“原子核パスタ”と中性子星のクラスト

岡本 稔[1,2]　丸山 敏毅[2]
矢花 一浩[3,1]　巽 敏隆[4]

筑波大学大学院 数理物質科学研究科[1]
日本原子力研究開発機構 先端基礎研究センター[2]
筑波大学 計算科学研究センター[3]
京都大学 理学研究科[4]

基研研究会『 ハドロン物質の諸相と状態方程式 - 中性子星の観測に照らして - 』
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館パナソニック国際交流ホール

2012年8月30日～9月1日

Menu

I. パスタ構造

II. Y_p固定の場合　(Y_p = 0.5, 0.3, 0.1)

III. β平衡下の場合 (中性子星クラスト物質)

IV. 中性子星クラストの振れとパスタ構造

V. まとめと今後

パスタ構造 = 一次相転移に伴う物質の非一様構造「構造を持った混合相」

黒色：原子核物質
白色：ガス状の核子

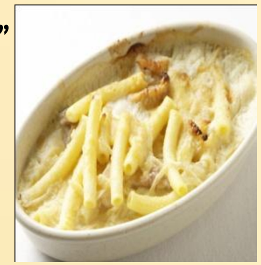
ρ_0：標準核密度
～0.16 fm^{-3}

"Meet ball"

"Spaghetti"

"Lasagna"

"Macaroni"



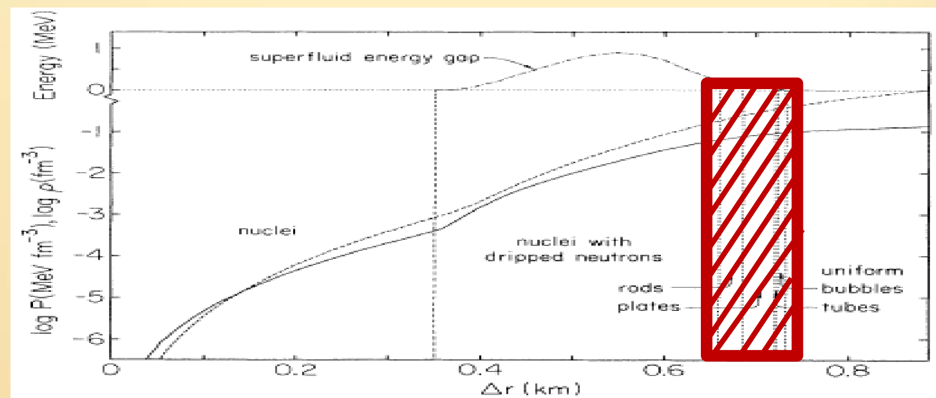
"(Swiss) cheese"

一様原子核物質へ

K.Oyamatsu, Nucl.Phys.**A561**,431(1993)

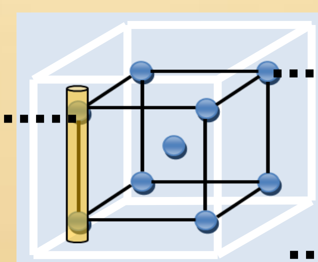
中性子星とパスタ構造

- クラストの質量の半分
  → クラストの状態方程式(EOS)へ大きな寄与
- 中性子星表面での地震(星震)
  → shear modulus などの物理量に関与
- 高密度領域でのパスタ構造の再出現
  → 3～5ρ_0付近において Kaon 凝縮に伴って現れる。中性子星全体の状態方程式にもある程度影響。



C. P. Ravenhall et all Phys. Rev. Lett. 70 ,4 (1993)

- グリッジ



原子核

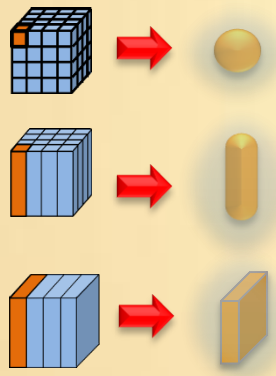
巻き付いた渦糸

ドリップした中性子

Conventional Studies

Wigner-Seitz Cell 近似

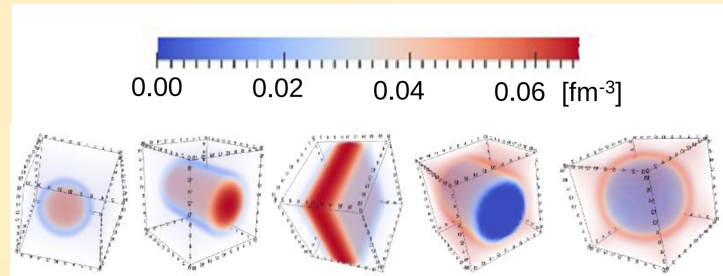
規則的な構造を仮定。空間を同等なセルに分割。
セルの幾何学的対称を仮定
（3D：球、2D：円筒、1D：板状）



利点：　1次元の計算に帰着
↓
計算コストがかからない

その反面…
空間的な対称性により得られる
構造への制約

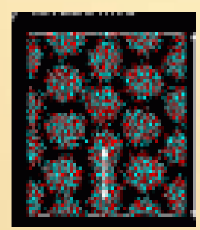
Calculation in small cell



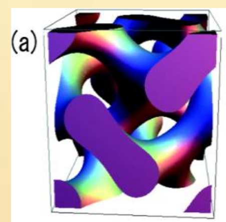
- 比較的、計算コストがかからない
- 典型的なパスタ構造の3次元データが得られる
- 周期的境界条件による構造への制約

- 非典型的なパスタ構造の存在は?

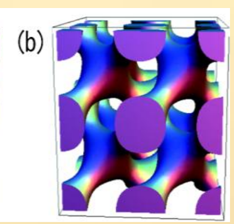
M. Matsuzaki PRC 73, 028801 (2006)
K.Nakazato, K.Oyamatsu PRL 103, 132501 (2009)
G.Watanabe et.al PRC 68, 035806 (2003)



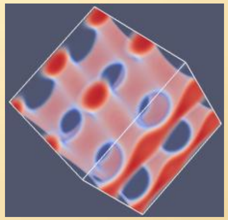
dumbbell 型



Gyroid 型



double-diamond 型



network 型

- 力学的性質は？
- 結晶構造は?

従来の予想

"droplet" "bubble" "rod" "tube"

体心立方格子　　六方格子

空間3次元のFull 計算

相対論的平均場模型

$$L=\bar{\psi}\left(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}-m-g_{\sigma}\sigma-g_{\omega}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}-g_{\rho}\gamma^{\mu}\tau^{a}\rho_{\mu}^{a}\right)\psi$$
$$+\frac{1}{2}\partial_{\mu}\sigma\partial^{\mu}\sigma-\frac{1}{2}m_{\sigma}^{2}\sigma^{2}+\frac{1}{3}bm_{\sigma}(g_{\sigma}\sigma)^{3}+\frac{1}{4}c(g_{\sigma}\sigma)^{3}$$
$$+\frac{1}{2}m_{\omega}^{2}\omega_{\mu}\omega^{\mu}+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\partial^{\mu}\omega^{\nu}-\partial^{\nu}\omega^{\mu}\right)\left(\partial_{\mu}\omega_{\nu}-\partial_{\nu}\omega_{\mu}\right)\right]$$
$$+\frac{1}{2}m_{\rho}^{2}R_{\mu}R^{\mu}+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\partial^{\mu}R^{\nu}-\partial^{\nu}R^{\mu}\right)\left(\partial_{\mu}R_{\nu}-\partial_{\nu}R_{\mu}\right)\right]$$
$$-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\partial^{\mu}F^{\nu}-\partial^{\nu}F^{\mu}\right)\left(\partial_{\mu}F_{\nu}-\partial_{\nu}F_{\mu}\right)\right]$$

＋

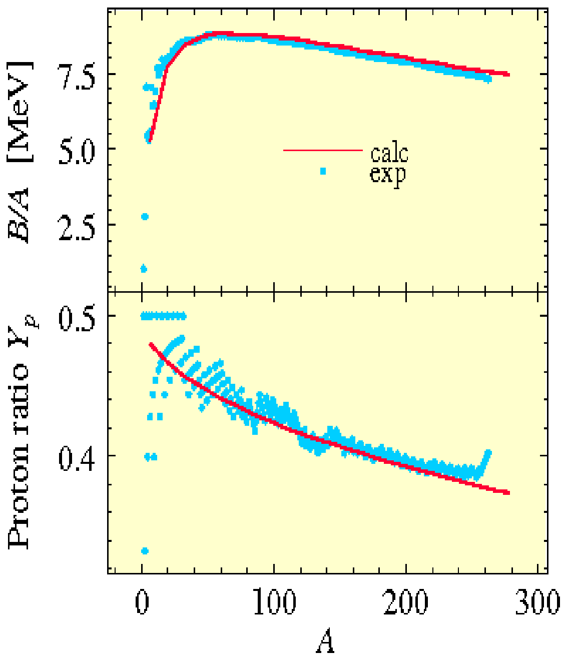
Thomas Fermi 近似
&
零温度
&
変分原理

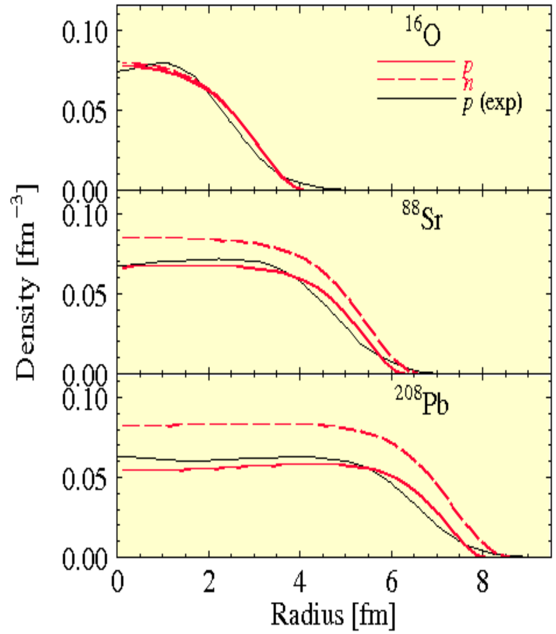
$$-\nabla^{2}\sigma(\vec{r})+m_{\sigma}^{2}\sigma(\vec{r})^{2}=-\frac{dU(\sigma)}{d\sigma}+g_{\sigma N}\left(\rho_{n}^{s}(\vec{r})+\rho_{p}^{s}(\vec{r})\right)$$
$$-\nabla^{2}\omega_{0}(\vec{r})+m_{\omega}^{2}\omega_{0}(\vec{r})=g_{\omega N}\left(\rho_{p}(\vec{r})+\rho_{n}(\vec{r})\right)$$
$$-\nabla^{2}R_{0}(\vec{r})+m_{\rho}^{2}R_{0}(\vec{r})=g_{\rho N}\left(\rho_{p}(\vec{r})-\rho_{n}(\vec{r})\right)$$
$$\nabla^{2}V(\vec{r})=4\pi e^{2}(\rho_{p}(\vec{r})+\rho_{e}(\vec{r}))$$
$$\mu_{p}=\mu_{B}-\mu_{e}+V=\upsilon_{p}+g_{\omega N}\omega_{0}+g_{\rho N}\rho_{0}$$
$$\mu_{n}=\mu_{B}=\upsilon_{n}+g_{\omega N}\omega_{0}-g_{\rho N}\rho_{0}$$
$$\rho_{e}(\vec{r})=-\frac{(V(\vec{r})-\mu_{e})^{3}}{3\pi^{2}}$$

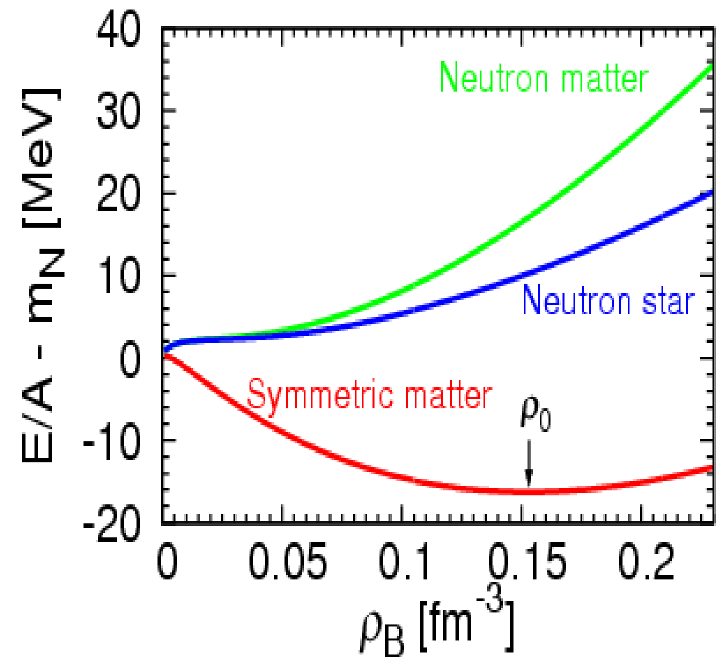
・パラメーター

有限核の性質と原子核物質の飽和密度等を再現するようにフィットさせる

PRC 72, 015802 (2005) , T.Maruyama et. al

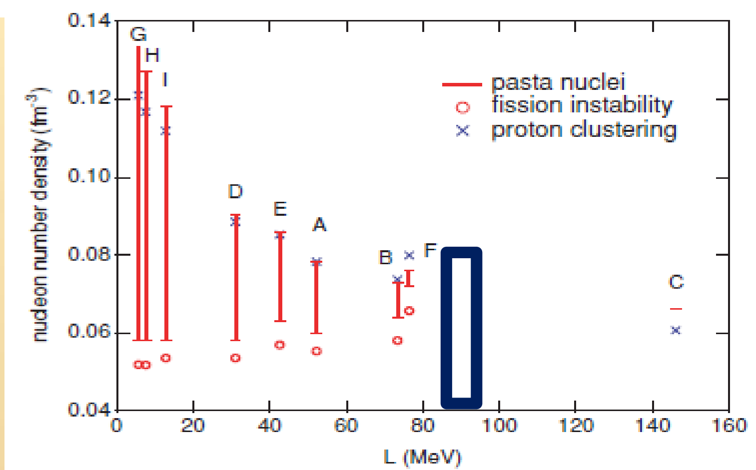






飽和密度	ρ_0	:	0.153 fm^{-3}
束縛エネルギー	ε_0	:	−16.4 MeV
非圧縮率	K	:	240 MeV
対称エネルギー	S_0	:	33.4 MeV
密度微分係数	L	:	92 MeV

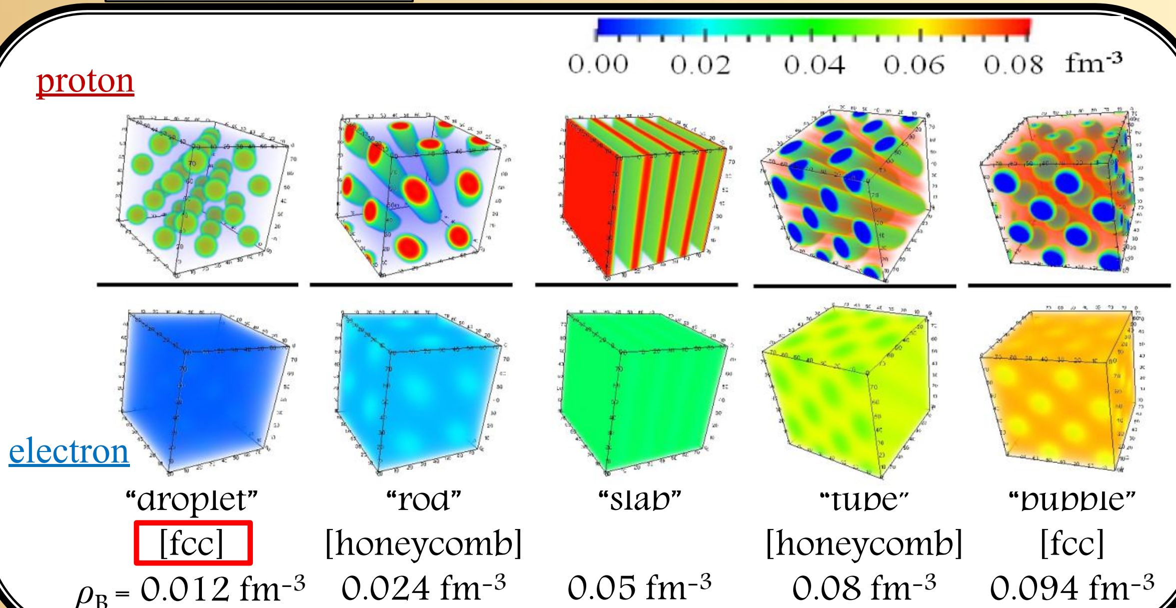
$$\left(L = 3\rho_0 \frac{dS}{d\rho}\bigg|_{\rho=\rho_0} \right)$$

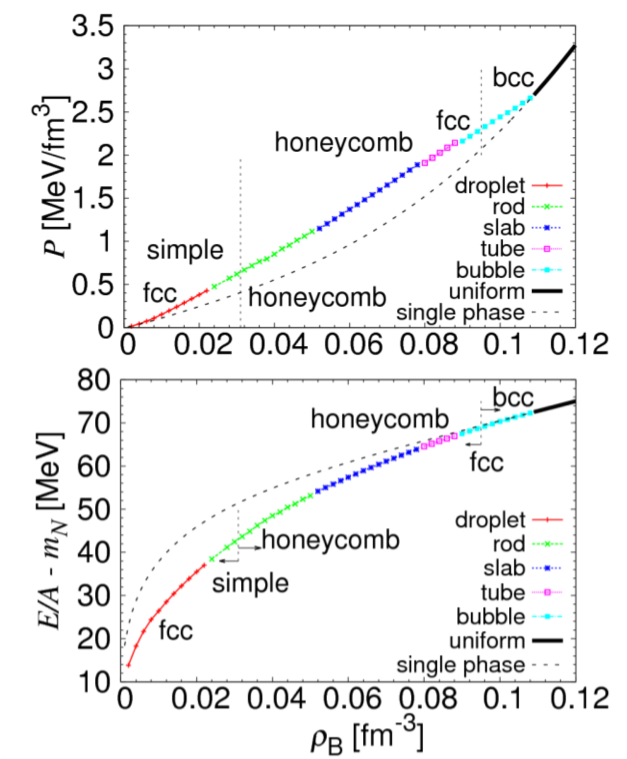


PRC 75, 015801 (2007) , K.Oyamatsu, K.Iida

Results : 陽子含有率 Y_p = Z/A 固定の場合 (A: 質量数 , Z: 陽子数)

Y_p = Z/A = 0.5

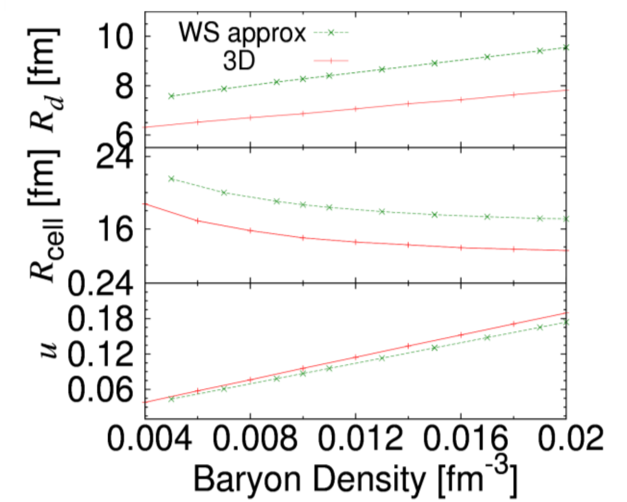




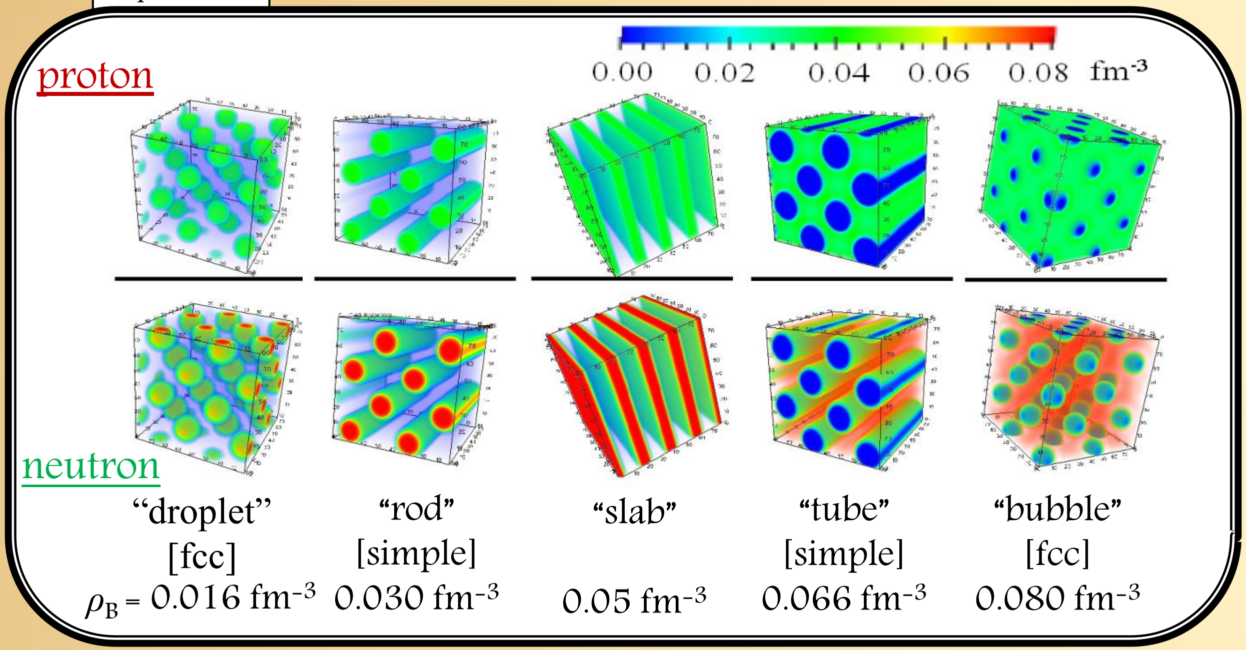
- 典型的なパスタ構造の出現を確認
- 周期的な構造

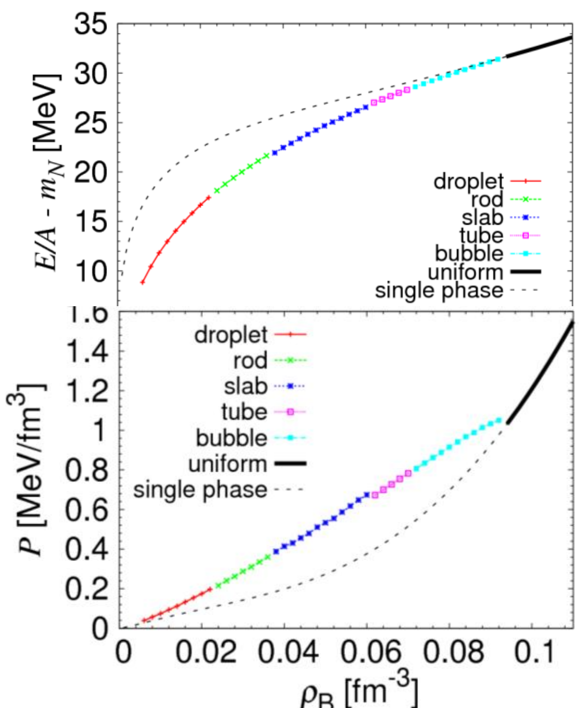
New results

- droplet の結晶構造 :
  "fcc" の方が"bcc"よりもエネルギーが低い
- W-S cell 近似を用いた場合よりもdroplet のサイズが小さい

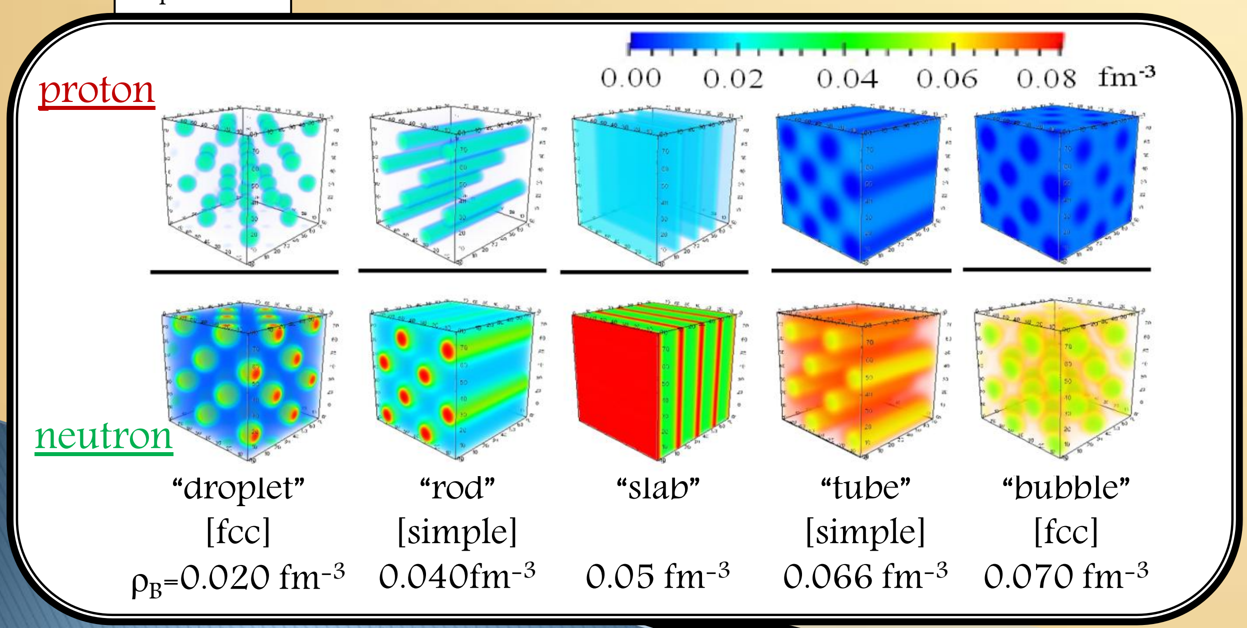


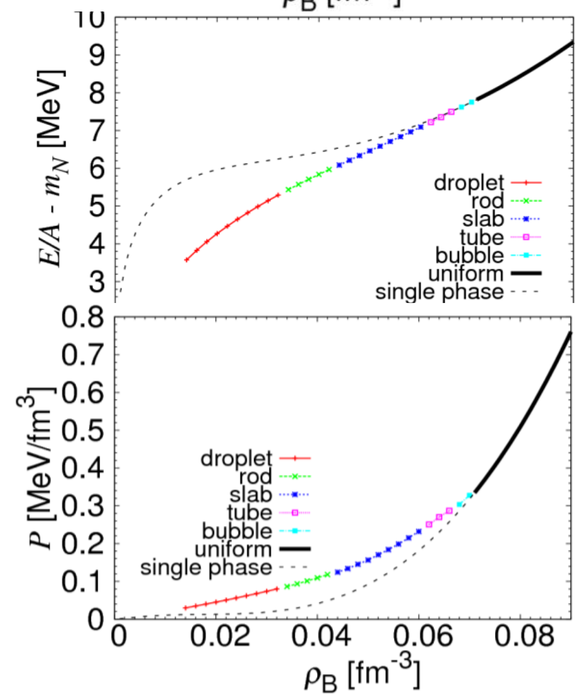
$Y_p = 0.3$


0.00 0.02 0.04 0.06 0.08 fm⁻³
proton
neutron
"droplet" [fcc] ρ_B = 0.016 fm⁻³
"rod" [simple] 0.030 fm⁻³
"slab" 0.05 fm⁻³
"tube" [simple] 0.066 fm⁻³
"bubble" [fcc] 0.080 fm⁻³


E/A - m_N [MeV]
droplet
rod
slab
tube
bubble
uniform
single phase
P [MeV/fm³]
ρ_B [fm⁻³]

$Y_p = 0.1$

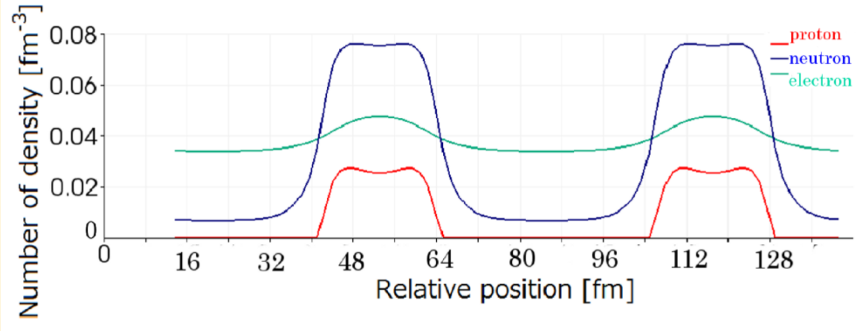

0.00 0.02 0.04 0.06 0.08 fm⁻³
proton
neutron
"droplet" [fcc] ρ_B=0.020 fm⁻³
"rod" [simple] 0.040fm⁻³
"slab" 0.05 fm⁻³
"tube" [simple] 0.066 fm⁻³
"bubble" [fcc] 0.070 fm⁻³


E/A - m_N [MeV]
droplet
rod
slab
tube
bubble
uniform
single phase
P [MeV/fm³]
ρ_B [fm⁻³]

陽子含有率固定の場合　:

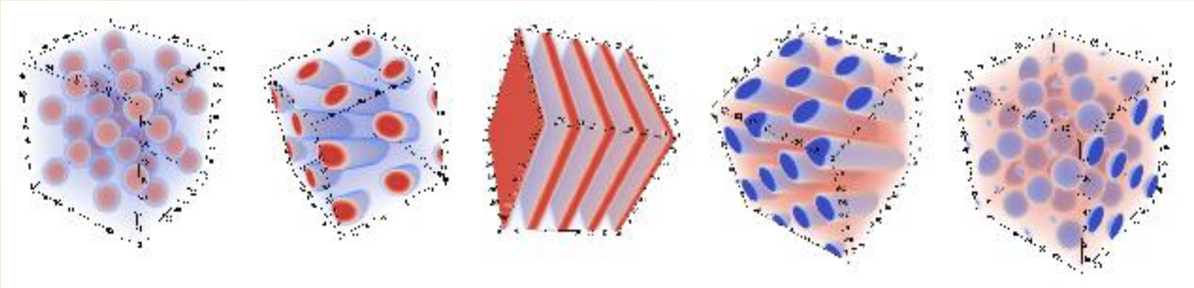
・全て陽子含有率(0.5, 0.3, 0.1) において、典型的なパスタ構造の出現を確認出来た

・Y_p=0.1 において、中性子のドリップを確認した



・陽子分布において中心付近に凹みが現れる

・典型的なパスタ構造のみが基底状態として現れる

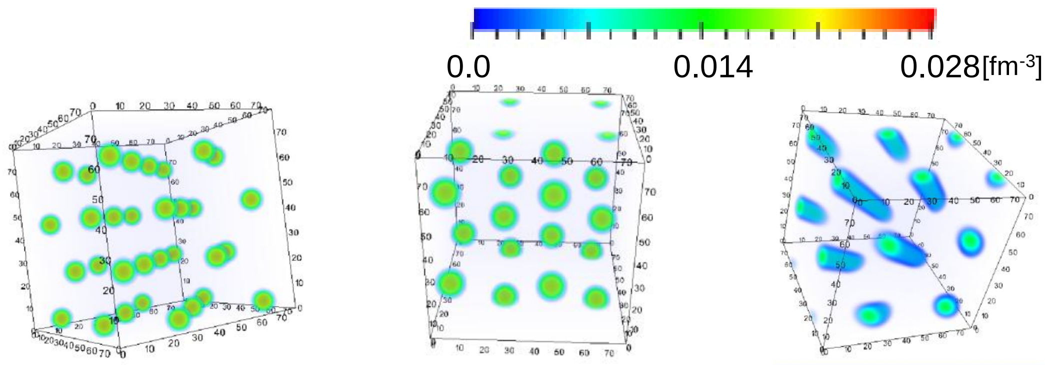


・グリッド幅　Δr ～ 1fm 程度では、パスタ構造の表面の立ち上がりをうまく再現出来ていない可能性がある

→　表面を少なくとも10数点、それ以上のグリッド点で表す為に、Δr≦0.3 fm である事が求められる

Results : β 平衡下の場合

$\mu_n(\vec{r}) = \mu_p(\vec{r}) + \mu_e$ を条件に付加



"droplet"
[fcc]
ρ_B=0.036 fm^{-3}

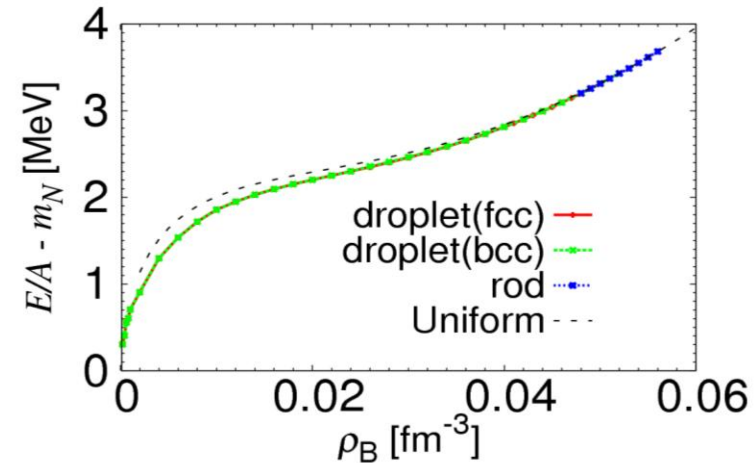
"droplet"
[bcc]
ρ_B=0.036 fm^{-3}

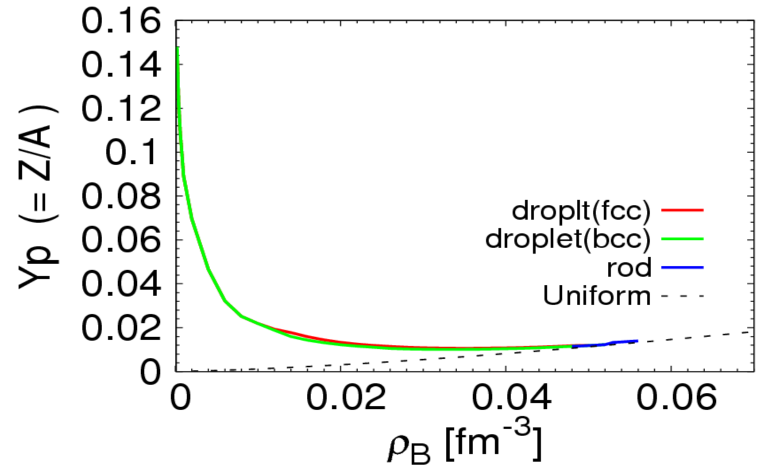
"rod"
[honeycomb]
ρ_B=0.050 fm^{-3}

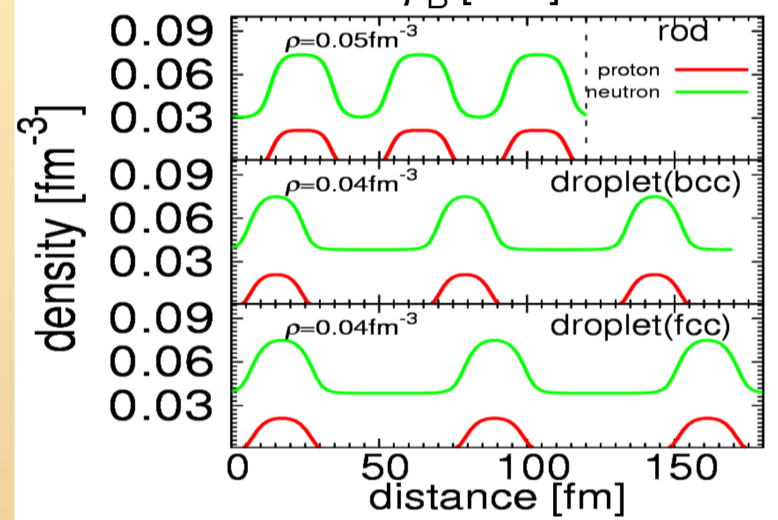
- droplet("fcc" & "bcc"), rod を得る事が出来た
- New Results :
  一様核物質に変化する前に基底状態はdroplet ("bcc")から
  droplet ("fcc") → rod に変化する

<u>エネルギー差</u>
droplet ("bcc") : ～数10 [keV]

- 陽子含有率、droplet のサイズ、格子定数の
  密度依存性は"fcc", "bcc"間で概観には同じ。
  → わずかな差がdroplet 内の陽子数など違いに現れる







以前の研究において…

D.G. Ravenhall et.al, PRL. 50, 2069 (1983)
K.Oyamatsu et.al, PTP. 72, 2 (1984)

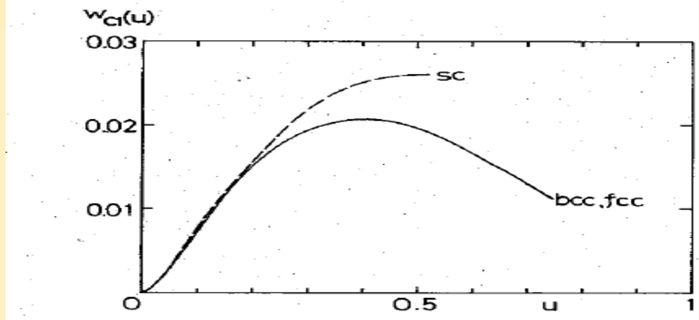
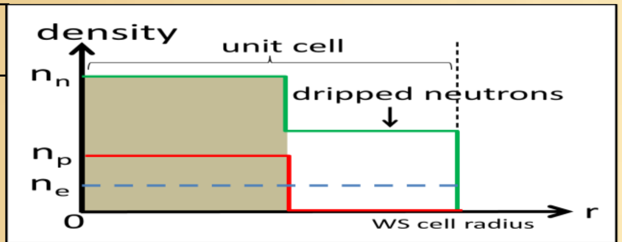


Fig. 1. Relative Coulomb energy $w_{c1}(u)$ for the matter with spherical nuclei. The curves correspond to three lattice types. The curve for bcc is actually lower than the one for fcc only by an indistinguishable amount. The range of u for bcc is $0 \leq u \leq 0.6802$, which is narrower than that for fcc.

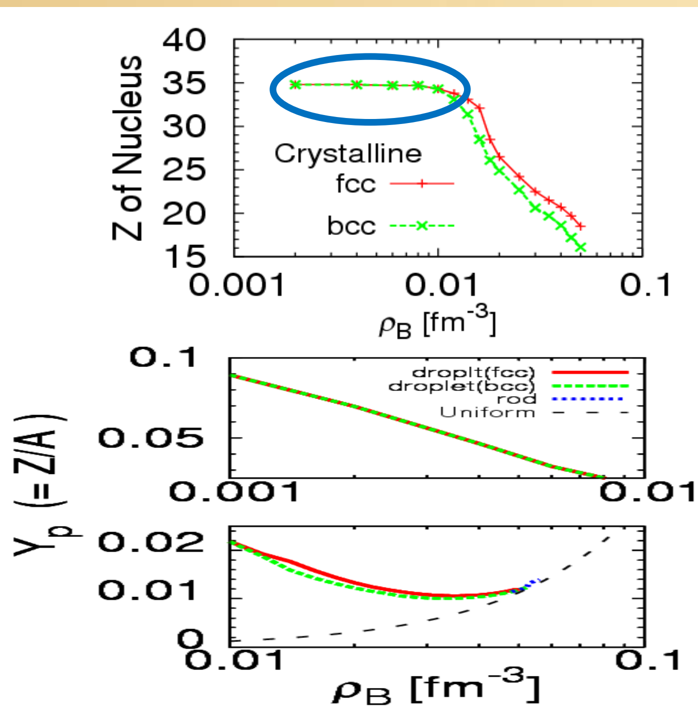
液滴模型



Total Energy = (bulk) + (Surface) + $\boxed{\text{(Coulomb)}}$

- 同じサイズのdroplet を “fcc” , “bcc”, “simple”のLattice に組むと仮定し、Coulomb エネルギーを比較
  → わずかに“bcc” がエネルギー的に有利

今回の計算では・・・



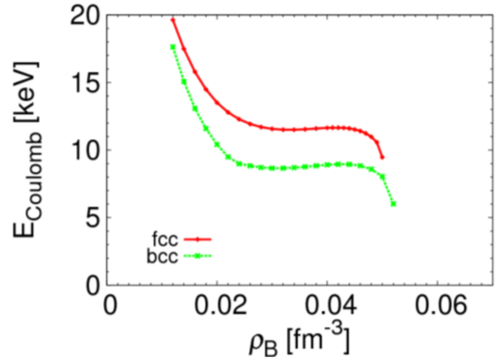
$\boxed{\rho \to 0}$

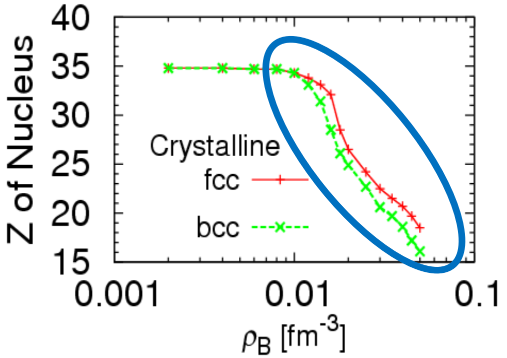
$\rho \cong 0.01$[fm^{-3}] 付近で“bcc” と “fcc”の2つの結晶格子 における原子核がほぼ一致。
エネルギーにおいて差が現れるのはCoulomb 部分のみ

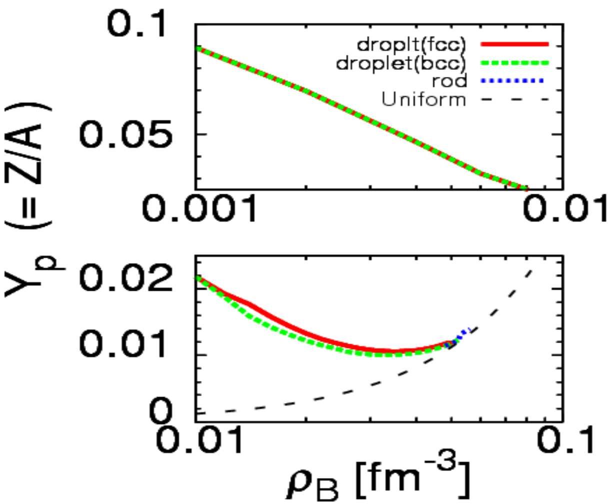
Coulomb エネルギーの小さい“bcc” が基底状態

Results

$\boxed{\rho \rightarrow \rho_0}$







- 確かにCoulomb エネルギーは“bcc”の方が小さい
- 陽子含有率　:　“bcc” よりも “fcc” の方が1割弱大きい
- droplet の半径が異なる為、“fcc”は表面エネルギーで得をする

- 全てを統合すると“fcc”が有利
- 自己無撞着な計算によって、droplet のサイズも求める必要がある

原子核内の陽子数

ρ_B[fm^{-3}]	0.002	0.006	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
bcc	34.8	34.7	34.3	25.5	23.2	20.7	18.5
fcc	34.8	34.7	34.3	24.7	21.6	18.6	16.1

∴ 基底状態の結晶格子は密度変化に伴い変化する

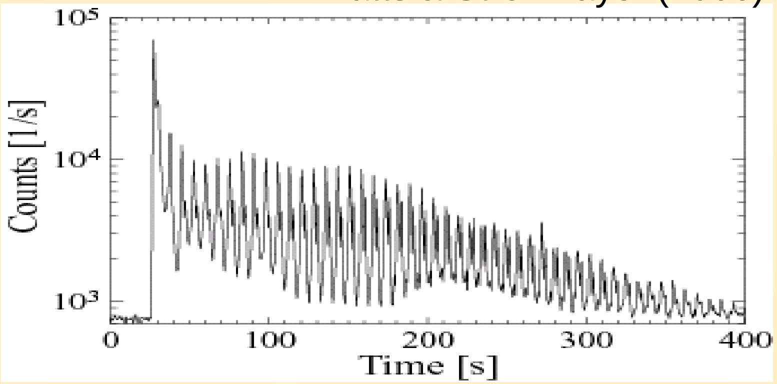
$\rho \rightarrow 0$　:　“bcc”
$\rho \rightarrow \rho_0$　:　“fcc”

中性子星クラストの振れとパスタ構造の関係

- Giant Flare の tail 部分にQuasi Periodic Oscillation を発見
  - SGR 1806-20 B~8×10^{14}G：18, 26, 30, 92.5, 150,626.5, 1837 Hz
  - SGR 1900+14 B＞4×10^{14}G：28, 54, 84, 155 Hz
  - SGR 0526-66 B~4×10^{14}G：43 Hz

  → クラストにおける torsional oscillation か？

Watts & Strohmayer (2006)



- パスタ構造(球状原子核) を考慮して、これらの周波数へのアプローチがなされている

- 重要な物理量: isotropic shear modulus μ

  → 現在用いられているのは

$$\mu = 0.1194 \frac{n_i (Ze)^2}{a}$$

n_i : イオンの数密度, Ze : 平均電荷数

$$n_i = 1 \Big/ \left(\frac{4\pi}{3} a^3 \right)$$

S. Ogata, S. Ichimaru (1990) , T.E. Strohmayer, et al. (1991)

- 点粒子を仮定した分子動力学計算とモンテカルロシミュレーション

  → 原子核の有限サイズ効果、Coulomb screening 効果が含まれていない

⇩

鋭意計算中のβ平衡核物質のデータを用いて
アプローチすることは可能か？

原子核をそれぞれ $\vec{r}$ から $\vec{r}+\vec{u}$ だけ変異させたときのエネルギー変化量

$$\varepsilon_{def}=\frac{1}{2}K\left(\vec{\nabla}\cdot\vec{u}\right)^2+\mu\left(u_{i,k}-\frac{1}{3}\delta_{i,k}\vec{\nabla}\cdot\vec{u}\right)^2 \qquad u_{i,k}=u_{i,k}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k}+\frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right)$$

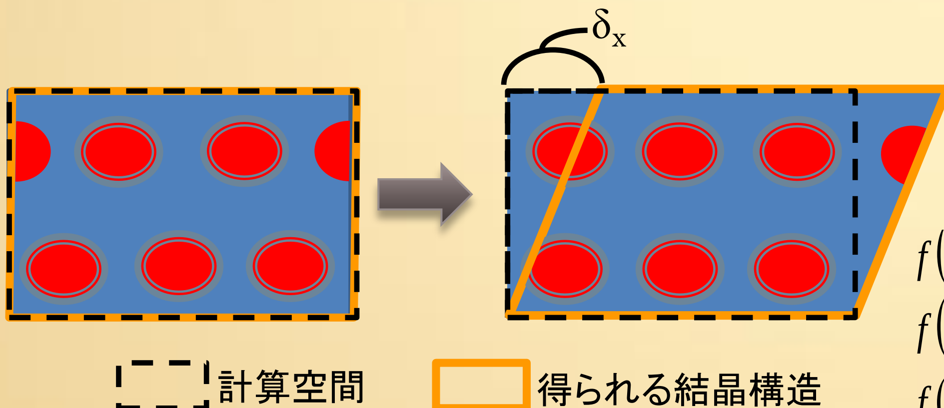
次の様な結晶格子の変形を考えてみたい

問題点 ： どう変形させるか

<u>原子核の移動</u>

“普通”の
周期境界条件

$$f\left(x+L_x,y\right)=f\left(x-L_x,y\right)=f\left(x,y\right)$$
$$f\left(x,y+L_y\right)=f\left(x,y-L_y\right)=f\left(x,y\right)$$



“歪んだ”
周期境界条件

$$f\left(x,y+L_y\right)=f\left(x-\delta_x,y\right)$$
$$f\left(x,y-L_y\right)=f\left(x+\delta_x,y\right)$$
$$f\left(x+L_x,y\right)=f\left(x-L_x,y\right)=f\left(x,y\right)$$

(1) 陽子と中性子の違い （陽子：孤立した塊、 中性子：大量にドリップ）
→ 中性子の分布に不連続性が現れる

(2) 緩和の有無

中間子場のみを与えられたBaryon 分布で緩和させる

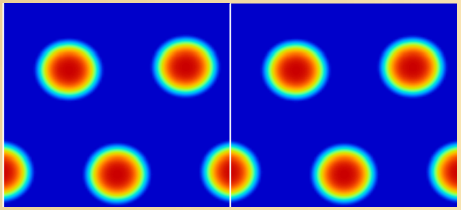
OR

中間子もBaryon 分布も“歪んだ”周期境界条件のもとで緩和させる

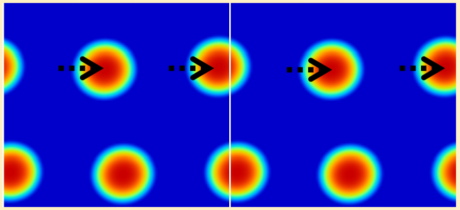
今回の計算では…

droplet を移動させた後に、"歪んだ"周期境界条件のもとで Baryon も中間子場も共に緩和させた

『移動前』

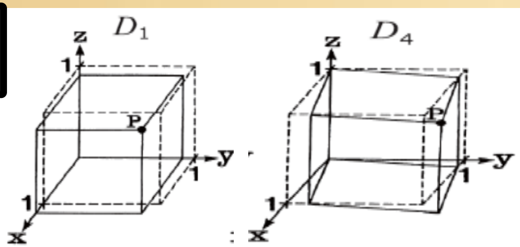


『移動後』



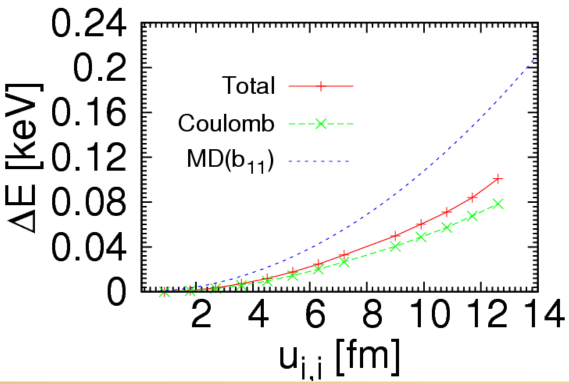
2次元のテスト計算において、原子核の移動・歪んだ周期境界条件の適用は上手くいっている模様

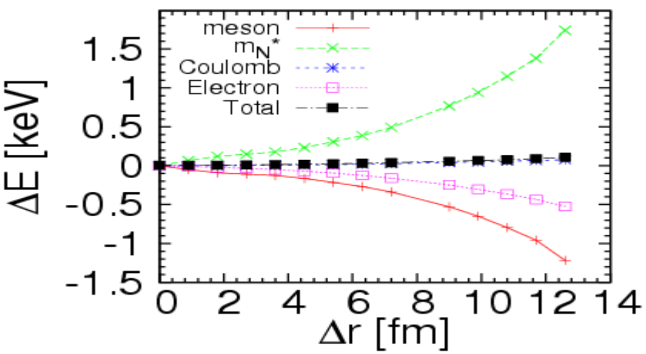
"bcc"

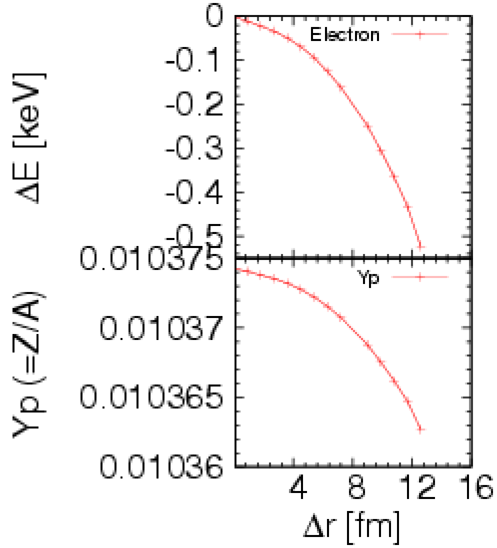


$$\mu_{eff} = (2b_{11} + 3c_{44})/5$$

D_1 D_4







b_{11} : 0.0212 (MD calculation)
0.0158 (our result)

- Hughto (2012) において、Coulomb screening の効果で10%ほどのreductionがあるとされている
- それ以外からの影響(全てを緩和させた為(?)) により以前の計算よりも25%程小さくなっている

・まとめ

低密度原子核物質に対して、相対論的平均場模型を用い、Wigner-Seitz cell 近似を課さずに空間3次元の計算を行なった

- 3次元の計算において、

  Y_p固定の場合

  既存のパスタ構造の出現が確認できた

  基底状態として現れるのは典型的なパスタ構造のみ

  β平衡下の場合

  droplet (“fcc”, “bcc”), rod の構造が基底状態として現れた

  最もエネルギーが低い構造は、

$\rho \to \rho_0$	:	droplet (“fcc”) & rod
$\rho \to 0$	:	droplet (“bcc”)

- shear modulus を求める為の、テスト計算を行なった

・今後

- 表面エネルギーの評価　(Thomas-Fermi 模型における $W_g = W_C$ の様な関係は…)

  $\left(W_g = F_0 \int d^3r \left|\nabla\rho(\vec{r})\right|^2\right)$
- 有限温度への拡張
- 高密度原子核物質
- 力学的性質へのアプローチ
- 計算手法の改良

END