 0$）.

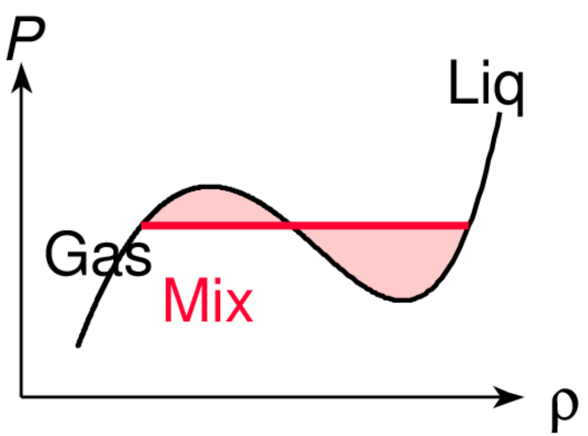
EOS of mixed phase

- 単一成分系 ***congruent***

(e.g. water)

Maxwell construction が Gibbs 条件を満たす. $T^{I}=T^{II}$, $P^{I}=P^{II}$, $\mu^{I}=\mu^{II}$.





- 多成分系 ***non-congruent***

(e.g. water+ethanol)

Gibbs cond. $T^{I}=T^{II}$, $P_i^{I}=P_i^{II}$, $\mu_i^{I}=\mu_i^{II}$.

No Maxwell construction *!*

- 荷電多成分系

(nuclear matter)

Gibbs cond. $T^{I}=T^{II}$, $\mu_i^{I}=\mu_i^{II}$.

No Maxwell construction *!*

No constant *pressure !*

$$\frac{dP_i}{dr} = -\frac{\partial U_i(\rho_i;r)}{\partial r}$$

EOS of mixed phase

What is necessary?

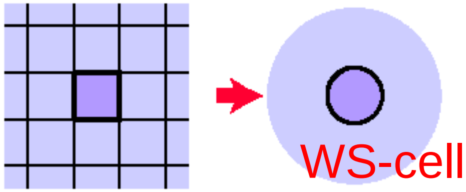
Gibbs 条件を満たしながら, free energy を最小にする核子と電子の密度分布を探す。

Numerical calculation of mixed-phase structure

- 規則的構造を仮定。全空間を同等な荷電中性のセルに分ける。セルの幾何学的対称性を仮定する

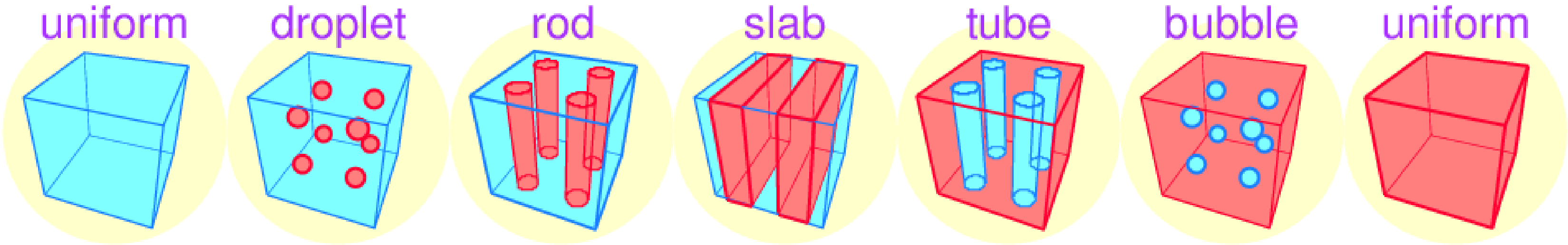
（3D: sphere, 2D : cylinder, 1D: plate）.

→ **W**igner-**S**eitz approx.



- バリオン密度 ρ_B と幾何学的形状 (Unif/Dropl/Rod/...)を与え、
- 場の方程式を数値的に解く。セルサイズも最適化する（free-energy 最少）.
- 7 つの場合の中からfree energy最少なのを選択

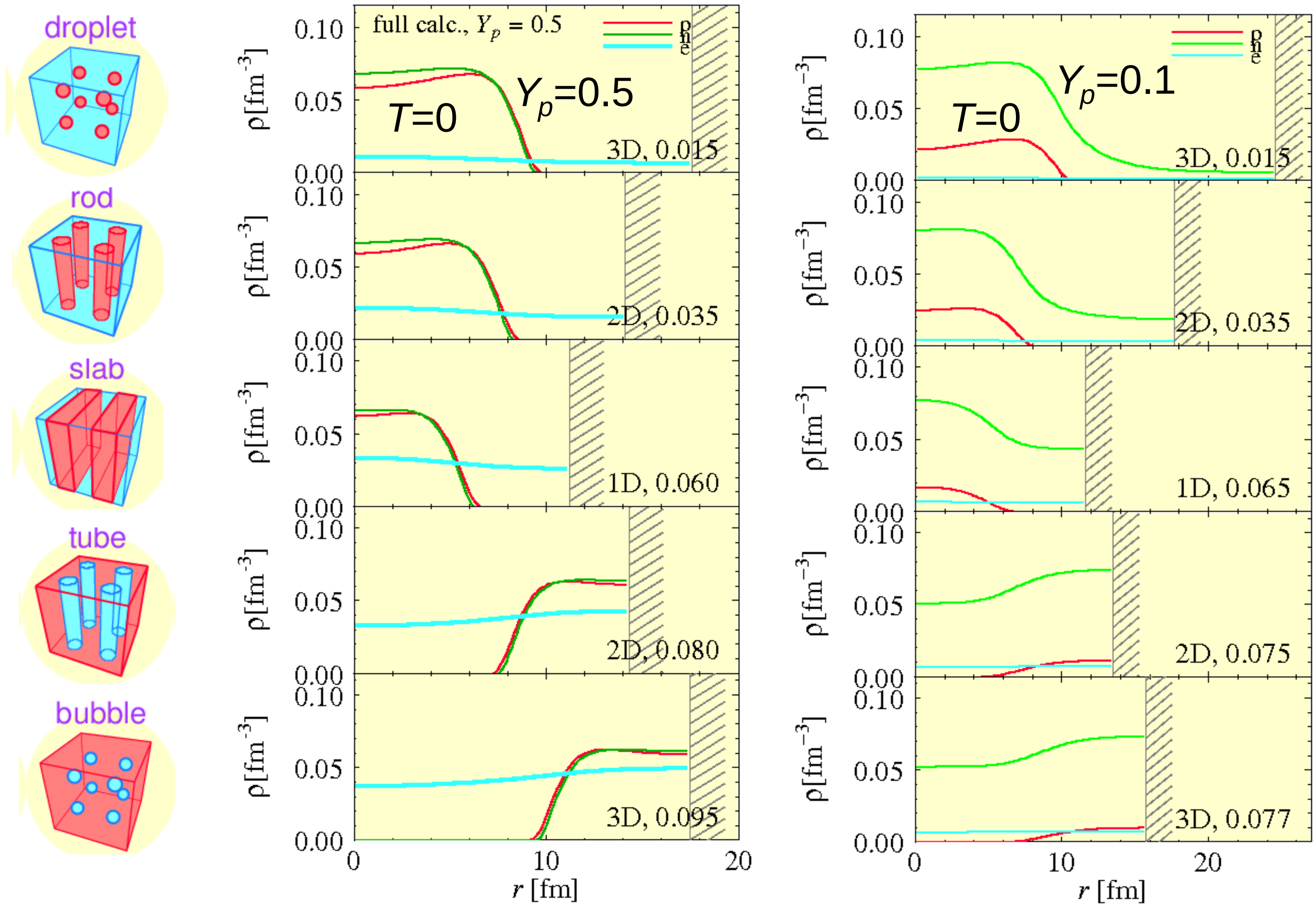
(Unif (I), droplet, rod, slab, tube, bubble, Unif (II)),



some of which are called "**pasta**" structures.

Pasta structures in matter (case of fixed Y_p)

Density profiles in WS cells

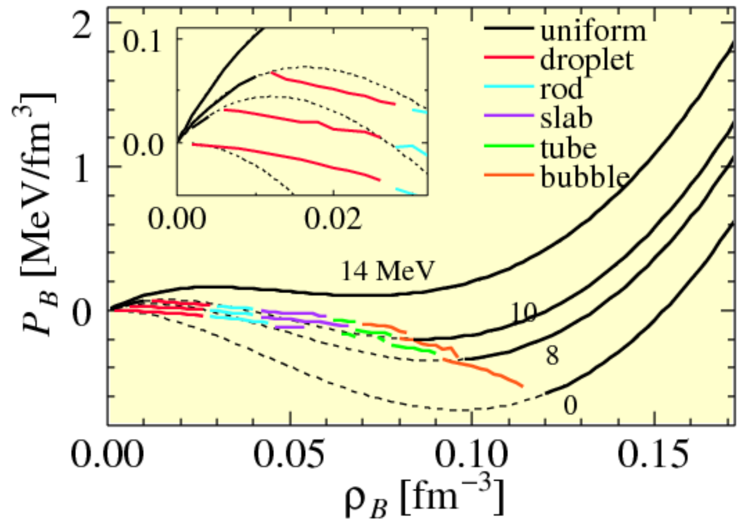


EOS with pasta structures in nuclear matter at $T \geq 0$

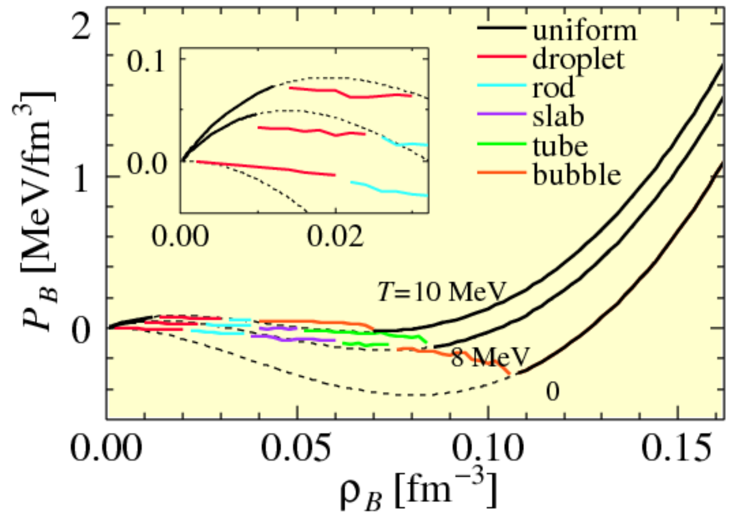
温度 $T \leq 10$ MeVでパスタ構造の出現

共存領域 (Maxwell for Y_p=0.5 and bulk Gibbs for Y_p<0.5) は meta-stable.
一様物質が有限サイズ効果により共存領域の一部で許される.

Symmetric matter Y_p=0.5



Asymmetric matter Y_p=0.3



Neutrino-trapped matter

•**supernova coresとproto neutron stars**での、トラップされたニュートリノの役割を議論。

• 当てはまる密度は、標準核密度かそれ以下
(saturation density $\rho_0 \cong 0.16 \text{ fm}^{-3}$).

• ニュートリノの平均自由行程 $\lambda_\nu = \frac{1}{\rho\sigma}$, $\rho \approx 0.1 \text{ fm}^{-3}$, σ=10^{-38}cm^2
→ $\lambda \approx 1\text{cm}$ $\ll$ size of compact stars
→ ニュートリノトラップ

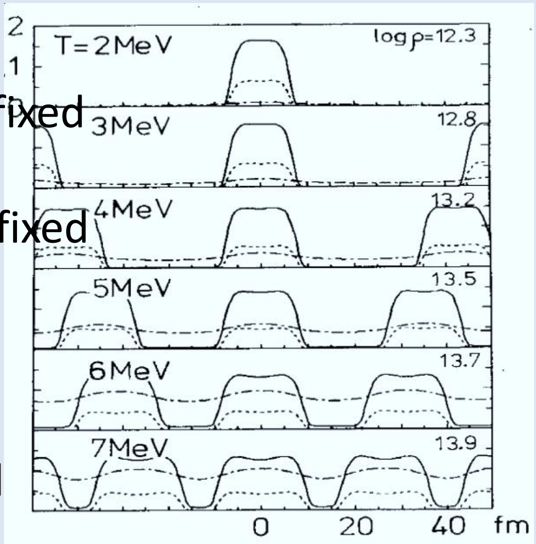
• 物質の構成要素 : p, n, e^-, ν (trapped neutrino).

Neutrino degenerate and inhomogeneous matter.

先行研究:

・Ogasawara & Sato PTP68(1982)222
Effective interaction + Thomas-Fermi, $T = 0$, Y_l = fixed
・Ogasawara & Sato PTP70(1983)1569
Effective interaction + Thomas-Fermi, $T > 0$, Y_l = fixed

→ 非一様構造出現の 促進 (droplet & bubble)



・ Watanabe, Iida, Sato NPA687(2001)512
Effective interaction + flat density , $T = 0$, Y_l = fixed

→ パスタ構造出現の促進.

今回の計算:

Relativistic mean field + Thomas-Fermi , $T > 0$, Y_l = fixed.
Fully consistent density distribution.

解くべき方程式

For Fermions, we employ Thomas-Fermi approx. at finite T

$$f_{i=n,p}(\boldsymbol{r};\boldsymbol{p},\mu_i)=\left(1+\exp\left[\left(\sqrt{p^2+m_N^*(\boldsymbol{r})^2}-\sqrt{p_{Fi}(\boldsymbol{r})^2+m_N^*(\boldsymbol{r})^2}\right)\Big/T\right]\right)^{-1},$$

$$f_e(\boldsymbol{r};\boldsymbol{p},\mu_e)=\left(1+\exp\left[\left(p-(\mu_e-V_C(\boldsymbol{r}))\right)/T\right]\right)^{-1},$$

$$f_\nu(\boldsymbol{p},\mu_\nu)=\left(1+\exp\left[\left(p-\mu_\nu\right)/T\right]\right)^{-1}$$

$$\rho_{i=p,n,e,\nu}(\boldsymbol{r})=2\int_0^\infty\frac{d^3p}{(2\pi)^3}f_i(\boldsymbol{r};\boldsymbol{p},\mu_i),$$

$$\mu_p=\sqrt{p_{Fp}(\boldsymbol{r})^2+m_N^*(\boldsymbol{r})^2}+g_{\omega N}\omega_0(\boldsymbol{r})+g_{\rho N}R_0(\boldsymbol{r})-V_C(\boldsymbol{r}),$$

$$\mu_n=\sqrt{p_{Fn}(\boldsymbol{r})^2+m_N^*(\boldsymbol{r})^2}+g_{\omega N}\omega_0(\boldsymbol{r})-g_{\rho N}R_0(\boldsymbol{r}),\qquad \mu_n=\mu_p+\mu_e-\boldsymbol{\mu_\nu}$$

$$\int_V d^3r\left[\rho_p(\boldsymbol{r})+\rho_n(\boldsymbol{r})\right]=\text{const},\quad \text{(baryon number)}\qquad \int_V d^3r\,\rho_p(\boldsymbol{r})=\int_V d^3r\,\rho_e(\boldsymbol{r}),\quad \text{(total charge)}$$

$$\int_V d^3r\left[\rho_e(\boldsymbol{r})+\rho_\nu(\boldsymbol{r})\right]=\text{const}\quad \text{(lepton number)}$$

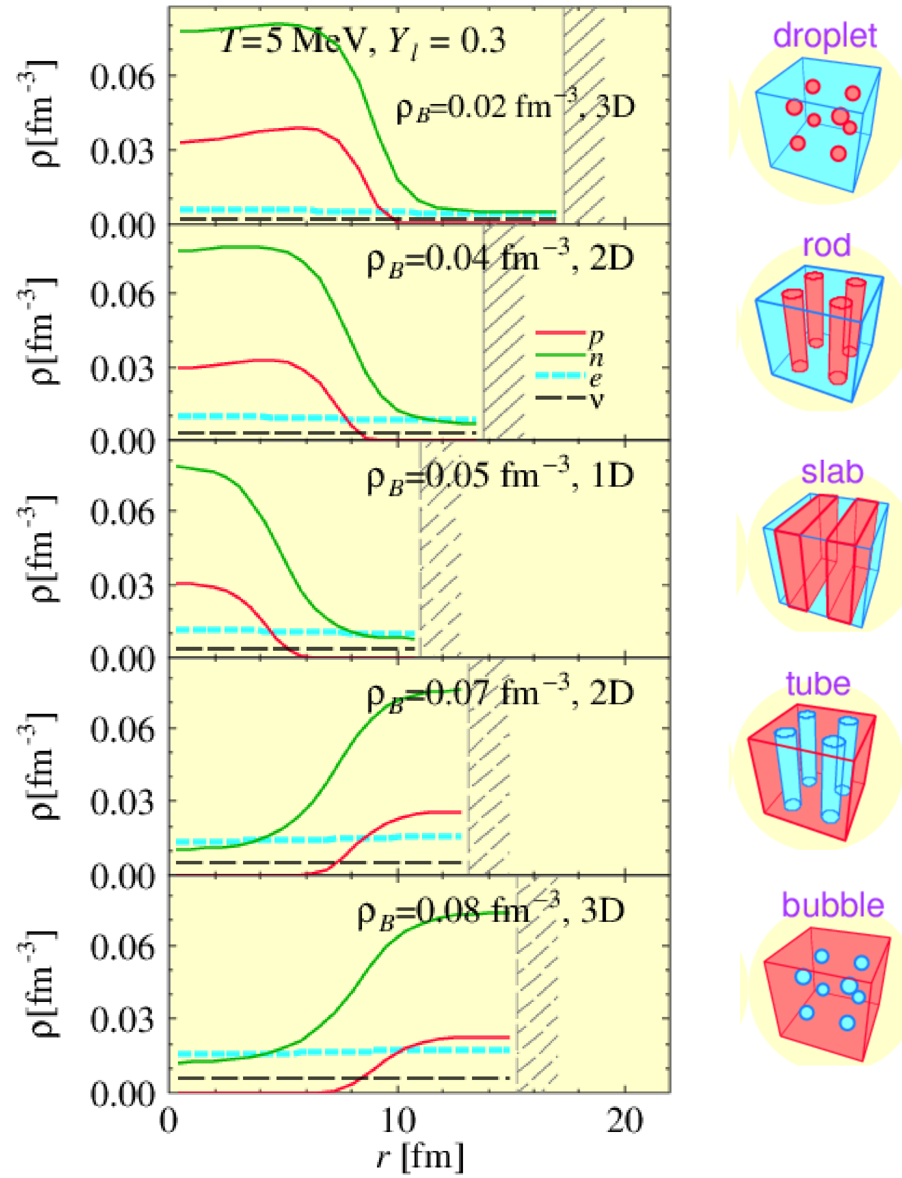
Results

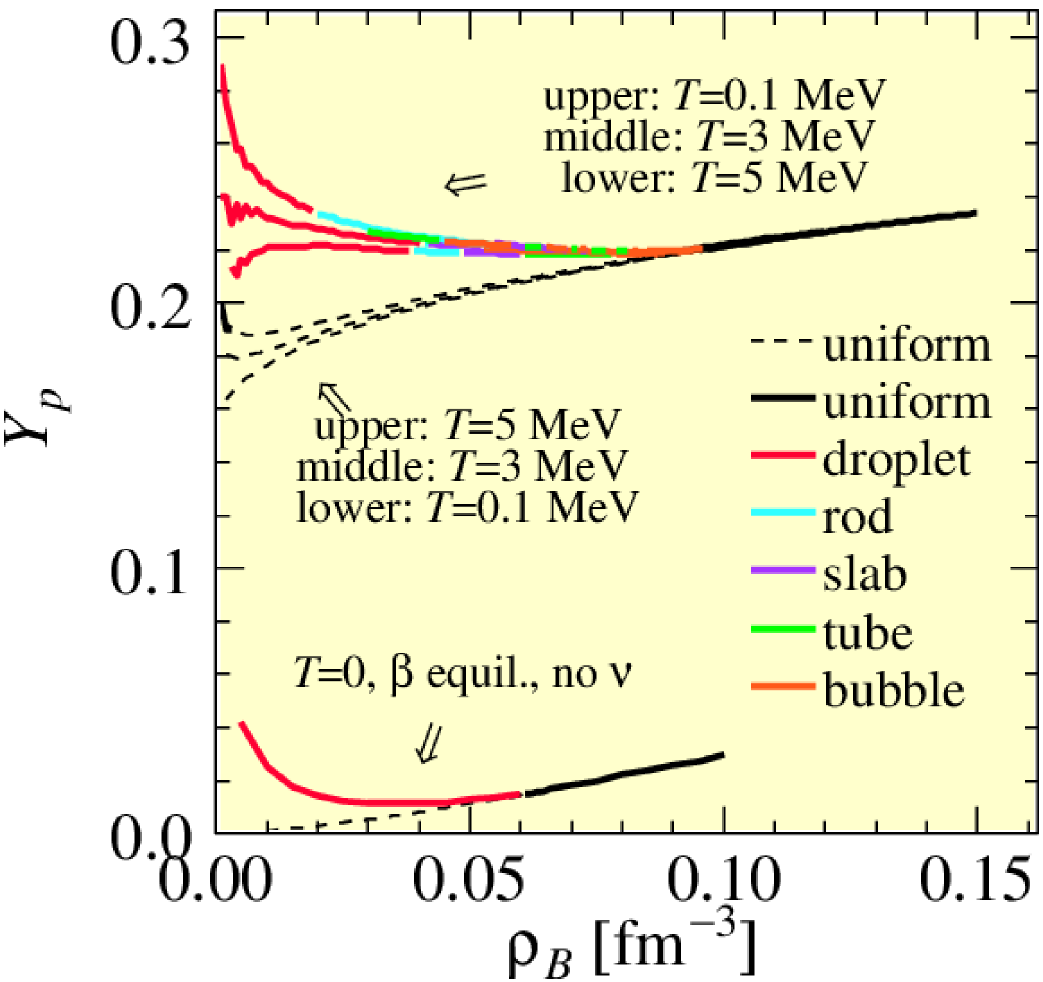
WSセル内での密度分布

場の方程式を解いてfree-energy 最少状態を探すと、密度分布が得られる.

セルの幾何学的次元も最適化すると、密度増加とともに
“uniform” --“droplet”-- “rod” -- “slab” -- “tube” -- “bubble” -- “uniform”
（U—3D—2D—1D—2D—3D—U）
と変化。

場合によってはいくつかの形状が現れないことも。

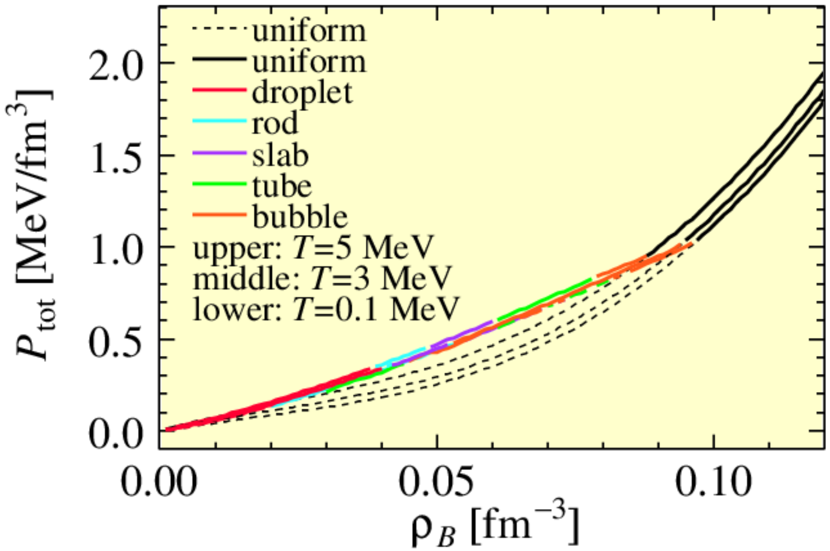


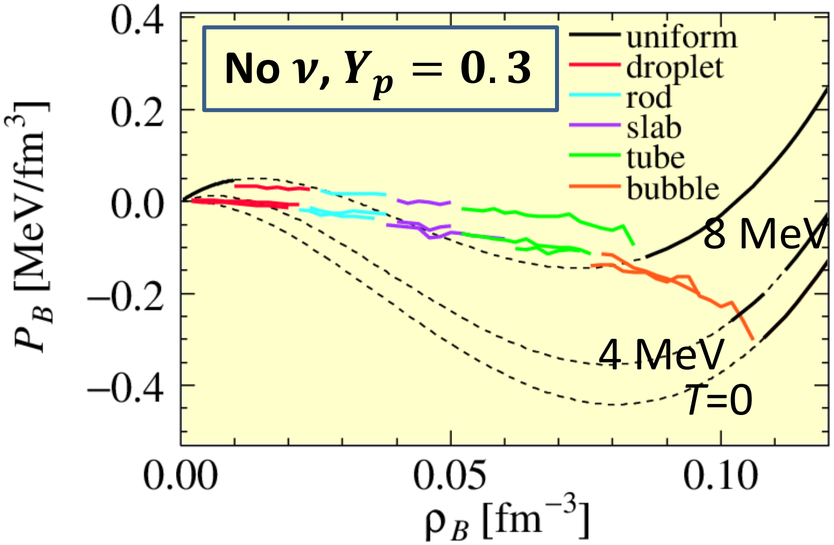


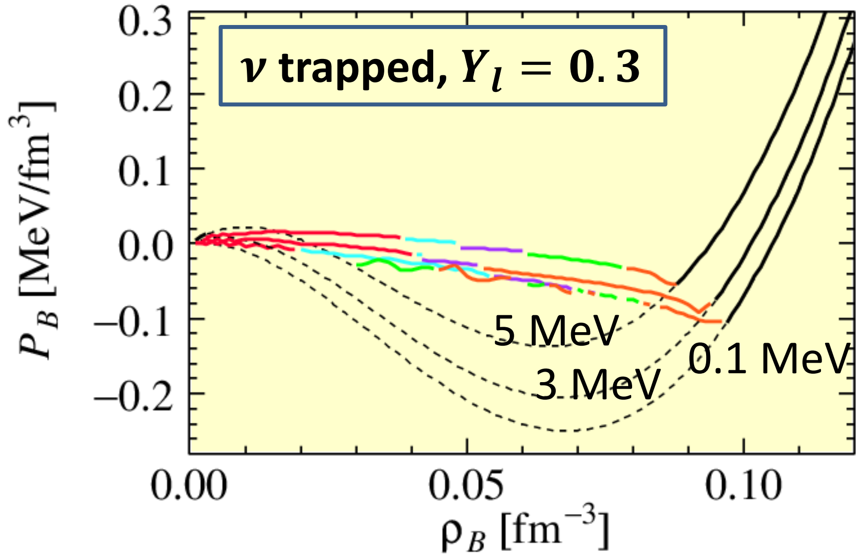
陽子含有率は密度に依存。
非一様構造の出現にも依存。

レプトン含有率 Y_l 一定で
陽子含有率 Y_p がY_l の ¾倍
程度。 ニュートリノ無のベータ平衡の場合よりはるかに大きい。

EOS (pressure) 。
陽子含有率固定の場合Y_p=0.3 (below)とレプトン含有率固定の場合Y_l=0.3 (right)の比較.
非一様構造出現でバリオン分圧がゼロに近づく。
どちらも同様な振舞い。







まとめ

- RMF + Thomas Fermi 計算で低密度原子核物質を計算
- “Pasta” 構造が出現.状態方程式にも影響。
- ニュートリノの存在がパスタのような非一様構造の出現を促進.
- 物質の EOS は非一様構造やニュートリノの存在に大きく依存.
- フルに3次元の計算（ Okamoto *et al* ）も行われ、ニュートリノ入りの物質でも期待できる.→超新星爆発シミュレーションのためデータベースなど