

宇宙論特論 (2018 年度後期) レポート課題 (1 月 30 日締め切り)

[1][2][3] から 2 題を選び、解答をまとめて提出すること。なお、講義ノートは以下を参照:

http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~atsushi.taruya/Lecture2018_YITP/Lecture_base.pdf

[1] 質量密度ゆらぎの特徴的スケール

輻射優勢期～物質優勢期における相対論的な進化を経た質量密度ゆらぎには、いくつかの特徴的スケールが現れる。以下、それに関する問いに答えよ。

- (i) 講義ノートの (2.52) 式で与えられた輻射・物質等密時におけるハッブル地平線スケール (波数) k_{eq} の表式を導出せよ。また、このスケールを境に質量密度ゆらぎはどうふるまいを変えるか説明せよ。
- (ii) 講義ノートの (2.57) 式で与えられたバリオン音響振動の振動スケール $r_s(t)$ の表式 (第 1 式) を導け。また、このスケールを「標準ものさし」として使うことで観測から何を求めることができるか説明せよ。

[2] 赤方偏移空間歪み

宇宙の標準モデルでは、質量密度ゆらぎは統計的に一様・等方であるが (つまり、ゆらぎのランダムネスは並進対称性と回転対称性を持つ)、実際に観測される銀河分布は等方性が破れている。主な原因の 1 つが赤方偏移空間歪みと呼ばれる効果である。

線形近似にもとづく、観測される銀河の個数密度ゆらぎをフーリエ変換した量 $\delta_g^{(S)}(\mathbf{k})$ は以下のように書き表わせる:

$$\delta_g^{(S)}(\mathbf{k}) = (b + f\mu_k^2)\delta_m(\mathbf{k}) \quad (1)$$

ここで μ_k は観測者の視線方向 \hat{z} と波数ベクトル \mathbf{k} との方向余弦で ($\mu_k \equiv \hat{z} \cdot \hat{k}$)、 δ_m は赤方偏移空間歪みがないときの質量密度ゆらぎ、 b は銀河バイアスのパラメーターである。講義ノート 3.2 節に従って上式を導出し、上式に現れる f がどう表されるか求めよ。

[3] 弱い重力レンズ効果

銀河のイメージから重力レンズ効果の影響を取り出すため、次のような観測量を考える:

$$q_{ij}^{\text{obs}} \equiv \frac{\int d^2\vec{\theta} I_{\text{obs}}(\vec{\theta}) \theta_i \theta_j}{\int d^2\vec{\theta} I_{\text{obs}}(\vec{\theta})}, \quad (i, j = 1, 2) \quad (2)$$

ここで、 $I^{\text{obs}}(\theta)$ は観測される背景銀河の表面輝度分布で、 θ_i は背景銀河を原点に置いたときの天球面上の角度である。この観測量は重力レンズ効果を受けるせいで、重力レンズがないときの量

$$q_{ij}^{\text{s}} \equiv \frac{\int d^2\vec{\theta}_s I_{\text{true}}(\vec{\theta}_s) \theta_{s,i} \theta_{s,j}}{\int d^2\vec{\theta}_s I_{\text{true}}(\vec{\theta}_s)} \quad (3)$$

と違いが現れる。

背景銀河の表面輝度は重力レンズ効果で変わらないため、 $I_{\text{obs}}(\vec{\theta}) = I_{\text{true}}(\vec{\theta}_s)$ となるが (面輝度定理)、背景銀河での天球面上の角度 θ_i は重力レンズ効果を通じてもとの背景銀河の角度 $\theta_{s,i}$ と

$$\theta_i = (A^{-1})_{ij} \theta_{s,j}; \quad A_{ij} = \delta_{ij} - \begin{pmatrix} \kappa + \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & \kappa - \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

と関係づく。このことを用いて、 $|\kappa|, |\gamma_i| \ll 1$ のもと、 q_{ij}^{obs} と q_{ij}^{s} の間に成り立つ関係 [講義ノートの (3.58)–(3.60) 式] を具体的に求めよ (κ, γ_i の最低次のオーダーまでの表式を導く)。銀河のイメージの広がりとは十分小さいと考えてよい。