ホワイトボードで

2014年度版

(M1向けの)格子ゲージ理論入門

富谷昭夫　大阪大学D3

akio_at_het.phys.sci.osaka-ac.jp

http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~akio/

目標:格子QCD(QED)が何をやっているかを
大雑把につかむ。
何が出来て何が出来ないのかを知る。

(自然単位系をつかう。)

(ほとんどの内容は、)

QEDに限る。

(ただし、ほとんどQCDと一緒)

相対論(共変的記法)、
量子力学(経路積分)、
ディラック方程式、
マクスウェル方程式
の知識を仮定

素粒子論=(素)粒子を◯◯の言葉で表現し理解する

場の量子論
弦理論

場の量子論

場の理論≒無限個の振動子の量子力学

量子力学＝遷移確率を計算する

場の理論も2つの状態の遷移確率を計算する

例)S行列…粒子の移り変わりを調べる

S行列＝LSZ還元公式+Green関数

Green関数は、(on-shellに限らない)

状態の遷移確率振幅

(ある時空点に粒子があるなど)

場の理論(基本的な流れ)

ラグランジアン→Green関数

→還元公式→S行列→断面積

Green関数さえ計算できたら良い！
(2粒子のときは、プロパゲータになる)

相互作用する場

＝連続無限個(実数と同じ数)の

非調和振動子

こんなののグリーン関数なんて

計算出来ないじゃん！

摂動論…結合定数で展開して調和振動子の重ね合わせで相互作用する場を近似。

展開出来ないものは、無理

格子化した場の理論は性質が良いので

非摂動論的に計算できたりする

コメント

※Green関数以外の観測量もある

Wilson loopなどのループ演算子

カイラル凝縮などの1点関数の時空平均

※Connected Green関数の生成汎関数 W[J]

$$W[J] = -i \log[Z[J]]$$

Green関数は、WをJで微分すれば作れる。

Wは、S行列のうち、

素通りを抜いた部分に丁度に対応する。

1PI有効作用ΓからWを作れるのでΓが

くりこみ可能なら全て有限にできる

Abbott, L.F. (1982) Introduction to the Background Field Method Acta Physica Polonica B13: 33-50.

http://neurotheory.columbia.edu/~larry/AbbottActPhysPol82.pdf

物理

対象

・ヒッグス
・超伝導
・暗黒物質
・Top質量
・ゲージ理論
・超対称性
・余剰次元
・フレーバー
・超弦
・場
⋮

手法

・摂動論
・平均場近似
・和則(ユニタリー性)
・格子化
・数値計算
・AdS/CFT
・局所化
・くりこみ群
・トイモデル化
・サイバーグ双対性
⋮

(組み合わせもあり)

コンテンツ

1. 連続QED(ラグランジアン)、ゲージ対称性
2. 経路積分量子化、ユークリッド化、
   統計力学系
3. 格子化プラケット作用

--↓あんまりやらない

4. 見たい物理と測定量
5. 計算法(強結合展開、摂動、メトロポリス法)
6. まとめ

QED= 光子と電子(フェルミオン)の場の量子論
とりあえず古典論

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}i(\partial_\mu - ieA_\mu)\gamma^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi$$

光子=(電磁場)　↑電子(ディラック場)　↑電子質量

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$$S = \int d^4x\mathcal{L}$$:作用

ψ:4成分のスピノル、反交換

γ_μ:4つの4x4行列スピノルに作用する。

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$$

まず、e=0としてみて、最小作用を考えてみる

→マクスウェル方程式&ディラック方程式(つまり原子~日常の世界を記述する)

e≠0 とする。この系は、ある特殊な変換をしても

ラグランジアンの形が変わらない。

形変わらない→対称性

ある特殊な変換

$$A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu \omega(x)$$

$$\psi \to e^{i\omega(x)}\psi$$

$$\bar{\psi} \to \bar{\psi}e^{-i\omega(x)}$$

※

U(1)=フェルミオン1つを位相回転
(=実自由度2個を混ぜる=O(2))

この時空点(x)に依存した変換をU(1)ゲージ変換という

(元々は、AをB,Eに焼きなおす時の不定性だったが
現代的には、上の変換に対する不変性のことを指す。)

※ $(\partial_\mu - ieA_\mu)\psi(x)$

$$\begin{aligned}\partial_\mu\psi(x) \to &\partial_\mu\psi' \\ &=\partial_\mu(e^{i\omega(x)}\psi) \\ &=e^{i\omega(x)}[i\partial_\mu\omega(x) + \partial_\mu\psi]\end{aligned}$$

$$A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\omega(x)$$

$\Rightarrow$ $(\partial_\mu - ieA_\mu)\gamma^\mu\psi(x) \to e^{i\omega(x)}(\partial_\mu - ieA_\mu)\gamma^\mu\psi(x)$

$$\therefore\ \bar{\psi}(\partial_\mu - ieA_\mu)\gamma^\mu\psi(x) \to \bar{\psi}(\partial_\mu - ieA_\mu)\gamma^\mu\psi(x)$$

古典論から量子論に行くには、経路積分(肩に乗せて積分)してやればOK

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}i(\partial_\mu - ieA_\mu)\gamma^\mu\psi - m\bar{\psi}\psi$$

$$\mathcal{L} \to \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi e^{-i\int d^4x\mathcal{L}[A,\psi,\bar{\psi}]}$$

(ゲージ理論は、ゲージ固定しないと経路積分がWell-definedじゃないけど
今は、適切に処理されてると思う。)

ユークリッド化=時間座標を虚時間だと思ってみる。(正当化は、"解析接続")

$$\int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi e^{-\int d^4x\mathcal{L}_{\mathrm{E}}[A,\psi,\bar{\psi}]}$$

$$\begin{cases} x^0 \to & -ix_4 \\ A^0 \to & +iA_4 \end{cases}$$

(ピュアゲージから符号を決める)

$$S_{\mathrm{G}}{}^{(eucl)} = \frac{1}{4}\int d^4x F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

$$S_{\mathrm{F}}{}^{(eucl)} = \int d^4x\bar{\psi}(\not{D} + m)\psi$$

グラスマン数ってどう扱うのか？

フェルミオン積分

$$\{\eta_1, \eta_2\} = \eta_1\eta_2 + \eta_2\eta_1 = 0$$ つまり、$\eta_1\eta_2 = -\eta_2\eta_1$

2つの独立なグラスマン数

＝複素自由度(1次元)のとき、

$$\int d\eta \equiv 0$$

$$\int d\bar{\eta} \equiv 0$$

$$\int d\eta\eta \equiv 1$$

$$\int d\bar{\eta}\bar{\eta} \equiv 1$$

と、定義する。

($\int d\eta = \frac{d}{d\eta}$)

$\eta^2 = \bar{\eta}^2 = 0$ なので、指数関数は、

$$e^{-\bar{\eta}\eta} = 1 - \bar{\eta}\eta$$

すると積分は、$\{d\eta, d\bar{\eta}\} = 0$ より、

$$\int d\bar{\eta} d\eta e^{-\bar{\eta}\eta} = 1$$

2次元以上への拡張

$$\eta \equiv \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{\eta} \equiv \begin{pmatrix} \bar{\eta}_1 & \bar{\eta}_2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \bar{\eta}\eta = \bar{\eta}_1\eta_1 + \bar{\eta}_2\eta_2$$

$(\bar{\eta}\eta)^2 = 2\bar{\eta}_1\eta_1\bar{\eta}_2\eta_2$ となる。高次は消える。

以上より、 $e^{-\bar{\eta}\eta} = 1 - (\bar{\eta}_1\eta_1 + \bar{\eta}_2\eta_2) + \bar{\eta}_1\eta_1\bar{\eta}_2\eta_2$

$d\bar{\eta}d\eta = d\bar{\eta}_1 d\eta_1 d\bar{\eta}_2 d\eta_2$ なので積分は、

$$\int d\bar{\eta}d\eta e^{-\bar{\eta}\eta} = 1$$

となって不変

変数変換 $\begin{cases} \eta = M\alpha \\ \bar{\eta} = \bar{\alpha}^{\ \mathrm{T}} N \end{cases}$ M、Nは、直交行列と思っておく

として、今度はαを独立なグラスマン数だと思い直す。

$$\begin{aligned} \eta_1\eta_2 &= (M_{11}\alpha_1 + M_{12}\alpha_2)(M_{21}\alpha_1 + M_{22}\alpha_2) \\ &= (M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21})\alpha_1\alpha_2 \\ &= (\det M)\alpha_1\alpha_2 \end{aligned}$$

一方で、積分は、変数の表示によらないはずなので、

$$\int d\bar{\eta}_1 d\eta_1 d\bar{\eta}_2 d\eta_2 f(\eta, \bar{\eta}) = \int d\bar{\alpha}_1 d\alpha_1 d\bar{\alpha}_2 d\alpha_2 f(\alpha, \bar{\alpha})$$

即ち、ヤコビアンは、

$$d\eta_1 d\eta_2 = (\det M)^{-1} d\alpha_1 d\alpha_2$$ となる。

$$(\det MN)^{-1}\int d\bar{\alpha}d\alpha e^{-\bar{\alpha}N^TM\alpha}=1$$

$$M^TN=A$$ とすると、

$$\int d\bar{\alpha}d\alpha e^{-\bar{\alpha}A\alpha}=\det A$$

2次元から無限次元へ一般化すると、

$$\int \mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi e^{-\int\bar{\psi}\not{D}\psi}=\mathrm{Det}\not{D}$$

共変微分∋A$_\mu$

$$=e^{\log\mathrm{Det}\not{D}}$$

$$=e^{\mathrm{tr}\log\not{D}}$$

$$\equiv e^{\int\mathcal{L}^{\mathrm{f}}[A]}$$

$$S_{\mathrm{E}}^{\mathrm{eff}}[A]=S_{\mathrm{G}}^{(eucl)}+\int d^4x\mathcal{L}^f$$

以上により

$$\int \mathcal{D}A_\mu e^{-S_{\mathrm{E}}^{\mathrm{eff}}[A]}$$

ボゾン=普通の数の多重積分

統計力学系とほぼ同じ。ほぼ、というのは、測度が違って、今は、連続個の無限積になってる。

$$\mathcal{D}A_\mu = \prod_\mu^4 \prod_{-\infty<x<\infty} dA_\mu(x)$$

統計系では、

$$\prod_i^N dx_i$$

もし、時空xを何らかの意味で、離散化できれば、統計系に落ちる
→格子化

※単純に時空を切ってしまう(運動量空間で高周波数を捨てる。)
と、ラグランジアンのAに関するゲージ不変性がめちゃくちゃになる。

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu \omega(x)$$

どうするか？

※ゲージ対称性が無いと、くりこみ可能性を損ねる。

※ナイーブには:(ゲージ対称性=光子の質量項が無い
→ゲージ対称性を壊してはいけない！)

※摂動論→ゲージ固定が必要(プロパゲータの定義、ハミルトニアンの定義)
格子ゲージ理論→ゲージ固定が要らない。

3 格子化＝正則化の一種

場の理論は、正則化がいる。(紫外発散)

例 $\bar{\psi}(x)\psi(x)$ ←ゲージ不変、同一時空点にともなう<u>発散有</u>

$$\psi \rightarrow e^{i\omega(x)}\psi$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}e^{-i\omega(x)}$$

正則化？

Point Splitting正則化

$$\lim_{y\rightarrow x}\bar{\psi}(y)\psi(x)$$

これなら発散はない。ゲージ不変性？

$\bar{\psi}(y)U(y,x)\psi(x)$ という量を考えてみる。

$$\begin{cases} \lim_{y\rightarrow x} U(y,x) = 1 \\ U(y,x) \rightarrow e^{i\omega(y)}U(y,x)e^{-i\omega(x)} \end{cases}$$

こんなUを構成できるか？

➡ できる

$$U(x,y) \equiv \exp[ie\int_y^x A_\mu(x)dx^\mu]$$

$$\longrightarrow \exp[ie\int_y^x (A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu\omega(x))dx^\mu]$$

$$= \exp[ie\int_y^x A_\mu(x)dx^\mu + i\int_y^x \partial_\mu\omega(x)dx^\mu]$$

$$= \exp[ie\int_y^x A_\mu(x)dx^\mu + i\omega(x) - i\omega(y)]$$

$$= e^{i\omega(x)}U(x,y)e^{-i\omega(y)}$$

OK

Wilson Lineと呼ぶ。

(x,yという離れた点の局所演算子積だが

ゲージ不変に保てる。)

Wilson Lineの物理的意味

$$U(x,y) = \exp[ie\int_y^x A_\mu(x)dx^\mu]$$

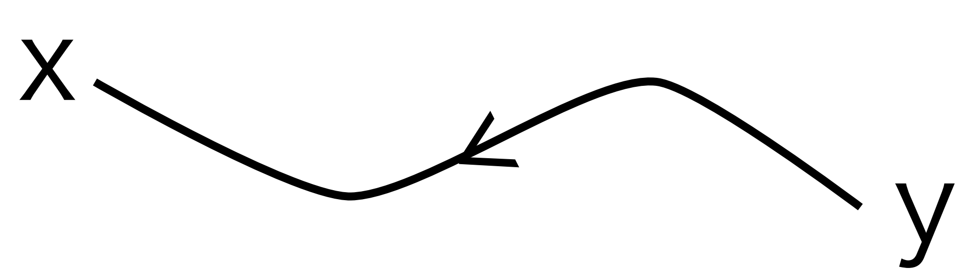
$$= \exp[ie\int_{\tau_0}^{\tau_1} A_\mu(x)\frac{dx^\mu}{d\tau}d\tau]$$

$$= \exp[ie\int_{\tau_0}^{\tau_1} A_\mu(x)\dot{x}^\mu d\tau]$$

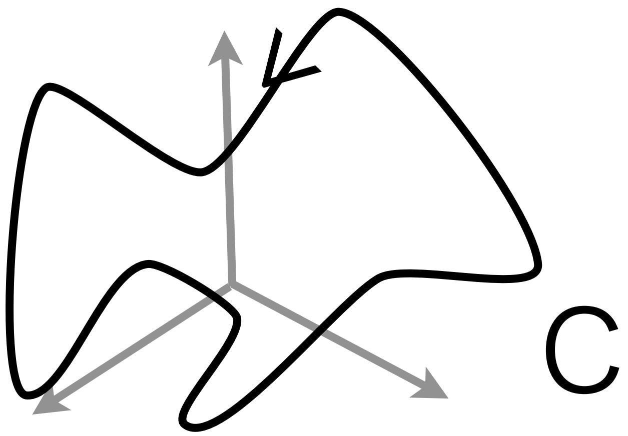
$$= \exp[ie\int_{\tau_0}^{\tau_1}\{A_0(x)\dot{x}^0 + A_i(x)\dot{x}^i\}d\tau]$$

$$= \exp[i\int_{\tau_0}^{\tau_1}\{-e\phi(x)\frac{dt}{d\tau} + e\vec{A}(x)\cdot\vec{v}\}d\tau]$$

電磁場中の荷電粒子の作用(の経路積分)のポテンシャル部分



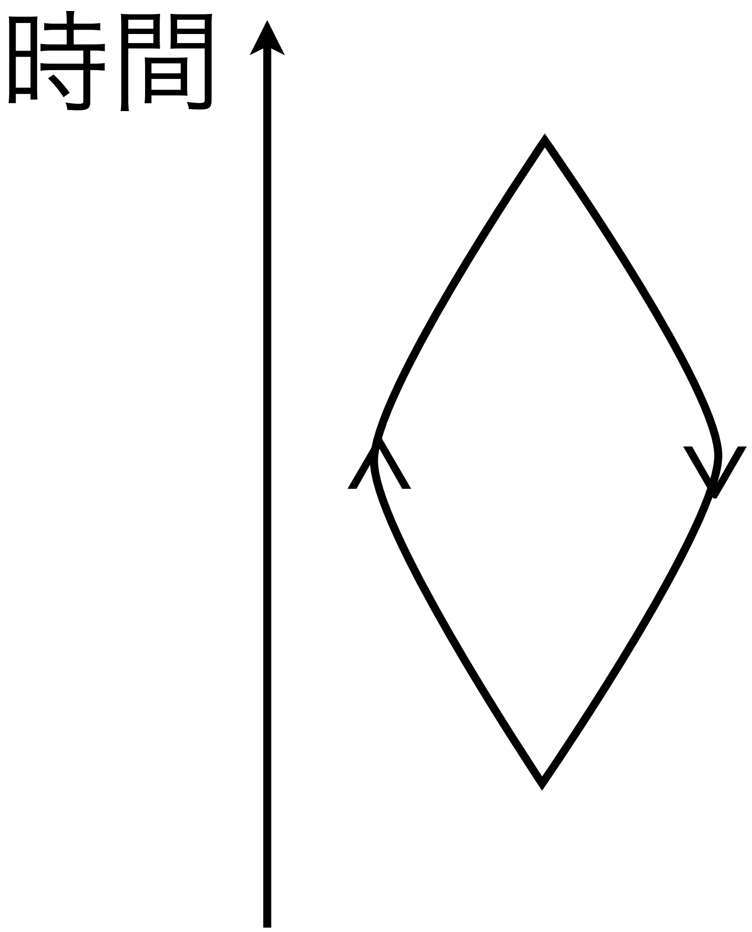
Wilson Lineを使うとゲージ不変な物体が作れる。



$$W(C) = \exp[ie \oint_C A_\mu(x) dx^\mu]$$

Wilson loop

物理的な見方



粒子、反粒子が対生成
対消滅する過程
(とも見れる。)

紫外発散(運動量の上限→∞)を適切に処理するには、正則化が必要

カットオフ(運動量に上限をいれておく)→格子間隔(時空の最小単位を導入する。)

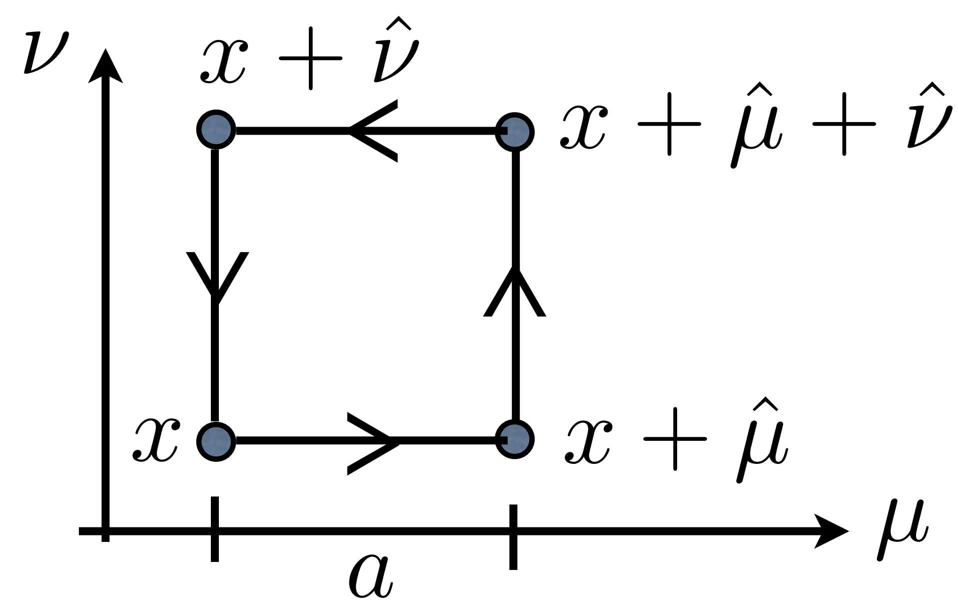
$$\Lambda \sim a^{-1}$$

[a]=1/[mass]

最小単位=理論の中の無限小距離

無限小の大きさの正方形ウィルソンループを考える。

実は、作用が出てくる



$\hat{\mu}$ μ方向への単位ベクトル

$x^\mu = a n^\mu$ nは無次元数

$$U(x, x+\hat{\mu}) = U_{n,n+\hat{\mu}}$$

無限小ウィルソンライン=”リンク変数”

以後、nを整数に限る。

$$U_{n+\hat{\mu},n} = U^{\dagger}_{n,n+\hat{\mu}}$$

$$U_\mu(n) \equiv U_{n,n+\hat{\mu}} = e^{ieaA_\mu(n)}$$

ここからウィルソンループをつくる。

$$U_{\mu\nu}(n) = U_\mu(n)U_\nu(n+\hat{\mu})U^{\dagger}_\mu(n+\hat{\nu})U^{\dagger}_\nu(n)$$

リンク変数4つの積(無限小ウィルソンループ)＝プラケット

$$\begin{aligned}
U_{\mu\nu}(n) &= \exp\left(ieaA_\mu(n)\right) \times \exp\left(ieaA_\nu(n+\hat{\mu})\right) \\
&\quad \times \exp\left(-ieaA_\mu(n+\hat{\nu})\right) \times \exp\left(-ieaA_\nu(n)\right) \\
&= \exp\left[iea\left\{(A_\nu(n+\hat{\mu}) - A_\nu(n)) - (A_\mu(n+\hat{\nu}) - A_\mu(n))\right\}\right] \\
&= e^{iea^2F_{\mu\nu}(n)}
\end{aligned}$$

$$F_{\mu\nu}(n) = \frac{1}{a}\left[\left\{(A_\nu(n+\hat{\mu}) - A_\nu(n)) - (A_\mu(n+\hat{\nu}) - A_\mu(n))\right\}\right]$$

β を任意係数としておいて、

$$\frac{1}{\beta}\sum_n\sum_{\mu<\nu}\left[1-\frac{1}{2}(U_{\mu\nu}(n)+U^\dagger_{\mu\nu}(n))\right] \tag{5.3.15}$$

$$=\frac{1}{\beta}\sum_n\sum_{\mu<\nu}\left[1-\frac{1}{2}\left(e^{iea^2F_{\mu\nu}(n)}+e^{-iea^2F_{\mu\nu}(n)}\right)\right] \tag{5.3.16}$$

$$=\frac{1}{\beta}\sum_n\sum_{\mu<\nu}\left[1-\frac{1}{2}\left(1+iea^2F_{\mu\nu}-\frac{1}{2}e^2a^4F^2_{\mu\nu}+\cdots+1-iea^2F_{\mu\nu}-\frac{1}{2}e^2a^4F^2_{\mu\nu}+\cdots\right)\right]$$

連続理論に一致する様、β=1/e^2として、 (5.3.17)

$$=\sum_n\sum_{\mu<\nu}a^4\frac{1}{2}F_{\mu\nu}(n)F_{\mu\nu}(n)+O(a^6) \tag{5.3.18}$$

$$=\sum_n a^4\sum_{\mu,\nu}\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(n)F_{\mu\nu}(n)+O(a^6) \tag{5.3.19}$$

すなわち $a \to 0$ で

$$\beta \sum_n \sum_{\mu<\nu} \left[1 - \frac{1}{2}(U_{\mu\nu}(n) + U_{\mu\nu}^\dagger(n))\right] \approx \int d^4x \frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x) \tag{5.3.20}$$

と分かる。なので格子上のゲージ場の作用として、

$$S_G[U] = \beta \sum_P [1 - \frac{1}{2}(U_P + U_P^\dagger)] \qquad \beta = \frac{1}{e^2} \tag{5.3.21}$$

と取ることにする。ただし P は、境界 P を持つプラケットの中のリンク変数の正の方向の積を表す。

ところで、

$$\int \mathcal{D}A_\mu e^{-S[A]}$$ の代わりに $$\int \mathcal{D}U_\mu e^{-S_G[U]}$$

を計算してa→0でOK?

理論に”a”というパラメータが無い。

※本当は、ダメでくりこみ群に基づいて(要は、量子効果込で)議論する必要がある。
a→0を「ナイーブな連続極限」と呼んで区別したりする。
※なぜダメか？→たしかに作用(と測度)は、正則化したが、量子効果込がどうなるかは、ここまでの議論では、分からないので、不十分。

連続極限の定義は、くりこみ群から与えられる。
(漸近自由な)Yang-Millsのみが連続極限を定義できる。

連続極限の難しい話

は、置いといて、

以後は、QCD (Yang-Mills)のお話

A_μを行列にして、

要所要所にトレースを入れれば

OK

QED

$$\psi \longrightarrow e^{i\omega(x)}\psi$$

$$\omega(x) \in R$$

ノルムを変えない様に成分を混ぜる

Yang–Mills(↓は、SU(2))

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \to e^{i\Omega(x)}\psi = \begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

ノルムを変えない様に$\underbrace{\text{成分}}_{\text{カラー}}$を混ぜる

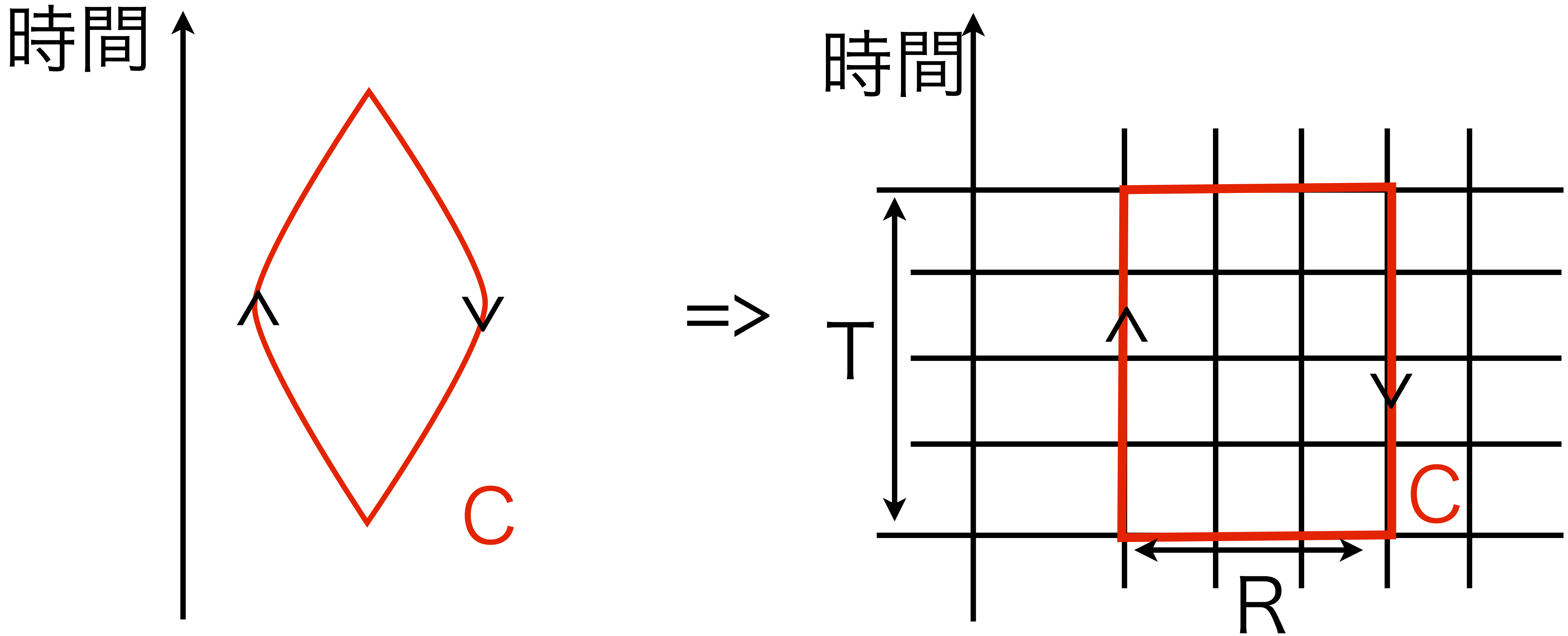
4

見たい物理と測定量

- とじこめ(ループ演算子の期待値)
- カイラル対称性の自発的破れ
  (ディラック演算子の固有値分布)
- ハドロンスペクトラム(バリオンやメソンの質量)
  ハミルトニアンわかってるのでスペクトルが予言可能
- スケーリング則(物理量のスケール依存性)
- 理論の相構造
- 行列要素(崩壊定数、フォームファクター等)
- etc

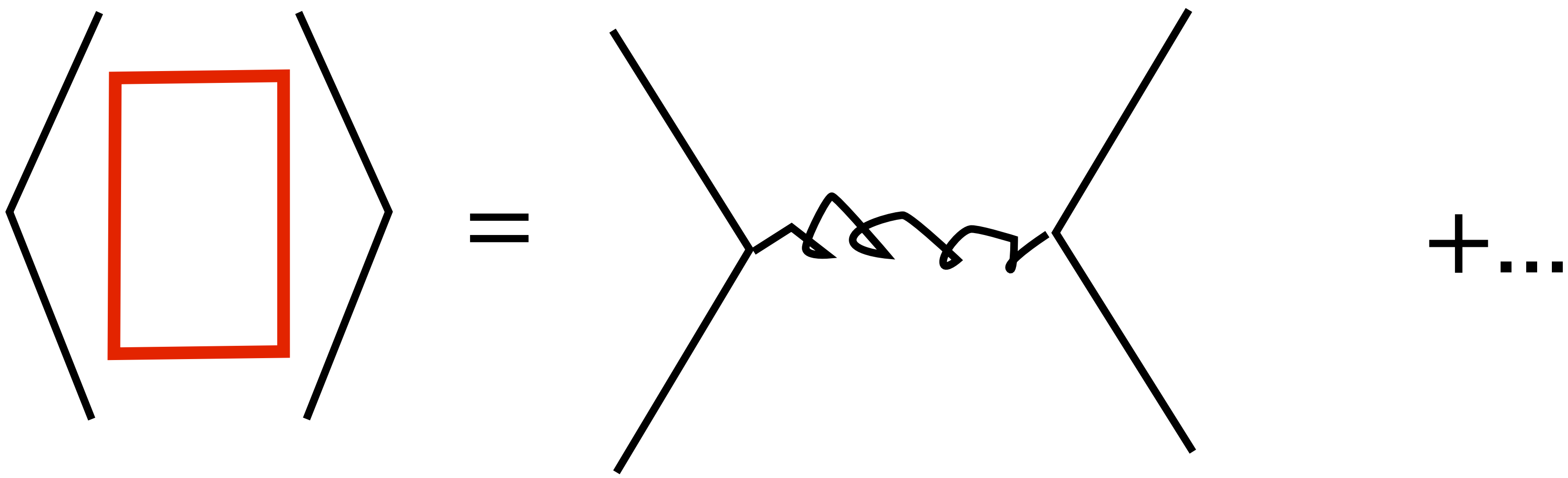
とじこめ＝クォーク・反クォークポテンシャルがクーロンでなく線形

Wilson loopで分かる。



以下、T→∞をとる。

摂動的に見てみると、計算の後、



となるので、

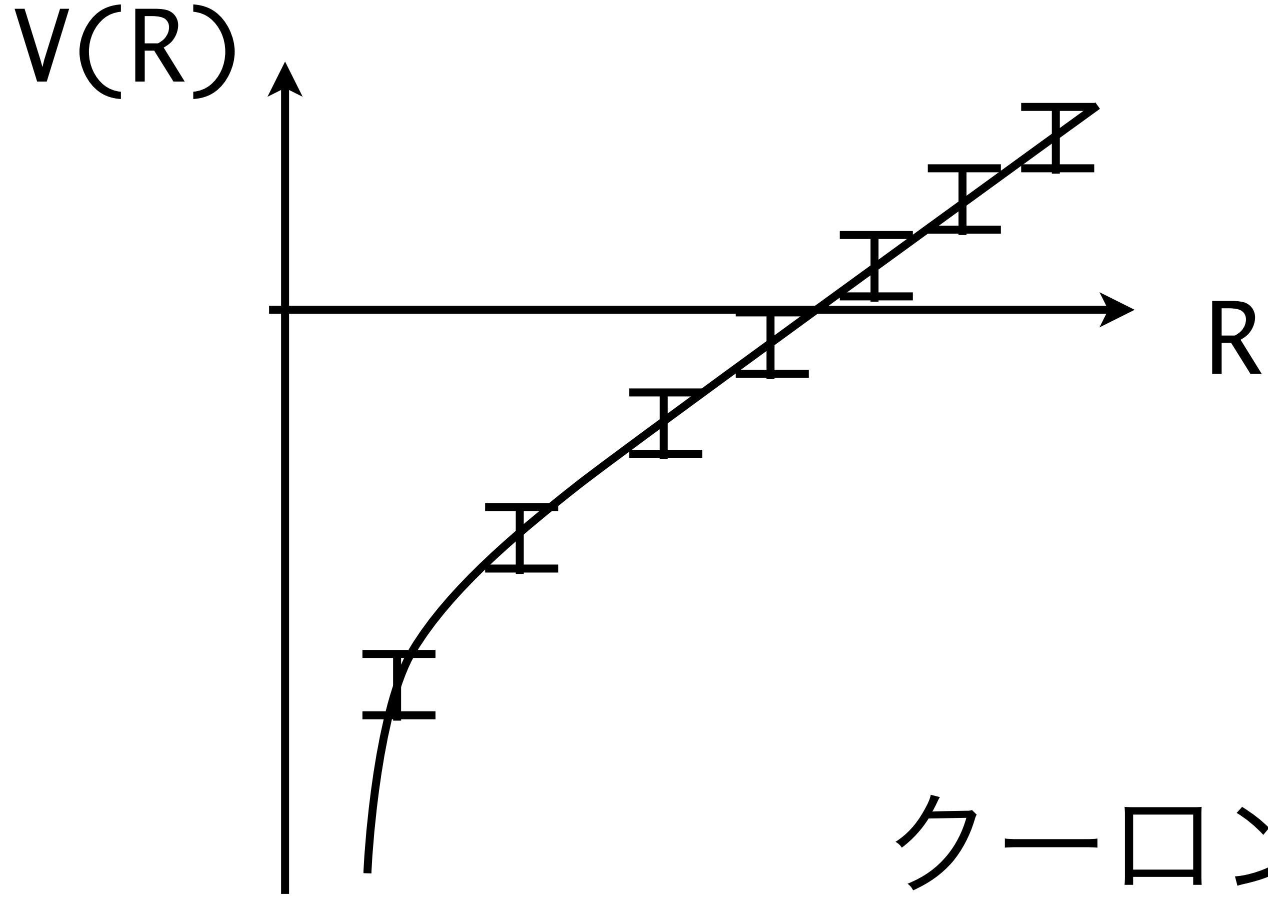
Treeで、グルーオンのプロパゲータをかえす。

プロパゲータ＝運動量空間でみたポテンシャル

つまり↑の左辺を非摂動論的に計算できれば、

量子補正の入ったポテンシャルが手に入る。

実際やってみると、



クーロン＋線形

$$W(R,T) \sim e^{-TV(R)} \quad (T \to \infty)$$

近距離で相互作用が弱くなる(漸近自由)と長距離で強くなる性質を反映！

※格子ゲージ理論では、
ゲージ不変な演算子(ウィルソンループ等)しか測れない。
(期待値が0になってしまう)
→エリツァーの定理(Elitzur thm)

※現在の方法では、有限密度系などの
ユークリッド化した後に作用が複素になるものは
計算出来ない(符号問題, Sign problem)

※微分を差分に置き換えるのでSUSYも難しい。

※カイラルゲージ理論$SU(2)_L$も難しい。

※干渉が必要な物も無理。

5

計算法

- 強結合展開
  - $\beta \propto 1/$結合定数 で展開
- 摂動展開
  - 結合定数で展開(プロパゲータが普通と違う)

$$\longrightarrow = \frac{1}{m + i \sin \not{p}}$$

＝＞格子フェルミオン作用

- ホッピングパラメータ展開
  - 1/mで展開
- ラージN(鞍点法)
- シミュレーション
  - メトロポリス、HMC(Hybrid Monte Carlo)、Heat Bath

効率がいいが、近似しないと
つかえない。

説明する

主流、基本的にメトロポリス、
ダイナミカルフェルミオン(粒子、反粒子の対生成対消滅の効果)を取り扱える

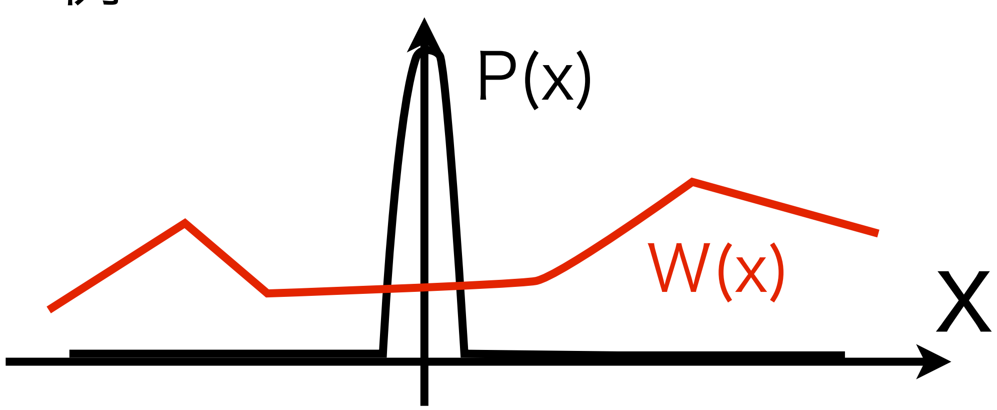
メトロポリス法 なんにでも使える。

=ランダムサンプリング+インポータンスサンプリング

ランダムサンプリング＝すべてを調べる代わりに適当に選んだ代表者で代用する(~視聴率調査)
一様乱数
=モンテカルロ

インポータンスサンプリング ＝効きそうなところを重点的におさえる。

例



←みたいな重み関数P(x)があったとする。

$\sim e^{-S(\phi)}$ ボルツマンウェイト

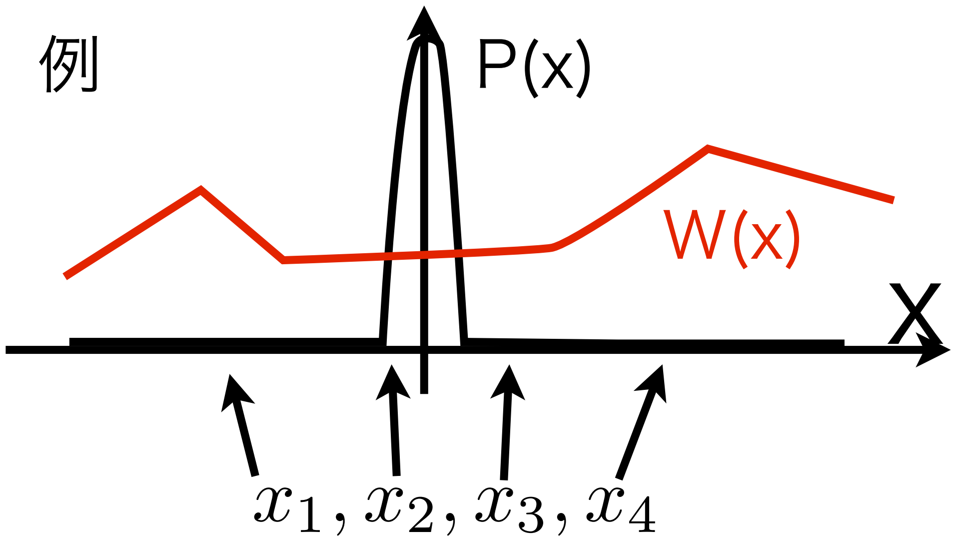
この分布でのW(x)期待値
物理量
wilson loopとか

$$\langle W \rangle = \sum_{-\infty < x < \infty} W(x) P(x)$$ (経路積分)

これをランダムサンプリングで求めるとする。

インポータンスサンプリング

例



$$\langle W \rangle \sim \frac{\mathrm{Const.}}{4}[W(x_1)P(x_1) + W(x_2)P(x_2) + W(x_3)P(x_3) + W(x_4)P(x_4)]$$

=>ほとんどのPは、0で効率が非常に悪い。

一様乱数 => 偏った乱数にする。

偏り方を、ボルツマンウェイトになるようにする(要証明)

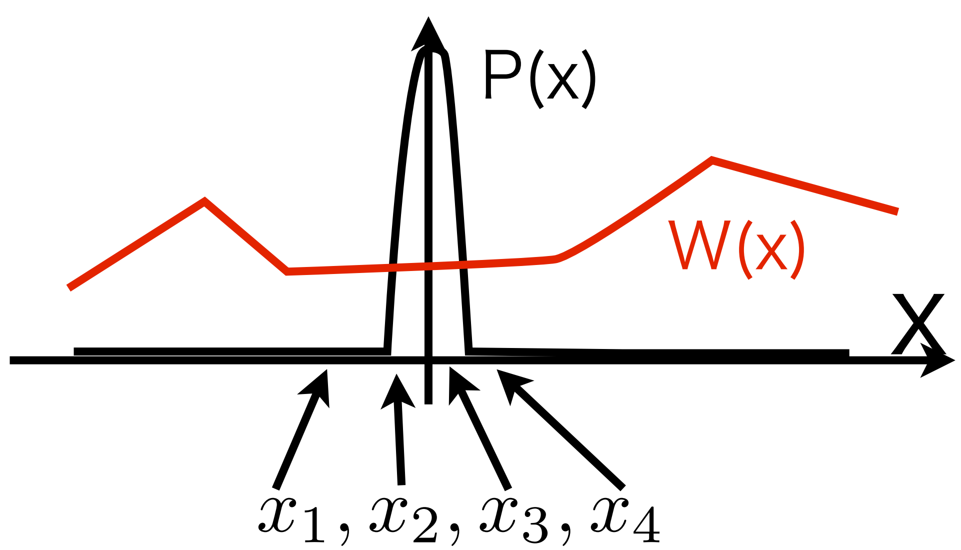
例インポータンスサンプリング

$P(x) \sim \exp[-H(x)]$ P大きい→H(ハミルトニアン)小さい

最初に x_1 を１つ決める

なるべくHが小さくなる様に次の x_2 を決める。ただし、確率的に大きいHでもよしとする。

次の x_3 は、x_2 から同様に作る。

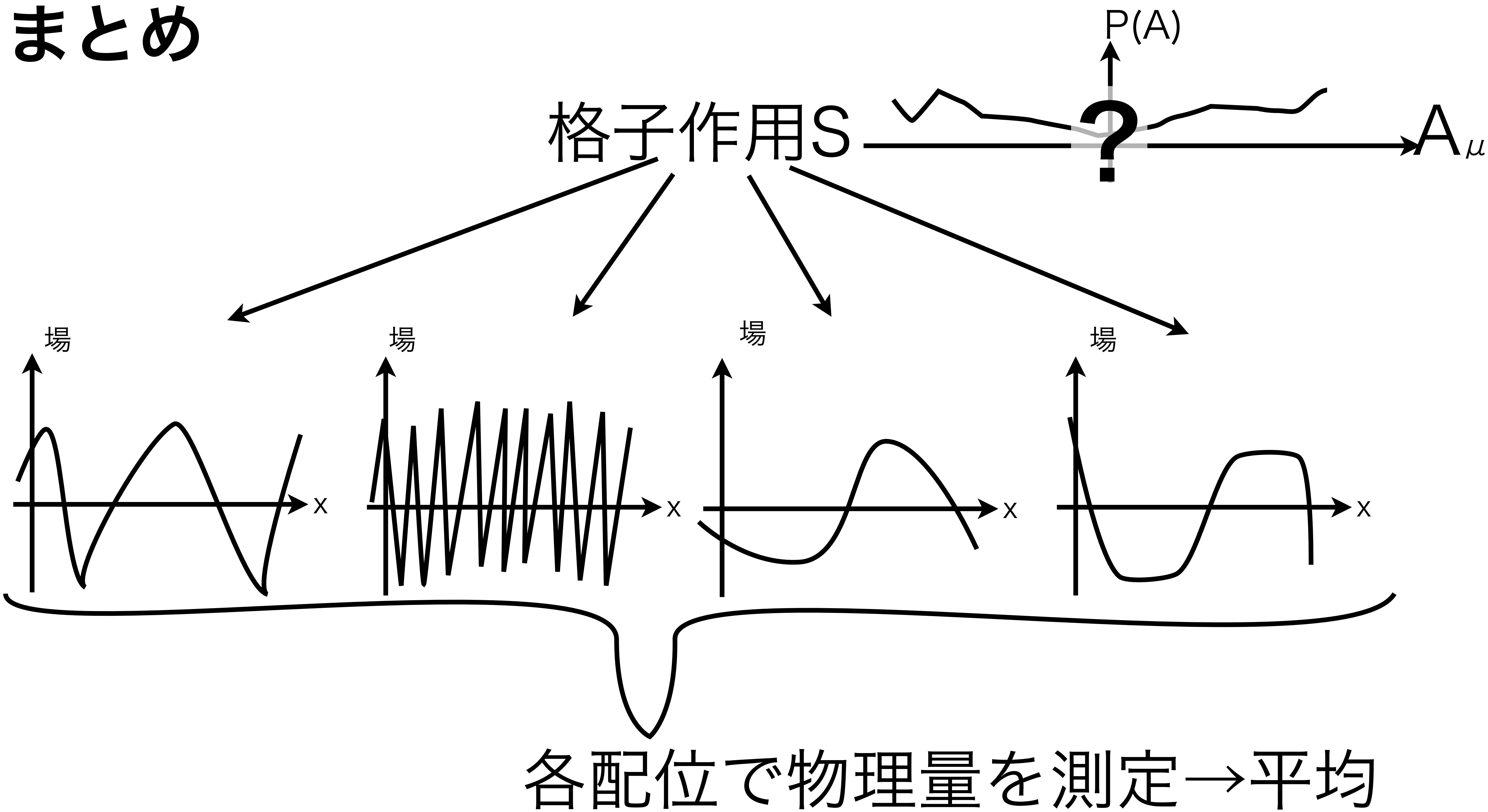


乱数を使いつつも、ちゃんと重み関数の広がり(量子効果)を含む事ができる。

※実際のシミュレーションでは、乱数の代わりに、乱数を要素に持つ行列の内、SU(N)条件を満たすものをリンク変数として、全時空点に対して、割り振っていく。
(先のxは、$U_\mu(n)$に対応する。)
ランダムなリンク変数を全時空点に割り振ったものを配位と呼ぶ。

スパコンでやってるのは、ほとんど配位生成。めっちゃ時間かかる。

まとめ



他にも色々。

- 連続極限(くりこみ群)
- Lattice QCD(強結合展開とか、スペクトルとか)、カイラル対称性
- Lattice fermion(カイラル対称性と格子化の両立は出来ない)
- Many Flavor QCD(コンフォーマルウィンドウ、ハイパースケーリング)→テクニカラー
- 格子フェルミオンの相構造
- ディラックスペクトル
- シミュレーションアルゴリズム
- 統計処理(誤差に関すること)

格子以外

- 標準模型＋BSM、電弱精密測定(Sパラメータ)
- (ウォーキング)テクニカラー
- くりこみ群
- (他にも、ニュートリノ物理、超伝導、物性系とか興味ある感じで。)

とにかく、相転移！

ぜひ議論してください。

参考文献

青木慎也

格子上の場の理論

H.Rothe

Lattice gauge theories

Peskin&Schroeder

An introduction to quantum field theories

(僕の修論に↑がまとまってます)