2019年2月13日
東北大学天文学教室
談話会

暗黒物質ハロー：
位相空間から探る宇宙の構造形成

樽家篤史

(京都大学 基礎物理学研究所)

Conents

宇宙論のプローブとしての暗黒物質ハロー、
位相空間からみた特徴と性質

標準宇宙モデルと冷たい暗黒物質

冷たい暗黒物質ハロー、その位相空間構造

展望とまとめ

集中講義：

暗黒物質優勢宇宙の構造形成

構造形成の理論を通して、宇宙論のプローブとしての
宇宙の大規模構造の成り立ち・進化について

ΛCDMモデルにもとづく構造形成を概観

1・オーバービュー

2・フリードマン宇宙モデル

3・構造形成の線形理論

4・非一様宇宙の観測

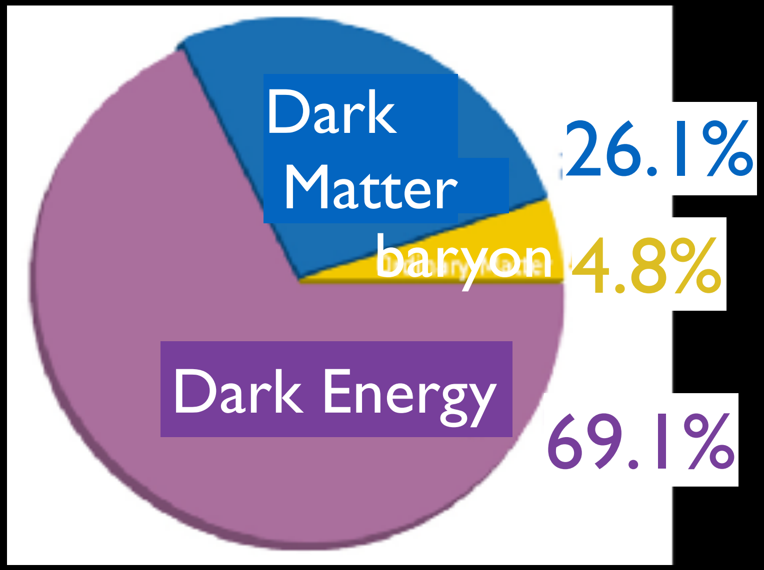
5・非線形構造形成　　←この辺は明日の講義で

ΛCDM model

現在の宇宙論の標準モデル

- 宇宙項入りの曲率ゼロの平坦宇宙
- ６個のパラメーターで記述されるミニマムモデル

⇒ 現在の観測精度で宇宙膨張と構造形成を無矛盾に説明



$\Omega_{\mathrm{b}}h^2$: baryon density
$\Omega_{\mathrm{c}}h^2$: CDM density
θ_{MC} : distance ratio to last scattering surface

} 宇宙膨張

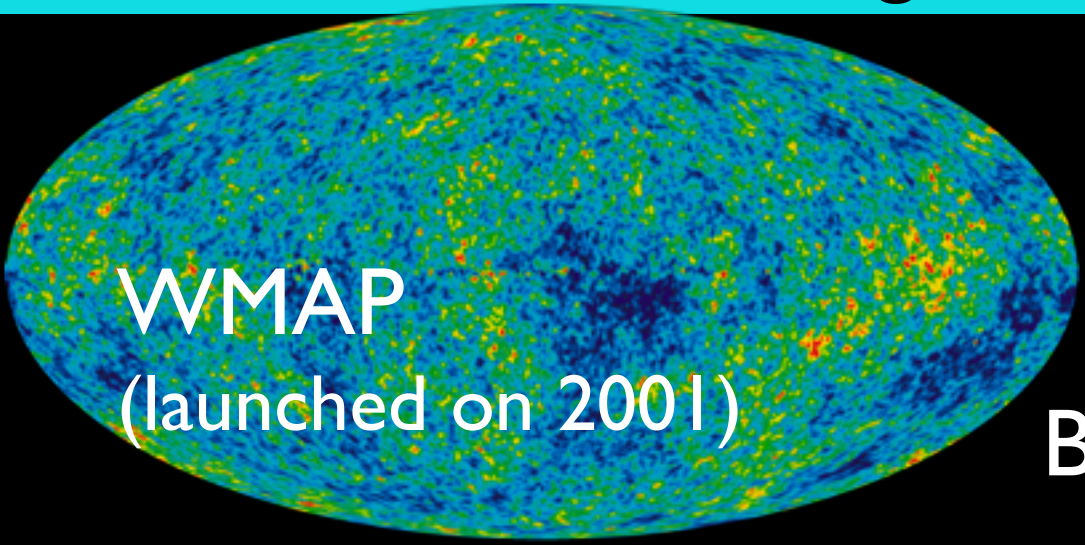
n_{s} : scalar spectral index
A_{s} : amplitude of curvature fluctuation

} 原始密度ゆらぎ

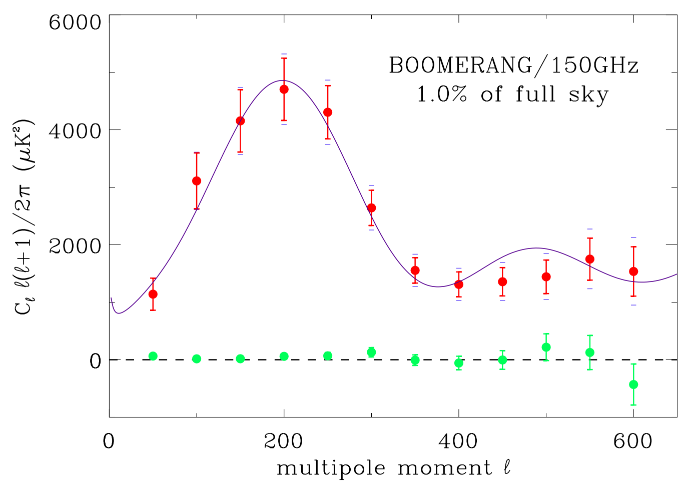
τ : reionization optical depth　初期天体形成

Cosmological observations

Cosmic microwave background



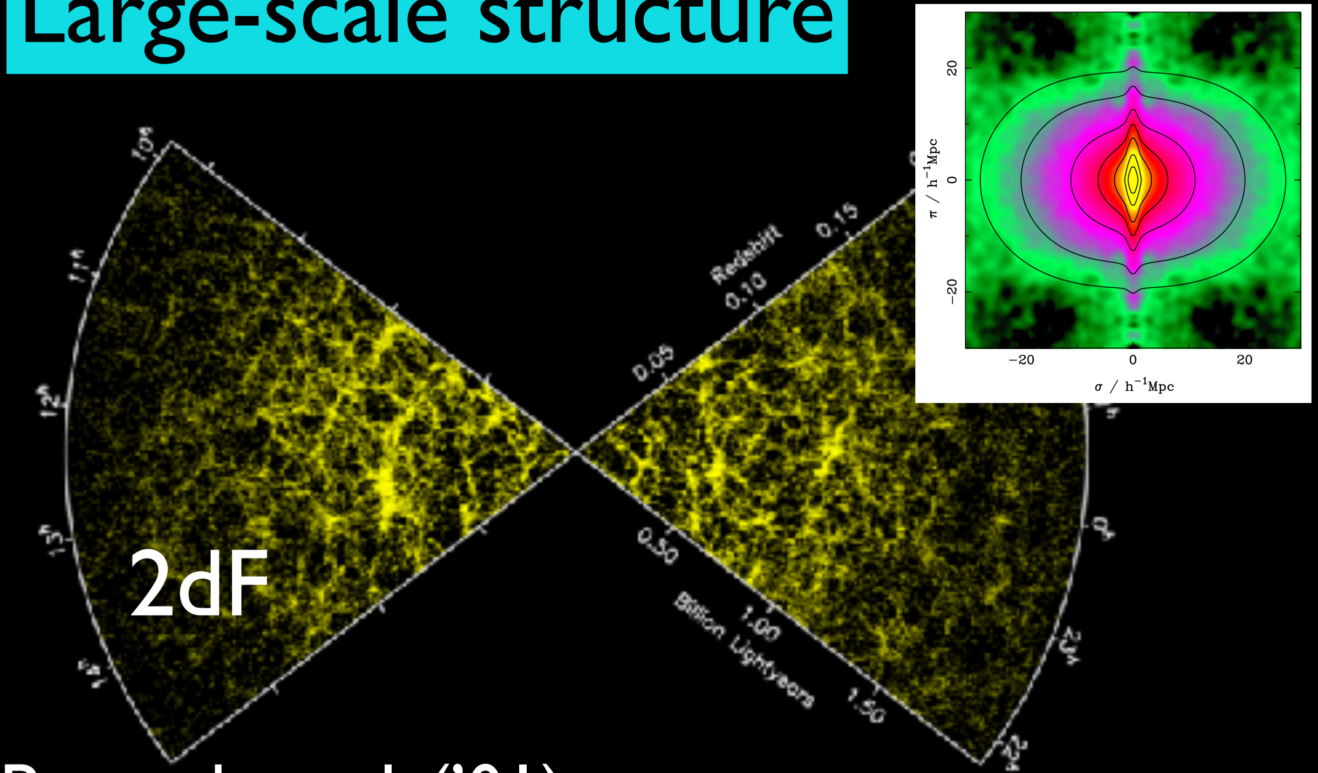
WMAP
(launched on 2001)



de Barnardis et al. ('00)

BOOMERanG

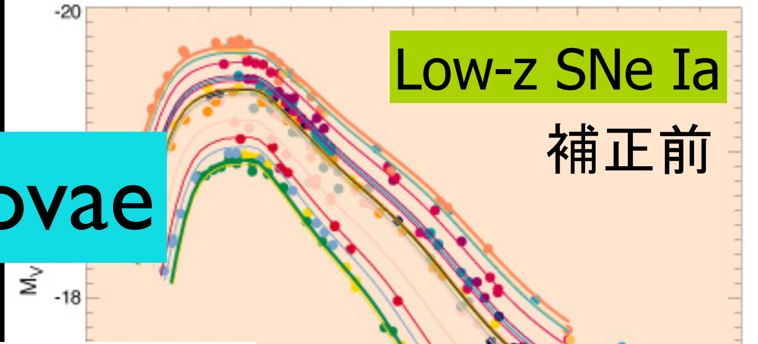
Large-scale structure



2dF

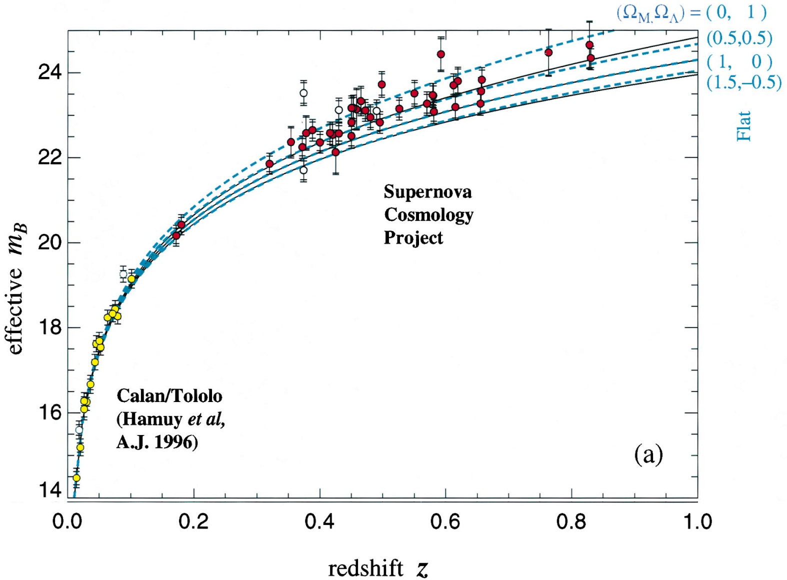
Peacock et al. ('01)

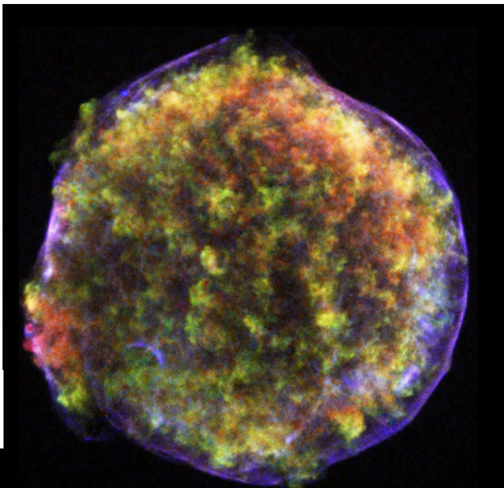
Type Ia supernovae



Low-z SNe Ia

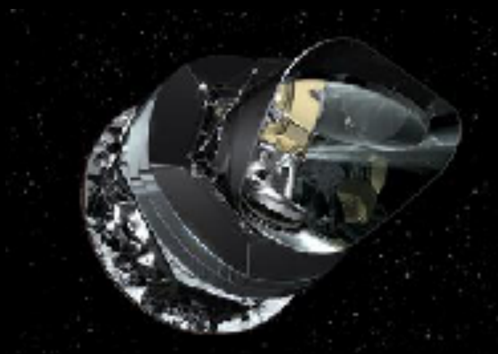
補正前



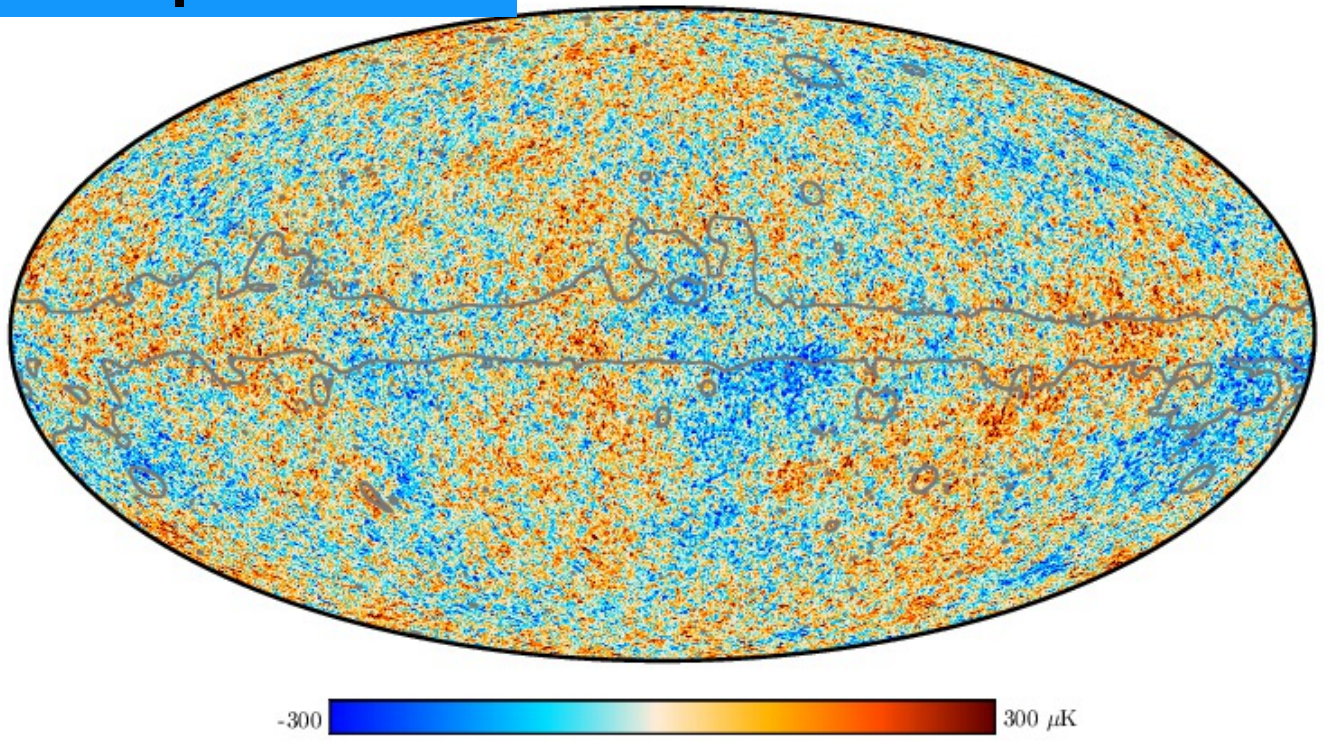


Perlmutter et al. ('99)

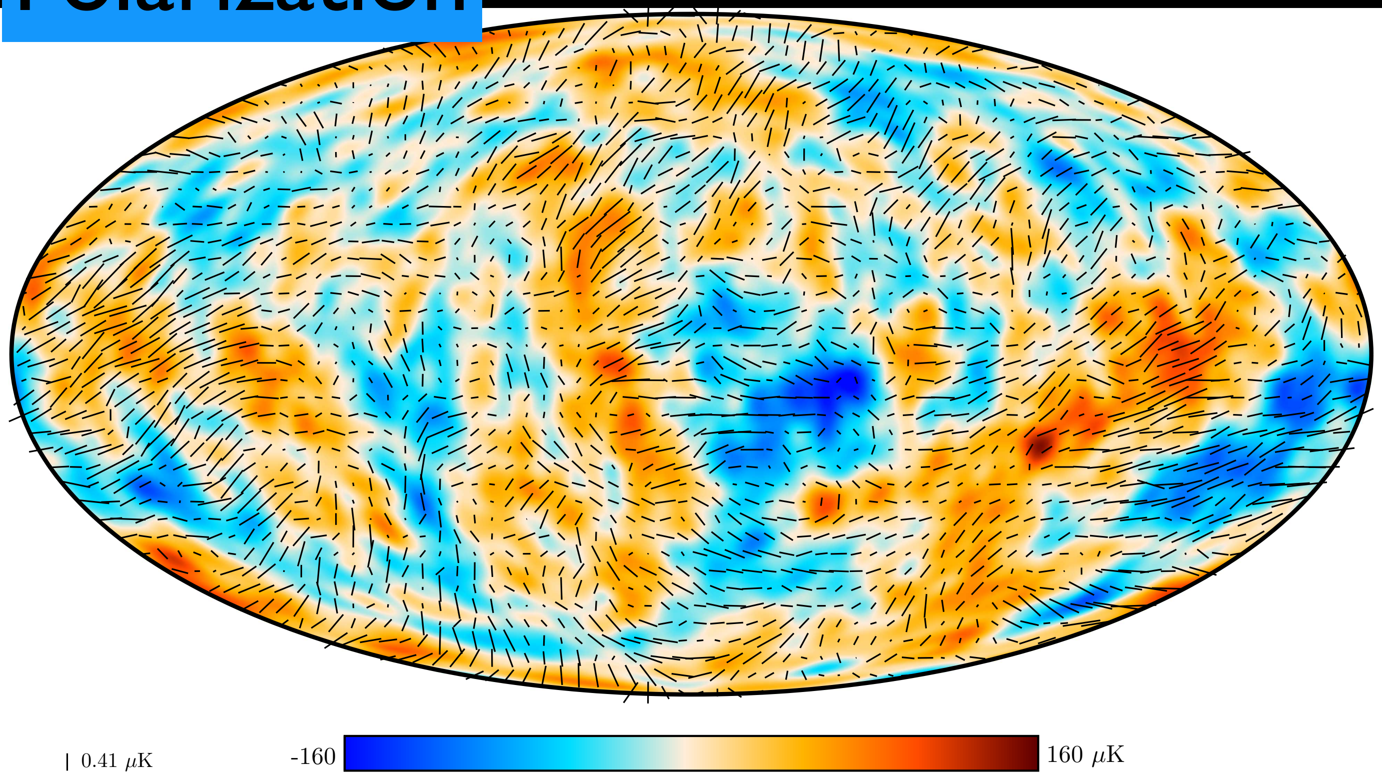
Planck 2018



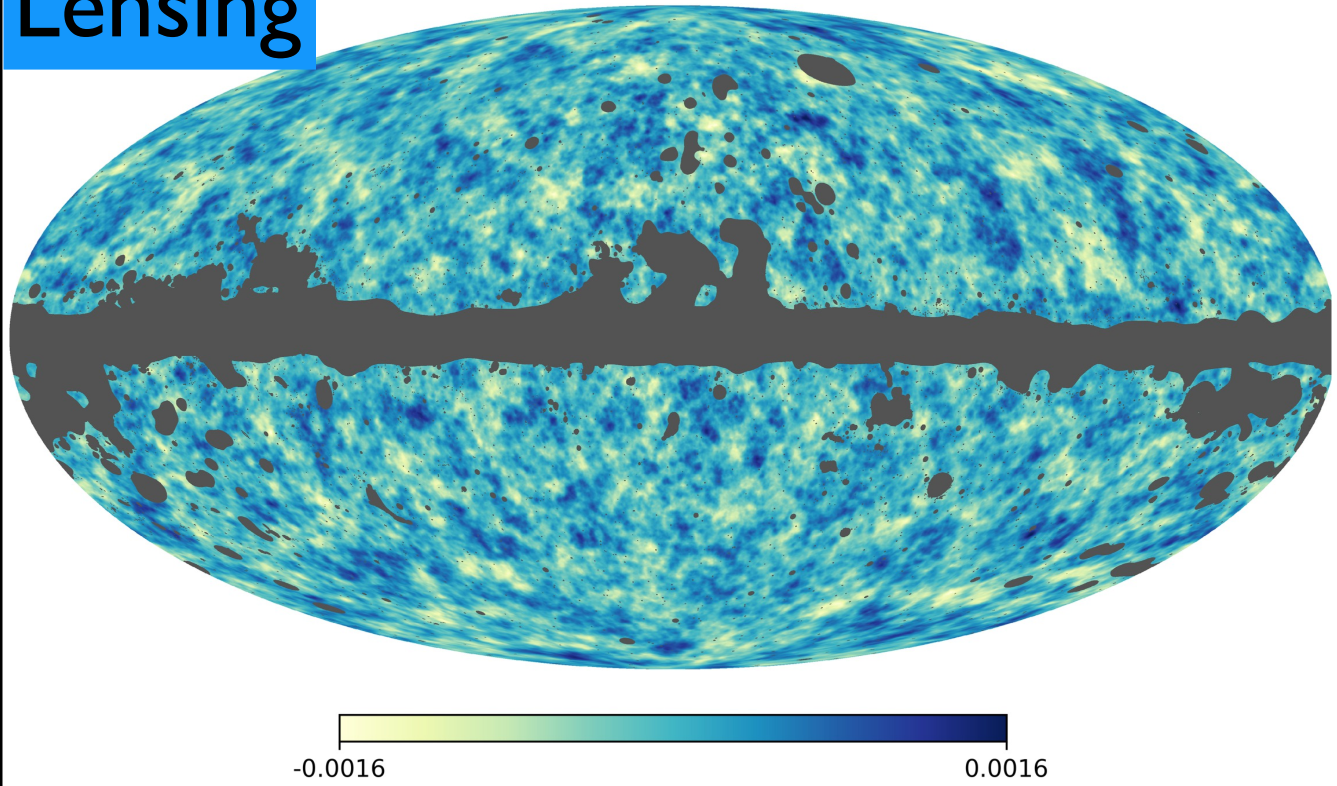
Temperature



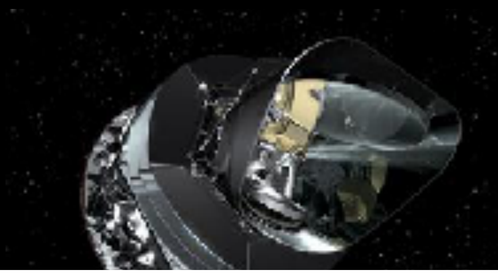
Polarization

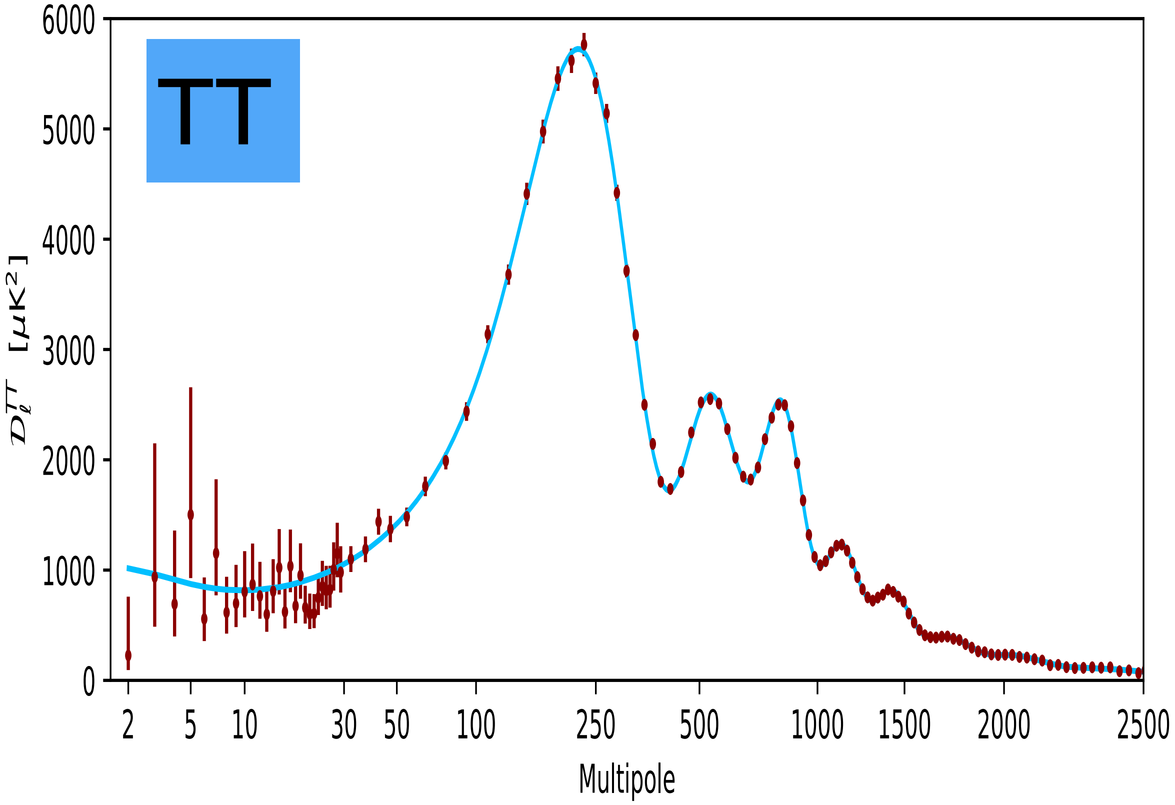


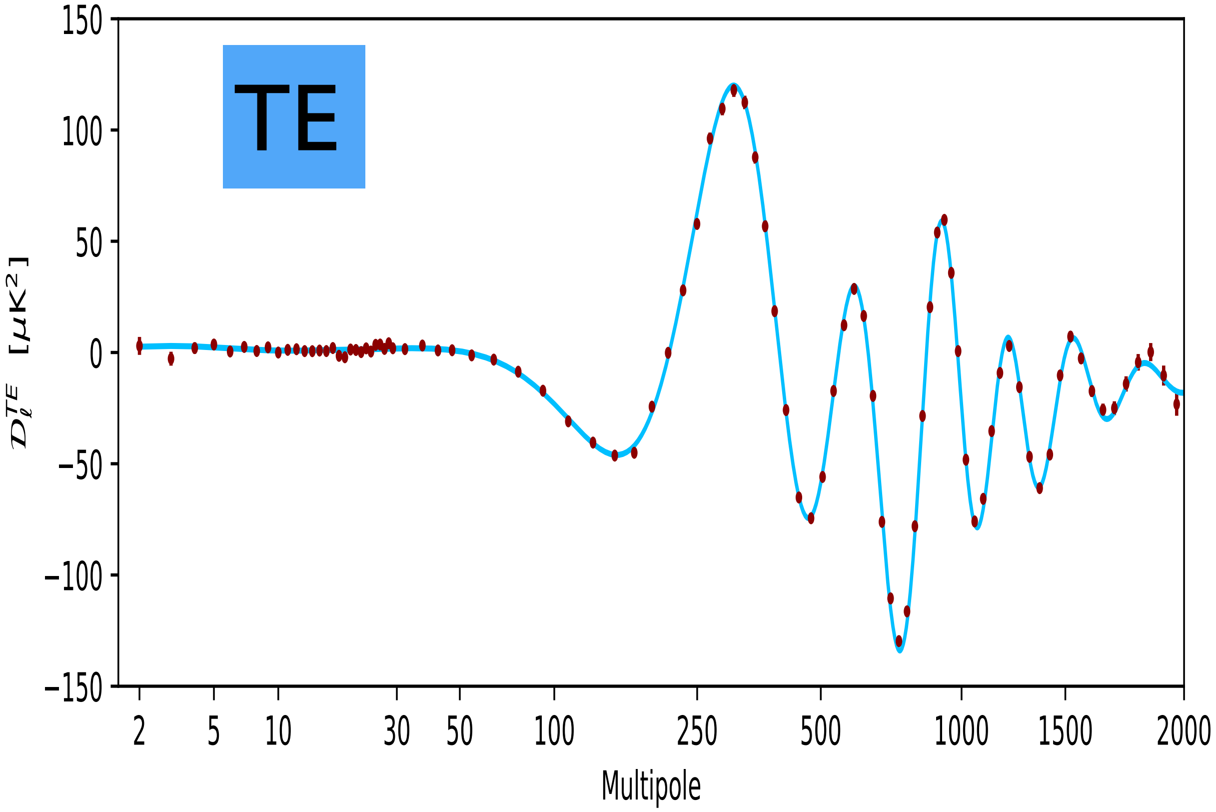
Lensing

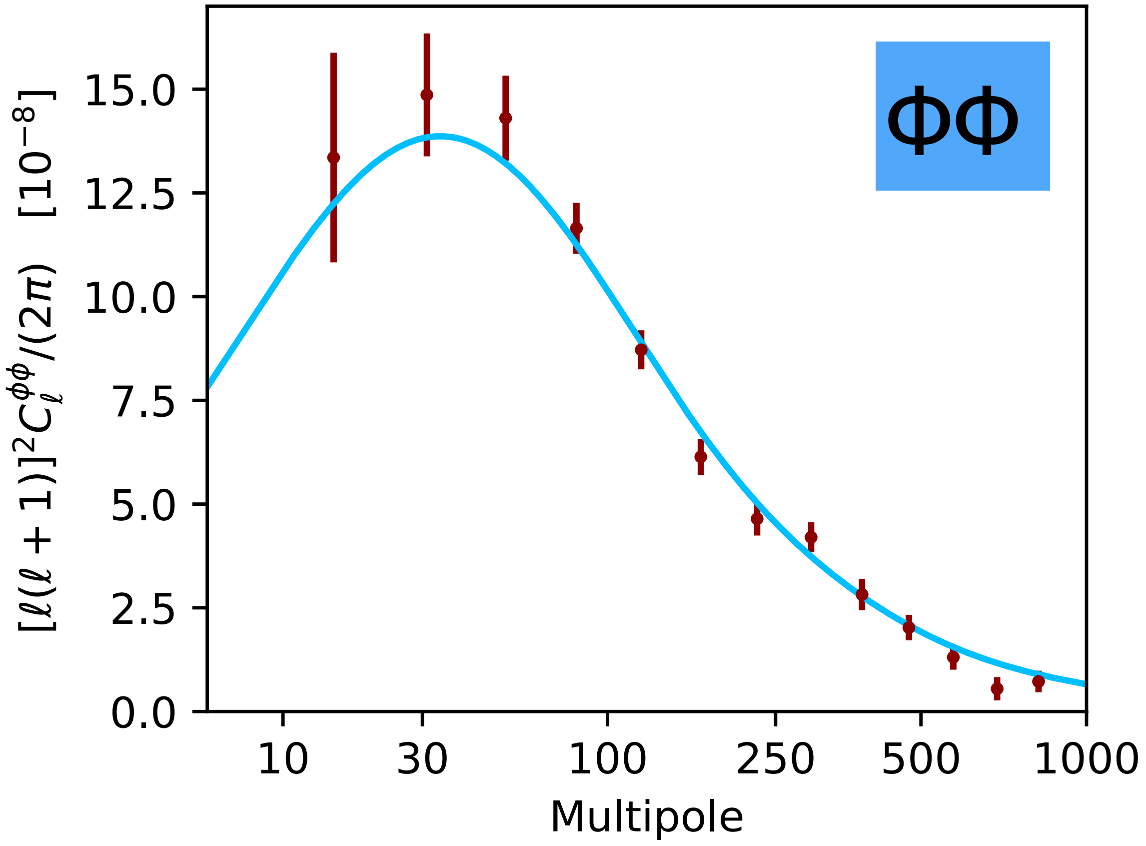


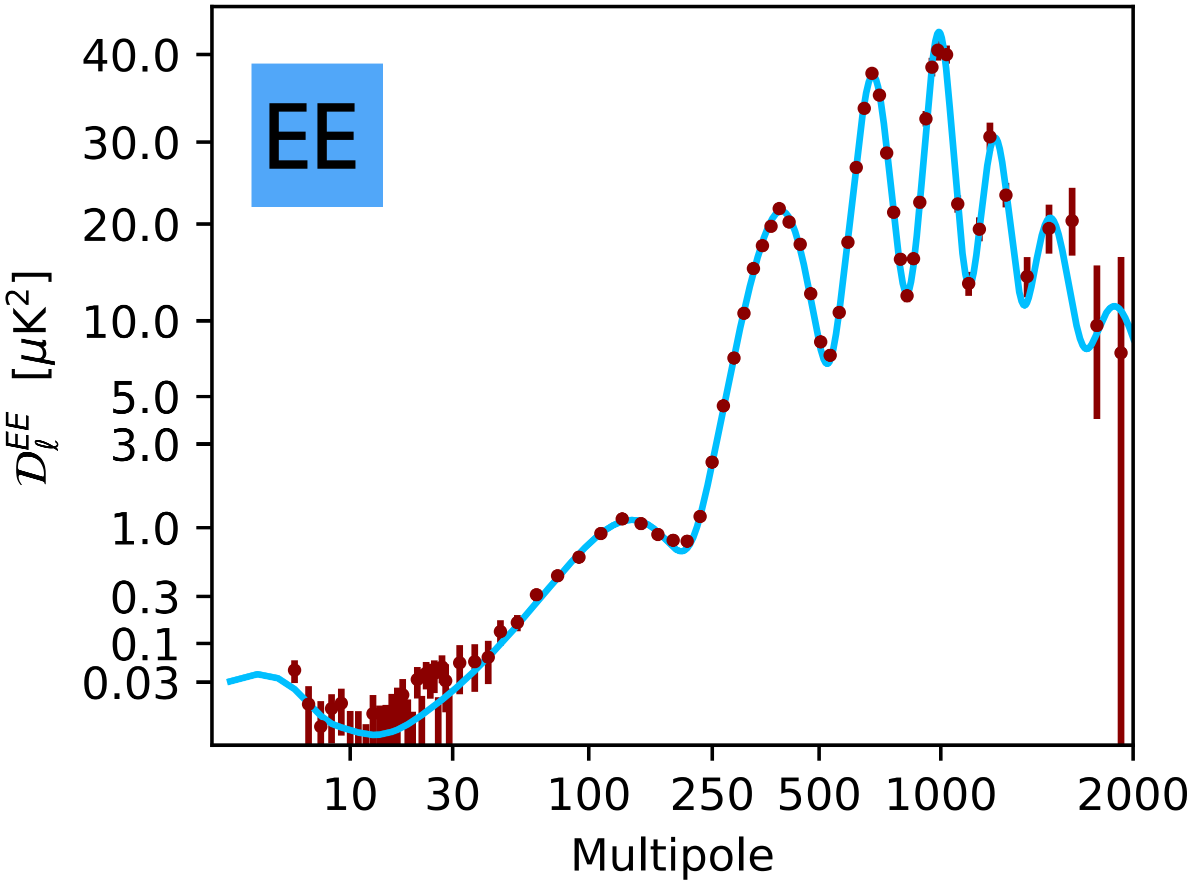
Planck 2018



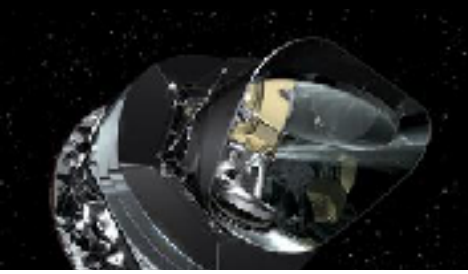

TT
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
$\mathcal{D}_\ell^{TT}$ $[\mu\mathrm{K}^2]$
2
5
10
30
50
100
250
500
1000
1500
2000
2500
Multipole


TE
150
100
50
0
−50
−100
−150
$\mathcal{D}_\ell^{TE}$ $[\mu\mathrm{K}^2]$
2
5
10
30
50
100
250
500
1000
1500
2000
Multipole


ΦΦ
15.0
12.5
10.0
7.5
5.0
2.5
0.0
$[\ell(\ell+1)]^2 C_\ell^{\phi\phi}/(2\pi)$ $[10^{-8}]$
10
30
100
250
500
1000
Multipole


EE
40.0
30.0
20.0
10.0
5.0
3.0
1.0
0.3
0.1
0.03
$\mathcal{D}_\ell^{EE}$ $[\mu\mathrm{K}^2]$
10
30
100
250
500
1000
2000
Multipole

Planck 2018

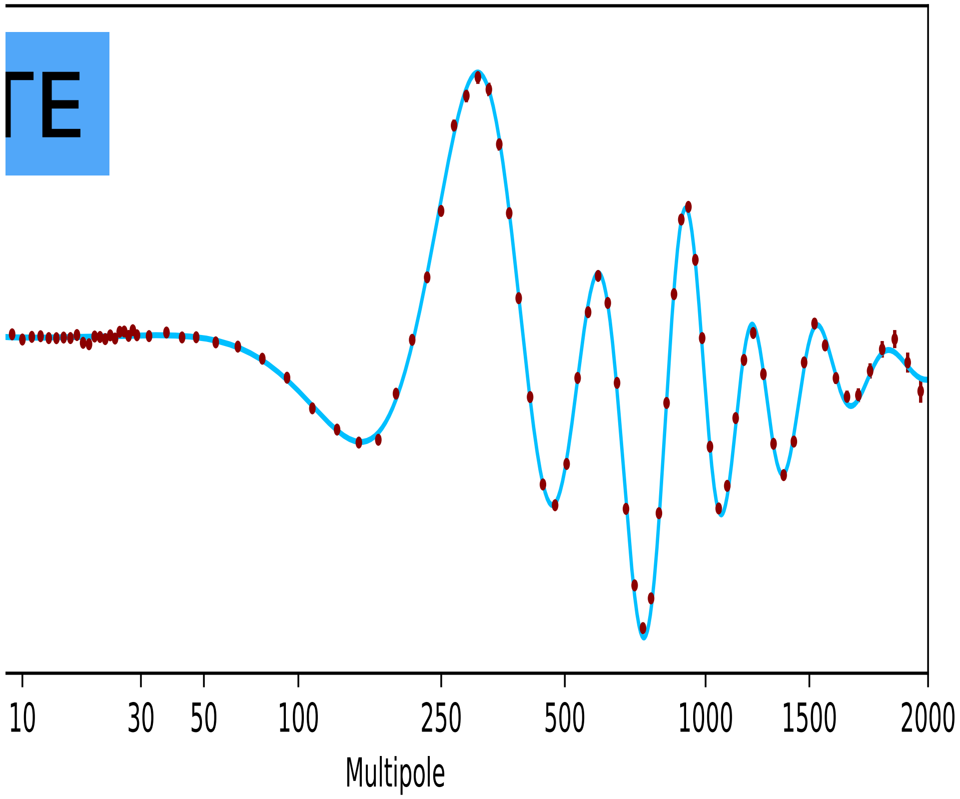


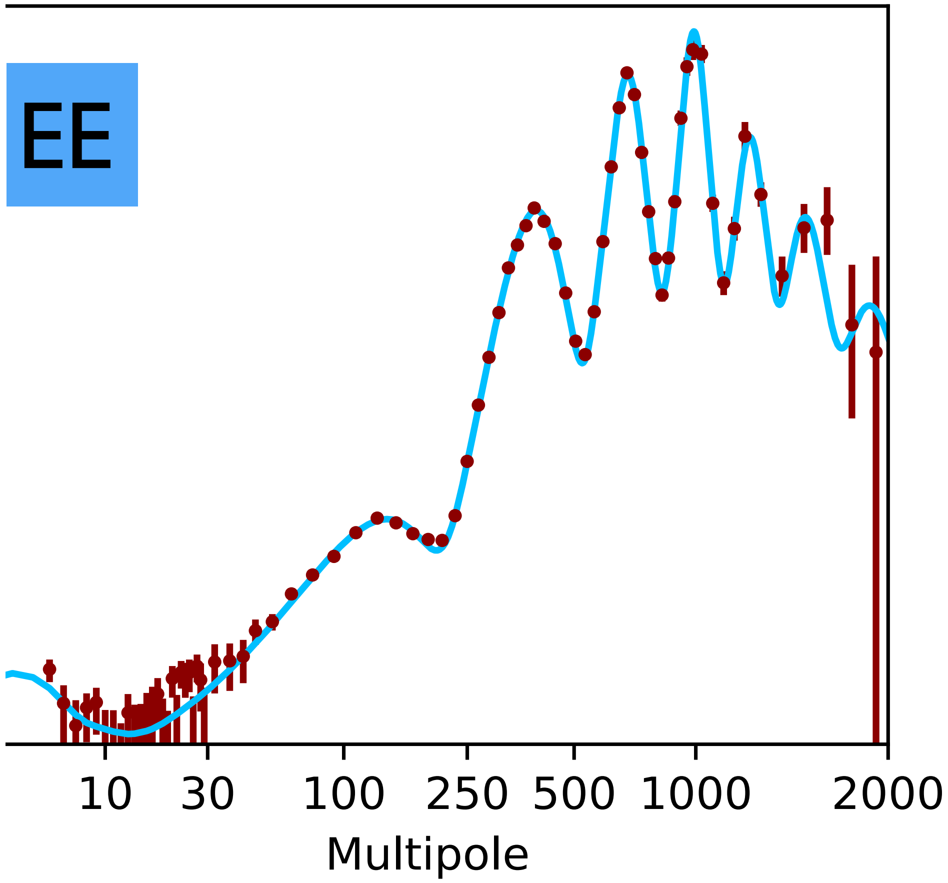
Parameter	*Planck* alone
$\Omega_b h^2$	0.02237 ± 0.00015
$\Omega_c h^2$	0.1200 ± 0.0012
$100\theta_{MC}$	1.04092 ± 0.00031
τ	0.0544 ± 0.0073
$\ln(10^{10} A_s)$	3.044 ± 0.014
n_s	0.9649 ± 0.0042
H_0	67.36 ± 0.54
Ω_Λ	0.6847 ± 0.0073
Ω_m	0.3153 ± 0.0073
$\Omega_m h^2$	0.1430 ± 0.0011
$\Omega_m h^3$	0.09633 ± 0.00030
σ_8	0.8111 ± 0.0060
$\sigma_8(\Omega_m/0.3)^{0.5}$	0.832 ± 0.013
z_{re}	7.67 ± 0.73
Age[Gyr]	13.797 ± 0.023
r_*[Mpc]	144.43 ± 0.26
$100\theta_*$	1.04110 ± 0.00031
r_{drag}[Mpc]	147.09 ± 0.26
z_{eq}	3402 ± 26
k_{eq}[Mpc^{-1}]	0.010384 ± 0.000081

Base ΛCDM parameters

- temperature
- polarization
- lensing

derived parameters

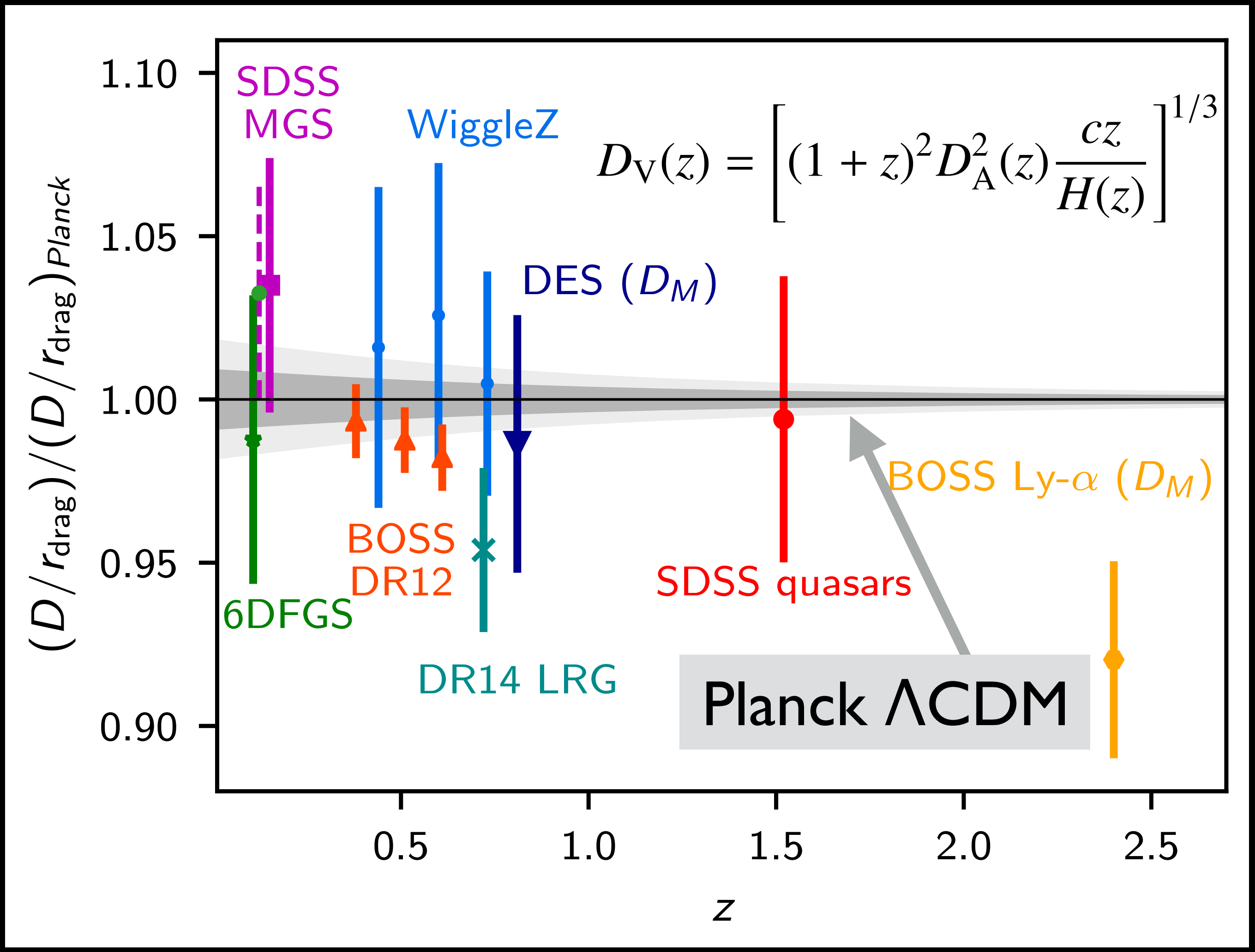


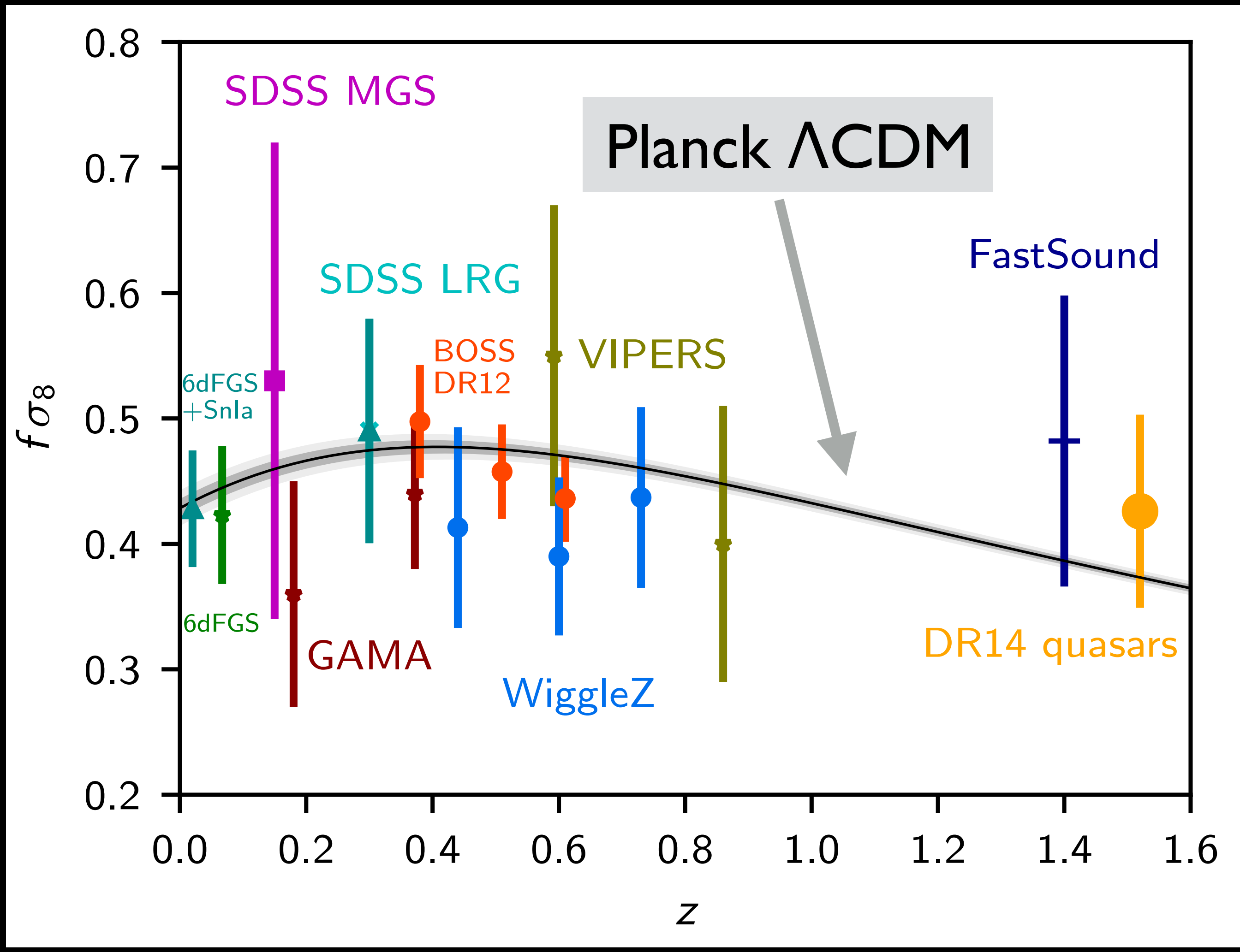


Consistency with galaxy surveys

Distance measurements using BAO as standard ruler

Measurement of growth of structure from redshift-space distortions





Planck 2018 VI.

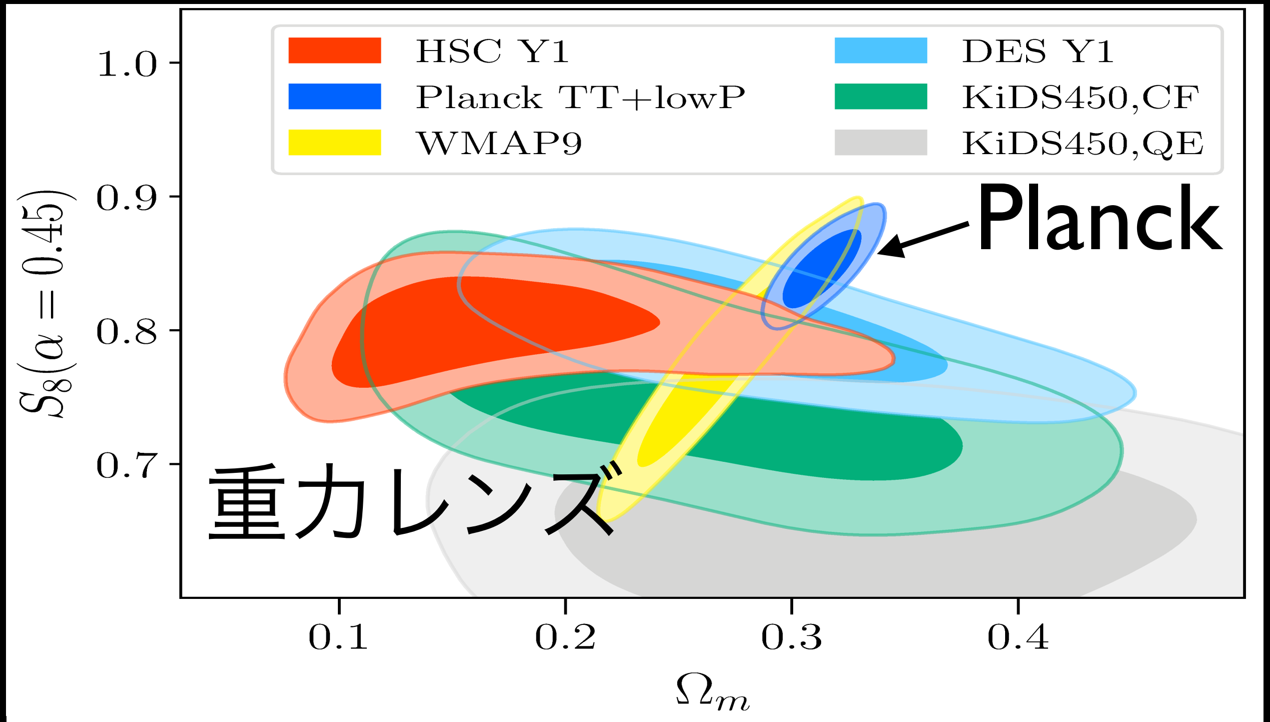
Consistent with Planck ΛCDM

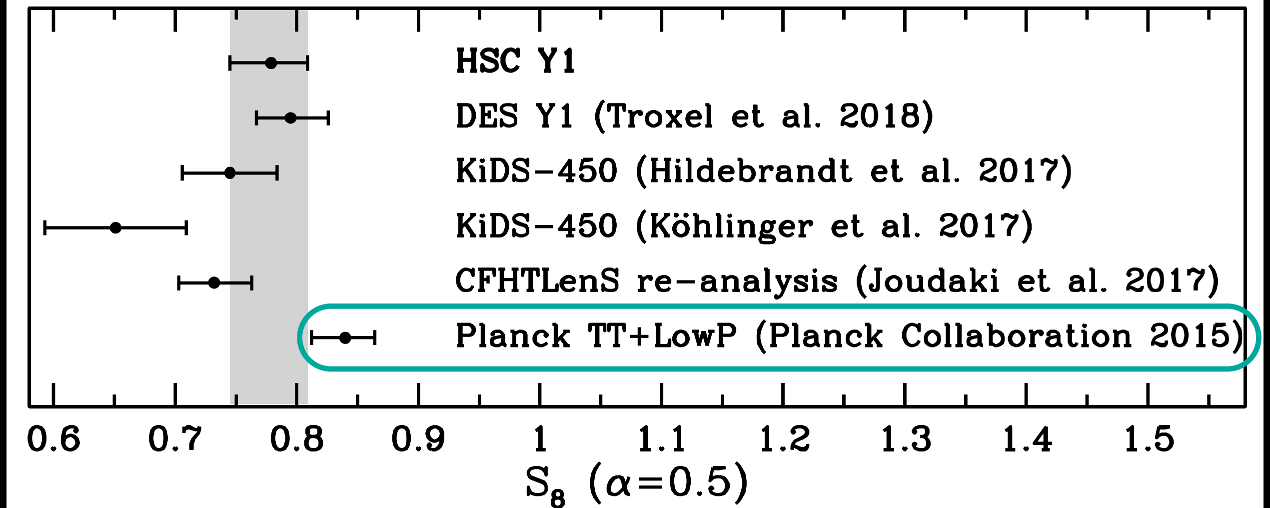
Tensions with Planck results

Weak lensing measurements and local measurement of Hubble parameter report a large discrepancy with Planck ΛCDM

$S_8 = \sigma_8 \, (\Omega_\mathrm{m}/0.3)^\alpha$

H_0





Planck T+E+lensing

$$H_0 = (73.48 \pm 1.66)\ \mathrm{km\ s^{-1} Mpc^{-1}}$$

Riess et al. ('18)

$$H_0 = (67.27 \pm 0.60)\ \mathrm{km\ s^{-1} Mpc^{-1}}$$

~3.5σ tension

Hikage et al. ('18)

ΛCDM model ~summary~

Minimum model
＝Many simplification & assumptions

- 曲率ゼロの平坦宇宙 ＋ 宇宙項（暗黒エネルギー）
  （物質成分としては暗黒物質、バリオンのみ）
- インフレーションと無矛盾な断熱ゆらぎ
  （ベキ型パワースペクトル）
- ゆらぎの初期条件はガウス統計に従う
- 一般相対論にもとづく宇宙の大域的進化
  （宇宙膨張＋密度ゆらぎ）
- 宇宙原理が成り立つ（宇宙は大域的に一様・等方）

単純化とはいえ、これだけ仮定を積み重ねているので、
観測と多少の不整合性があることは当然？

CDM paradigm

標準モデル確立前から暗黒物質には1つのコンセンサスがあった

宇宙には“冷たい”暗黒物質が必要

(cold dark matter, CDM)

e.g., Peebles ('82), Blumenthal et al. ('82), Bond et al. ('82), …

重力相互作用しかせず、十分過去から非相対論的粒子

$\longrightarrow$ 速度分散が十分小さい $(m_{\rm DM} \gg T_{\rm DM})$

c.f. ニュートリノは最近になって非相対論的になった

$$z_{\rm nr} \simeq 190\left(\frac{m_\nu}{0.1\,{\rm eV}}\right)$$

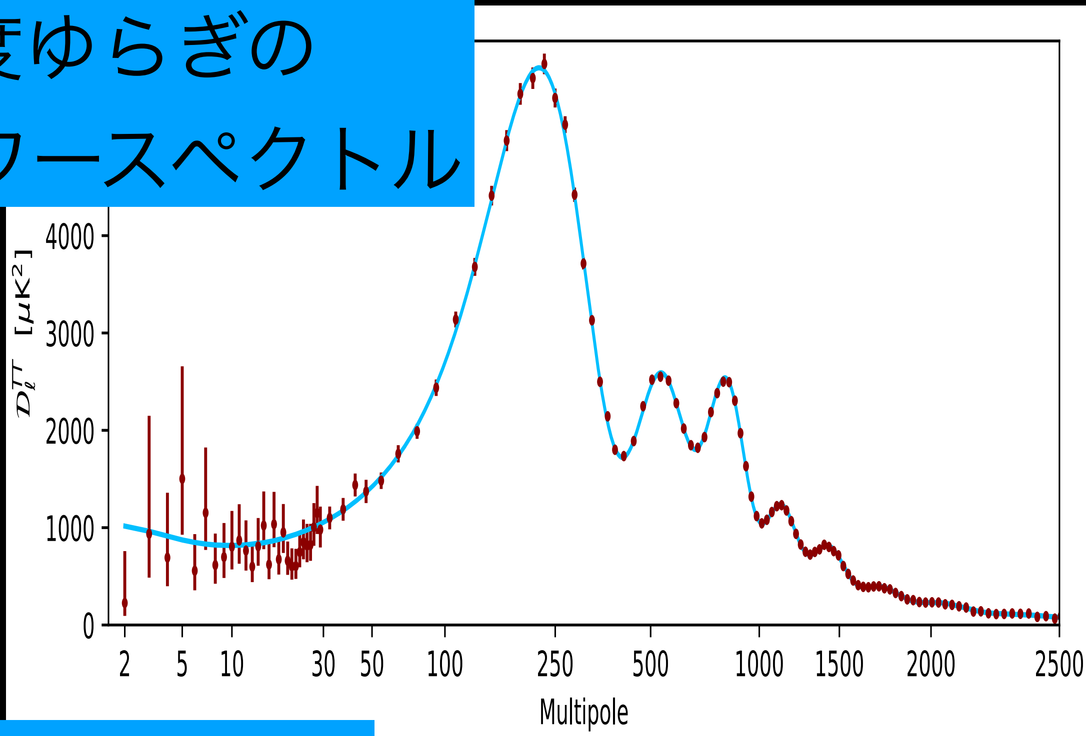
“熱い” 暗黒物質

CDM paradigm

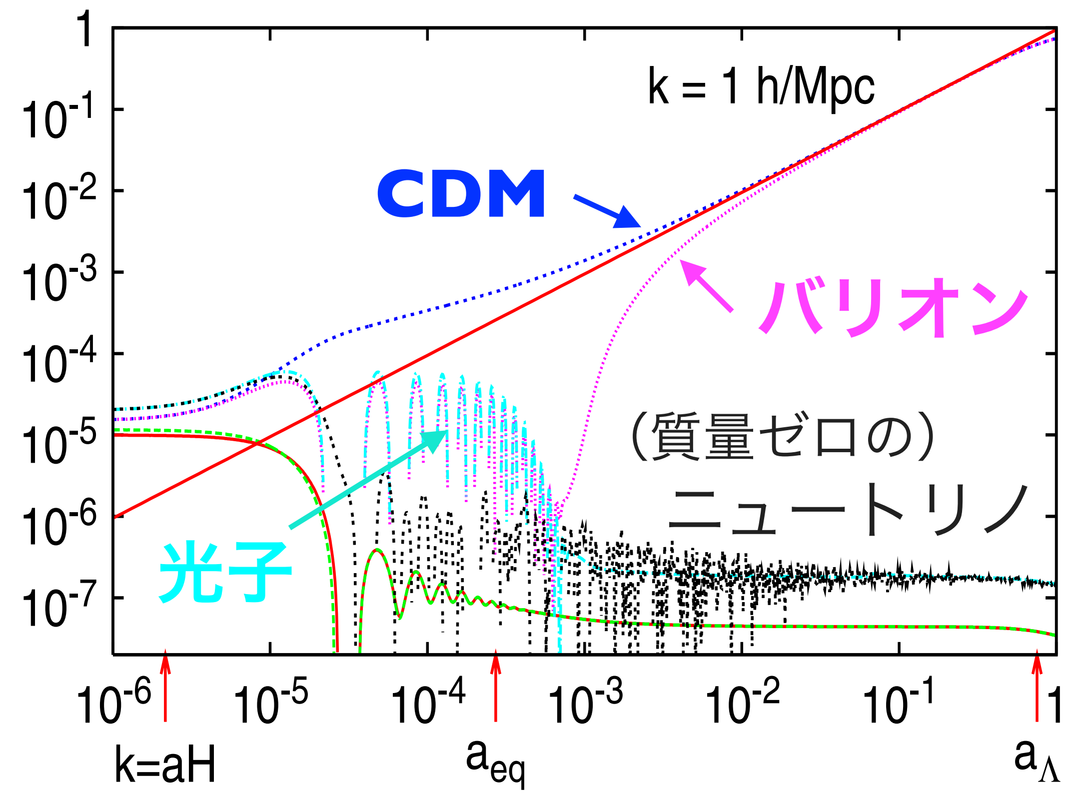
構造形成において、

- 宇宙背景放射の非等方性
- バリオンの追いつき現象
  （星・銀河形成の条件）
- ボトムアップ型の階層的クラスタリング

温度ゆらぎのパワースペクトル



ゆらぎの進化



大スケールの観測と大きな矛盾はない

Origin of cold dark matter

WIMP (Weakly Interacting Massive Particles) $m_{\mathrm{DM}} \sim \mathrm{GeV} - \mathrm{TeV}$

素粒子標準モデル粒子とほとんど相互作用しない熱的残存粒子
超対称性粒子が有力候補だが…

https://home.cern/resources/image/accelerators/lhc-images-gallery

Variant of cold dark matter model

CDMと似たような性質を示す暗黒物質モデル

- Self-interacting dark matter (SIDM)
- Warm dark matter (WDM)
- Baryon-scattering dark matter (BSDM)
- Axion-like particles (ALP)
- Fuzzy dark matter (FDM)
- Primordial black holes (PBH)

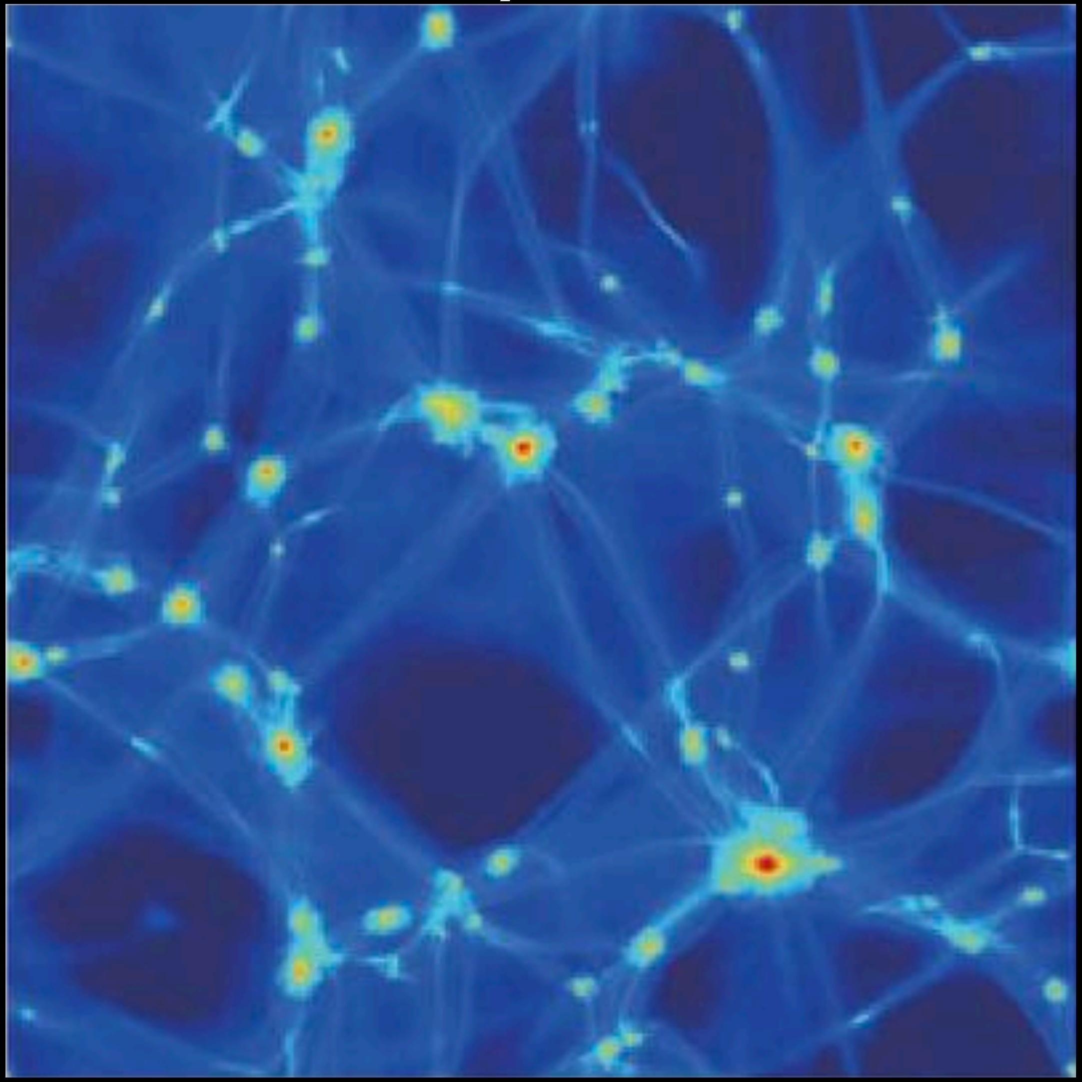
小スケールの構造形成でCDMとの違いが顕著になりうる

→ 天文観測は格好の暗黒物質のプローブ

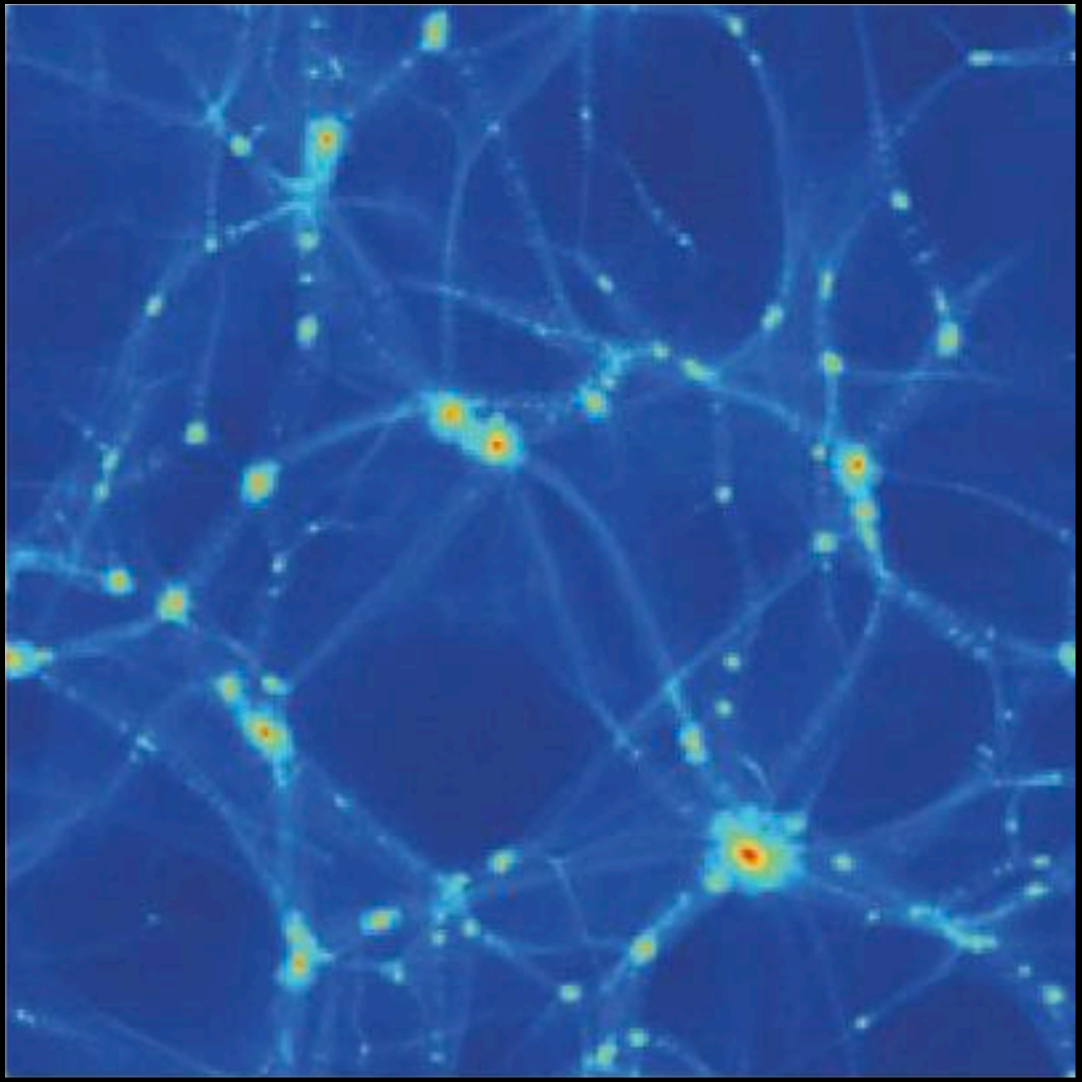
Structure formation with fuzzy DM

Schive, Chiueh & Broadhurst ('14)

Fuzzy DM

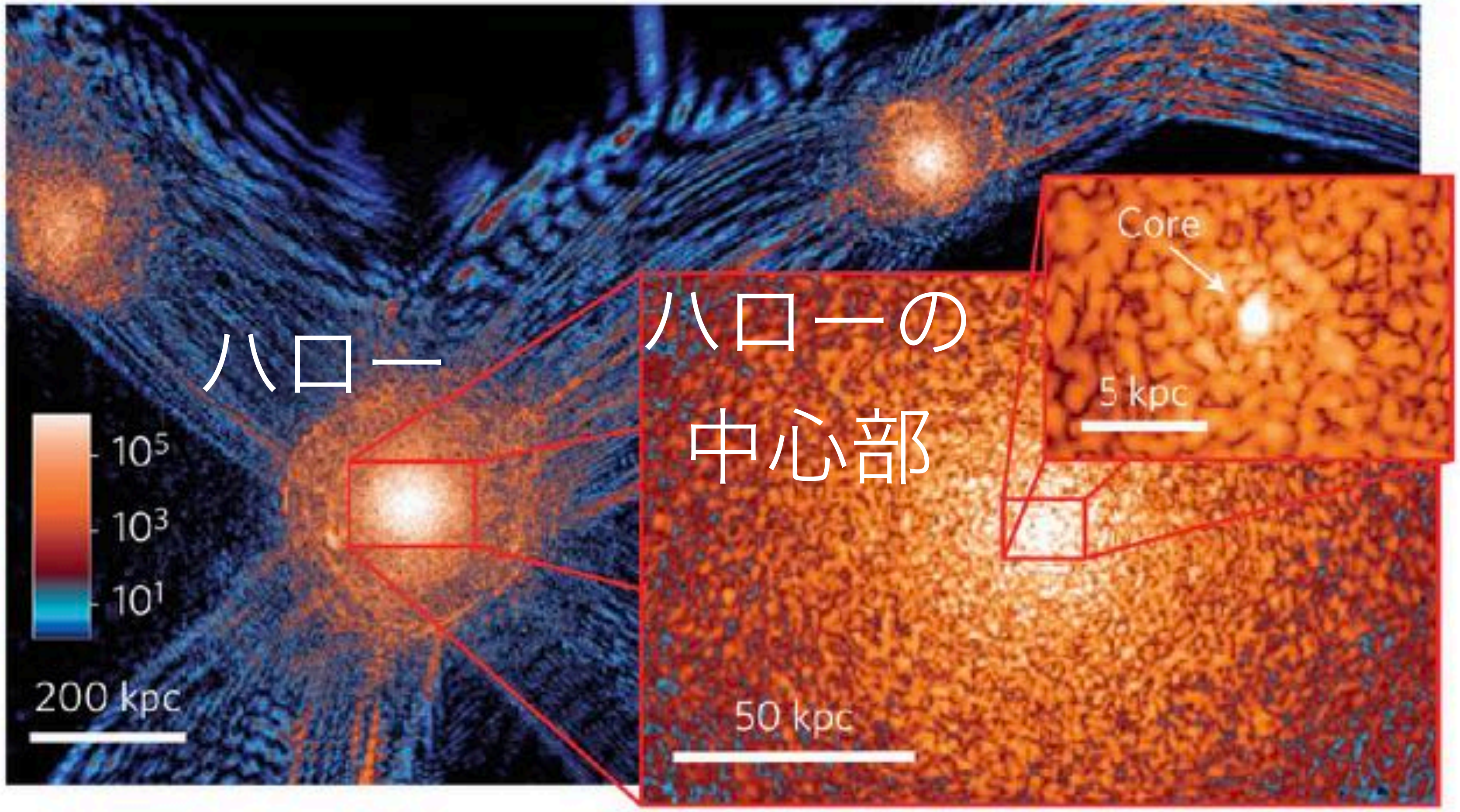


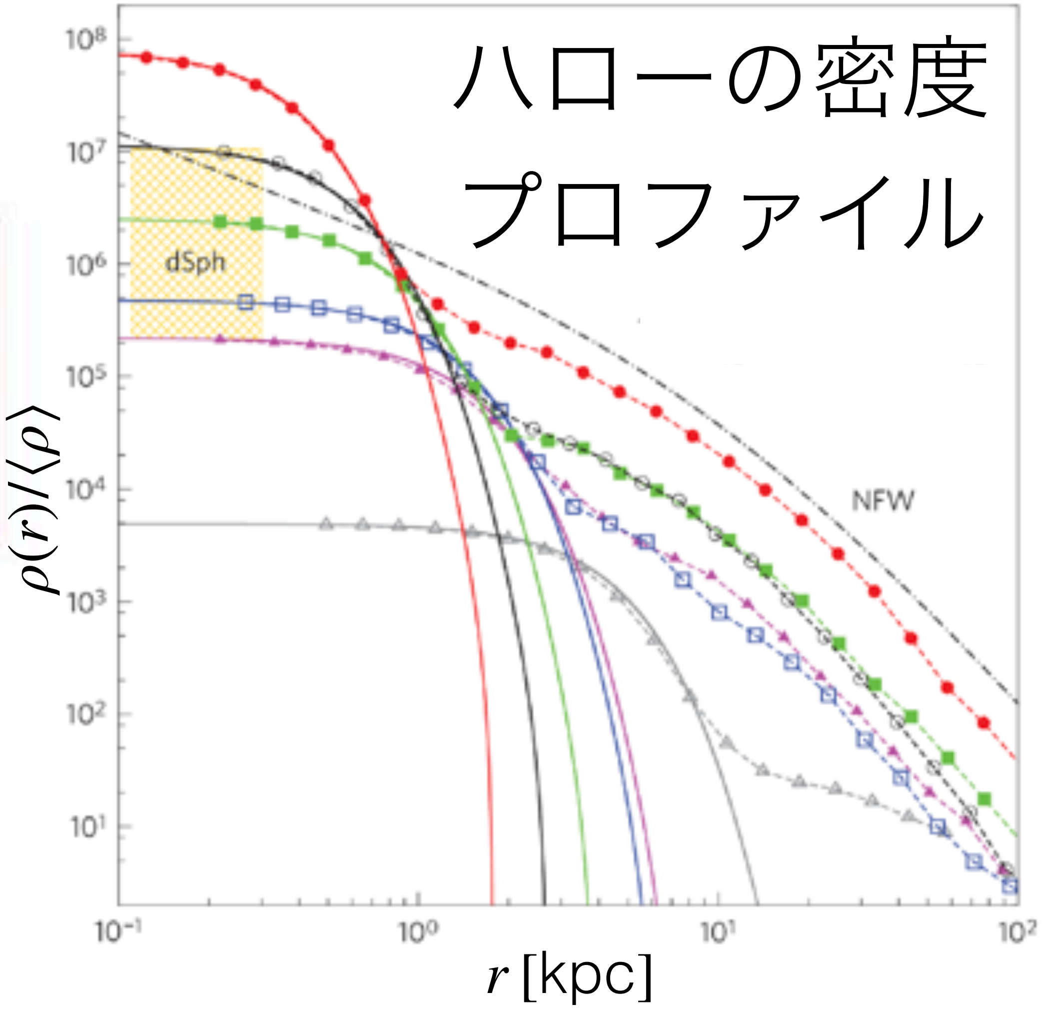
CDM

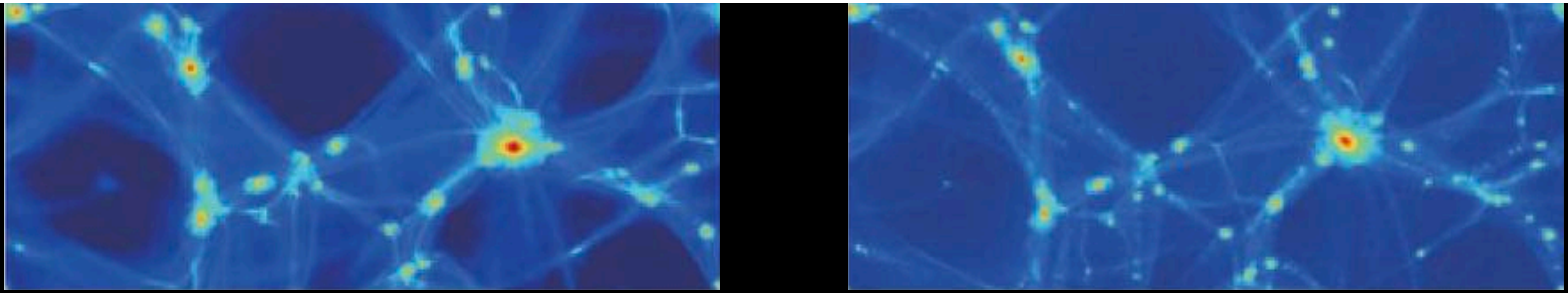


Structure formation with fuzzy DM

Schive, Chiueh & Broadhurst ('14)

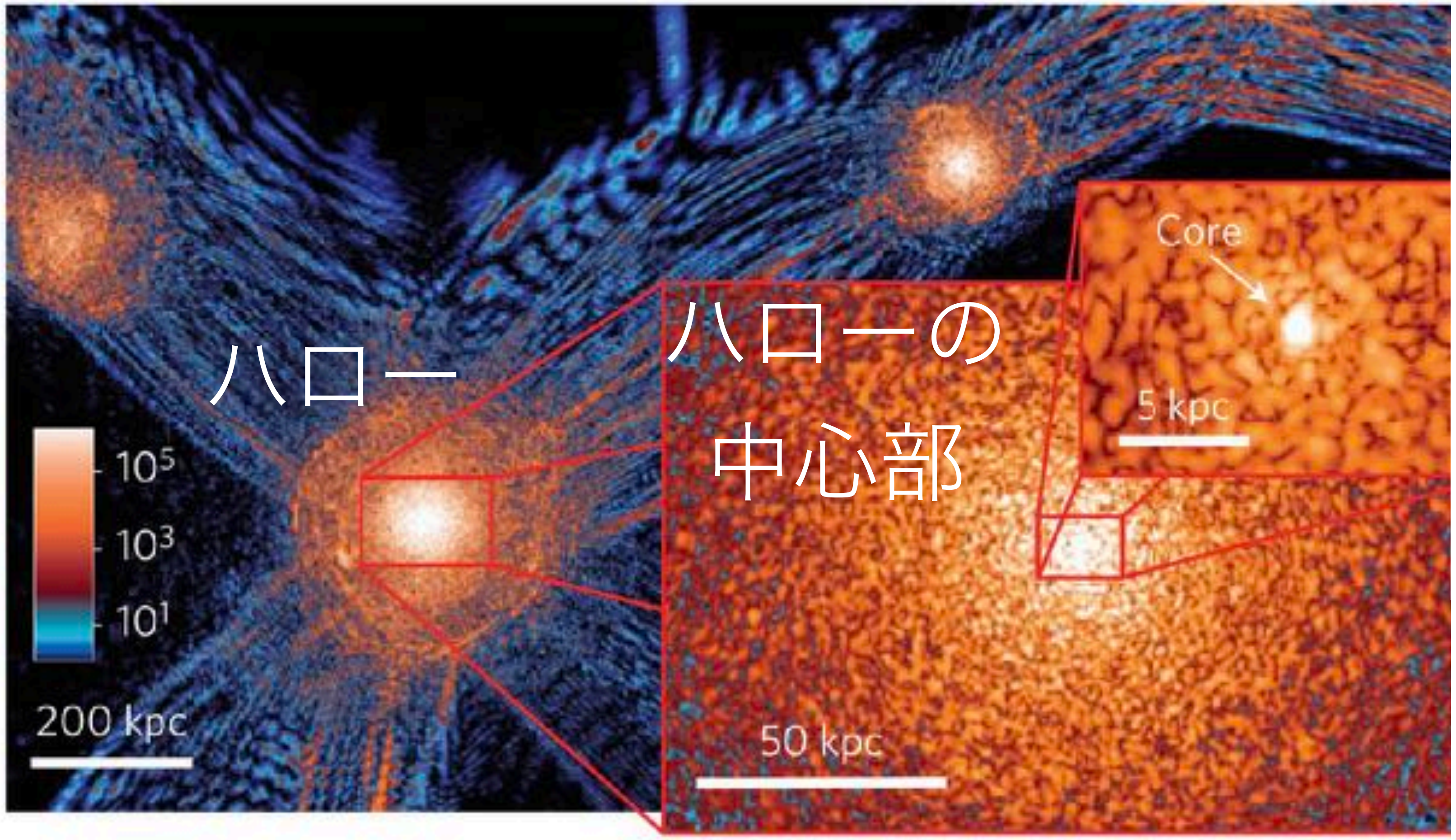


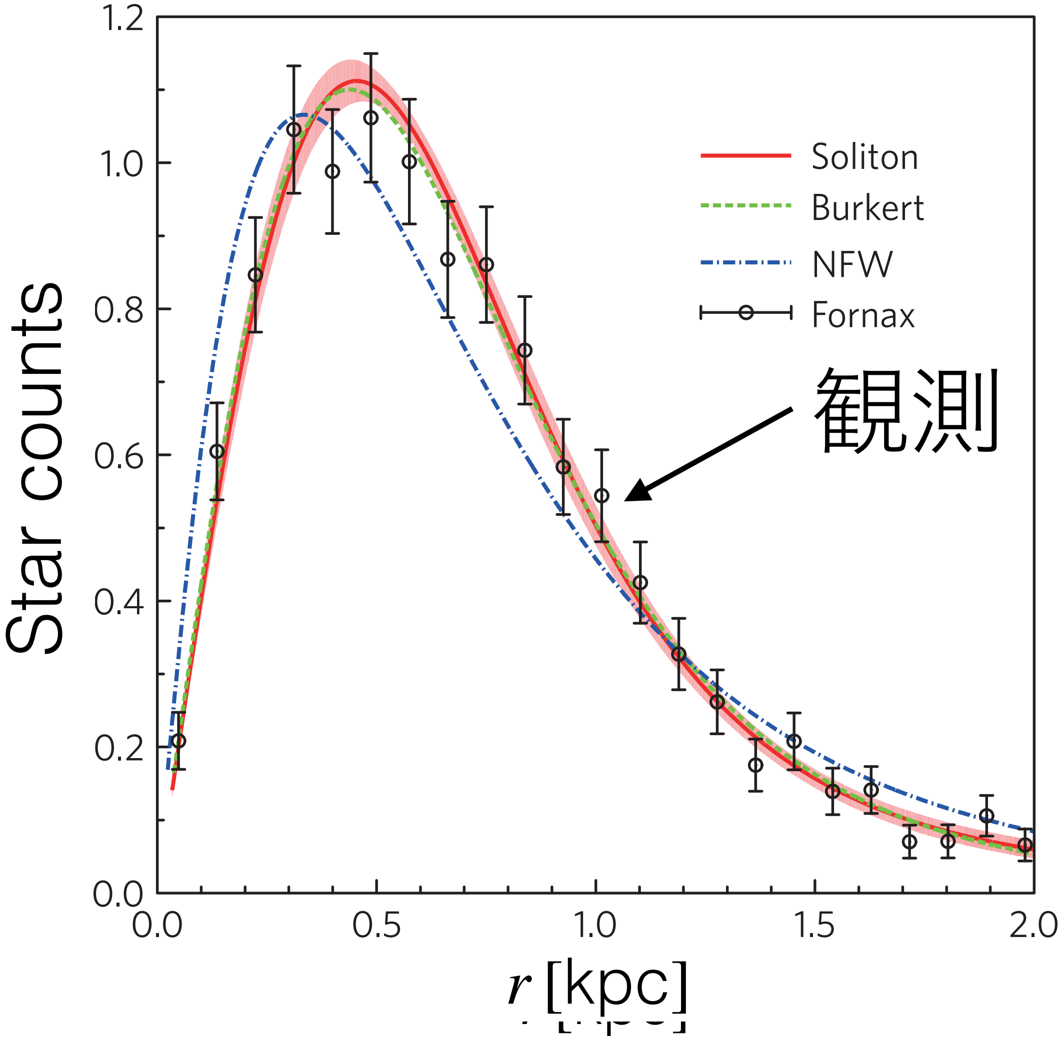

ハローの密度
プロファイル

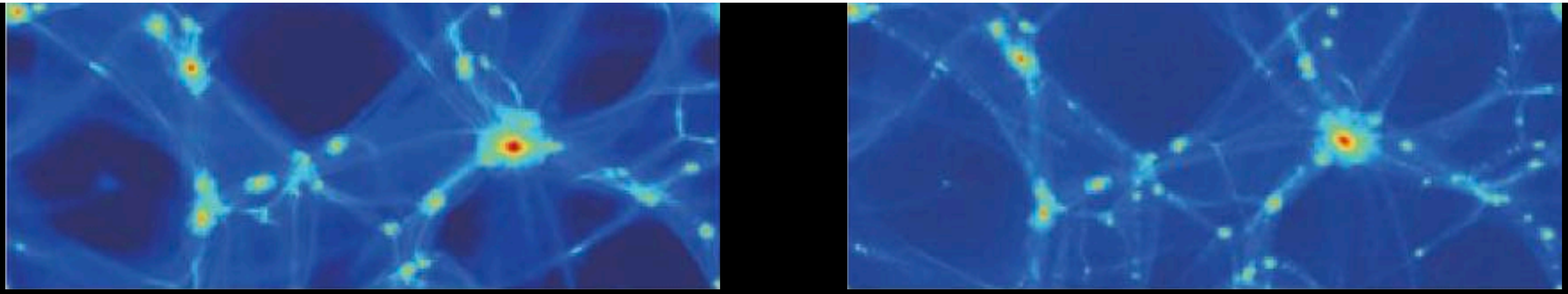


Structure formation with fuzzy DM

Schive, Chiueh & Broadhurst ('14)



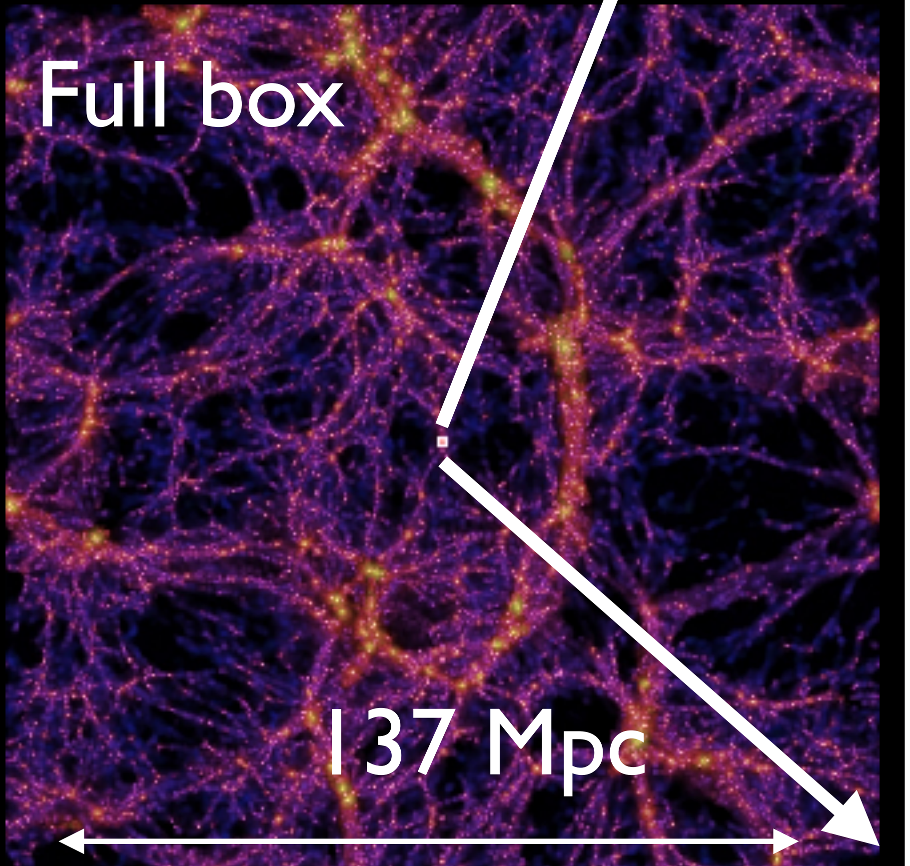


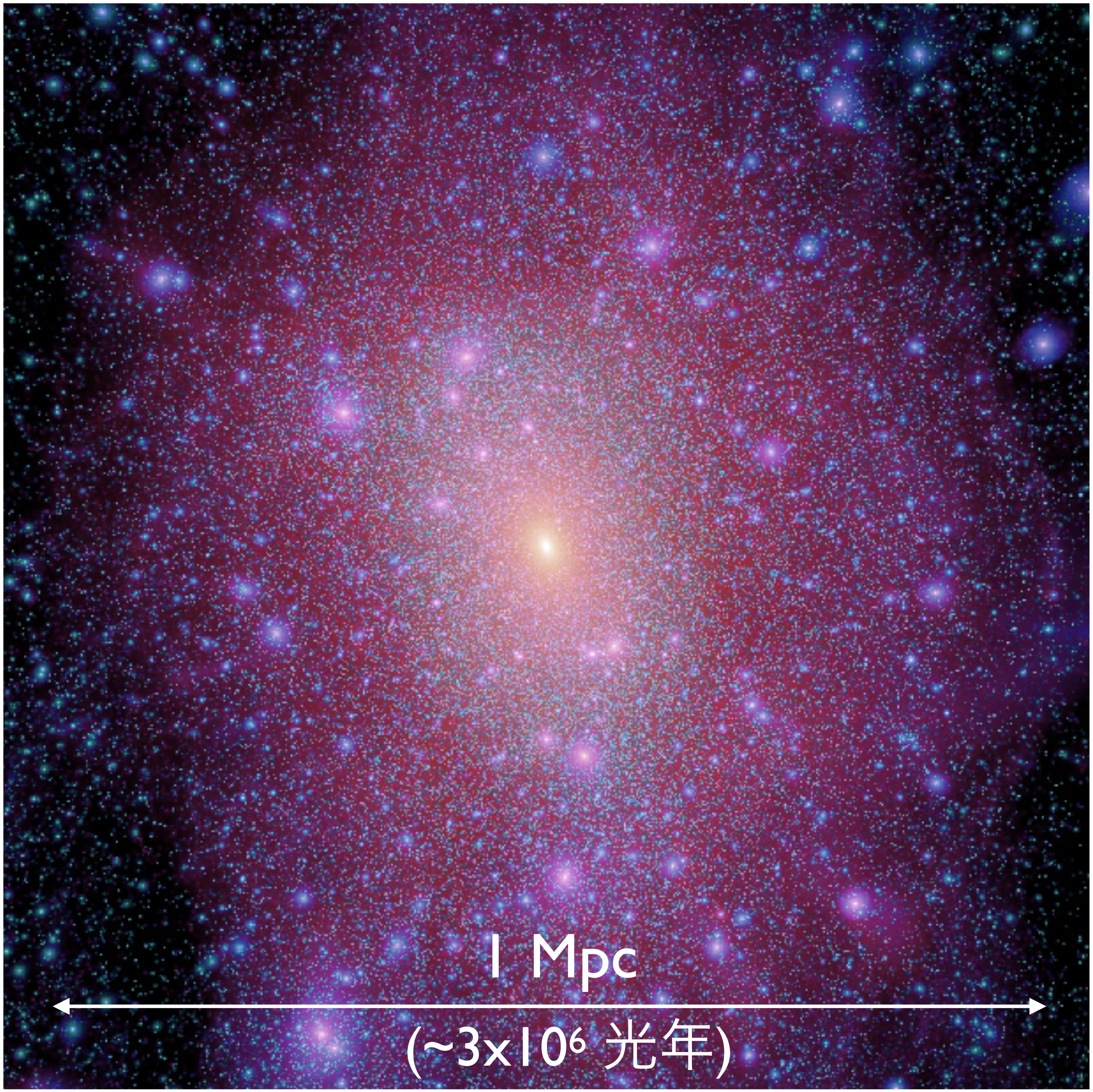


Cold dark matter halo

Springel et al. ('08)

N-body simulation





Cold dark matter (CDM) halo

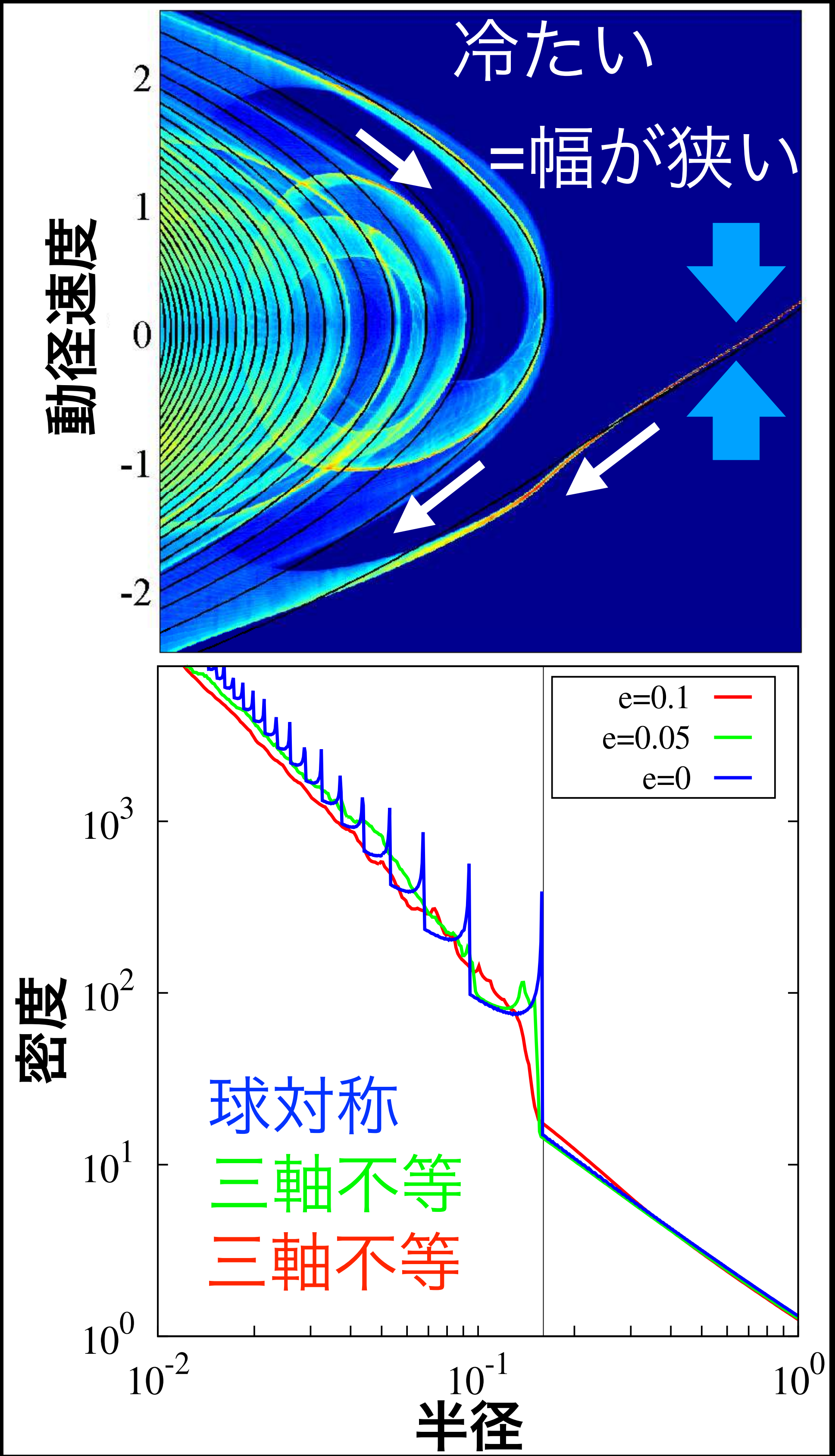
Fritz Zwicky

自己重力で束縛された暗黒物質の“かたまり”

重力による非線形構造形成の終着点

- 階層的構造形成の屋台骨
- バリオンが取り込まれている → 星・銀河の形成サイト
- 格好の観測ターゲット
  （e.g., 高温ガスのX線、SZ効果、重力レンズ効果）

Cold dark matter (CDM) halo



位相空間において顕著な特徴が見られる
（位置と速度）

- マルチストリーム構造
- 密度のシャープな発散
（shell-crossing or caustic）

自己相似解

Filmore & Goldreich ('84)
Bertschinger ('85)
Lithwick & Dalal ('11)

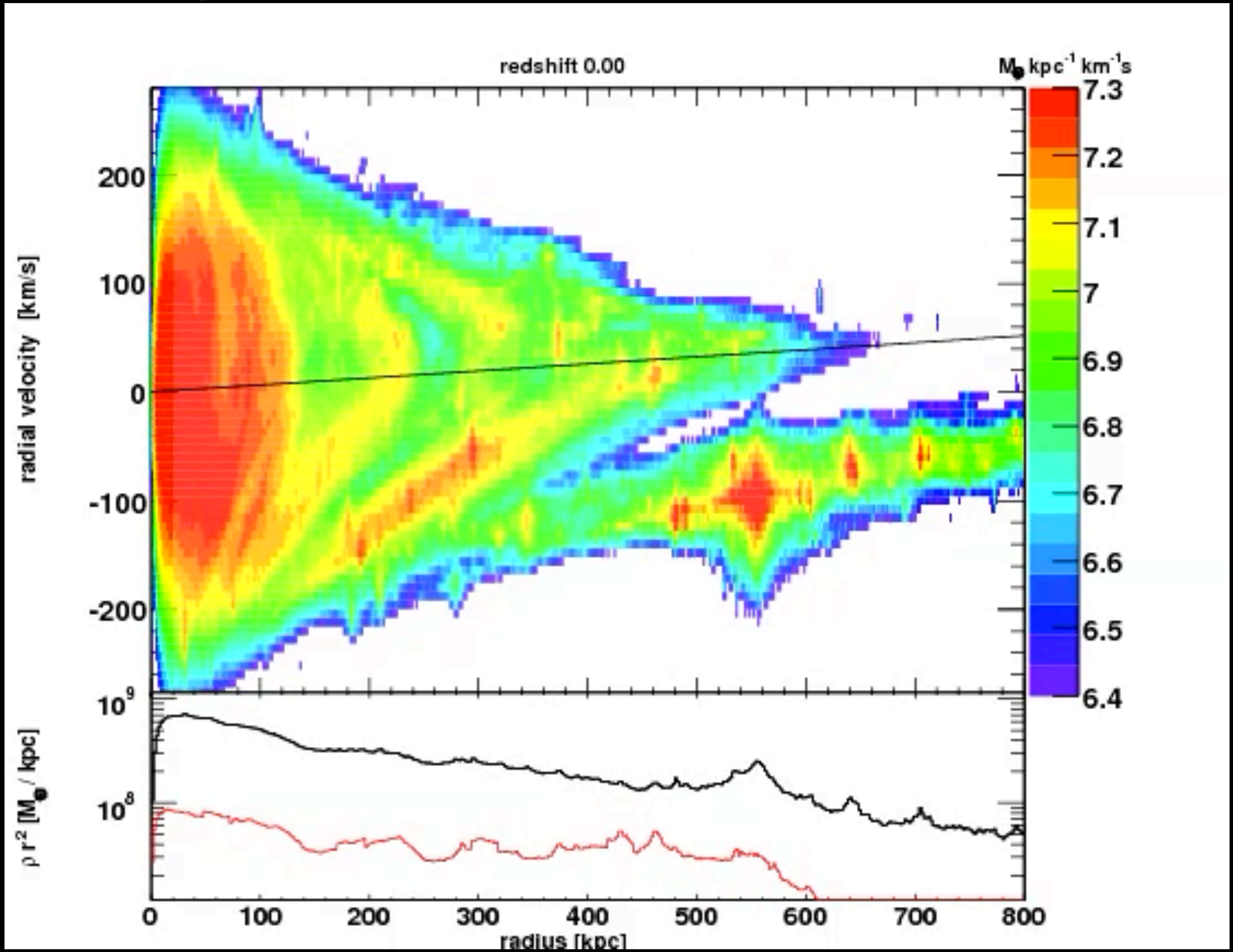
Adhukari et al. ('14)

Phase space structure of CDM halo

N-body simulation

Diemand & Kuhlen ('08)

動径速度

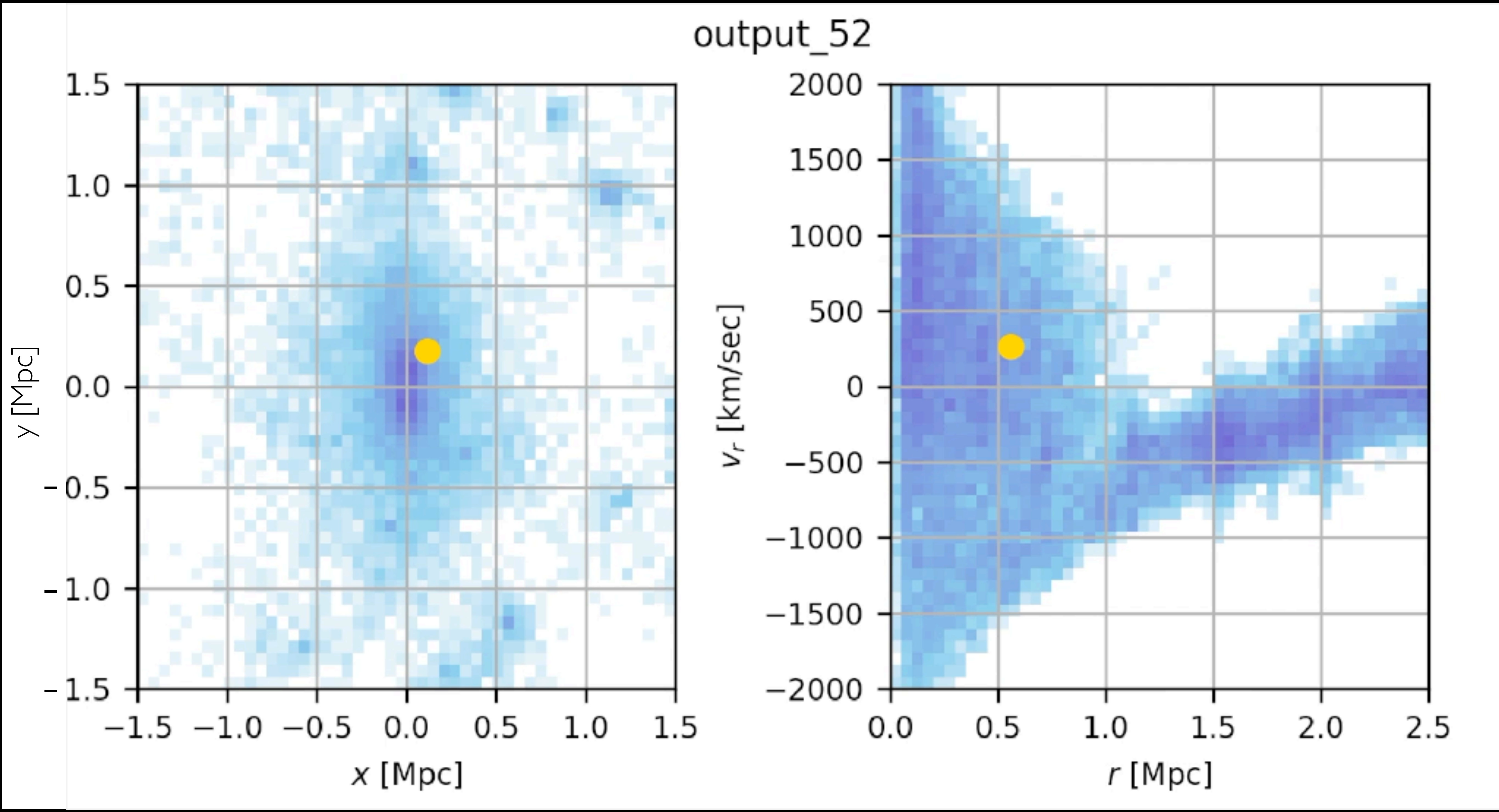


半径

http://www.ucolick.org/~diemand/vl/movies.html

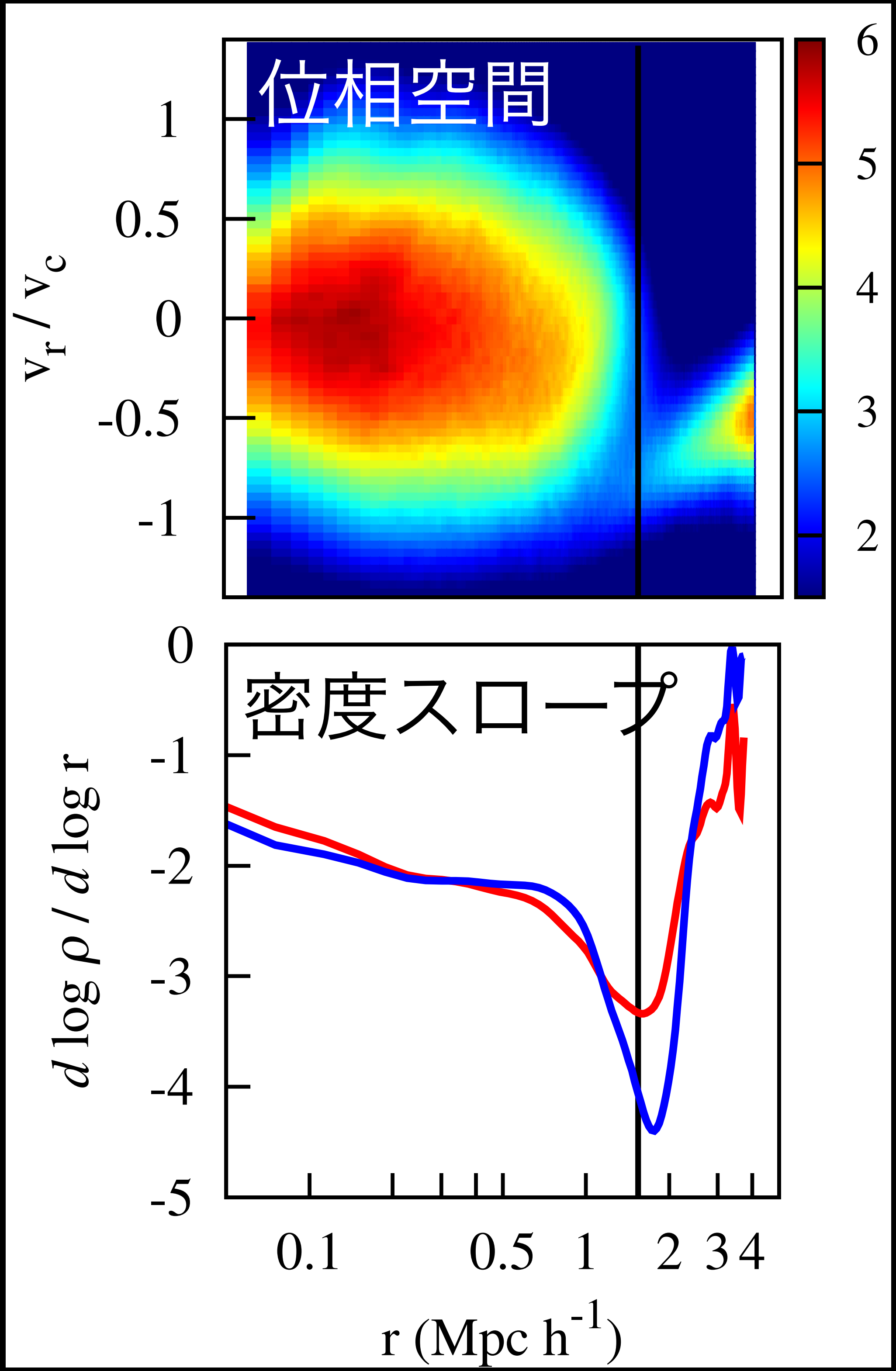
Phase-space structure of N-body halo

動画作成・杉浦宏夢



Splashback radius

Diemer & Kravtsov ('14)
Adhikari et al. ('14)



外縁部の密度構造に着目すると、

NFWプロファイル (Navarro et al. '97)

$$\rho_{\rm halo}(r) \propto \frac{1}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2} \xrightarrow{r \to \infty} r^{-3}$$

からの顕著なずれ

ビリアル半径と違う場所に現れる

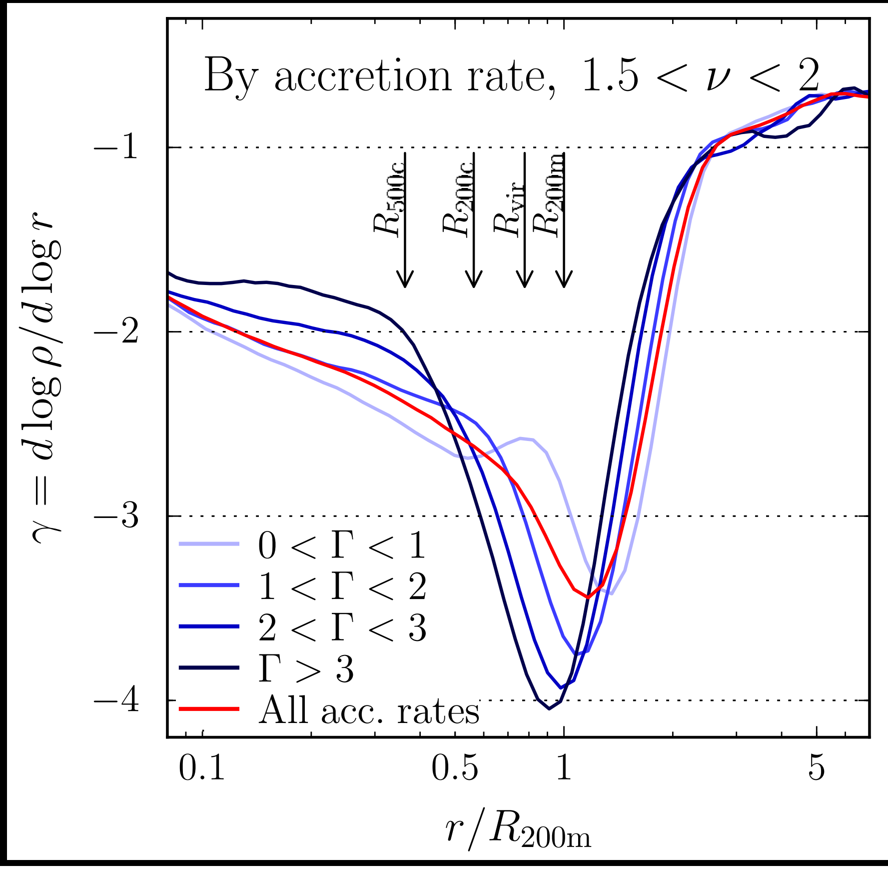
→ splashback radius

Splashback radius: theoretical aspects

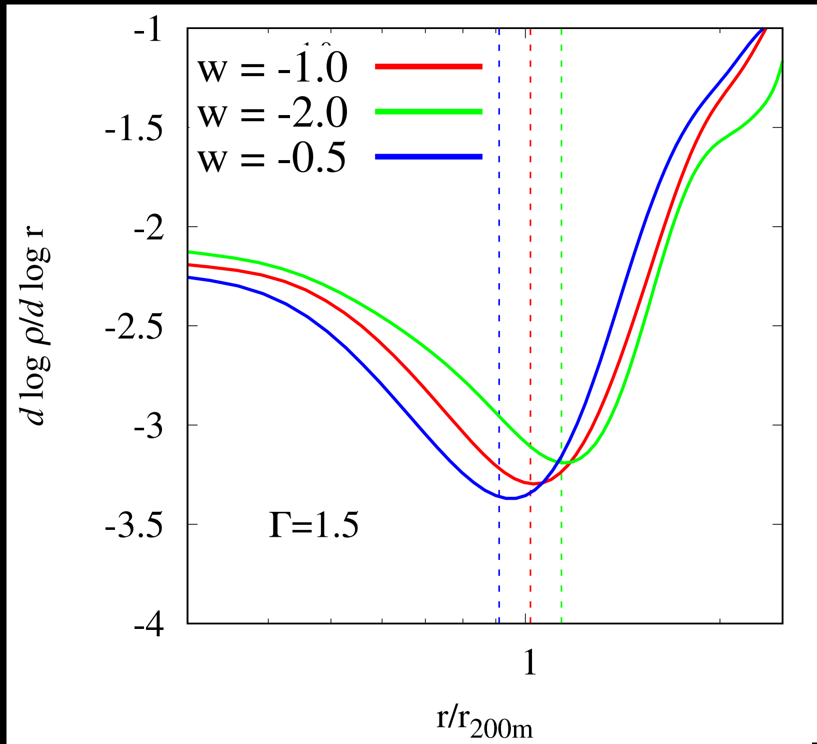
外部環境の依存性大、ハロー質量以外に

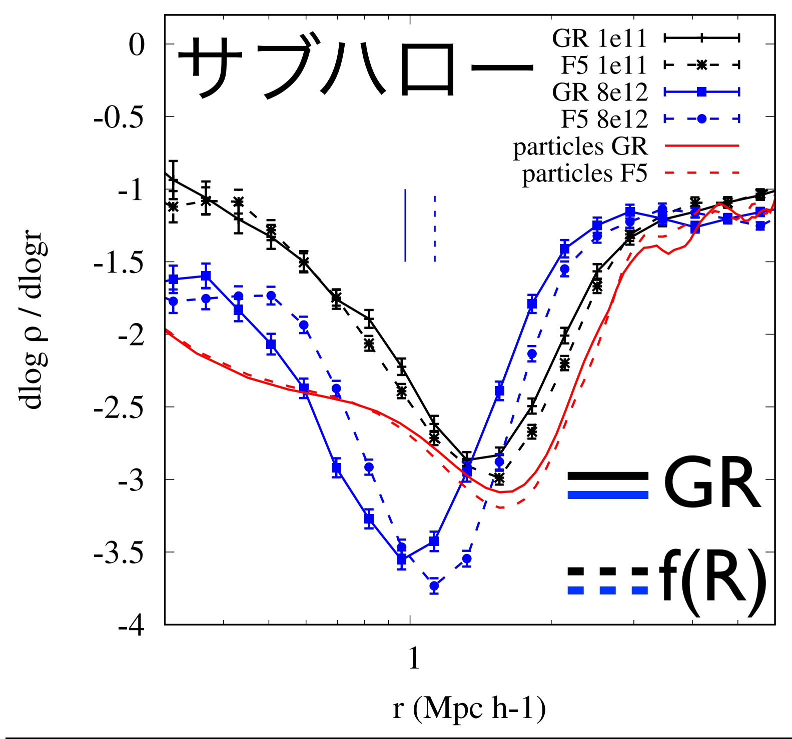
- 質量降着率に強く依存 (Diemer & Kravstov ’14)

$$降着率：\Gamma \equiv \frac{\Delta \log(M_{\rm vir})}{\Delta \log(a)}$$



- 暗黒エネルギーや重力理論にも依存





Adhikari et al. ’18

Detection of splashback signature

- SDSS DR8 測光銀河カタログ

More et al. ('16), Baxter et al. ('17)

- DES Y1 測光銀河 & 重力レンズ

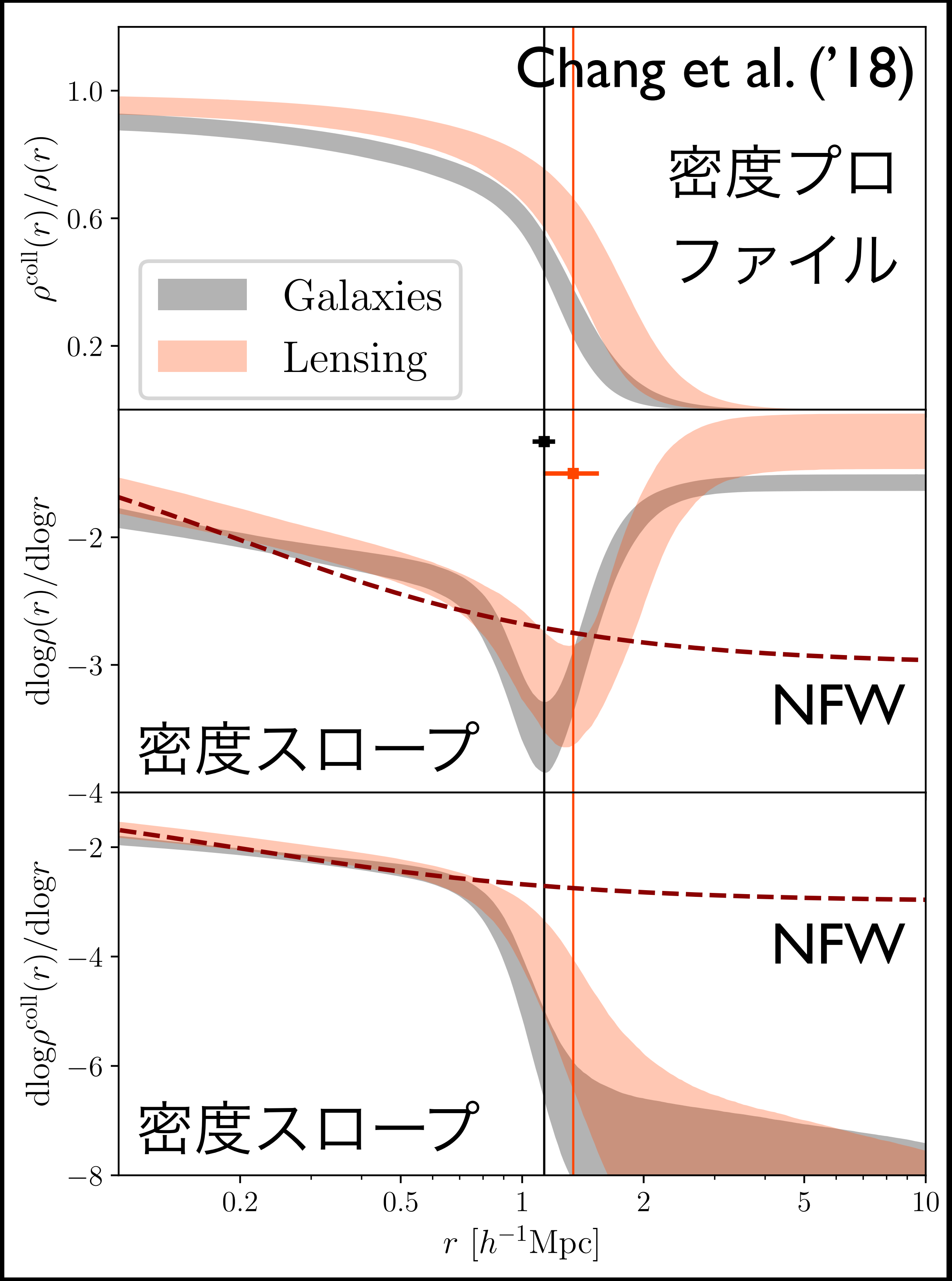
Chang et al. ('18)

銀河団は、redMaPPer
アルゴリズムで同定

- Planck SZ 銀河団

+ Pan-STARRS 測光銀河

Zurcher & More ('18)

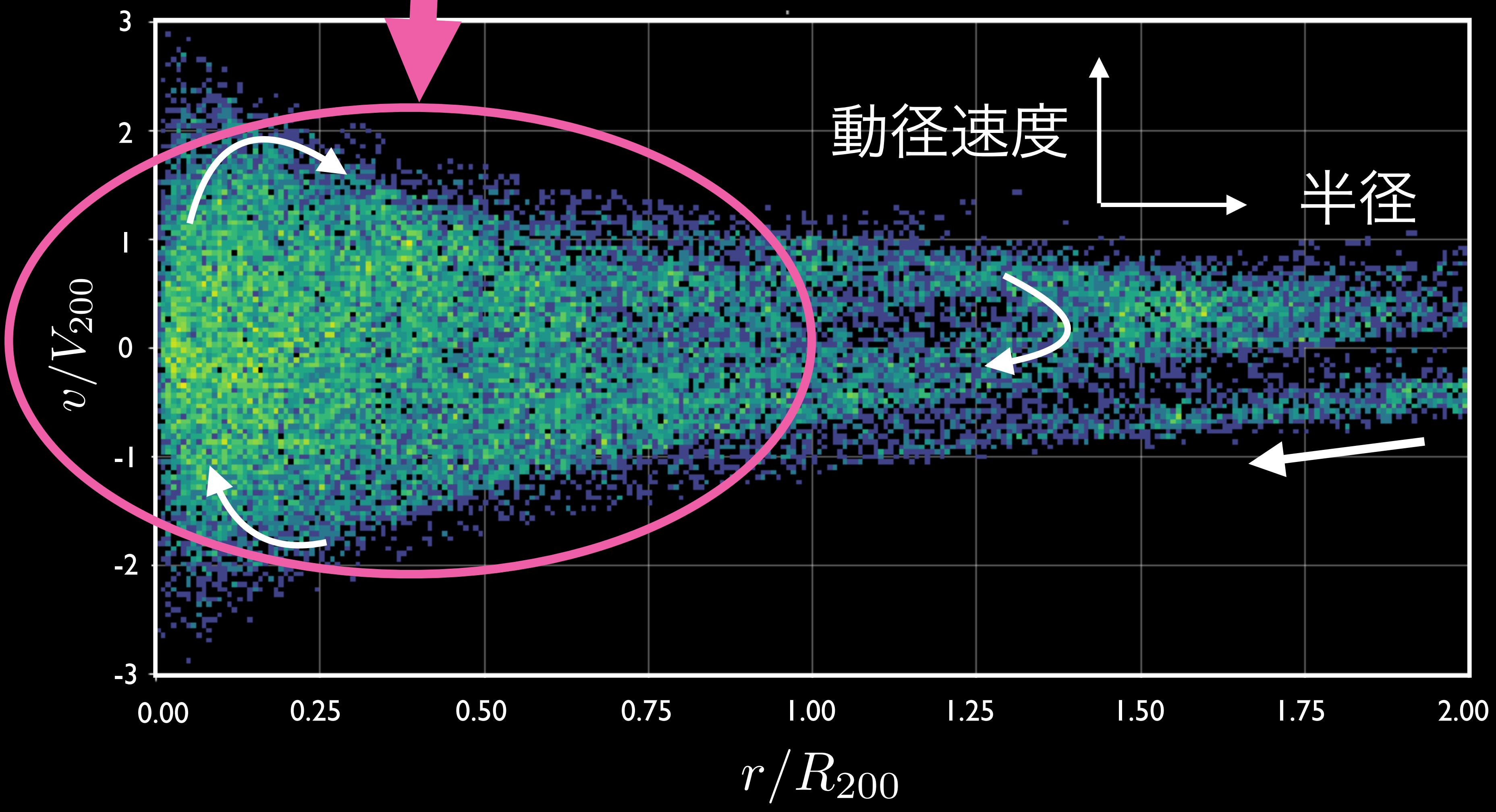


Going inside splashback radius

スプラッシュバック半径の中には、

マルチストリーム構造が広がっているはず

⟶ CDMの検証、宇宙論のプローブ

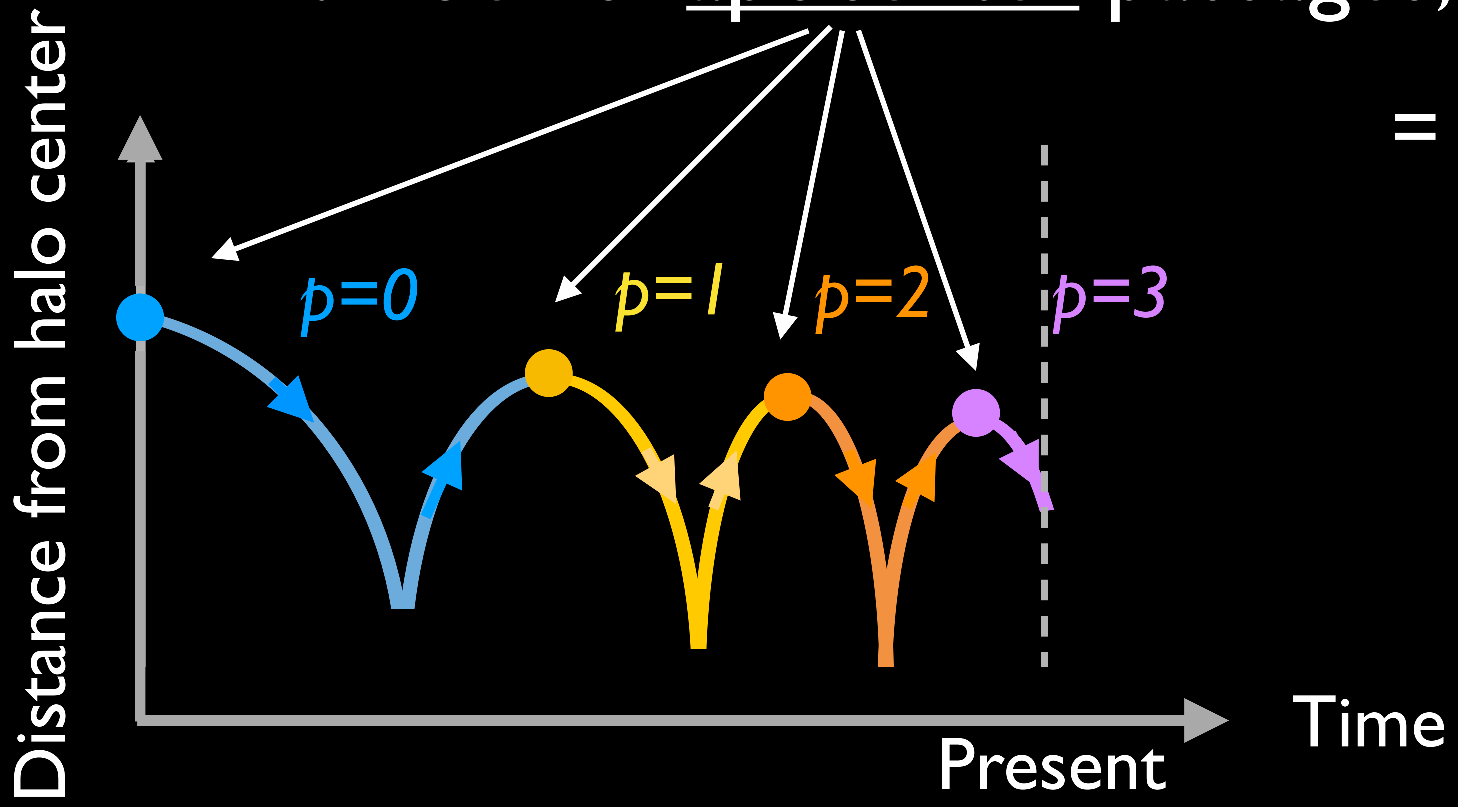


どうやれば見ることができるか？

Tracing multi-stream flow with particle trajectories in *N*-body simulation

杉浦宏夢（修論）

Keeping track of apocenter passage(s) for particle trajectories,
number of apocenter passages, *p*, is stored for each particle



= SPARTA algorithm + α
(Diemer'17; Diemer et al.'17)

Tiling phase-space streams with *p*

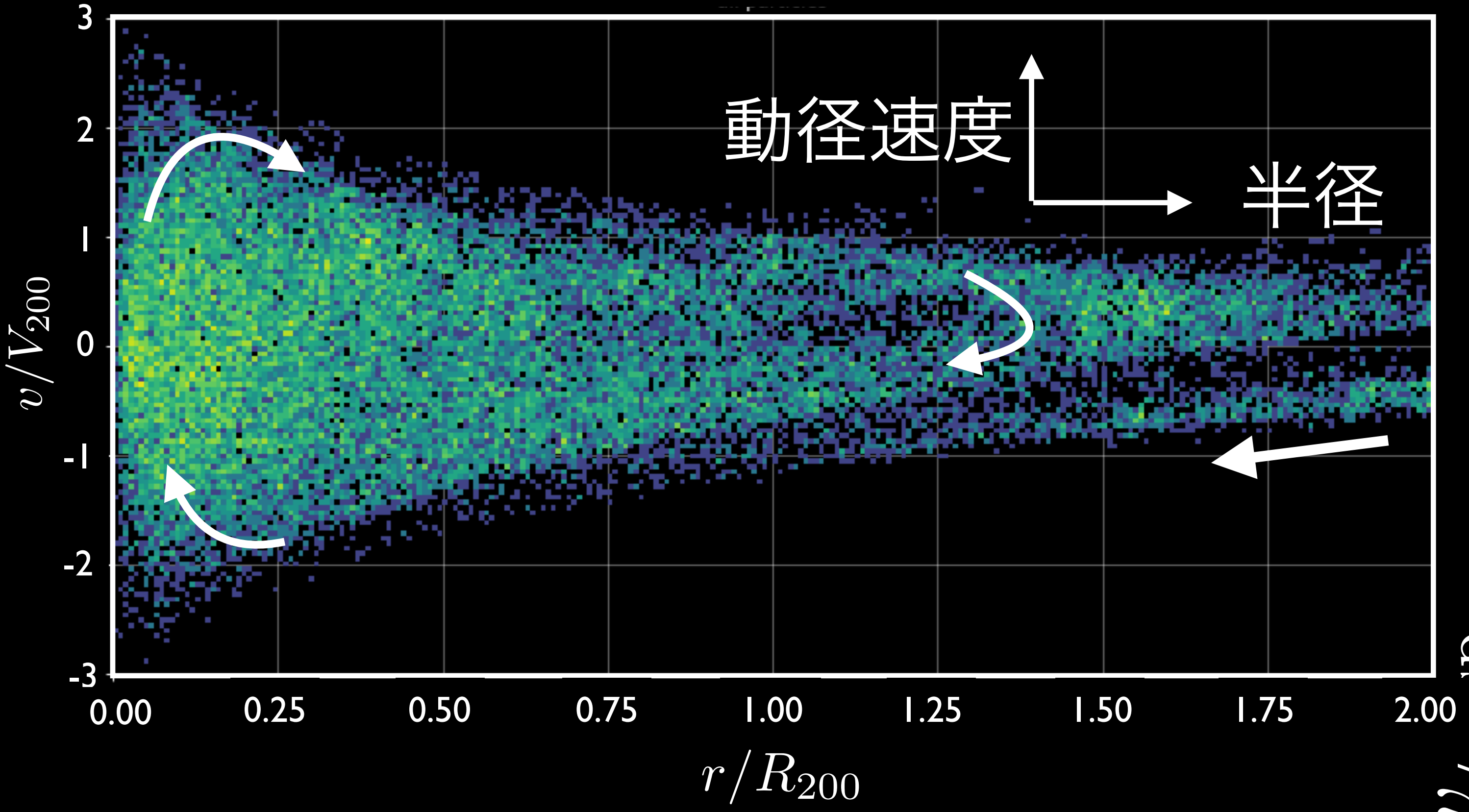
N-body simulation
(Y. Rasera)

- L=316Mpc/h, N=512^3
- 60 snapshots at 0<z<1.43
- Einstein-de Sitter universe $(\Omega_\mathrm{m} = 1, \Omega_\Lambda = 0)$

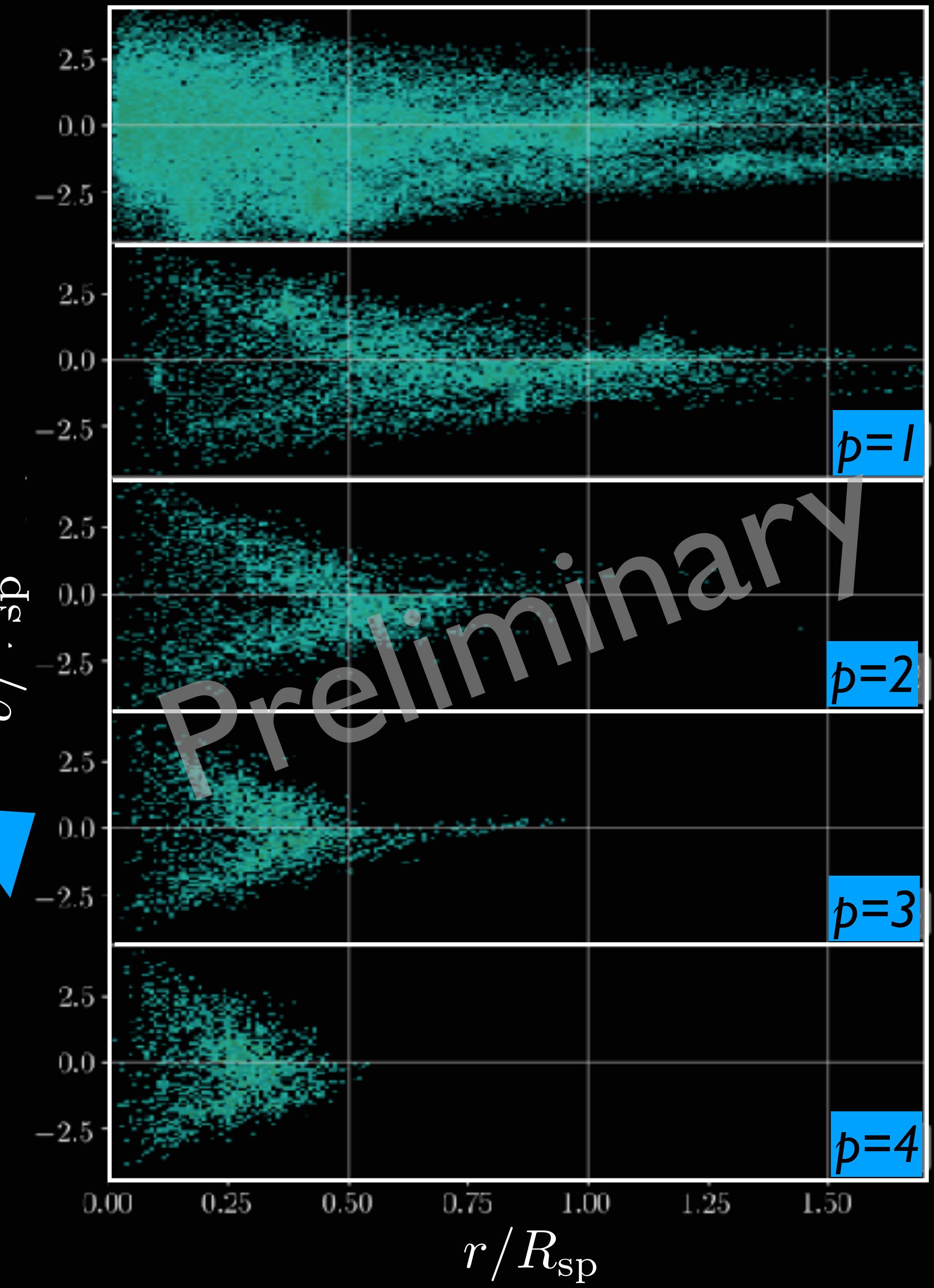
11,000 halos
$(M_{200} \geq 10^{13} M_\odot)$

Multi-stream flow in CDM halo

杉浦宏夢（修論）



Phase-space distribution of particles classified by # of apocenter passage, *p*

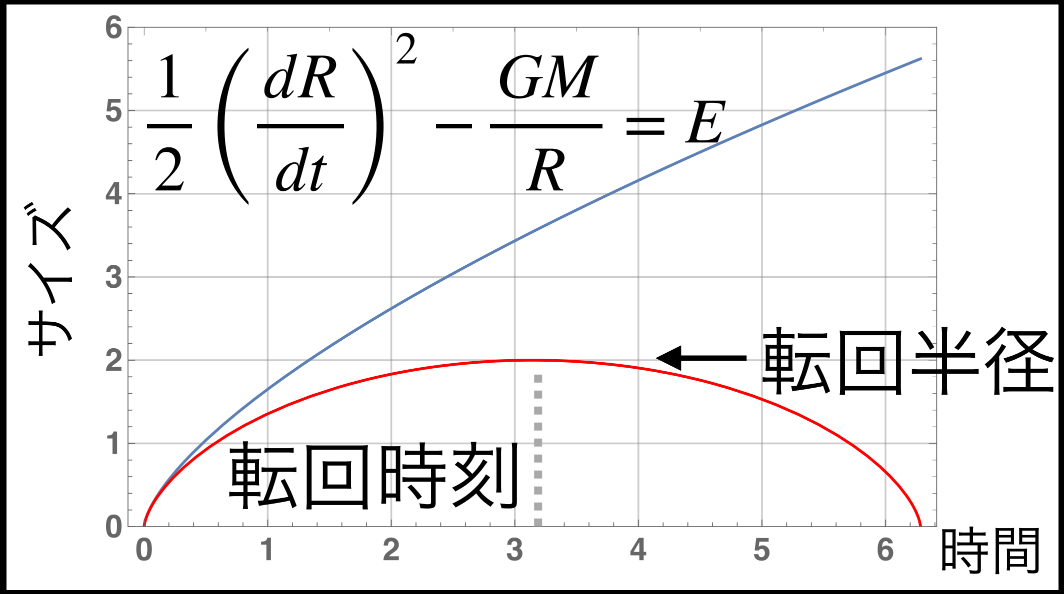


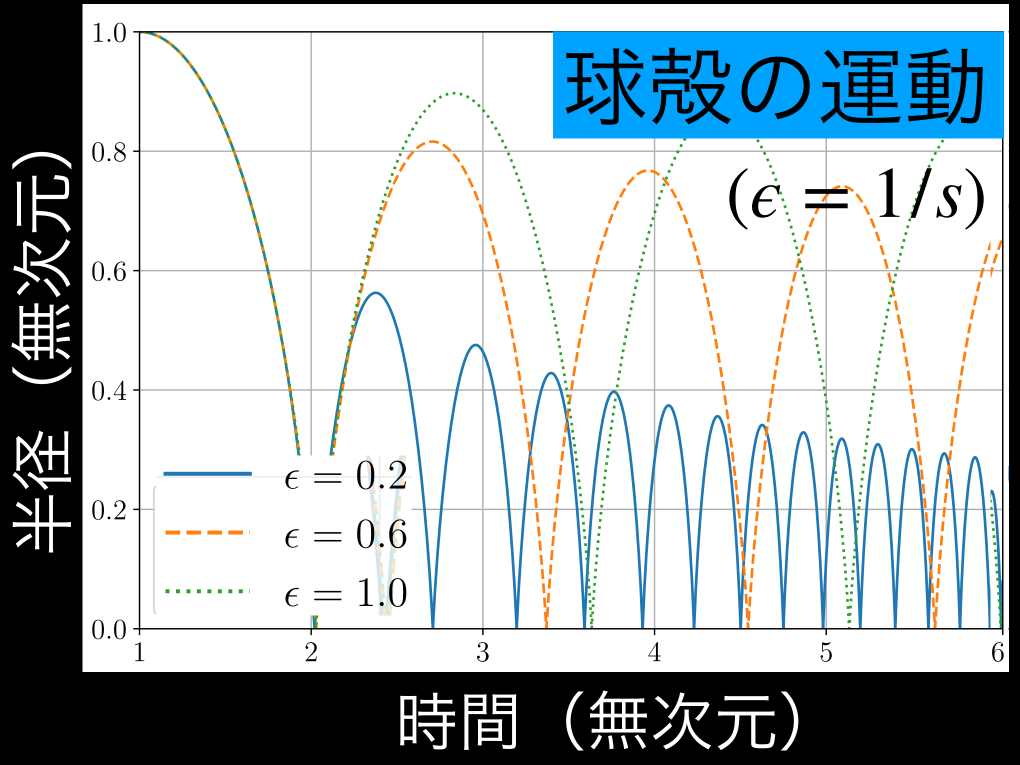
本当にストリーム構造か？

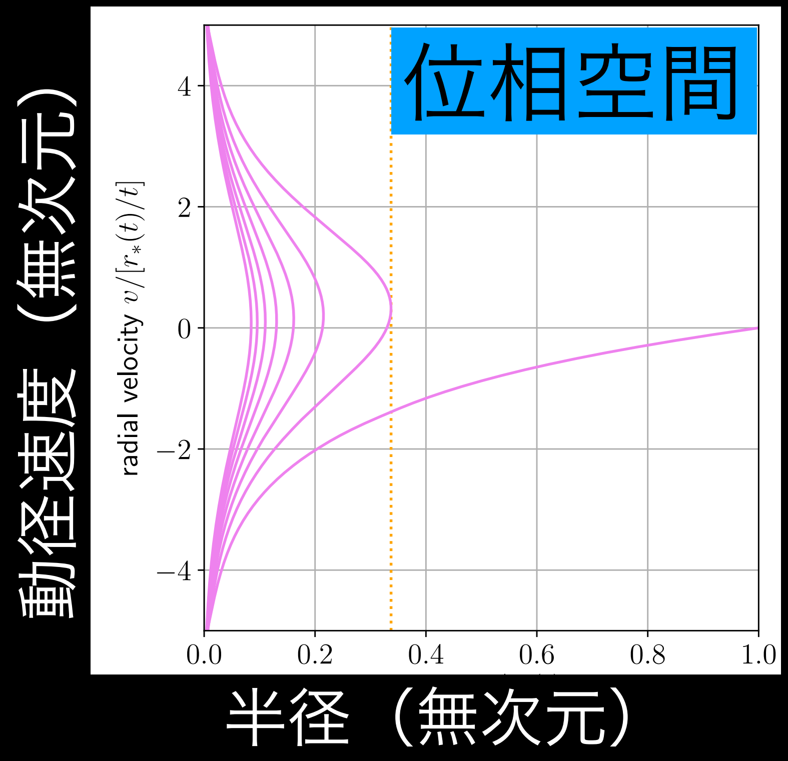
Comparing self-similar solution

Fillmore & Goldreich ('84)

- トップハット球対称モデルの拡張
- 転回半径以下で、定常的に降着する球殻の運動を記述







パラメーターは３つ

- 質量降着率：s

  $$M_{\mathrm{halo}} \propto \{a(t)\}^s$$

- 半径と速度のスケーリングパラメーター

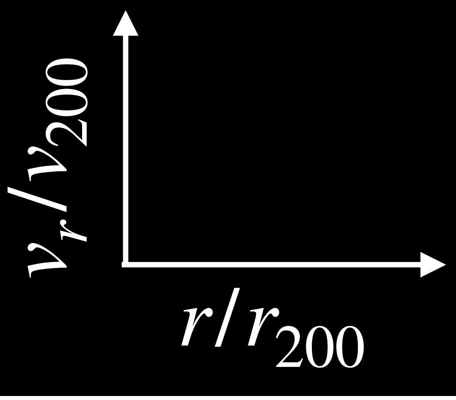
Comparing self-similar solution

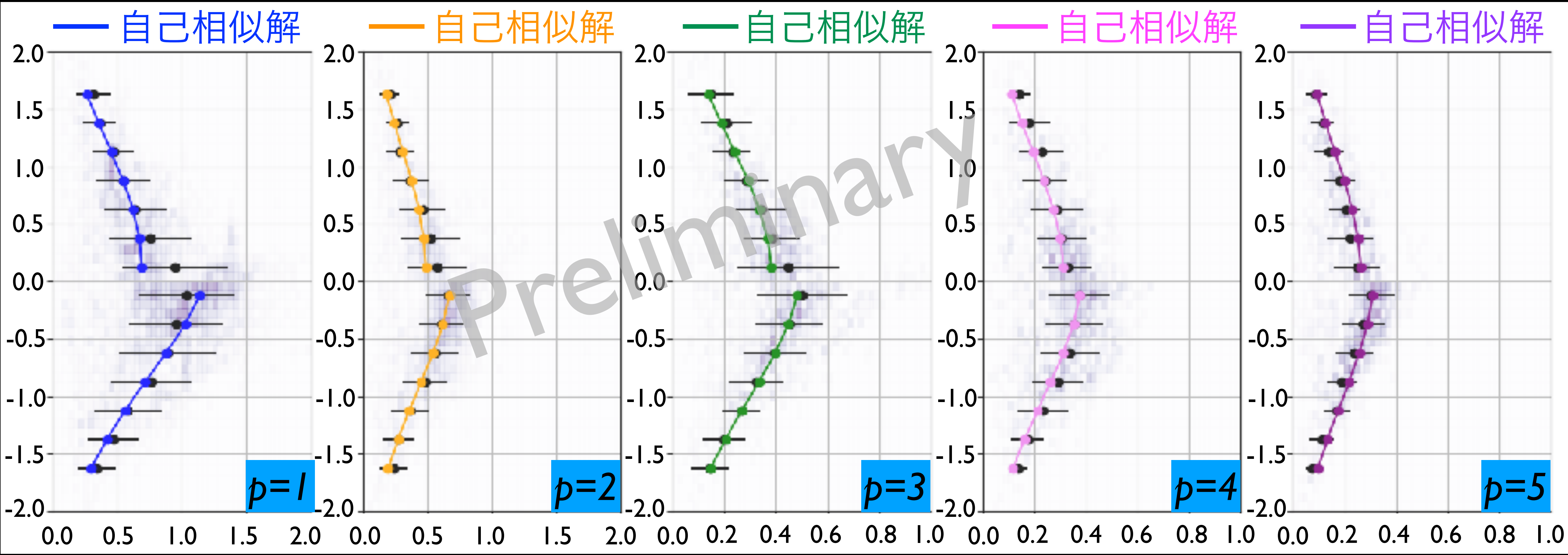
Sugiura et al. (in prep.)

遠点通過数 p=1~5 の粒子を使って自己相似解とフィット

フィットの一例

結構合う！





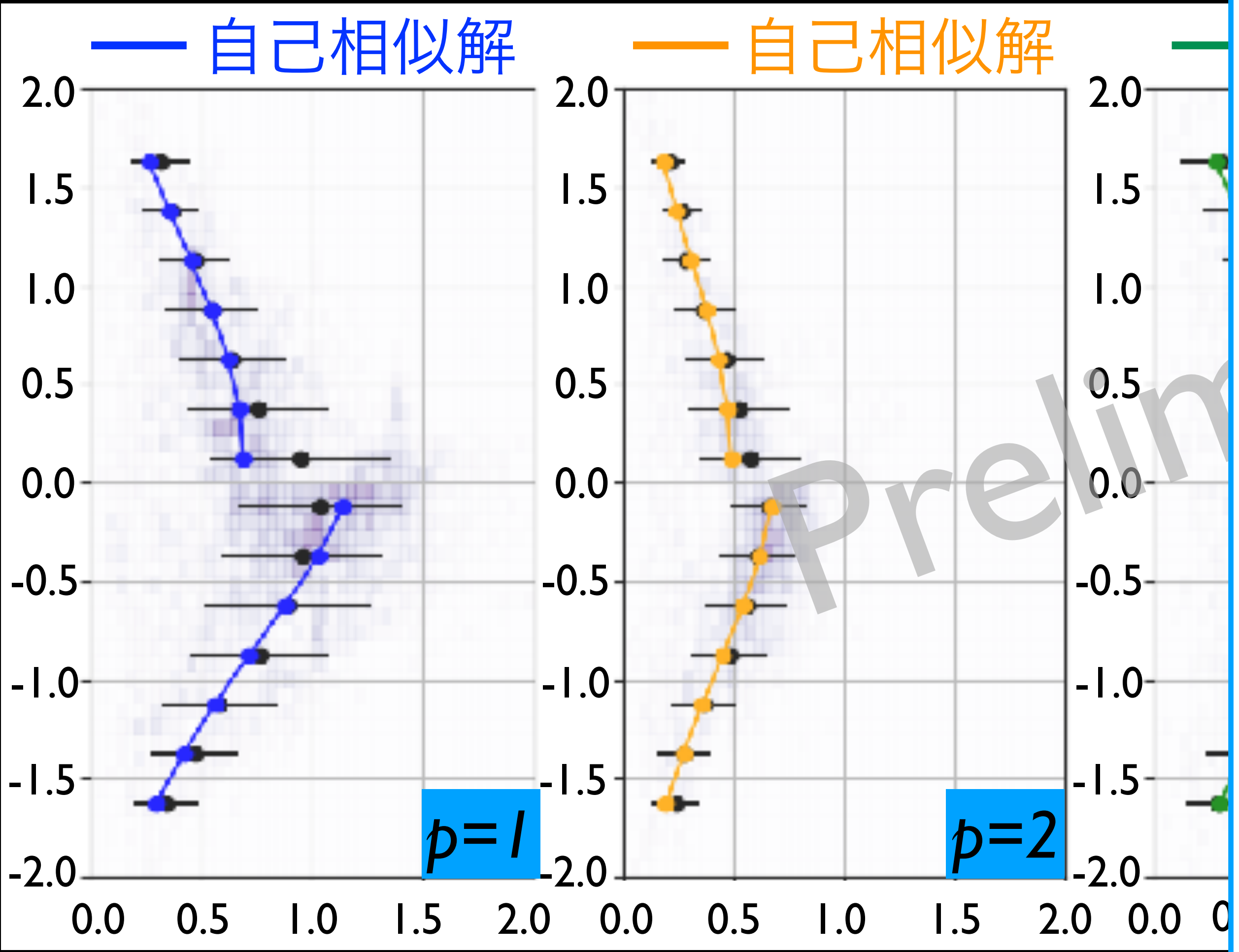
Comparing self-similar solution

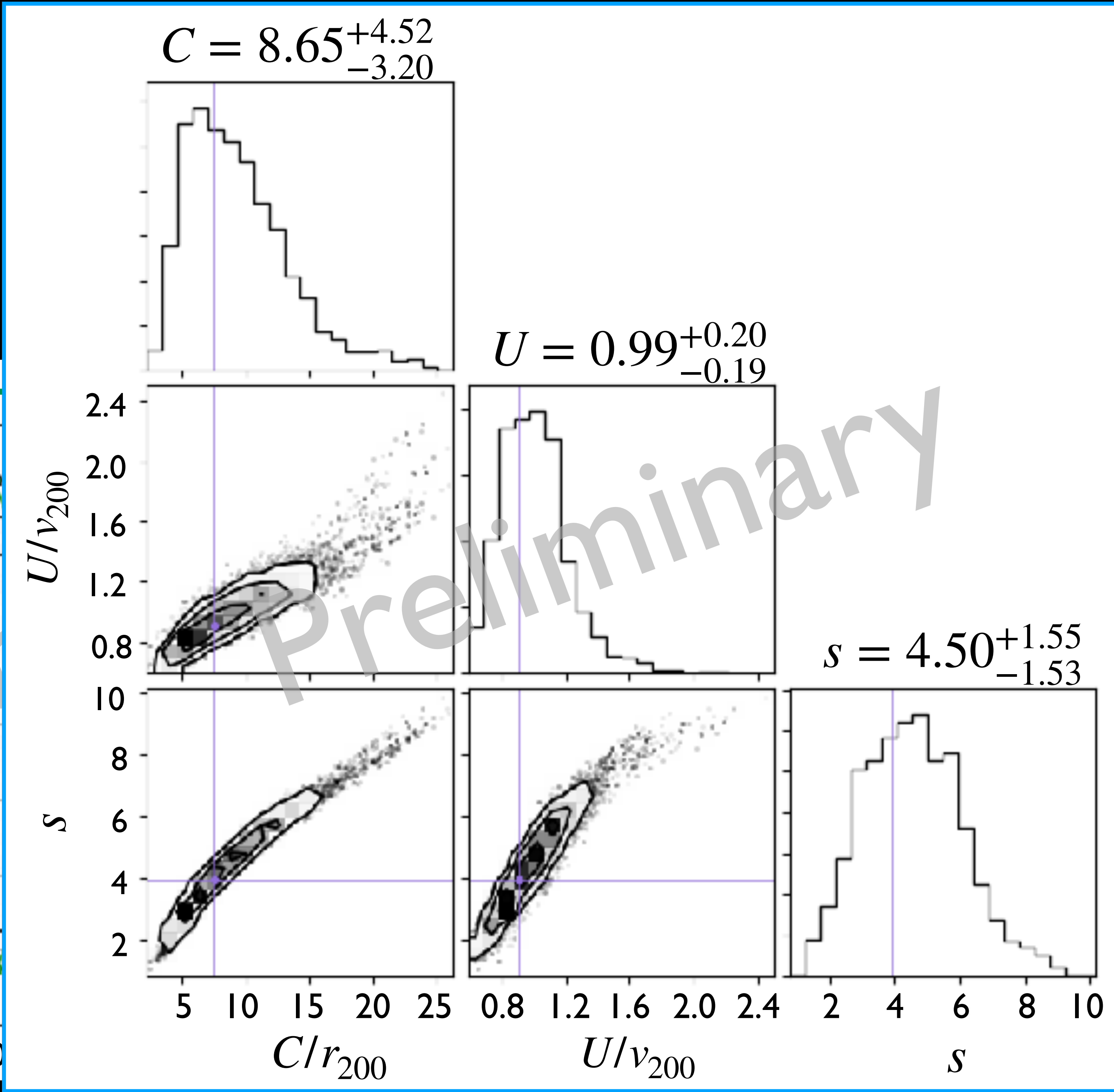
Sugiura et al. (in prep.)

遠点通過数 *p*=1~5 の粒子を使って自己相似解とフィット

フィットの一例

結構合う！

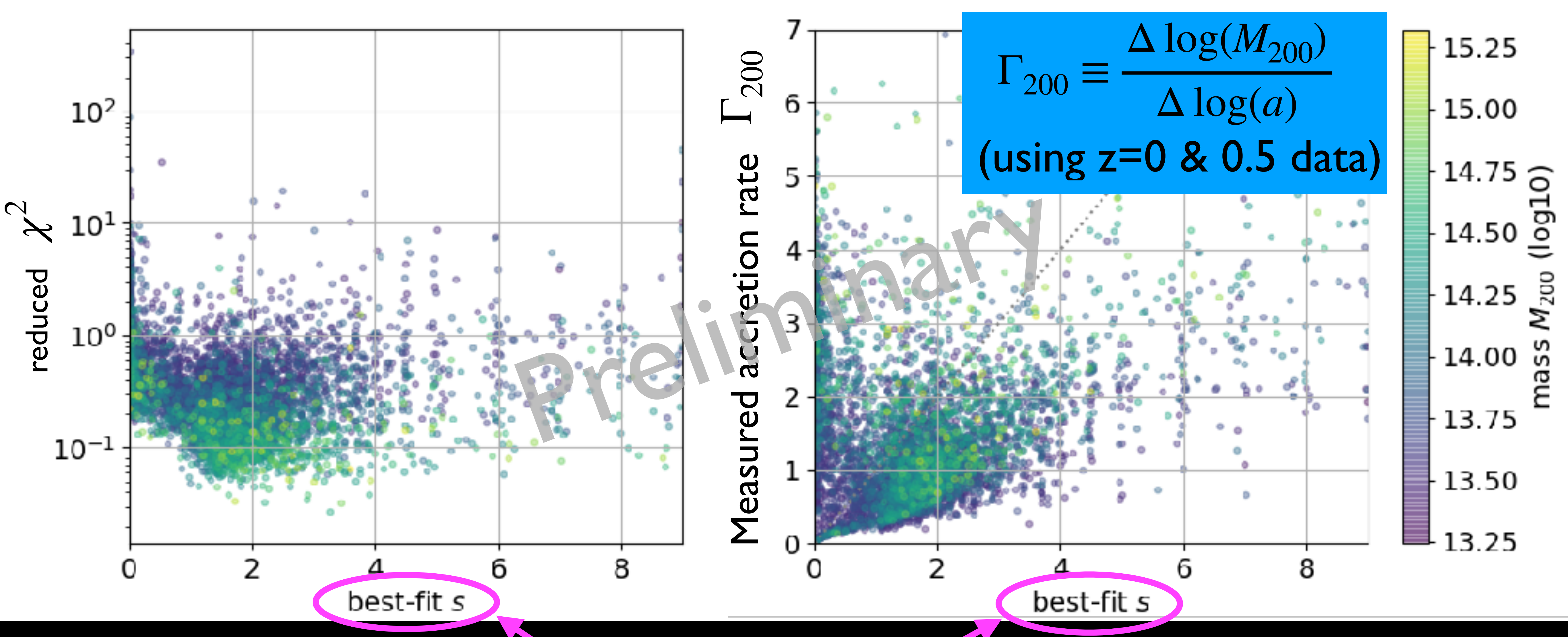




Statistical properties

Sugiura et al. (in prep.)

- Massive halos tend to give a better fit to self-similar solution
- A large scatter between fitting parameter **s** and Γ_{200} (accretion rate parameters)



$$\Gamma_{200} \equiv \frac{\Delta \log(M_{200})}{\Delta \log(a)}$$

(using z=0 & 0.5 data)

Best-fit accretion rate in self-similar solution $(M \propto a^s)$

5.2 Similarity Solutions for Spherical Collapse

5.2.1 Models with Radial Orbits

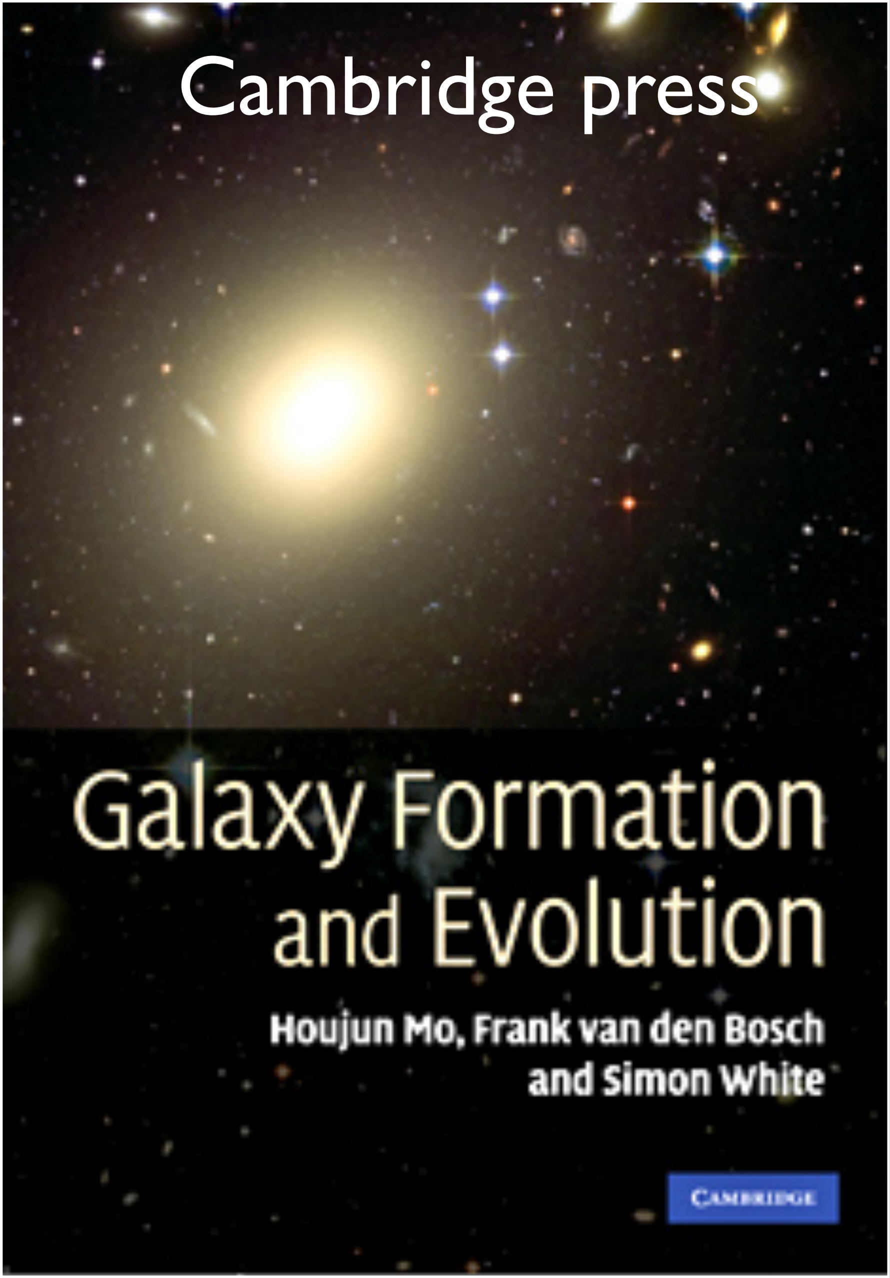
Consider an initial (spherical) density perturbation with density
radius to the center at some fiducial time t_i. The initial mass withi

$$M_\mathrm{i}(r_\mathrm{i}) = 4\pi \int_0^{r_\mathrm{i}} \rho_\mathrm{i}(y) y^2 \,\mathrm{d}y.$$

At a later time $t > t_\mathrm{i}$, the radius of the mass shell with initial radius
becomes $r(r_\mathrm{i}, t)$, and the mass enclosed by it becomes $M(r,t)$. As
mass shell have purely radial orbits, the equation of motion of the

$$\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{GM(r,t)}{r^2}.$$

For simplicity we have assumed the cosmological constant to b
$M(r,t) = M_\mathrm{i}(r_\mathrm{i})$ is a constant, and the solution of this equation is
§5.1. In general, the solution to the above equation has to be obta
the time evolution of all individual mass shells. For a special set o
proceeds in a self-similar way, simpler solutions can still be foun
1984; Bertschinger, 1985). Before presenting these solutions, we caution that none of them are viable models for real halos since all are subject to strong non-radial instabilities which cause evolution from these initial conditions to produce strongly prolate, rather than spherical, systems (Carpintero & Muzzio, 1995; MacMillan et al., 2006). These similarity solutions nevertheless give useful insight into how halos grow.



Cambridge press

Galaxy Formation and Evolution

Houjun Mo, Frank van den Bosch and Simon White

More fundamental treatment

暗黒物質優勢宇宙における重力進化のより正しい取り扱い

ヴラソフ-ポアソン方程式：N→∞ 極限の自己重力多体系（無衝突）

分布関数

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\boldsymbol{p}}{ma^2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}} - m\frac{\partial\Phi}{\partial\boldsymbol{x}}\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{p}}\right] f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) = 0,$$

$$\nabla^2\Phi(\boldsymbol{x}) = 4\pi\, G\, a^2 \left[\frac{m}{a^3}\int d^3\boldsymbol{p}\, f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) - \rho_{\rm m}\right]$$

ニュートンポテンシャル

初期条件（シングルストリーム）

冷たい暗黒物質

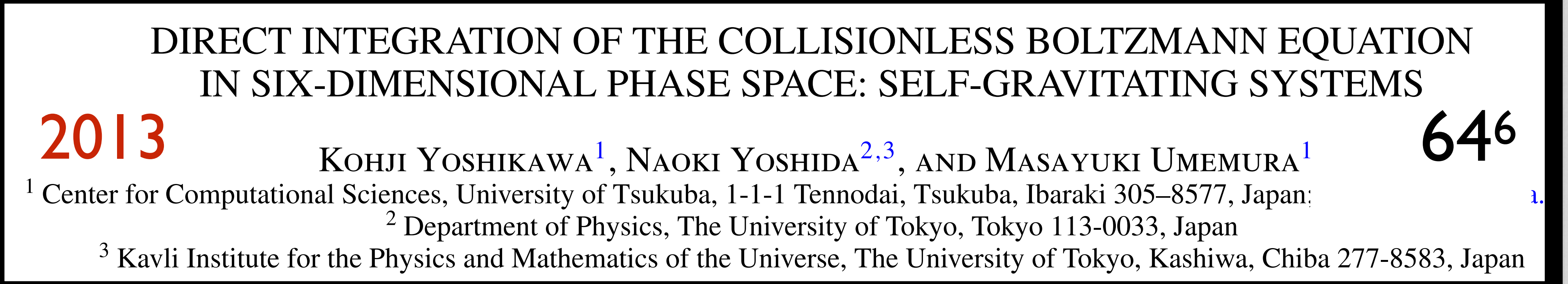
$$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) = \overline{n}\, a^3\ \{1+\delta_{\rm m}(\boldsymbol{x})\}\ \delta_{\rm D}\left[\boldsymbol{p} - m\, a\, \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x})\right]$$

質量密度場

速度場

ディラックのデルタ関数

Development of 6D Vlasov code



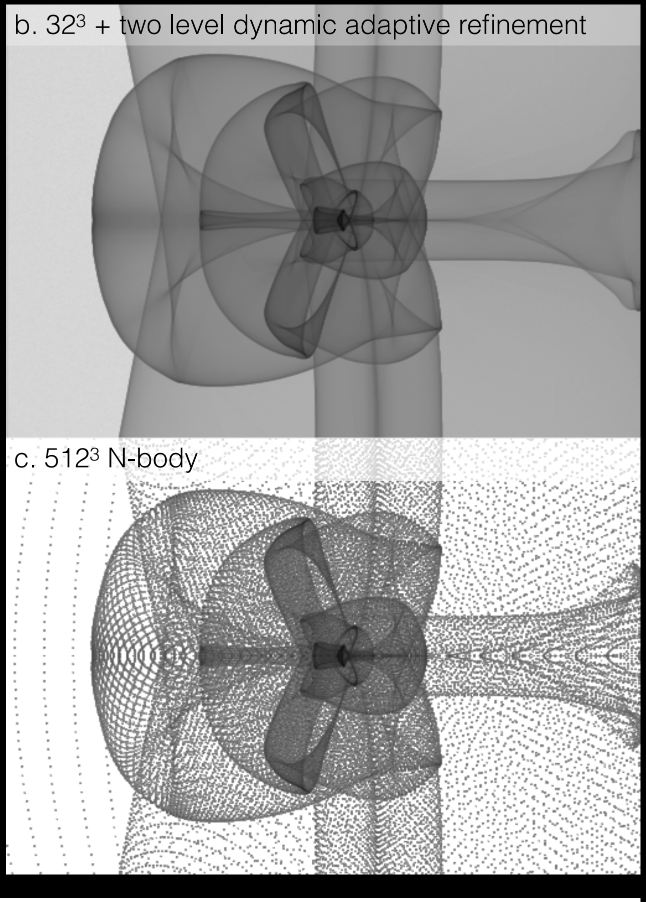
DIRECT INTEGRATION OF THE COLLISIONLESS BOLTZMANN EQUATION
IN SIX-DIMENSIONAL PHASE SPACE: SELF-GRAVITATING SYSTEMS

KOHJI YOSHIKAWA[1], NAOKI YOSHIDA[2,3], AND MASAYUKI UMEMURA[1]

[1] Center for Computational Sciences, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki 305–8577, Japan;
[2] Department of Physics, The University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan
[3] Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe, The University of Tokyo, Kashiwa, Chiba 277-8583, Japan

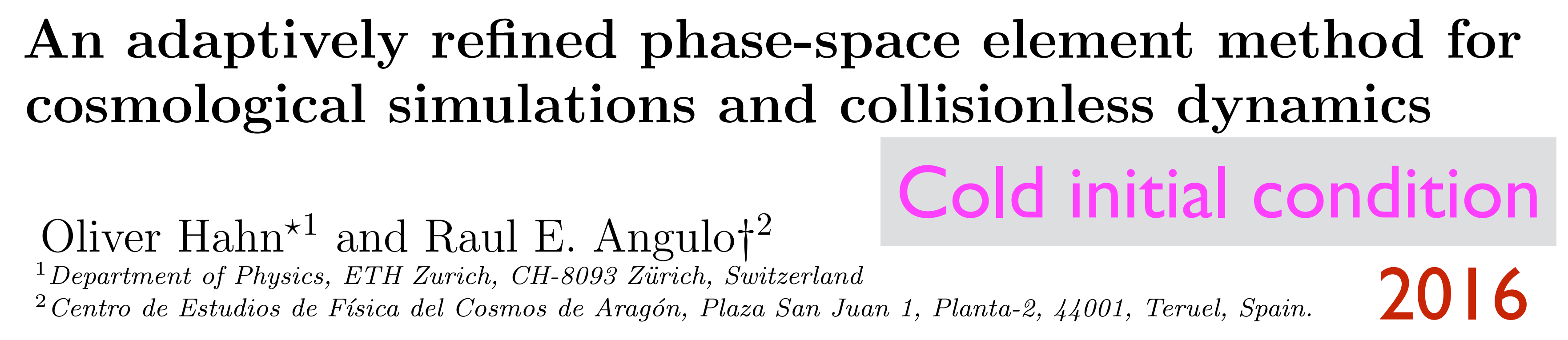
2013

64^6



b. 32^3 + two level dynamic adaptive refinement

c. 512^3 N-body



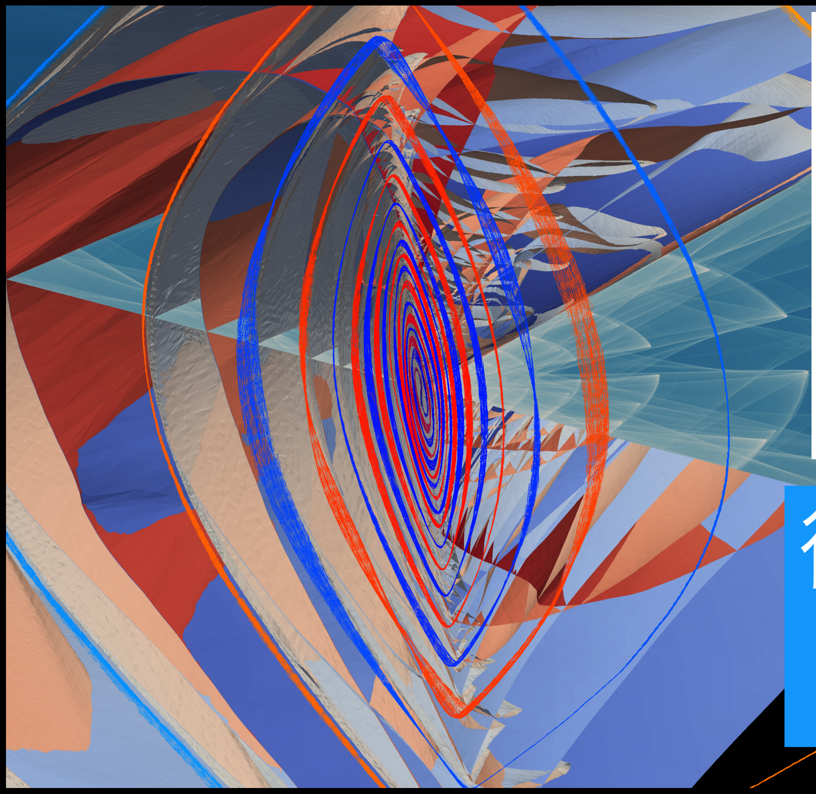
An adaptively refined phase-space element method for cosmological simulations and collisionless dynamics

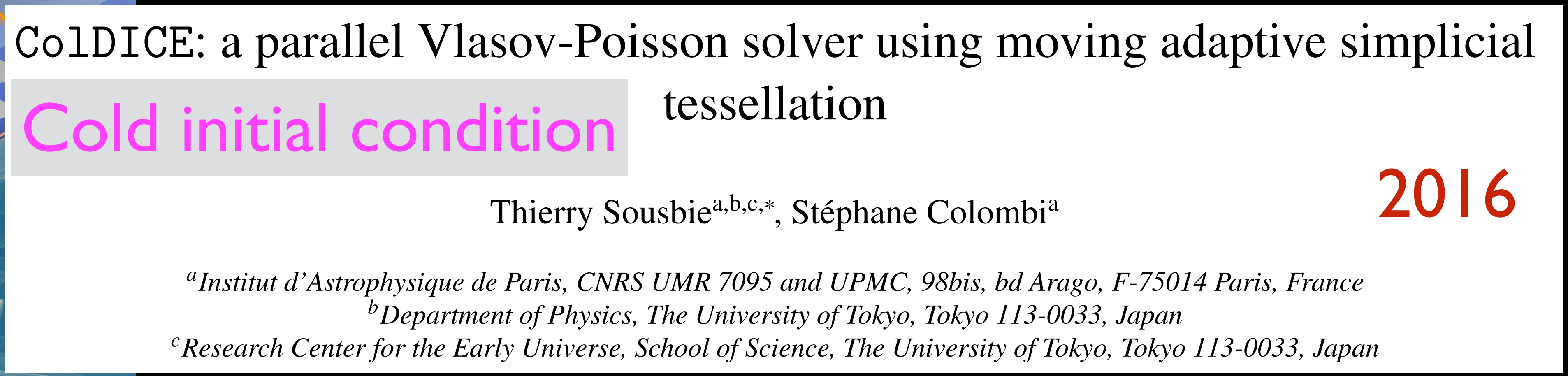
Oliver Hahn[⋆1] and Raul E. Angulo[†2]

[1] *Department of Physics, ETH Zurich, CH-8093 Zürich, Switzerland*
[2] *Centro de Estudios de Física del Cosmos de Aragón, Plaza San Juan 1, Planta-2, 44001, Teruel, Spain.*

Cold initial condition

2016





`ColDICE`: a parallel Vlasov-Poisson solver using moving adaptive simplicial tessellation

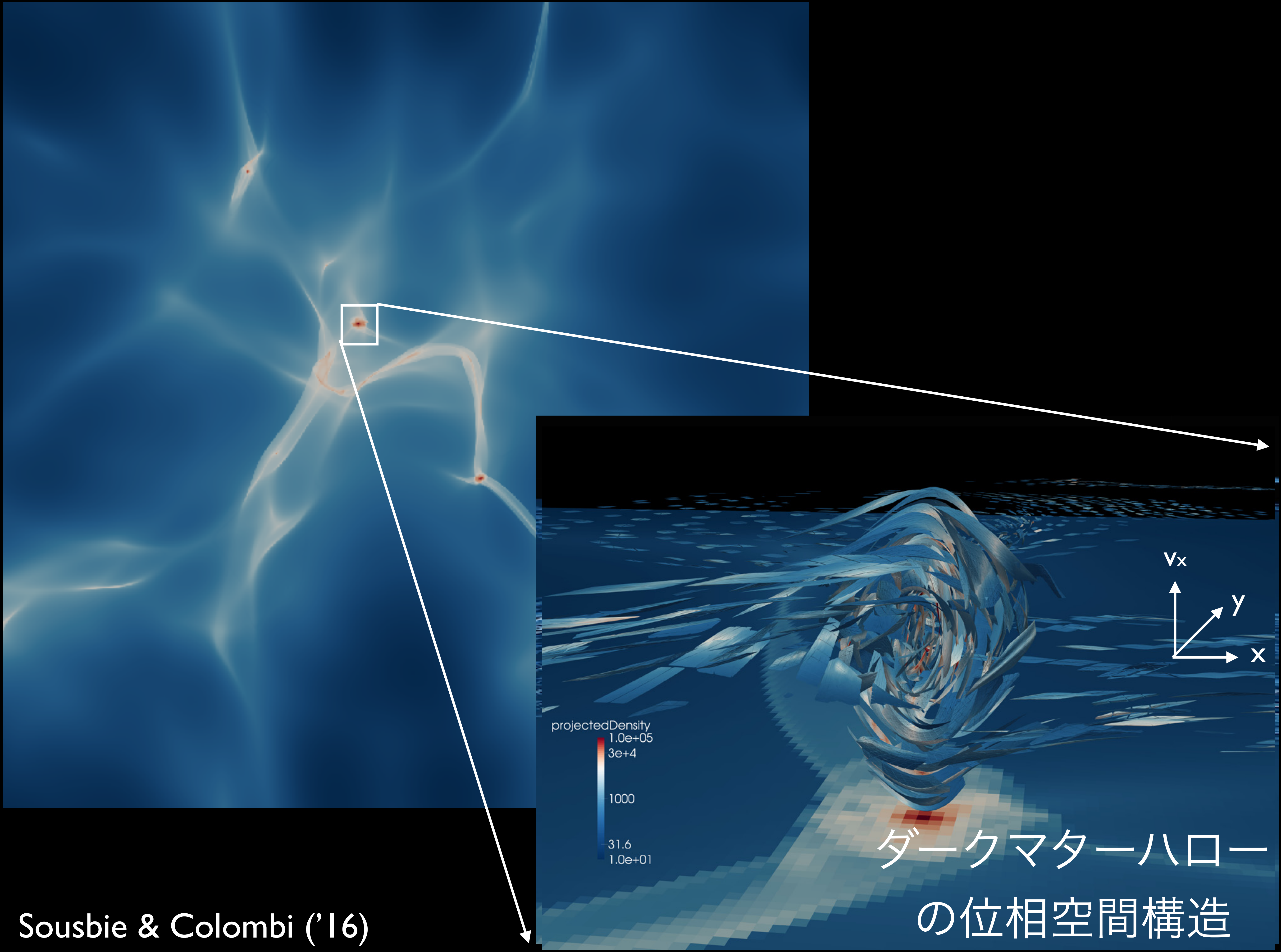
Thierry Sousbie[a,b,c,*], Stéphane Colombi[a]

[a] *Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS UMR 7095 and UPMC, 98bis, bd Arago, F-75014 Paris, France*
[b] *Department of Physics, The University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan*
[c] *Research Center for the Early Universe, School of Science, The University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan*

Cold initial condition

2016

後者２つのコードは３次元超曲面で表される
分布関数を単体分割して時間発展を解く



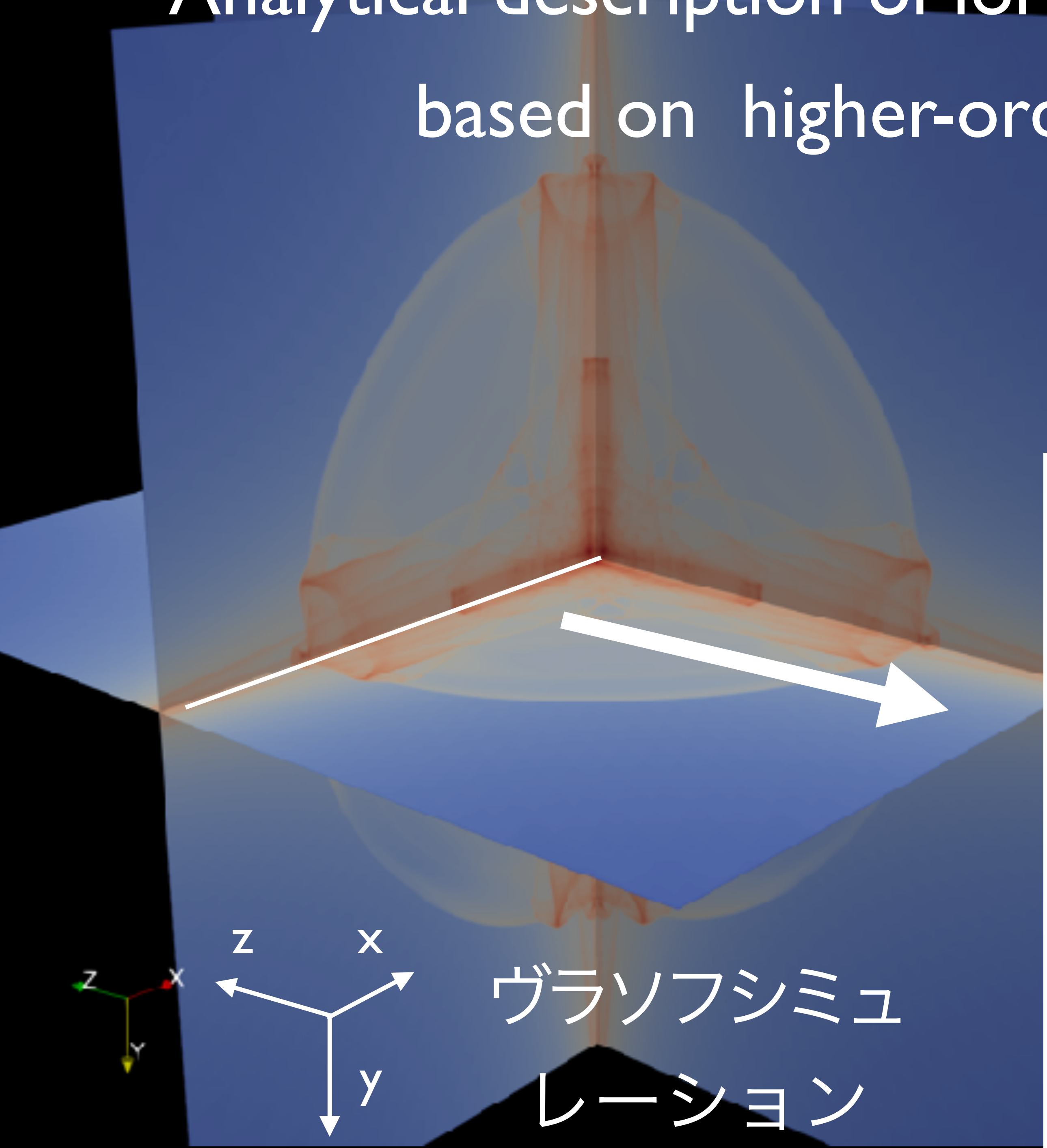
ダークマターハロー
の位相空間構造

Sousbie & Colombi ('16)

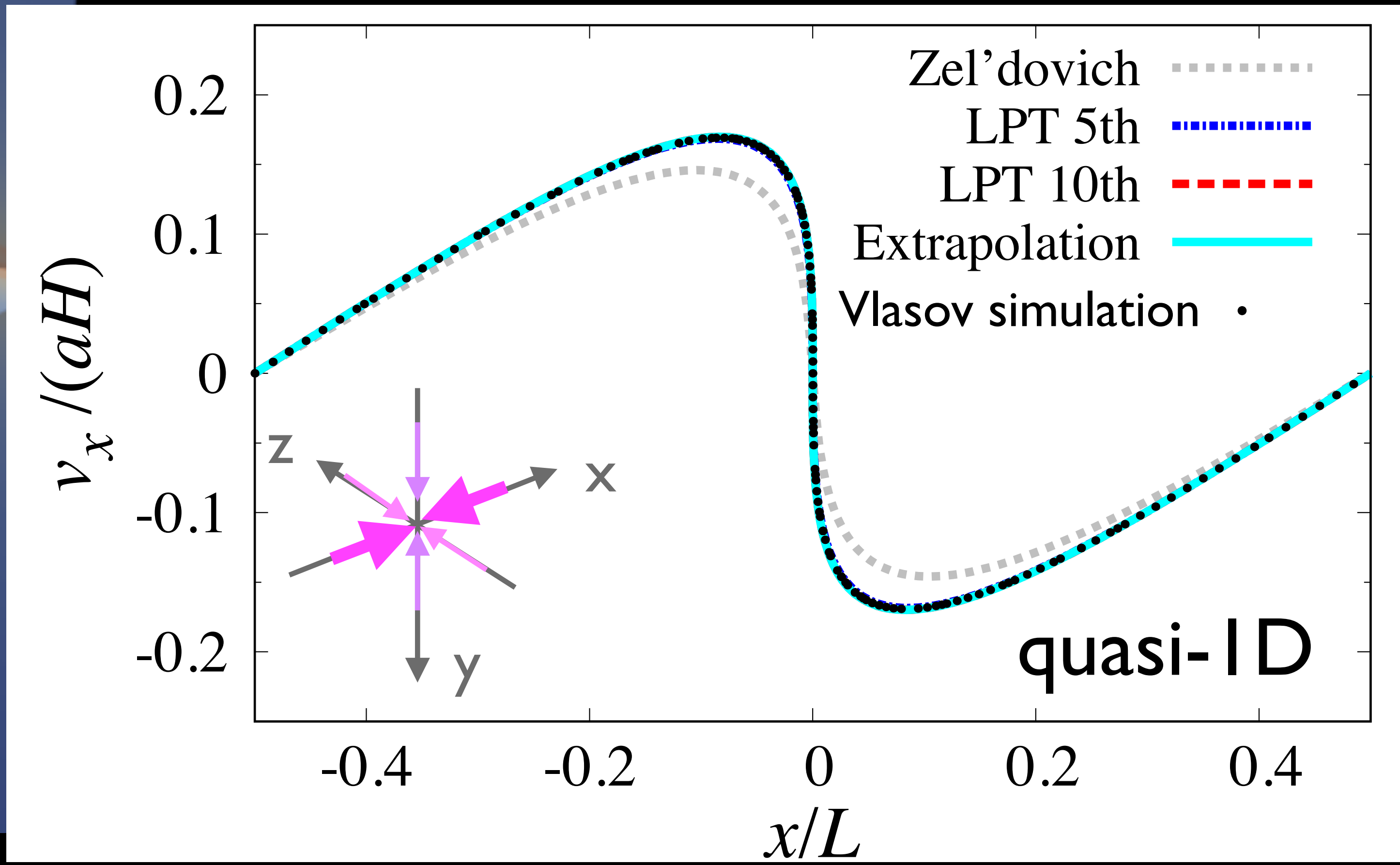
Approaching first shell-crossing

Saga, AT & Colombi ('18)

Analytical description of formation of "*first shell-crossing*"
based on higher-order Lagrangian perturbation theory



Phase-space structure at shell-crossing

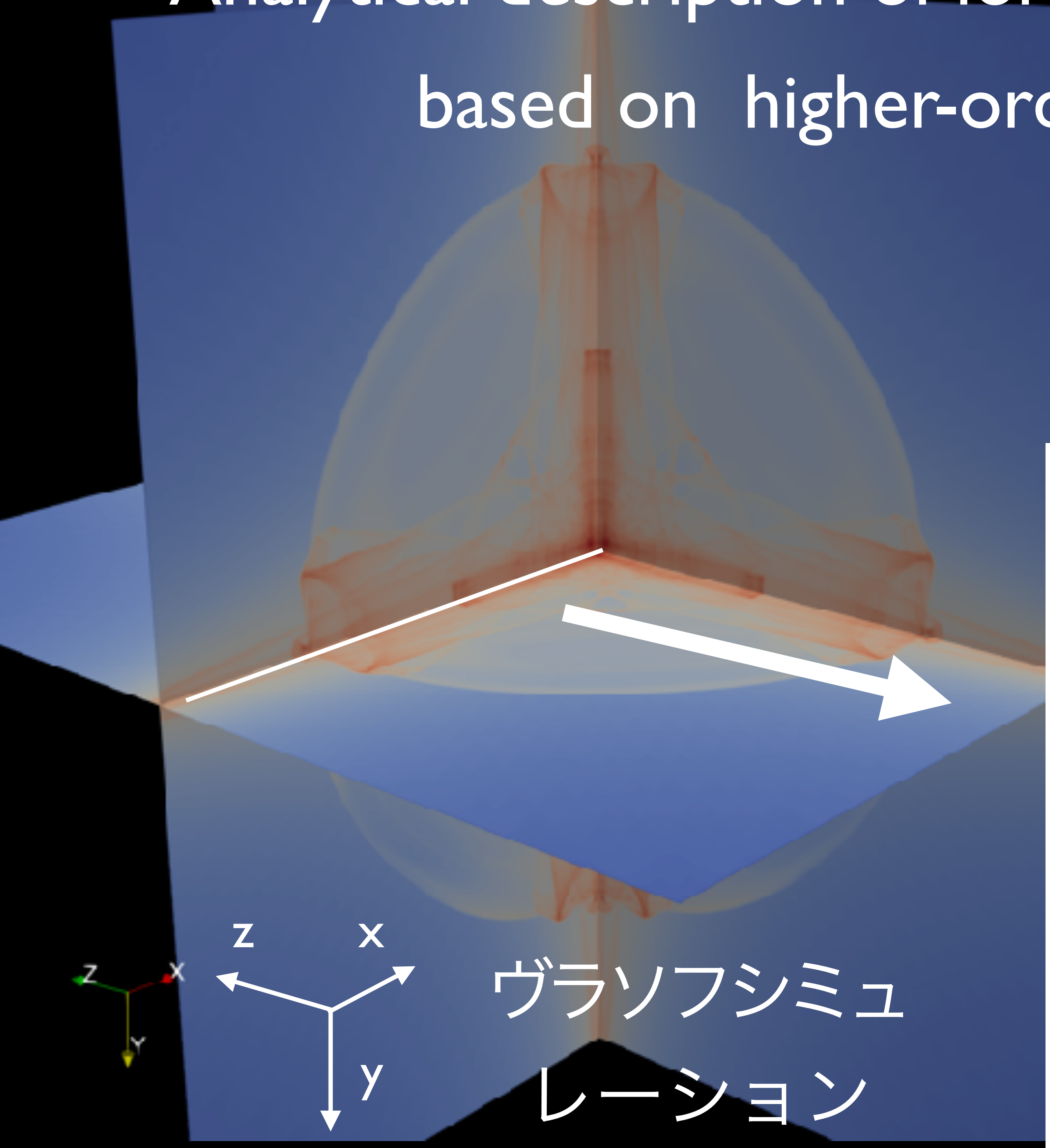


Approaching first shell-crossing

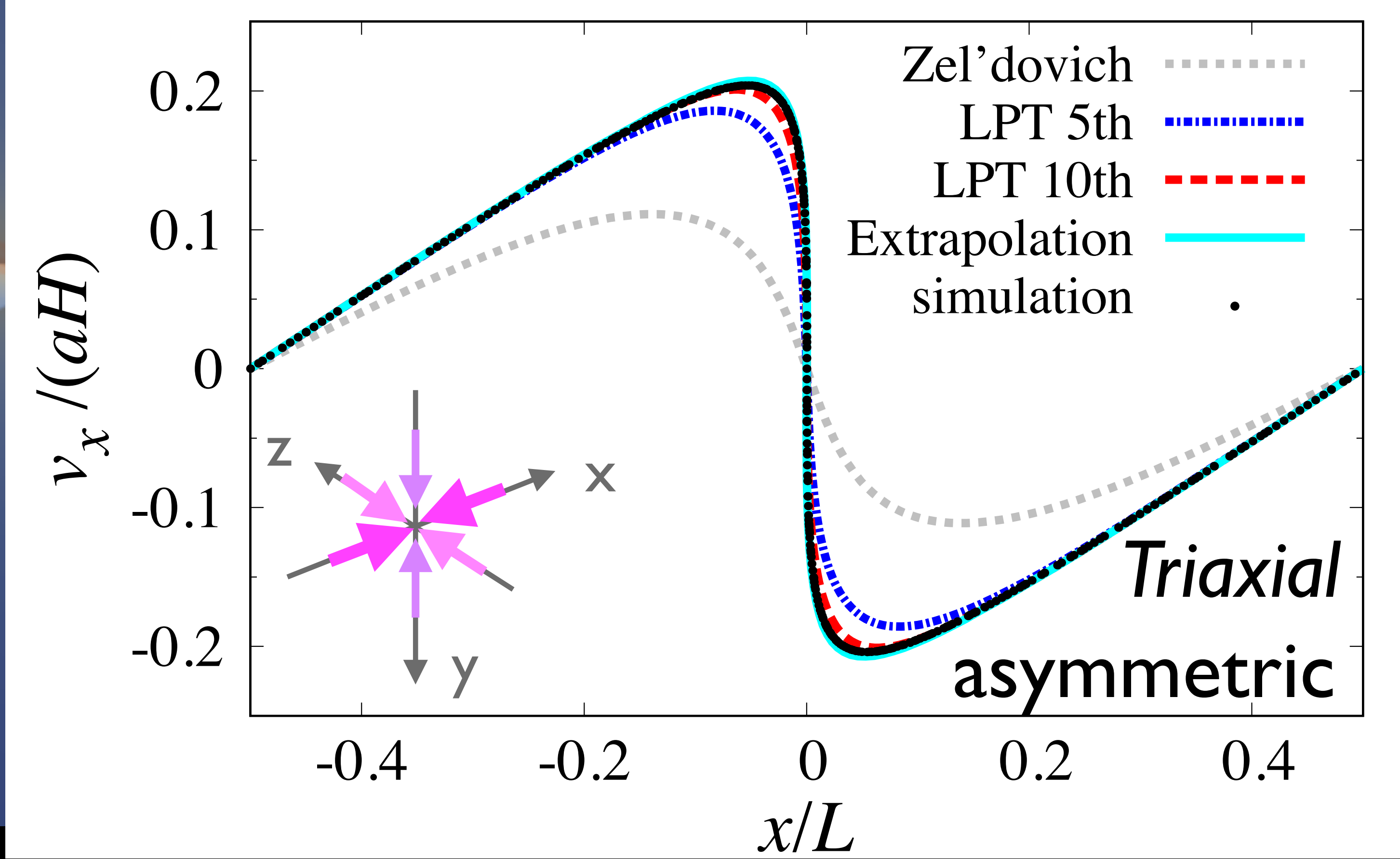
Saga, AT & Colombi ('18)

Analytical description of formation of "*first shell-crossing*"

based on higher-order Lagrangian perturbation theory



Phase-space structure at shell-crossing

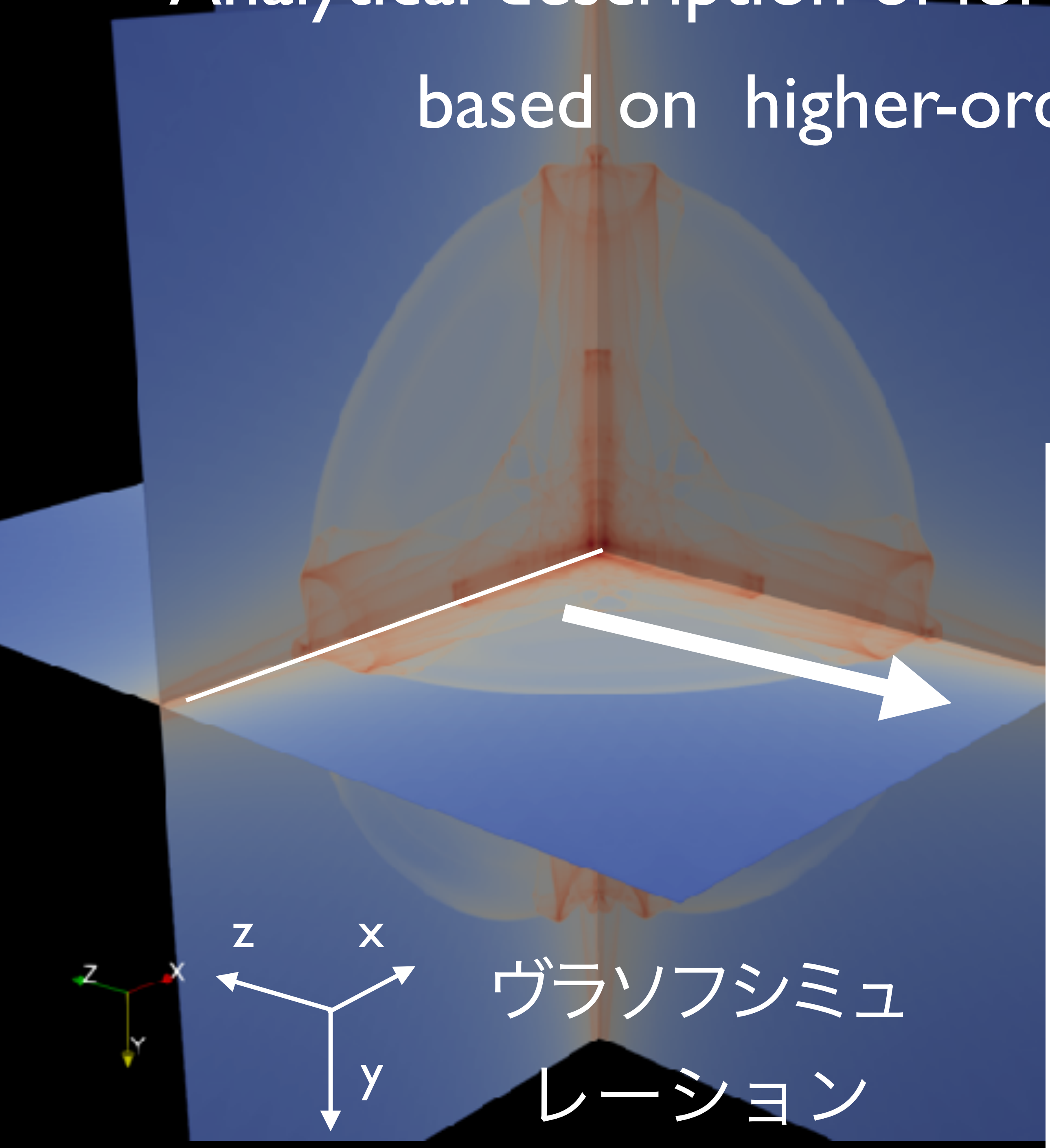


Approaching first shell-crossing

Saga, AT & Colombi ('18)

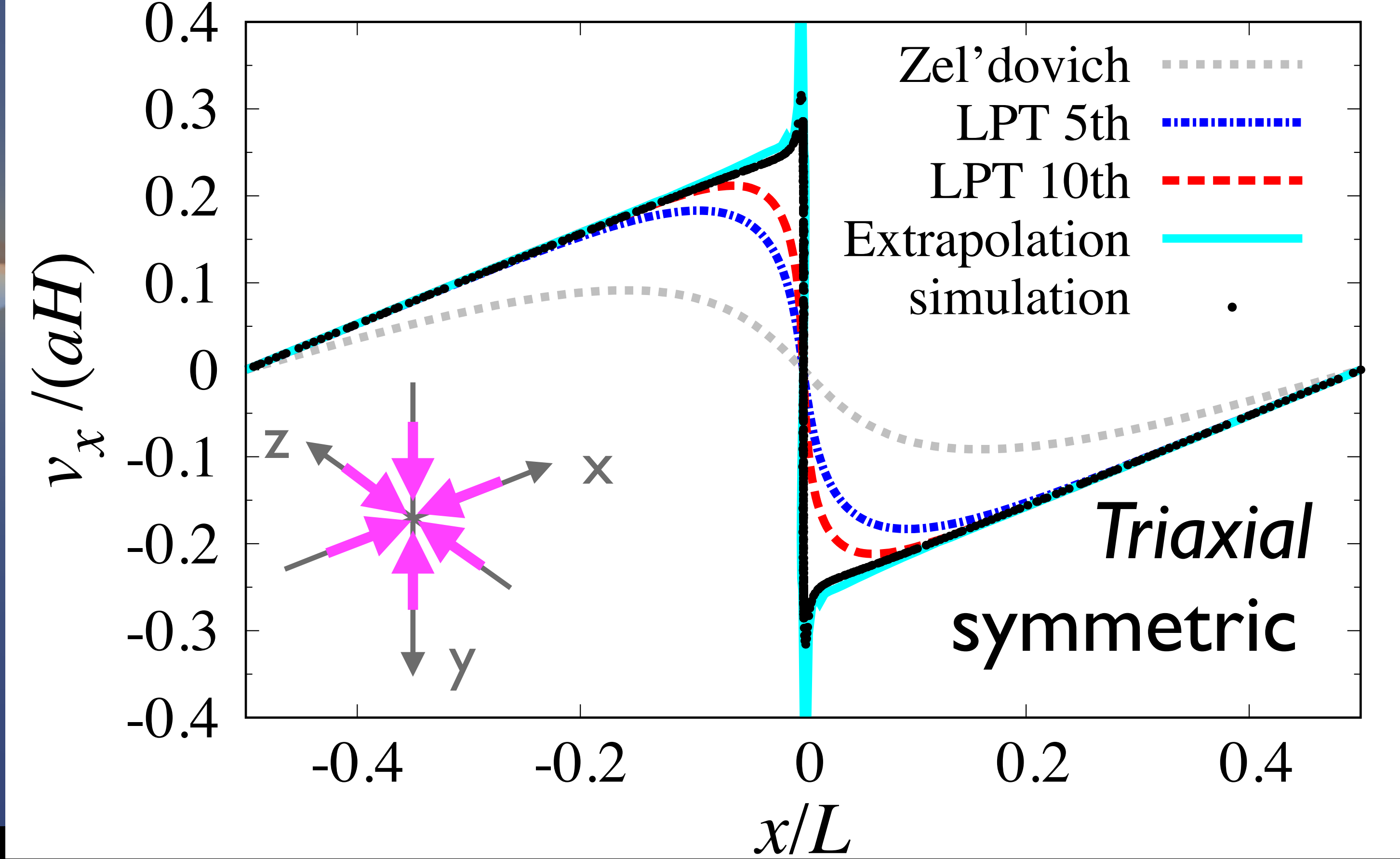
Analytical description of formation of "*first shell-crossing*"

based on higher-order Lagrangian perturbation theory



ヴラソフシミュレーション

Phase-space structure at shell-crossing



Beyond shell-crossing

AT & Colombi ('17)

Analytic treatment of multi-stream flow

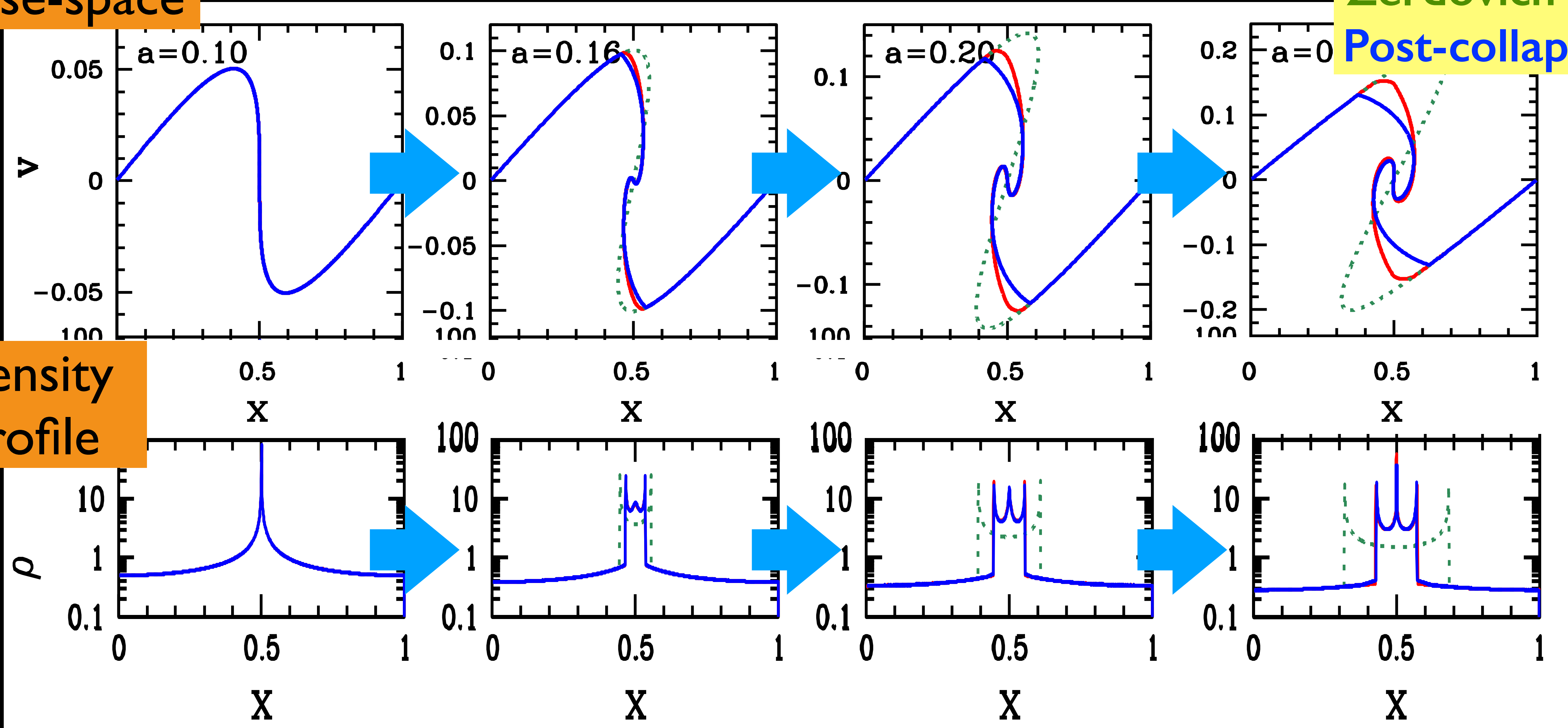
based on Lagrangian perturbative description

=Post-collapse perturbation theory

Only available in 1D
(at this moment)

Phase-space

Simulation
Zel'dovich solution
Post-collape PT



Density profile

Future prospects

ヴラソフ-ポアソン系の取り扱いから期待されること

- より定量的な暗黒物質ハローの物理的諸性質

（e.g., スプラッシュバック半径、形状、動的性質）

- ハローの ‘普遍’ 密度プロファイルの起源

$$\boxed{\rho_{\rm halo}(r) \propto \frac{1}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2}} \xrightarrow{r \ll r_s} \rho_{\rm halo} \propto r^{-1}$$

Navarro, Frenk
& White (’97)

…… 無衝突系自己重力多体系の理解

観測へフィードバック → 暗黒物質の性質・正体

Summary

宇宙論のプローブとしての暗黒物質ハローと位相空間からみた構造形成

- 標準宇宙モデルと冷たい暗黒物質パラダイム
- 位相空間でみられる冷たい暗黒物質の顕著な特徴
  - マルチストリーム構造
  - 密度のシャープな発散（shell-crossing）

    外縁部 → スプラッシュバック半径
- 粒子軌道を使ったマルチストリームの構造解析

  球対称自己相似解との比較
- 宇宙論的ヴラソフコードの発展と解析的取り扱い