2021年10月5日 理論物理学コロキウム @立教大学



コールドダークマター優勢 宇宙の非線形構造形成

~解析的視点にもとづいて~

樽家篤史 (京都大学 基礎物理学研究所)

内容 CDM優勢宇宙の構造形成の解析計算

はじめに: コールドダークマター (CDM) による構造形成

格子摂動計算によるフォワードモデリングの開発

ラグランジュ高次摂動論と

ヴラソフ・ポアソンシミュレーションとの比較

まとめ

共同研究者





(Observatoire de Paris)



Donghui Jeong (Penn State Univ.)

Zhenyuan Wang (Penn State Univ.)



(Institute d'Astrophysique de Paris)

大里健

西道啓博

(京大基研)

(京大基研)



標準宇宙モデル(ハCDMモデル)

たかだか6個のパラメーターで、**I38**億年にわたる 宇宙の成り立ち・進化を説明するミニマルモデル

- (一般相対論にもとづく) 膨張宇宙のダイナミクス
- (断熱ゆらぎを初期条件とする) 宇宙の構造形成



ダークマター(DM)

存在自体は 1934年からすでに指摘

銀河の回転曲線







かみのけ座銀河団の質量 の運動学的見積もり Fr

Fritz Zwicky

弾丸銀河団

赤い部分:X線観測で測ったガスの質量分布 青い部分:重力レンズ観測で測った質量分布

CDM:標準宇宙モデルの屋台骨

標準モデル確立前から認められきた1つのコンセンサス (今後もくつがえることはない?)

e.g., Peebles ('82), Blumenthal et al. ('82), Bond et al. ('82), ...

重力相互作用しかせず、かつ十分過去から非相対論的粒子 で速度分散が十分小さい $(m_{\rm DM} \gg T_{\rm DM})$

c.f. ニュートリノは<u>最近に</u>なって非相対論的になった $z_{nr} \simeq 190 \left(m_{\nu} / 0.1 \, \text{eV} \right)$ "ホット" ダークマター

なぜ、CDMが必要か?

ダークマターが、非相対論的粒子 かつ"コールド"だと

重力不安定性にもとづく構造形成から、

- •宇宙背景放射の小さな非等方性
- •バリオンの追いつき現象

ダークマターハローを形成サイト とした星・銀河形成の促進

観測とマッチする ボトムアップ型階層的クラスタリング描像





CDMによる宇宙の構造形成 基本レシピ

CDM粒子(+ バリオン)を初期条件に従ってばらまき、 (ニュートン) 重力 & 宇宙(加速)膨張の下で、その運動を解く

宇宙論的重力多体系(粒子数無限大 $N \rightarrow \infty$)

 $\frac{\vec{p_i}}{dt} = -\frac{Gm^2}{a} \sum_{\substack{j \neq i}}^{N} \frac{\vec{x_i} - \vec{x_j}}{|\vec{x_i} - \vec{x_j}|^3} \qquad \vec{p_i} = ma^2 \frac{d\vec{x_i}}{dt}$

 $(i = 1, 2, \cdots, N)$

a(t):宇宙のスケール因子 (宇宙膨張を記述)

m:CDM粒子の質量 G:ニュートンの重力定数

(観測と比較するためには、さらに) 出来上がったCDMの質量分布に銀河をばらまく(非自明な問題)

粒子数を有限 → 宇宙論的N体シミュレーション Ishiyama et al. ('21)

Uchuu simulations $L = 2,000 h^{-1} \text{ Mpc}$ $N = 12,800^3$





重力による降着でクラスタリング(密 集)が発達した非一様質量分布を形成

http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/millennium/





http://www.mpa-garching.mpg.de/gailorm/millennium/

z = 0.0

100.0



重力による降着でクラスタリング(密 集)が発達した非一様質量分布を形成

http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/millennium/



CDMによる宇宙の構造形成 自己重力多体系のタイムスケール

e.g., Binney & Tremaine ('87, '08) [「]Galactic Dynamics」



- 宇宙の構造形成では(> kpc)、 $t_{\rm ff} \sim t_{\rm age} \& N \rightarrow \infty$:
 - •無衝突系 → ヴラソフ-ポアソン系として記述

(無衝突ボルツマン)

•初期条件の痕跡を何らかの形で今でも残している

宇宙論的ヴラソフ-ポアソン方程式

6次元位相空間におけるCDM粒子分布の時間発展を記述

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\boldsymbol{p}}{ma^2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}} - m \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{x}} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{p}} \end{bmatrix} \stackrel{\text{frequence}}{f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p})} = 0,$$

$$\nabla^2 \Phi(\boldsymbol{x}) = 4\pi G a^2 \left[\frac{m}{a^3} \int d^3 \boldsymbol{p} f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}) - \rho_{\rm m} \right] \stackrel{a(t):}{\text{Figoretone}}$$
Newton potential

近年、数値シミュレーションも可能に(後述)

(Yoshikawa et al. '13; Hahn & Angulo '16; Sousbie & Colombi '16)

迷茵荡

デルタ関数

→ CDM特有の性質が現れる

冷たい初期条件 (シングルストリーム条件):

$$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{p}) = \overline{n} a^3 \left\{ 1 + \delta_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{x}) \right\} \delta_{\mathrm{D}} \left[\boldsymbol{p} - m a \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}) \right]$$

筫重密度ゆらさ

位相空間で見た冷たい初期条件の運命 1次元重力系の場合



スプラッシュバック半径 シングルストリームとマルチストリームの境界面



30 Mpc/h

Diemer & Kravtsov ('14) Diemer et al. ('17)

研究の動機 シングルストリーム領域 (大スケール)

初期条件の痕跡が残っている(重力の非線形性が弱い)

宇宙膨張の影響を強く受ける

流体近似による記述ができる(後述)

精密な構造形成の理論計算を通して、 観測から宇宙論パラメーターや加速膨張の起源に迫れる

研究の動機 シェルクロッシング・マルチストリーム領域 (小スケール)

CDM特有の性質として現れる → 逆に、CDMからのずれを検証する窓となる CDMに代わるダークマター候補:

- Self-interacting dark matter (SIDM)
- Warm dark matter (WDM)
- Fuzzy dark matter (FDM)
- Primordial black holes (PBH)

小スケールでの構造形成の違いが顕著になりうる そのためにも、CDMでの正確な計算は重要









CDM優勢宇宙の非線形構造形成 ^{大スケールから小スケールまで}

解析計算を駆使した宇宙論への応用と非線形構造形成の理解に向けた取り組み

シングルストリーム領域での

非線形構造形成のフォワードモデリングの開発

AT, Nishimichi & Jeong, PRD 98, 103532 ('18); 103, 023501 ('21); arXiv:2109.06734

シェルクロッシング(+マルチストリーム領域)での

ラグランジュ高次摂動論と

ヴラソフ-ポアソンシミュレーションとの比較

Saga, AT & Colombi, PRL 121, 241302 (2018) ('18); arXiv:21??????? (in prep.)

シングルストリーム領域での

フォワードモデリングの開発

AT, Nishimichi & Jeong, PRD 98, 103532 ('18); 103, 023501 ('21); arXiv:2109.06734

+ Osato, Wang (in progress)

ターゲット:銀河サーベイ観測

<u>銀河サーベイ</u> 銀河をトレーサーとして、大スケールの質量分布 (大規模構造)をプローブ→ 豊富な宇宙論情報

- バリオン音響振動
- •赤方偏移空間ゆがみ
- etc.

観測の系統効果なども取り入れた

観測の統計精度向上に伴い、^V高精度の理論予言が不可欠目前

 $d_{\rm A}(z) \& H(z)$

 $f\sigma_8(z)$

- 銀河バイアス 銀河分布とダークマター分布の違い - 赤方偏移空間ゆがみ 銀河の特異速度による赤方偏移のずれ

Alam et al. ('16)

として

→ 摂動論にもとづく解析計算を理論テン

標準摂動論 非線形重力進化の取り扱い

<u> ヴラソフ-ポアソン方程式</u>

 $\left[\frac{\partial}{\partial t}\right]$

シン

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{ma^{2}} \frac{\partial}{\partial x} - m \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial p} \end{bmatrix}^{\frac{1}{2}h \pi \text{B}}_{f(\mathbf{x}, \mathbf{p})} = 0,$$

$$\nabla^{2} \Phi(\mathbf{x}) = 4\pi G a^{2} \begin{bmatrix} \frac{m}{a^{3}} \int d^{3} \mathbf{p} f(\mathbf{x}, \mathbf{p}) - \rho_{m} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{a} \nabla \left[(1 + \delta_{m}) \mathbf{v} \right] = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{a} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\frac{1}{a^{2}} \nabla^{2} \Phi = 4\pi G \rho_{m} \delta_{m}.$$

流体方程式を、渦なし($\nabla \times v = 0$)を課して摂動的に解く:

 $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \cdots$ $\theta = \theta_1 + \theta_2 + \cdots$ $\theta \equiv -\nabla \cdot v/(aHf)$

Juszkiewicz ('81), Vishniac ('83), Goroff et al. ('86), Suto & Sasaki ('91), Makino, Sasaki & Suto ('92), Jain & Bertschinger ('94), ...

圧力ガロ法休に帰美

標準
 摂

 <br

e.g., Bernardeau et al. Phys.Rep. 367, I ('02)

摂動のn次解 宇宙モデルに依らない 確率的 $\delta^{(n)}(\boldsymbol{k};t) = \int \frac{d^{\mathfrak{s}}\boldsymbol{k}_{1}\cdots d^{\mathfrak{s}}\boldsymbol{k}_{n}}{(2\pi)^{3(n-1)}} \,\delta_{\mathrm{D}}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_{12\cdots n}) F_{n}(\boldsymbol{k}_{1},\cdots,\boldsymbol{k}_{n}) \,\delta^{(1)}(\boldsymbol{k}_{1};t)\cdots \delta^{(1)}(\boldsymbol{k}_{n};t)$ 摂動論カーネル 線形密度場 (解析的に表せる) パワースペクトル $\langle \delta(\boldsymbol{k};t)\delta(\boldsymbol{k}';t)\rangle = (2\pi)^3 \,\delta_{\mathrm{D}}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}') \,P(|\boldsymbol{k}|;t)$ 線形密度場 $\delta^{(1)}$ $P(k;t) = P_{11}(k;t) + P_{22}(k;t) + P_{13}(k;t) + \cdots$ について統計平均

高次補正は多次元 積分で表せる

線形メーター リレーノメーター (高火)

$$P_{22}(k;t) = 2 \int \frac{d^3 \boldsymbol{p}}{(2\pi)^3} \{F_2(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{p},\boldsymbol{p})\}^2 P_{11}(|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{p}|;t) P_{11}(\boldsymbol{p};t)$$

$$P_{13}(k;t) = 6 P_{11}(k;t) \int \frac{d^3 \boldsymbol{p}}{(2\pi)^3} \{F_3(\boldsymbol{k},\boldsymbol{p},-\boldsymbol{p})\}^2 P_{11}(\boldsymbol{p};t)$$

標準摂動論の応用

標準摂動論の適用範囲は狭い ($k \leq 0.2 h \, \text{Mpc}^{-1}$ @ $z \simeq 0 - 0.5$) とはいえ、

解析表式を駆使して、統計量を高速に計算できる

•銀河バイアスの'一般的'パラメトリゼーション

Desjacques et al. Phys.Rep. 733, I ('18)

•UV敏感性の対処法(有効場理論によるパラメトリゼーション) e.g., Carrasco et al. JHEP 09, 082 ('12)

赤方偏移空間ゆがみへの拡張と改善AT et al. PRD 82,063522 ('10)

→ 銀河サーベイ観測の理論テンプレートとして 宇宙論データ解析へ応用

宇宙論パラメーター解析(最近の例)



宇宙論パラメーター解析(最近の例)



宇宙論パラメーター解析(最近の例)



ベイジアンフォワードモデル

統計量ではなく、銀河の個数密度場そのものから、 初期条件や宇宙論パラメーターを直接推定する試み



•観測効果を入れやすい

Jasche & Wandelt ('13), Seljak et al. ('17), Cabass & Schmidt ('20), Schmidt ('20), ...

Porqueres et al. ('21)

BORG-WL

従来の2点

統計

•観測情報を最大限に活かした解析

"密度場"レベルでの高速な理論計算が必要

より強い宇宙論パラメーターの制限

ベイジアンフォワードモデル

統計量ではなく、銀河の個数密度場そのものから、 初期条件や宇宙論パラメーターを直接推定する試み



より強い宇宙論パラメーターの制限

"密度場"レベルでの高速な理論計算が必要

Porqueres et al. (21) BORG-WL 0.6 0.6 0.6 0.6 0.8 0.6 0.8 0.8 0.6 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8 0.80.

GridSPT: "場"の高速摂動計算

AT, Nishimichi & Jeong, PRD 98, 103532 ('18); 103, 023501 ('21)

グリッド上のランダム質量密度場に対する非線形重力進化計算

•実空間の漸化公式を用いた場の逐次計算

 $\delta(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n(\mathbf{x}) \qquad \theta(\mathbf{x}) \equiv -\nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x})/(aHf) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(\mathbf{x})$

$$\begin{pmatrix} \delta_n(\boldsymbol{x}) \\ \theta_n(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} = \frac{2}{(2n+3)(n-1)} \begin{pmatrix} n+\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & n \end{pmatrix} \sum_{m=1}^{n-1} \begin{pmatrix} (\nabla \delta_m) \cdot \boldsymbol{u}_{n-m} + \delta_m \ \theta_{n-m} \\ \frac{1}{2} \nabla^2 (\boldsymbol{u}_m \cdot \boldsymbol{u}_{n-m}) \end{pmatrix}$$

• 高速フーリエ変換を用いた微分演算

5次のオーダーまでの摂動計算 密度場を5万/10万回生成 (観測マスク効果入りの) パワースペクトル共分散行列





















N体シミュレーション:密度場



GridSPT: 統計量の計算



GridSPT: 赤方偏移空間ゆがみの実装 最近の進展 AT, Nishimichi & Jeong, arXiv:2109.06734

銀河サーベイの銀河は「赤方偏移空間」で観測される:

 $s = x + \tilde{v}_{z}(x) \hat{z}$

実際の位置 銀河の視線方向の特異速度

観測者の視線方向 $\tilde{\mathbf{v}}_{z} \equiv \frac{1}{aH} \{ \hat{z} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}) \}$

(視線方向に沿って)

赤方偏移空間

(共動座標)

観測される銀河分布や統計量は非等方に

新たに導出した展開公式をもとに、 $\delta(x) \ \tilde{v}_z(x) \longrightarrow \delta^{(S)}(s)$ 実空間の計算結果から(補間なしに)赤方偏移空間 の密度場をポストプロセスで評価する方法を確立

GridSPT: 赤方偏移空間ゆがみの実装



フォワードモデルの開発に向けて ^{ここまでのまとめ}

摂動計算を用いた銀河サーベイの理論テンプレート作成

→ 宇宙論パラメーター推定への応用が進んでいる

その一方、

今後

さらに

拡張

銀河の個数密度場を用いた宇宙論パラメーター推定の試み (ベイジアンフォワードモデル)

●GridSPTの開発(実空間・赤方偏移空間) <mark>do^{ne}</mark>

•銀河バイアス+有効場理論の実装

•高速パラメーター推定法の実装

(e.g., ハミルトニアンMC)

(with K. Osato)

easy

straightforward

修正重力やニュートリノの効果

シェルクロッシング(+シングルストリーム領域)での

ラグランジュ高次摂動論と ヴラソフ-ポアソンシミュレーシ ョンとの比較

Saga, AT & Colombi, PRL 121, 241302 (2018) ('18); arXiv:21??????? (in prep.)

シングルストリーム領域をこえる

流体近似にもとづく標準摂動論はシングルストリーム 領域での適用に限定される(実際はもっと狭い)

別の解析的 取り扱い

ラグランジュ摂動論

質量素片の運動を初期位置の関数として摂動的に解く手法

Moutarde et al. ('91); Bouchet et al. ('92); Buchert ('92); Buchert & Ehlers ('93); Bernardeau ('94), Bouchet et al. ('95), ..., Matsubara ('15), Rampf & Frisch ('17)



位置座標の多価性を許せば、原理的にマルチストリーム領域を扱える

Zel'dovich解 1次元系での厳密解

Zel'dovich ('70), Novikov ('69) Shandarin & Zel'dovich ('89)

$$x(q;\tau) = q + \psi(q) D_{+}(\tau) \quad v(q;\tau) \equiv a v(q;t) = \psi(q) \frac{dD_{+}(\tau)}{d\tau} \quad \left(d\tau \equiv \frac{dt}{a^{2}}\right)$$

 $D_+(au)$:線形成長因子 $\psi(q)$:ラグランジュ座標の任意関数



シェルクロッシングまで厳密

(c.f. 流体近似では無限次の展開が必要)

1次元ポストコラプス摂動論 シェルクロッシングを超える取り扱い

AT & Colombi, MNRAS 470, 4858 ('17)



ラグランジュ摂動論

2次元、3次元では、Zel'dovich解はシェルクロッシング前
 でも近似解 → 高次の摂動計算が必要

基礎
方程式

$$\ddot{x} + 2H\dot{x} = -\frac{1}{a^2} \nabla_x \phi(x)$$

$$\nabla_x^2 \phi(x) = 4\pi G a^2 \bar{\rho}_m \delta(x)$$

$$\nabla_x^2 \phi(x) = 4\pi G a^2 \bar{\rho}_m \delta(x)$$

$$- \text{(m性を仮定}_{(>>>f) \cup Z \land \cup J \cup - \Delta)}$$
Longitudinal:

$$\left(\hat{\mathcal{T}} - 4\pi G \bar{\rho}_m\right) \Psi_{k,k} = -\epsilon_{ijk} \epsilon_{ipq} \Psi_{j,p} \left(\hat{\mathcal{T}} - 2\pi G \bar{\rho}_m\right) \psi_{k,q}$$

$$3 \bar{\chi} \bar{\chi} \tilde{\chi}$$
Levi-civita symbol

$$- \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \epsilon_{pqr} \Psi_{i,p} \Psi_{j,q} \left(\hat{\mathcal{T}} - \frac{4\pi G}{3} \bar{\rho}_m\right) \Psi_{k,r}$$

$$fransverse:$$

$$\epsilon_{ijk} \hat{\mathcal{T}} \Psi_{j,k} = -\epsilon_{ijk} \Psi_{p,j} \hat{\mathcal{T}} \Psi_{p,k}$$

$$\hat{\mathcal{T}} f(t) \equiv \ddot{f}(t) + 2H\dot{f}(t)$$

摂動展開

$$\Psi(q,t) = \Psi^{(1)}(q,t) + \Psi^{(2)}(q,t) + \Psi^{(3)}(q,t) + \cdots$$

とはいえ、変移場ベクトルを再構築するのは一般に容易ではない

初期条件とセットアップ

周期境界条件を課した箱の中に、

3つのサイン波で表現された単一密度ピークを Zel'dovich解として与える Moutarde et al. ('91)



解析的にかつ系統的に10次まで摂動計算

2次~5次までの摂動解

変移場ベクトルのx成分:

解析表式

 $\frac{1}{14} (-3) \epsilon_x \sin(q_x) \left(\epsilon_y \cos(q_y) + \epsilon_z \cos(q_z) \right)$



4次

5次

2次

 $\frac{\epsilon_x \sin(q_x) \left(78 \epsilon_x \cos(q_x) \left(\epsilon_y \cos(q_y) + \epsilon_z \cos(q_z)\right) + 160 \epsilon_y \epsilon_z \cos(q_y) \cos(q_z) - 3 \epsilon_y^2 \left(\cos(2 q_y) - 25\right) - 3 \epsilon_z^2 \left(\cos(2 q_z) - 25\right)\right)}{1260}$

 $-\frac{1}{3\,880\,800}\epsilon_x\sin(q_x)\left(42\,\epsilon_x^2\left(101\cos(2\,q_x)+2123\right)\left(\epsilon_y\cos(q_y)+\epsilon_z\cos(q_z)\right)+60\,\epsilon_x\cos(q_x)\right)$

 $(6010 \epsilon_y \epsilon_z \cos(q_y) \cos(q_z) + \epsilon_y^2 (1274 \cos(2 q_y) + 2039) + \epsilon_z^2 (1274 \cos(2 q_z) + 2039)) + 50 \epsilon_y^2 \epsilon_z (571 \cos(2 q_y) + 4177) \cos(q_z) + 50 \epsilon_y \epsilon_z^2 \cos(q_y) (571 \cos(2 q_z) + 4177) + 21 \epsilon_y^3 (2715 \cos(q_y) - 443 \cos(3 q_y)) + 21 \epsilon_z^3 (2715 \cos(q_z) - 443 \cos(3 q_z)))$

 $\frac{1}{18396738360000} \epsilon_x \sin(q_x)$ $(54054 \epsilon_x^3 (1970751 \cos(q_x) - 126335 \cos(3 q_x)) (\epsilon_y \cos(q_y) + \epsilon_z \cos(q_z)) + 765 \epsilon_x^2 (1040 \epsilon_y \epsilon_z (203958 \cos(2 q_x) + 1102715) \cos(q_y) \cos(q_z) + 33 \epsilon_y^2 (2273783 \cos(2 (q_x - q_y))) + 2273783 \cos(2 (q_x + q_y)) + 1476930 \cos(2 q_x) + 9562610 \cos(2 q_y) + 9599590) + 33 \epsilon_z^2 (2273783 \cos(2 (q_x - q_z)) + 2273783 \cos(2 (q_x + q_z)) + 1476930 \cos(2 q_x) + 9562610 \cos(2 q_z) + 9599590)) + 1870 \epsilon_x \cos(q_x) (26 \epsilon_y^2 \epsilon_z (11522545 \cos(2 q_y) + 20694771) \cos(q_z) + 26 \epsilon_y \epsilon_z^2 \cos(q_y) (11522545 \cos(2 q_z) + 20694771) + 27 \epsilon_y^3 (11773099 \cos(q_y) - 369227 \cos(3 q_y)) + 27 \epsilon_z^3 (11773099 \cos(q_z) - 369227 \cos(3 q_z))) - 13 (214200 \epsilon_y^3 \epsilon_z (19521 \cos(3 q_y) - 180697 \cos(q_y)) \cos(q_z) - 1870 \epsilon_y^2 \epsilon_z^2 (1919335 \cos(2 (q_y - q_z)) + 1919335 \cos(2 (q_y + q_z))) + 4759758 \cos(2 q_y) + 4759758 \cos(2 q_z) + 21165750) + 214200 \epsilon_y \epsilon_z^3 \cos(q_y) (19521 \cos(3 q_z) - 180697 \cos(q_z)) + 2079 \epsilon_y^4 (1297372 \cos(2 q_y) + 59485 \cos(4 q_y) - 3461625) + 2079 \epsilon_z^4 (1297372 \cos(2 q_z) + 59485 \cos(4 q_z) - 3461625))$

変移場ベクトルのx成分:

解析表式

$\frac{\sin(q_x)}{\sin(q_x)} \epsilon_x \left(-305613(2659396870\cos(q_y) - 962623441\cos(3q_y) + 28312075\cos(5q_3)\right) \epsilon_y' + 4873050(266598492\cos(2q_y) + 76018045\cos(4q_y) - 1901498841)\cos(q_z) \epsilon_z \epsilon_y' - 1901498841\cos(q_z) \epsilon_z \epsilon_y' - 1901498841\cos(q_z) \epsilon_z \epsilon_y' - 1901498841\sin(q_z) \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_y' - 1901498841\sin(q_z) \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_y' - 190149861\sin(q_z) \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z \epsilon_z$
$4420\cos(q_y)\left(-516334675626\cos(2q_y)+52110906915\cos(2(q_y-q_z))+1838044474430\cos(2q_z)+52110906915\cos(2(q_y+q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^2\epsilon_y^3-100006915\cos(2(q_y-q_z))+1838044474430\cos(2q_z)+52110906915\cos(2(q_y+q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^2\epsilon_y^3-100006915\cos(2(q_y-q_z))+1838044474430\cos(2q_z)+52110906915\cos(2(q_y+q_z))+3604788111078\right)$
$4420\cos(q_z)\left(1838044474430\cos(2q_y)+52110906915\cos(2(q_y-q_z))-516334675626\cos(2q_z)+52110906915\cos(2(q_y+q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^3\epsilon_y^2+100006915\cos(2(q_y-q_z))+52110906915\cos(2(q_y-q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^3\epsilon_y^2+100006915\cos(2(q_y-q_z))+52110906915\cos(2(q_y-q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^3\epsilon_y^2+100006915\cos(2(q_y-q_z))+52110906915\cos(2(q_y-q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^3\epsilon_y^2+100006915\cos(2(q_y-q_z))+52110906915\cos(2(q_y-q_z))+52110906915\cos(2(q_y-q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^3\epsilon_y^2+100006915\cos(2(q_y-q_z))+52100006915\cos(2(q_y-q_z))+5210006915\cos(2(q_y-q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^3\epsilon_z^2+100006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+3604788111078\right)\epsilon_z^3\epsilon_z^2+100006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006915\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_z))+10006916\cos(2(q_y-q_$
$4873050\cos(q_z)(266598492\cos(2q_z)+75018045\cos(4q_z)-1901498841)\epsilon_z^4\epsilon_y-305613(2659396870\cos(q_z)-962623441\cos(3q_z)+28312075\cos(5q_z))\epsilon_z^5+28312075\cos(5q_z)(266598492\cos(2q_z)+75018045\cos(4q_z)-1901498841)\epsilon_z^4\epsilon_y-305613(2659396870\cos(q_z)-962623441\cos(3q_z)+28312075\cos(5q_z))\epsilon_z^5+28312075\cos(5q_z)(266598492\cos(2q_z)+75018045\cos(4q_z)-1901498841)\epsilon_z^4\epsilon_y-305613(2659396870\cos(q_z)-962623441\cos(3q_z)+28312075\cos(5q_z))\epsilon_z^5+28312075\cos(5q_z)(266598492\cos(2q_z)+75018045\cos(4q_z)-1901498841)\epsilon_z^4\epsilon_y-305613(2659396870\cos(q_z)-962623441\cos(3q_z)+28312075\cos(5q_z))\epsilon_z^5+28312075\cos(5q_z)(26563)64646464646464646464646464$
$1833\ 678\ (116\ 189\ 716\ \cos(2\ q_x) + 7558\ 375\ \cos(4\ q_x) - 839\ 506\ 587)\ \epsilon_x^4\ (\cos(q_y)\ \epsilon_y + \cos(q_z)\ \epsilon_z) +$
$8820 \cos(q_x) \epsilon_x^3 \left(-33 \left(-1499341220 \cos(2 q_x)+745268925 \cos(2 \left(q_x-q_y\right)\right)+34417340854 \cos(2 q_y)+745268925 \cos(2 \left(q_x+q_y\right)\right)+15828123428\right) \epsilon_y^2+15828123428\right) \epsilon_y^2 + 15828123428\right) \epsilon_y^2 + 15828123428$
$4420 (32910965 \cos(2 q_z) - 531579429) \cos(q_y) \cos(q_z) \epsilon_z \epsilon_y - 33 (-1499341220 \cos(2 q_z) + 745268925 \cos(2 (q_z - q_z)) + 34417340854 \cos(2 q_z) + 745268925 \cos(2 (q_z + q_z)) + 15828123428) \epsilon_z^2$
$340 \epsilon_x^2 \left(2079 \cos(q_y) \left(8156 \ 203254 \cos(2 \ q_x) + 2768 \ 321325 \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 2763 \ 034018 \cos(2 \ q_y) + 2768 \ 321325 \cos(2 \ (q_x + q_y)) + 21975421 \ 138 \right) \epsilon_y^3 + 2768 \ 321325 \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 2763 \ 034018 \ \cos(2 \ q_y) + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x + q_y)) + 21975421 \ 138 \right) \epsilon_y^3 + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 21975421 \ 138 \right) \epsilon_y^3 + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 21975421 \ 138 \right) \epsilon_y^3 + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 21975421 \ 138 \right) \epsilon_y^3 + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 21975421 \ 138 \right) \epsilon_y^3 + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 2768 \ 321325 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 21975421 \ 138 \right) \epsilon_y^3 + 2768 \ \sin(2 \ (q_x - q_y)) $
$52 \left(386519 \ 295 \ 393 \ \cos(2 \ q_x) + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(2 \ (q_x - q_y)) + 1 \ 129 \ 466 \ 363 \ 210 \ \cos(2 \ q_y) + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(2 \ (q_x + q_y)) + 1 \ 479 \ 850 \ 604 \ 694 \right) \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(2 \ (q_x + q_y)) + 1 \ 479 \ 850 \ 604 \ 694 \right) \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(2 \ (q_x + q_y)) + 1 \ 479 \ 850 \ 604 \ 694 \right) \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(2 \ (q_x + q_y)) + 1 \ 479 \ 850 \ 604 \ 694 \right) \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(2 \ (q_x + q_y)) + 1 \ 479 \ 850 \ 604 \ 694 \right) \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_z \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_y^2 \ \epsilon_y^2 + 295 \ 586 \ 482 \ 530 \ \cos(q_z) \ \epsilon_y^2 \$
$52\cos(q_y)\left(386519\ 295393\ \cos(2\ q_x)+295586\ 482530\ \cos(2\ (q_x-q_z))+1129\ 466\ 363\ 210\ \cos(2\ q_z)+295\ 586\ 482\ 530\ \cos(2\ (q_x+q_z))+1\ 479\ 850\ 604\ 694\right)\ \epsilon_z^2\ \epsilon_y+1129\ 466\ 363\ 210\ \cos(2\ q_z)+295\ 586\ 482\ 530\ \cos(2\ (q_x+q_z))+1\ 479\ 850\ 604\ 694\right)\ \epsilon_z^2\ \epsilon_y+1129\ 466\ 363\ 210\ \cos(2\ q_z)+295\ 586\ 482\ 530\ \cos(2\ (q_x+q_z))+1\ 479\ 850\ 604\ 694\right)\ \epsilon_z^2\ \epsilon_y+1129\ 466\ 363\ 210\ \cos(2\ q_z)+295\ 586\ 482\ 530\ \cos(2\ (q_x+q_z))+1\ 479\ 850\ 604\ 694\right)\ \epsilon_z^2\ \epsilon_y+1129\ 466\ 363\ 210\ \cos(2\ q_z)+295\ 586\ 482\ 530\ \cos(2\ (q_x+q_z))+1\ 479\ 850\ 604\ 694\right)\ \epsilon_z^2\ \epsilon_y+1129\ 466\ 363\ 210\ \cos(2\ q_z)+295\ 586\ 482\ 530\ \cos(2\ (q_x+q_z))+1\ 479\ 850\ 604\ 694\right)\ \epsilon_z^2\ \epsilon_y+1129\ 466\ 363\ 210\ \cos(2\ q_z)+295\ 586\ 482\ 530\ \cos(2\ (q_x+q_z))+1\ 479\ 850\ 604\ 694\ 694\ 694\ 694\ 694\ 694\ 694\ 69$
$2079 \cos(q_z) \left(8156 \ 203254 \cos(2 \ q_x) + 2768 \ 321 \ 325 \cos(2 \ (q_x - q_z)) + 2763 \ 034018 \cos(2 \ q_z) + 2768 \ 321 \ 325 \cos(2 \ (q_x + q_z)) + 21 \ 975 \ 421 \ 138\right) \epsilon_z^3\right) - 21975 \ 421 \ 138 \ \epsilon_z^3$
$20\cos(q_z)\epsilon_z\left(14553\left(5904767794\cos(2q_y)-2780948475\cos(4q_y)+39272806105\right)\epsilon_y^4+4420\left(571117785469\cos(q_y)-1357574367\cos(3q_y)\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^3+69\cos(q_y)+39272806105\right)\epsilon_y^4+4420\left(571117785469\cos(q_y)-1357574367\cos(3q_y)\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^3+1000000000000000000000000000000000000$
$510510 \left(1660817391\cos(2q_y) + 538260884\cos(2(q_y - q_z)) + 1660817391\cos(2q_z) + 538260884\cos(2(q_y + q_z)) + 2964557714\right)\epsilon_z^2\epsilon_y^2 + 1660817391\cos(2q_z) + 538260884\cos(2(q_y - q_z)) + 1660817391\cos(2q_z) + 538260884\cos(2(q_y - q_z)) + 1660817391\cos(2q_z) + 538260884\cos(2(q_y - q_z)) + 1660817391\cos(2(q_y - q_z)) + 166081060606060606060606060606060$
$4420 \cos(q_z) (571117785469 \cos(q_z) - 1357574367 \cos(3 q_z)) \epsilon_z^3 \epsilon_y + 14553 (5904757794 \cos(2 q_z) - 2780948475 \cos(4 q_z) + 39272806105) \epsilon_z^4))$

変移場ベクトルのx成分:



$\frac{1}{1 + 2(415)(2024)(541522)(2024)(541522)(2024)(5410)(2023)(2024)(100)(2037)(2024)(100)(2034)(2024)(100)(2034)(2024)(100)(2024)(2024)(2024)(100)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2024)(2$
$\left[363\left(277129388\cos(2a_{+}+a_{-})\right) - 310443780648625\cos(4a_{-}+a_{-})\right] + 2630211117111842\cos(2a_{+}) + 4.043457776606492\cos(2(a_{+}+a_{-})) - 310443780648625\cos(4a_{-}+a_{-})\right) - 310443780648625\cos(4a_{-}+a_{-})) - 3104437806486625\cos(4a_{-}+a_{-})) - 3104437806648665\cos(4a_{-}+a_{-})) - 310443780666666666666666666666666666666666666$
$r^{2} + 392080 (2)49830451 562 \cos(2\alpha_{1}) - 818223 510775 \cos(4\alpha_{1}) + 44804 309653 645) \cos(\alpha_{1}) = 301(277 129158 703288 \cos(2\alpha_{1}) - 221569332279750 \cos(4\alpha_{1}) + 4043457776606492 \cos(2(\alpha_{1} - \alpha_{1})) + 4063457776606492 \cos(2(\alpha_{1} - \alpha_{1})) + 4063467606492 \cos(2(\alpha_{1} - \alpha_{1})) + 4063467776606492 \cos(2(\alpha_{1} - \alpha_{1})) + 40636776606492 \cos(2(\alpha_{1} - \alpha_{1})) + 40636776606492 \cos(2(\alpha_{1} - \alpha_{1})) + 406367766066692 \cos(2(\alpha_{1} - \alpha_{1})) + 40636776606692 \cos(2(\alpha_{1} - \alpha_{1})) + 40636776606692 \cos(2(\alpha_{$
$q_{ij} = 0.200707247017242700707248400 (0.5 0.7 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5$
$4.485140 \operatorname{cm}(a) (87218 \operatorname{cm}(b) (17 (317200) 143050 635 \operatorname{cm}(2 (a - a))) + 1.43312320038650 \operatorname{cm}(2 (a - a)) + 217200143050 635 \operatorname{cm}(2 (a - a))) + 217200143050 (a - a)) + 21720000 (a -$
(465) (466) (27) (575) (66) (27) (575) (655) (27) (27) (27) (27) (27) (27) (27) (27
$150 (17 (15798598571750532568(2(q_{e} - q_{f})) + 2909009587594965754 cos(2(q_{f}) + 15798506571750552568(2(q_{e} + q_{f})) + 2215505885579202006) - 104582018105125111 + 008(2(q_{e}))(cos(q_{e}) + 24552018105125111 + 008(2(q_{e}))(cos(q_{e}) + 24552018105125111 + 008(2(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))(cos(q_{e}) + 008(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e})))(cos(q_{e}) + 008(q_{e}))$
$130 \cos(q_f) \left[17 \left(137 983 685 717 505 525 \cos(2(q_x - q_z)) + 2969 669 587 394 985 734 \cos(2(q_z) + 137982 685 717 505 525 \cos(2(q_x + q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) \epsilon_z^2 \epsilon_y + 137982 685 717 505 525 \cos(2(q_x + q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) \epsilon_z^2 \epsilon_y + 137982 685 717 505 525 \cos(2(q_x + q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) \epsilon_z^2 \epsilon_y + 137982 685 717 505 525 \cos(2(q_x + q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) \epsilon_z^2 \epsilon_y + 137982 685 717 505 525 \cos(2(q_x + q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) \epsilon_z^2 \epsilon_y + 137982 685 717 505 525 \cos(2(q_x + q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) \epsilon_z^2 \epsilon_y + 137982 685 717 505 525 \cos(2(q_x + q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 888 579 262 006) - 1048 826 181631 251 114 \cos(2(q_z)) + 2215 505 \cos(2(q_z)) + 2215 50$
$87318\cos(q_z)\left(17\left(317200143950625\cos(2(q_x-q_z)\right)+1423122370938650\cos(2q_z)+317200143950625\cos(2(q_x+q_z))+2162942532366438\right)-2323267677375190\cos(2q_x)e_z\right)e_z^2+$
$75110(1303533(58152516016142730\cos(2q_x)+28800768510344900\cos(2(q_x-q_y))+48549817895634696\cos(2q_y)+28800768510344900\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493519759625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_y))-1031493625\cos(2(q_x+2q_$
104493594962 $$74360$ $\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{p})(226750047458931834\cos(2q_{s}) + 63226570697650635\cos(2(q_{s} - q_{p})) + 85203185368922438\cos(2q_{p}) + 63225570697650635\cos(2(q_{s} + q_{p})) + 536755303105443074)\cos(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{p})(226750047458931834\cos(2q_{s}) + 63226570697650635\cos(2(q_{s} - q_{p})) + 85203185368922438\cos(2q_{p}) + 63225570697650635\cos(2(q_{s} + q_{p})) + 536755303105443074)\cos(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{p})(226750047458931834\cos(2q_{s}) + 63226570697650635\cos(2(q_{s} - q_{p})) + 85203185368922438\cos(2q_{s}) + 63225570697650635\cos(2(q_{s} + q_{p})) + 536755303105443074)\cos(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{s})(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{s})(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{s})(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{s})(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{s})(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{s})(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{p}^{2} + 1127100\cos(q_{s})(q_{s})\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}\epsilon_{s}$
$461890[241590221276456(52\cos(2q_{J}) + 145469210965983954\cos(2(q_{Z} - q_{J})) + 547592158923252492\cos(2q_{J}) + 145469210965983954\cos(2(q_{Z} + q_{J})) + 145469210965983954\cos(2(q_{Z} - q_{Z})) + 145469210969696969696969$
$61752265120742625\cos(2(q_z - q_y - q_z)) + 150476735598070350\cos(2(q_y - q_z)) + 61752265120742625\cos(2(q_z + q_y - q_z)) + 547592158923252492\cos(2q_z) + 54759215892325265120742625\cos(2q_z) + 54759215892656566666666666666666666666666666666$
$145469210965983954\cos[2(q_x+q_z)]+61752265120742625\cos[2(q_z-q_y+q_z)]+190476735598070350\cos[2(q_y+q_z)]+61752265120742625\cos[2(q_x+q_y+q_z)]+722801721130204716)\epsilon_e^2\epsilon_f^2+100100100100100100100100100100$
$1127\ 100\ \cos(q_{f})\ \cos(q_{f})\ (226\ 760\ 047\ 458\ 931\ 834\ \cos(2\ q_{f})\ +\ 63\ 226\ 570\ 697\ 650\ 635\ \cos(2\ q_{f}\ +\ 63\ 226\ 570\ 697\ 650\ 635\ \cos(2\ q_{f}\ +\ q_{f}\))\ +\ 536\ 755\ 303\ 105\ 443\ 074\)\ \epsilon_{g}^{3}\ \epsilon_{g}\ +\ 1\ 303\ 533\ (58\ 152\ 516\ 016\ 142\ 730\ \cos(2\ q_{f}\)\ +\ 63\ 226\ 570\ 697\ 650\ 635\ \cos(2\ q_{f}\ +\ q_{f}\))\ +\ 536\ 755\ 303\ 105\ 443\ 074\)\ \epsilon_{g}^{3}\ \epsilon_{g}\ +\ 1\ 303\ 533\ (58\ 152\ 516\ 016\ 142\ 730\ \cos(2\ q_{f}\)\ +\ 63\ 226\ 570\ 697\ 650\ 635\ \cos(2\ q_{f}\ +\ q_{f}\))\ +\ 536\ 755\ 303\ 105\ 443\ 074\)\ \epsilon_{g}^{3}\ \epsilon_{g}\ +\ 1\ 303\ 533\ (58\ 152\ 516\ 016\ 142\ 730\ \cos(2\ q_{f}\)\ +\ 63\ 226\ 570\ 697\ 650\ 635\ 536\ 922\ 438\ 536\ 697\ 650\ 635\ 536\ 697\ 650\ 635\ 530\ 536\ 535\ 530\ 536\ 536\ 536\ 536\ 536\ 536\ 536\ 536$
$28800768510344900\cos(2(q_z - q_z)) + 48549817895634695\cos(2q_z) - 7124418190183710\cos(4q_z) + 28800768510344900\cos(2(q_z + q_z)) - 1031493519759625\cos(2(q_z + 2q_z)) - 1031493519759625\cos(2(q_z - 2q_z)) + 104493594962874390)\varepsilon_z^0 + \varepsilon_z^0 + $
$1314610\cos(q_x)\left(-305613\left(-22055935460016250\cos(q_y)+5283563479587967\cos(3q_y)+218655867954875\cos(5q_y)\right)\epsilon_y^2+370\left(1730167322158143988\cos(2q_y)-429044746415822975\cos(4q_y)+6421215185231777931\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^2+370\left(1730167322158143988\cos(2q_y)-429044746415822975\cos(4q_y)+6421215185231777931\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^2+370\left(1730167322158143988\cos(2q_y)-429044746415822975\cos(4q_y)+6421215185231777931\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^2+370\left(1730167322158143988\cos(2q_y)-429044746415822975\cos(4q_y)+6421215185231777931\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^2+370\left(1730167322158143988\cos(2q_y)-429044746415822975\cos(4q_y)+6421215185231777931\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^2+370\left(1730167322158143988\cos(2q_y)-429044746415822975\cos(4q_y)+6421215185231777931\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^2+370\left(1730167322158143988\cos(2q_y)-429044746415822975\cos(4q_y)+6421215185231777931\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_y^2+370\left(1730167322158143988\cos(2q_y)-429044746415822975\cos(4q_y)+6421215185231777931\right)\cos(q_z)\epsilon_z\epsilon_z$
$32780\cos(q_y)\left(24468715615587642\cos(2q_y) + 5\left(6222005410021245\cos(2(q_y - q_z)) + 82009905587163710\cos(2q_z) + 6222005410021245\cos(2(q_y + q_z)) + 135736584119121846)\right)\epsilon_z^2\epsilon_y^3 + 6222005410021245\cos(2(q_y + q_z)) + 135736584119121846)$
$52780 \cos(q_{c}) \left(410049 527 935 \$18 550 \cos(2 q_{y}) + 31110027 050 106225 \cos(2 (q_{y} - q_{c})) + 24468715 615587 642 \cos(2 q_{c}) + 31110 027 050 106225 \cos(2 (q_{y} + q_{c})) + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{2} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{i}^{3} + 678 682 920 595 609 230) e_{i}^{3} e_{$
$3770 \cos(q_y) \left(1730167322158143988 \cos(2q_z) - 429044746416822975 \cos(4q_z) + 6421215185231777931\right) \epsilon_z^4 \epsilon_y - 305613 \left(-22055935460016250 \cos(q_z) + 5233563479587967 \cos(3q_z) + 218655867954875 \cos(5q_z)\right) \epsilon_z^5 \epsilon_z + 6421215185231777931\right) \epsilon_z^4 \epsilon_y - 305613 \left(-22055935460016250 \cos(q_z) + 5233563479587967 \cos(3q_z) + 218655867954875 \cos(5q_z)\right) \epsilon_z^5 \epsilon_z + 6421215185231777931\right) \epsilon_z^4 \epsilon_y - 305613 \left(-22055935460016250 \cos(q_z) + 5233563479587967 \cos(3q_z) + 218655867954875 \cos(5q_z)\right) \epsilon_z^5 \epsilon_z + 6421215185231777931\right) \epsilon_z^4 \epsilon_y - 305613 \left(-22055935460016250 \cos(q_z) + 5233563479587967 \cos(3q_z) + 218655867954875 \cos(5q_z)\right) \epsilon_z^5 \epsilon_z + 6421215185231777931\right) \epsilon_z^4 \epsilon_y - 305613 \left(-22055935460016250 \cos(q_z) + 5233563479587967 \cos(3q_z) + 218655867954875 \cos(5q_z)\right) \epsilon_z^5 \epsilon_z + 6421215185231777931\right) \epsilon_z^4 \epsilon_y - 305613 \left(-22055935460016250 \cos(q_z) + 5233563479587967 \cos(3q_z) + 218655867954875 \cos(5q_z)\right) \epsilon_z^5 \epsilon_z + 6421215185231777931\right) \epsilon_z^4 \epsilon_y - 305613 \left(-22055935460016250 \cos(q_z) + 5233563479587967 \cos(3q_z) + 218655867954875 \cos(5q_z)\right) \epsilon_z^5 \epsilon_z + 6421215185231777931\right) \epsilon_z^5 \epsilon_z + 6421215185231777931$
$377 (1 \ 341 \ 335 \ 457 (-443 \ 913 \ 672 \ 901 \ 179 \ \cos(2 \ q_y) + 6 \ 195 \ 857 \ 562 \ 590 \ \cos(4 \ q_y) + 425 (2 \ 828 \ 142 \ 515 \ \cos(6 \ q_y) + 1 \ 790 \ 837 \ 852 \ 258)) \epsilon_y^5 + 143 \ 881 \ 674 \ 300 \ (83 \ 805 \ 177 \ 792 \ 885 \ \cos(q_y) - 24017 \ 169020 \ 137 \ \cos(3 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(5 \ q_y)) \cos(q_z) \epsilon_z \epsilon_y^3 - 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(5 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 584014 \ 195 \ \cos(6 \ q_y) + 105 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 \ 106 $
$193325\left(3108729593158422416\cos\left(2q_{T}\right)+5743038318082194402\cos\left(4q_{T}\right)+100100100100100100100100100100$
$17 \left(-825388193136040604\cos\{2(q_{f}-q_{t})\}-4531039763474630406\cos(2q_{t})-825388193136040604\cos(2(q_{f}+q_{t}))+134073949961514975\cos\{2(2q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+134073949961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+13407394961514975\cos\{2(q_{f}+q_{t})\}+1340739$
$449106000\cos[q_y]\cos(q_z)\left(-2\$936\$8202539726\cos(2q_y)+79\$9174900132525\cos(2\left(q_y-q_z\right)\right)-2\$936\$8202539726\cos(2q_z)+79\$9174900132525\cos(2\left(q_y+q_z\right)\right)+1309\$9210802201794\right)\epsilon_z^3\epsilon_y^3+100100100100100100100100100100$
$193325(77027675979068716902\cos(2q_y) + 14031599283312690268\cos(2(q_y - q_z)) - 3108729593158423416\cos(2q_z) - 5743038318062194402\cos(4q_z) + 14031599283312690268\cos(4(q_y - q_z)) - 3108729593158423416\cos(2(q_y - q_z)) - 5743038318062194402\cos(4(q_y - q_z)) - 5743038318662194402\cos(4(q_y - q_z)) - 574366666666666666666666666666$

 $14031599283312690268\cos(2(q_r+q_t)) - 2279257149345754575\cos(2(q_r+2q_t)) - 2279257149345754575\cos(2(q_r-2q_t)) + 115697745894566326490)\epsilon_t^4\epsilon_r^2 + 115697745894566326490)\epsilon_t^4\epsilon_r^2 + 115697745894566326490$

 $143\,\$81\,674\,300\,\cos(q_{f})\,(83\,805\,177\,792\,886\,\cos(q_{c})-24017\,169\,020\,137\,\cos(3\,q_{c})+105\,584\,014\,195\,\cos(5\,q_{c}))\,c_{z}^{5}\,c_{r}+1\,341\,335\,457\,(-443\,913\,672\,901\,179\,\cos(2\,q_{c})+6\,195\,887\,562\,590\,\cos(4\,q_{c})+425\,(2\,828\,14\,2515\,\cos(6\,q_{c})+1\,790\,837\,852\,258))\,c_{z}^{5}))$

変移場ベクトルのx成分:

解析表式

-((sin(q_z) ex (1633746586626(-245713485247929951cos(2q_z) - 2195281540970250 cos(4q_z) + 494330346828175 cos(6q_z) + 865027121950584922) (cos(q_y) e_y + cos(q_z) e_y) e_y^{5} - (cos(q_y) e_y + cos(q_z) e_y) e_y^{5} - (cos(q_y) e_y + cos(q_z) e_y) e_y^{5} - (cos(q_y) e_y

7779 240 cos(q_x) (627 (428 992591 700 823991 100 cos($2q_x$) + 1571 794 373829 512 625 cos($4q_x$) + 515 931466 598 138 198 040 cos($2(q_x - q_y)$) - 784 580 247782 371 085868 cos($2q_y$) + 515 931466 598 138 198 040 cos($2(q_x - q_y)$) + 33352 805 228223 745 550 cos($4q_x$) - 2 q_y) - 1529 203 372519 416 608365) c_y^2 + 2371330 (560926 390 417289 924 cos($2q_x$) + 2752127 183 932 775 cos($4q_x$) - 2607108 359 711 238507) cos(q_x) c_y +

 $627 (428992 591 700 823 991 100 \cos(2q_{x}) + 1571794 373 829 512625 \cos(4q_{x}) + 515931 466 598138 198 040 \cos(2(q_{x} - q_{z})) - 7784580 247 782 371085 868 \cos(2q_{x}) + 515931 466 598138 198 040 \cos(2(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4q_{x} - 2q_{z}) - 1529203 372 519 416608 365) c_{z}^{2}) c_{z}^{4} + 3515 (4584195 (1065982 814 286 662929 188 \cos(2q_{x} - q_{z})) - 7784580 247 782 371085 868 \cos(2(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - 2q_{z})) - 1529203 372 519 416608 365) c_{z}^{2}) c_{z}^{4} + 3515 (4584195 (1065982 814 286 662929 188 \cos(2(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - 2q_{z})) - 1529203 372 519 416608 365) c_{z}^{2}) c_{z}^{4} + 3515 (4584195 (1065982 814 286 662929 188 \cos(2(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - 2q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 33352 805228 223 745 550 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 2245047 626 600 301625 \cos(4(q_{x} - q_{z})) + 2245047$

 $71045518667401407385\cos(4q_x + q_z) + 1037796098184111135612\cos(2q_x + 3q_z) + 22425047626060301625\cos(4q_x + 3q_z) + 1037796098184111135612\cos(2q_x - 3q_z) + 22425047626063301625\cos(4q_x - 3q_z))\frac{1}{6}\frac{1}{2}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{6}\frac{1$ 214 600(2488 563 (240 413967 594 317394 930 $\cos(q_x) + 14699 297 937925 103 750 \cos(3q_x) + 133 664268 006 839401 079 \cos(q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 1271 785 013595 974 822 \cos(q_x + 4q_y) + 133 664268 006 839401 079 \cos(q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos(3q_x - 2q_y) + 23 125 200 373 177 343 889 \cos$ 290 989 365058 303 439 205cos(2(qx + qy - qz)) + 6492 905 696 156135 980 254cos(2(qx + qy - qz)) + 2718 224 708 508735 619 054cos(2(qx + qy + qz)) + 290 989 365058 303 439 205cos(2(qx + qy + qz)) + 2418 205 cos(2(qx + qz + qz)) + 2418 205 cos(2(qx + qy + qz)) + 2418 205 cos(2(qx + qz + qz)) + 2418 205 cos(2(qx + q $1850 \left(17419 \, 941 \cos(q_y) \left(2694 \, 647 \, 836666 \, 346 \, 056502 \cos(2q_x) + 75315 \, 853 \, 526608 \, 759 \, 468 \cos(2(q_x - q_y)) - 631 \, 264627 \, 037 \, 016027 \, 256 \cos(2q_y) + 140 \, 238254 \, 604 \, 974852 \, 450 \cos(2q_x) + 75315 \, 853 \, 526608 \, 759 \, 468 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 869 \, 575 \cos(2(q_x - q_y)) - 79399 \, 637 \, 804625 \, 806 \, 575 \, 806 \, 575 \, 806 \, 575 \, 806 \, 575 \, 806 \, 575 \, 806 \, 575 \, 806$ 2465 (37237 442991 970 252 628982 294 cos(2a, + +7345 506396 856 886 439397 076 cos(2(a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 524641 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 52461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 62461 470 653 978366 808 cos(2a, - a,)) + 33737 6246 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y - q_z)) + 12 481850 044 517 386286 724 980 cos(2 q_z) + 3 564 496 447 098991 842 491490 cos(2(q_x + q_y)) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 1529 337 979 100810 055 590610 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 17 289778 089 122 435681 309 522] cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 1529 337 979 100810 055 590610 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 17 289778 089 122 435681 309 522] cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 1529 337 979 100810 055 590610 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 17 289778 089 122 435681 309 522] cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 1529 337 979 100810 055 590610 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 17 289778 089 122 435681 309 522] cos(2(q_x + q_y + q_z)) + 1529 337 979 100810 055 590610 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y)) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y)) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y)) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y)) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y))) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y))) + 769 814 407616 991 363 782925 cos(2(q_x + q_y)) + 769 814 407616 991 400 cos(2(q_x + q_y))) + 769 814 407616 991 400 cos(2(q_x + q_y))) + 769 814 4 $2465\cos(q_{x})(37237442991970252628982294\cos(2q_{x}+2q_{z})) - 312093211837576432167135\cos(2(q_{x}+2q_{z})) - 312093211837576432167135\cos(2(q_{x}+2q_{x})) - 31209$ $17419941\cos(q_z)(2694647836666346056502\cos(2q_x + q_z)) - 79399637804625869575\cos(2(q_x - q_z)) - 31264627037016027256\cos(2q_z - q_z)) - 3126462703701607256\cos(2q_z - q_z)) - 3126667256\cos(2q_z - q_z)) - 31266672$ $40 \cos(q_x) (121 939587 (1402 580 864994 528 556478 \cos(2q_y) + 945 250976 433 680996 345 \cos(4q_y) - 5525 (\sqrt{261 854 929259 466} \cos(6q_y) + 1482 430 507417 107 313)) e_y^{b} + 22527 635 (\sqrt{365 82770 550 262288 653 010} \cos(q_y) + 54767 957 989838 564 683 227\cos(3q_y) + 4307 453 213356 403 211255 \cos(5q_y)) \cos(q_x) e_y^{c} + 22527 635 (\sqrt{365 82770 550 262288 653 010} \cos(q_y) + 54767 957 989838 564 683 227\cos(3q_y) + 4307 453 213356 403 211255 \cos(5q_y)) \cos(q_x) e_y^{c} + 22527 635 (\sqrt{365 82770 550 262288 653 010} \cos(q_y) + 54767 957 989838 564 683 227\cos(3q_y) + 4307 453 213356 403 211255 \cos(5q_y)) \cos(q_x) e_y^{c} + 22527 635 (\sqrt{365 82770 550 262288 653 010} \cos(q_y) + 54767 957 989838 564 683 227\cos(3q_y) + 4307 453 213356 403 211255 \cos(5q_y)) \cos(q_x) e_y^{c} + 22527 635 (\sqrt{365 82770 550 262288 653 010} \cos(q_y) + 54767 957 989838 564 683 227\cos(3q_y) + 4307 453 213356 403 211255 \cos(5q_y)) \cos(q_x) e_y^{c} + 22527 635 (\sqrt{365 82770 550 262288 653 010} \cos(q_y) + 54767 957 989838 564 683 227\cos(3q_y) + 54767 957 98988 564 683 227\cos(3q_y) + 54767 957 9$ - 148900 726 126399 33 32 34 cos(2(qy + qz)) + 13099 400 197 237 968 510 cos(2(2qy + qz)) + 13099 400 197 237 968 510 cos(4qy - 2qz) - 817160 160 332733 313 005)) $\epsilon_c^2 \epsilon_c^4$ -23713 300 cos(q_y) cos(q_z) (77415 446480 467 820 945874 cos(2q_y) + 41326 990955 428 667 706525 cos(2 (q_y - q_z)) + 77415 446480 467 820 945874 cos(2q_z) + 41326 990955 428 667 706525 cos(2 (q_y + q_z)) + 72414798 218 506 546) $\hat{\epsilon}$, 510184 675 (9455542 314 519 528427 200 cos(2q,) + 2531312 344 148 788761 878 cos(2(q, -q_2)) + 463 444 862 944 510447 176 cos(2q,) - 838687 869 143105 762 277 cos(4q,) + 531312 344 148 788761 878 cos(2(q, +q_2)) + 463 444 862 944 510447 176 cos(2q,) - 838687 869 143105 762 277 cos(4q,) + 531312 344 148 788761 878 cos(2(q, +q_2)) + 463 448 62 944 510447 176 cos(2q,) - 838687 869 143105 762 277 cos(4q,) + 531312 344 148 788761 878 cos(2(q, +q_2)) + 463 448 62 944 510447 176 cos(2q,) - 838687 869 143105 762 277 cos(4q,) + 531312 344 148 788761 878 cos(2(q, +q_2)) + 463 448 62 944 510447 176 cos(2q,) + 368687 869 143105 762 277 cos(4q,) + 531312 344 148 788761 878 cos(2(q, +q_2)) + 463 448 62 944 510447 176 cos(2q,) + 368687 869 143105 762 277 cos(4q,) + 531312 344 148 788761 878 cos(2(q, +q_2)) + 363 447 878 761 878 cos(2(q, +q_2)) + 363 447 87 **222689 803 353045 464 670 cos** $(2(q_y + 2q_z)) - 222689 803 353045 464 670 cos<math>(2(q_y - 2q_z)) + 13891 722725 656 466 321085) \frac{4}{6} \frac{e_y^2}{e_y^2} + \frac{1}{6} \frac{1}$ $22527 \ 635 \cos(q_{c}) (-306582 \ 770 \ 556862 \ 288 \ 653 \ 010 \cos(q_{c}) + 54767 \ 957989 \ 838 \ 564 \ 683227 \ \cos(3q_{c}) + 482430 \ 507 \ 417 \ 107313 \) \\ e_{\phi}^{c} + 121939 \ 587 \ (1402580 \ 864 \ 994 \ 528556 \ 478 \cos(2q_{c}) + 945250 \ 976 \ 433680 \ 996 \ 345 \ \cos(2q_{c}) + 54767 \ 957989 \ 838 \ 564 \ 683227 \ \cos(3q_{c}) + 1482430 \ 507 \ 417 \ 107313 \) \\ e_{\phi}^{c} + 121939 \ 587 \ (1402580 \ 864 \ 994 \ 528556 \ 478 \ \cos(2q_{c}) + 945250 \ 976 \ 433680 \ 996 \ 345 \ \cos(2q_{c}) + 54767 \ 957989 \ 838 \ 564 \ 683227 \ \cos(3q_{c}) + 1482430 \ 507 \ 417 \ 107313 \) \\ e_{\phi}^{c} + 121939 \ 587 \ (1402580 \ 864 \ 994 \ 528556 \ 478 \ \cos(2q_{c}) + 945250 \ 976 \ 433680 \ 996 \ 345 \ \cos(2q_{c}) + 54767 \ 957989 \ 838 \ 564 \ 683227 \ \cos(3q_{c}) + 1482430 \ 507 \ 417 \ 107313 \) \\ e_{\phi}^{c} + 121939 \ 587 \ (1402580 \ 864 \ 994 \ 528556 \ 478 \ \cos(2q_{c}) + 945250 \ 976 \ 433680 \ 996 \ 345 \ \cos(2q_{c}) + 54767 \ 957989 \ 838 \ 564 \ 683227 \ \cos(2q_{c}) + 1482430 \ 507 \ 417 \ 107313 \) \\ e_{\phi}^{c} + 121939 \ 587 \ (1402580 \ 864 \ 994 \ 528556 \ 478 \ \cos(2q_{c}) + 945250 \ 976 \ 433680 \ 996 \ 345 \ \cos(2q_{c}) + 1482430 \ 507 \ 417 \ 107313 \) \\ e_{\phi}^{c} + 121939 \ 587 \ (1402580 \ 864 \ 994 \ 528556 \ 478 \ \cos(2q_{c}) + 945250 \ 976 \ 433680 \ 996 \ 345 \ \cos(2q_{c}) + 1482430 \ 507 \ 417 \ 107313 \) \\ e_{\phi}^{c} + 121939 \ 587 \ (1402580 \ 864 \ 994 \ 528556 \ 478 \ \cos(2q_{c}) + 945250 \ 976 \ 433680 \ 996 \ 545 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \ 54680 \$ $29 \left(28 168 044 597 (827 808374 798 014805 \cos(q_y) - 407 511 682 759 452297 \cos(3q_y) + 32682 412 580801 125 \cos(5q_y) - 335 214948 722 225 \cos(7q_y)\right)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y) + 822 380 144549 761 790)\cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y) + 822 380 144549 761 790)\cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y) + 822 380 144549 761 790)\cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y) + 822 380 144549 761 790)\cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y) + 822 380 144549 761 790)\cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y) + 822 380 144549 761 790)\cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y) + 822 380 144549 761 790)\cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y) + 822 380 144549 761 790)\cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 826 269439 903 081070 \cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 946356 060 169 \cos(2q_y) - 426 269439 903 081070 \cos(q_y)\epsilon_y^2 + 79513 556 850 (-3199 521 94636 060 169 \cos(q_y) + 826 269439 600 169 600 169 600 169 600 169 600 169 600 169 600 169 600 169 600 169 600 169 600 169 600 169 600$ 7030 cos(q_y)(107935 258 530325 509 440 917704 cos(2q_y) + 1988748 601 768 714806 578 250 cos(4q_y) + 34791 21 319 990 708 715324 380 cos(2(q_y - q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y - q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 990 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 900 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 900 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 900 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 900 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2q_z) + 34791 218319 900 708 715324 380 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 586991 729 892 000430 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 580 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 580 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 580 cos(2(q_y + q_z)) - 302741 637 2 488726 031 704 474627 341 275 cos(2(2qy + qz)) + 3 488726 031 704 474627 341 275 cos(4qy − 2qz) − 272208 306 739742 605 716 514002) \vec{e}_{z} \vec{e}_{y} + 78625 (9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, -q_{c}) - 1558299 818 480 711534 986 485 cos(4q, -q_{c}) + 55806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 508054 663 308 705034 350 462 cos(3q_{c}) + 9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, -q_{c}) - 1558299 818 480 + 25806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 705034 350 462 cos(3q_{c}) + 9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, -q_{c}) - 1558299 818 480 + 25806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 705034 350 462 cos(3q_{c}) + 9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, -q_{c}) - 1558299 818 480 + 25806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 705034 350 462 cos(3q_{c}) + 9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, -q_{c}) - 1558299 818 480 + 25806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 705034 350 462 cos(3q_{c}) + 9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, -q_{c}) - 1558299 818 480 + 25806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 705034 350 462 cos(3q_{c}) + 9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, -q_{c}) - 1558299 818 480 + 25806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 705034 350 462 cos(3q_{c}) + 9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, -q_{c}) - 1558299 818 480 + 25806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 705034 350 462 cos(3q_{c}) + 9 188393 949 480 738286 320 572 cos(2q, + q_{c}) - 1558299 818 480 + 25806 12520 765 647 027674 674 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 308 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 008 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 008 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 008 70504 474 cos(2q, + 3 q_{c}) + 3508054 663 c $1558299818480711534986485\cos(q_y + 4q_z) + 198728133319062035450685\cos(3q_y + 4q_z) + 918839394948073826(320572\cos(q_y - 2q_z) + 3699848237896519803002532\cos(3q_y - 2q_z) - 1558299818480711534986485\cos(q_y - 4q_z) + 198728133319062035450685\cos(3q_y - 4q_z))e_0^2$

 $79513556850 \cos(q_{z})(-3199521946356060169\cos(2q_{z}) - 426269439903081070\cos(4q_{z}) + 22157903009071225\cos(6q_{z}) + 882380144549761790) \overset{6}{\xi} \epsilon_{y} + 28168044597 (827808374798014805\cos(q_{z}) - 407511682759452297\cos(3q_{z}) + 32682412580801125\cos(5q_{z}) - 335214948722225\cos(7q_{z})|\epsilon_{z}^{2}|))/(1069117866119953375191385920000000))$

 $31264\ 627\ 037016\ 027\ 256\ \cos(2\,q_z) - 140238\ 254\ 604974\ 852\ 450\ \cos(4\,q_z)$ $261\ 854\ 929259\ 466\ \cos(6\,q_y) + 1\ 482\ 430\ 507417\ 107\ 313))\ \epsilon_y^6 + 22\ 527\ 635\ (-726\ 126399\ 338\ 934\ \cos(2\,(q_y-q_z)) - 556208\ 371\ 442325\ 201\ 600\ \cos(2\,q_z)$ $(q_y-q_z)) + 77\ 415\ 446480\ 467\ 820\ 945874\ \cos(2\,q_z) + 41\ 326\ 990955\ 428\ 667$ $444\ 862\ 944\ 510447\ 176\ \cos(2\,q_z) - 838687\ 869\ 143\ 105\ 762\ 277\ \cos(4\,q_z) + 326$

変移場ベクトルのx成分:

解析表式

construction of the manufacture -----A DESCRIPTION OF A DESC ---------and a statement of the second s The material many plants and and a set of the material mater and the party of dumants and an and the second sec in the second and the second se والمحاد محاد المراجع والمراجع والمحاد المحاد المحاد والمراجع محاد محاد المحاد والمحاد والمراجع والمحاد المحاد المحا The second statement in the second statement of the se the second s er men her her en staat faster mei ja jõr die armente mene and a second sec محمد الرؤار ومور محمده and the second and the second and a second s and you because and and the system of a structure of the second structure and and you because a structure of the second structure s and the second design of the second second en a sua de la companya de la compa المحمد والمحمد في الألي بين من محمد المحمد المحمد المحمد المحمد المحمد المحمد المحمد المحمد and a second s ومحمد ومحمد ومعادي فالقرب ويرجح بمحمد ومحمد والمراجع فالقرار ويرجعهم والمراجع and the second states and the second shift a second second second and the second data and an end of the second s the second s and the second sec energy of the mean real and restored to the state of the structure of the structure of the structure of the structure of the and the second ويركدونها والمتحاصية والمحمد والمتحاد والترجي والمحمد والتجار والمحمد والمحمد والمحمد والمحمد والأخر وترم معته and a set of the second s والمحاجبة والمحاجبة والمراجع والمحاجبة والمحاجبة والمحاجبة والمحاج والمحاج والمحاج والمحاج والمحاج والمحاج and a set of the state of a set the state of a fifth state of the state state of the set of the set -----and the second se and a second teres and the set of t ----------and the particular control of a particular of the second state of the s no may a 111 m and an and a second second and and a second a s the second s and the subject of the second s in the second _____ ------and which are provided to the provided many provided states and the provided and the provided states are provided at the provided at the provided states are provided at the provided at the provided states are provided at the provided at t strates and the pay it is a more than the second enter a la contraction de la filie de la contraction de la contra and a set of a set oset of a set of a s enter a ser a de la compañía de la c and you have a second on the second of the s and a second second and the second se ernen som på så som erne mer som på så å som erne mer som som på så som erne mer som på så som erne mer som så så som erne erne som som erne som som erne som som erne som the second and a second secon many production international to the and a state and a second s The second s

ヴラソフ-ポアソンシミュレーション

6次元位相空間を直接解く数値コードの開発が進んだ:
 Yoshikawa et al. ('13) Hahn & Angulo ('16) Sousbie & Colombi ('16)
 特に後者はCDMの取り扱いに向いている
 分布関数は6次元位相空間中の3次元超曲面で表される

COIDICE: A parallel Vlasov–Poisson solver using moving adaptive simplicial tessellation

Thierry Sousbie^{a,b,c,*}, Stéphane Colombi^{a,d}

2016

github上でコードも公開 https://github.com/thierry-sousbie/dice

・グリッド密度場への厳密公式による射影 FFTによるポア リンソルバー

•標準的なリープフロッグ法によるヴァーテックスの運動積分

デモンストレーション 2次元系でのコラプス

Initial displacement @ a=0.01:

$$\Psi(\boldsymbol{q}) = \frac{L}{2\pi} \begin{pmatrix} 0.4 \sin\left(\frac{2\pi}{L} q_x\right) \\ 0.3 \sin\left(\frac{2\pi}{L} q_y\right) \end{pmatrix}$$

位相空間の分布関数



密度分布

Sousbie & Colombi ('16)

http://www.vlasix.org/index.php?n=Main.ColDICE

デモンストレーション 2次元系でのコラプス

Initial displacement @ a=0.01:

$$\Psi(\boldsymbol{q}) = \frac{L}{2\pi} \begin{pmatrix} 0.4 \sin\left(\frac{2\pi}{L} q_x\right) \\ 0.3 \sin\left(\frac{2\pi}{L} q_y\right) \end{pmatrix}$$

位相空間の分布関数



密度分布

Sousbie & Colombi ('16)

http://www.vlasix.org/index.php?n=Main.ColDICE

結果:位相空間

Ζ

Z



結果:位相空間

Saga, AT & Colombi, PRL121, 241302('18)



結果: 位相空間 take-home message

$$\epsilon_{3D} \equiv \left(\frac{\epsilon_{y}}{\epsilon_{x}}, \frac{\epsilon_{z}}{\epsilon_{x}}\right)$$

 $\epsilon_{3D} \rightarrow (1,1)$

- 一般に、3つの軸の振幅が同程度になるにつれ、
 摂動展開の収束性は悪化
- •とはいえ、振幅が全て3つの軸とも異なる場合 $\epsilon_{3D} \neq (1,1)$

高次摂動計算(10次)でシミュレーションを再現

・また、3軸同時のシェルクロッシングでも、 $\epsilon_{3D} = (1,1)$ I0次までの展開収束性を外挿することで再現可能



結果:シェルクロッシング直後 2次元射影密度分布

QID-3SIN SIN ANI-3SIN **SIN** (() $x \simeq$ **10LPT** Simulation **10LPT** Simulation 3.00 0.05 $\log_{10}\left(\rho/\bar{\rho}\right)$ 0.1 2.75 2.50 N 0.0 0.00 N -0.1 2.25 -0.052.000.0 0.00 0.02 - 0.020.02 -0.10.0 0.1 -0.10.1 -0.020.00 V V V V $v \simeq$ ()10LPT Simulation **10LPT** Simulation 3.00 $\times 10^{-3}$ $\times 10^{-1}$ 2.75 $\log_{10}\left(\rho/ar{
ho}
ight)$ 2.50 × × 0 2.25 -32.00 0.15-0.15 -0.150.00 0.00 0.15 -0.050.00 0.05 -0.050.00 0.05 Ζ, $z \simeq 0$ **10LPT** Simulation **10LPT** Simulation 3.00 0.02 0.1 2.75 2.50 0.00 2 0.0 \mathbf{A} 2.25

-0.02

×10⁻⁴

0

x

-1

 $\times 10^{-3}$

0

x

 $\times 10^{-3}$

-3

x

 $\times 10^{-4}$

x

-0.1

Saga, AT & Colombi (in prep.)

摂動計算をバリステ ィック近似で外挿: $x(q,t) \simeq x(q,t_{sc})$ $+v(q,t_{sc})\Delta t$



2.00

結果:シェルクロッシング直後 渦度の形成 Saga, AT & Colombi (in prep.)



摂動計算をバリステ ィック近似で外挿し て「渦度」を計算

 $\omega_i(\mathbf{x}) \equiv \epsilon_{ijk}$

マルチストリーム領域 でのみ値を持つ (積分するとゼロ) ω_i/H_0 $(H_0^{-1}=1)$ 結果:シェルクロッシング直後 渦度の形成



シェルクロッシング後の進化 ^{ヴラソフ-ポアソンシミュレーションの結果}

Colombi ('21)



シェルクロッシング後の進化 ^{ヴラソフ-ポアソン(+N体)シミュレーションの結果}



'CDM'ハロー ヴラソフ-ポアソン(+N体)シミュレーション Colombi ('21)



$$N_{\rm g} = 512^3$$
 $N_{\rm s} = 256^3$

'CDM'ハロー ヴラソフ-ポアソン(+N体)シミュレーション Colombi ('21)



$$N_{\rm g} = 512^3$$
 $N_{\rm s} = 256^3$

マルチストリーム領域の理解に向けて ここまでのまとめ

高次ラグランジュ摂動論でシェルクロッシング時 と直後をかなり正確に記述できることがわかった (特殊な初期条件を除いて)

ー方、シミュレーションでは シェルクロッシング後に、普遍的な(?)カスプ 形成、かつ自己相似っぽいふるまい

やはり解析計算による動的理解が不可欠

1次元ポストコラプス摂動論の3次元への拡張

が鍵になる

⁺Colombi ('16), AT & Colombi ('17)



マルチストリームの動的振る舞い(タイムスケール)のずれ → 準I次元的な場合でも多次元(y,z軸方向)相互作用が本質的

まとめ CDM優勢宇宙の非線形構造形成:研究の現状と展開

シングルストリーム領域:

宇宙論パラメーターの精密測定・重力理論検証の「窓」

•標準摂動論にもとづく解析計算の観測的応用

•フォワードモデリング: "密度場"を直接計算する手法の開発

シェルクロッシング・マルチストリーム領域:

CDM特有の性質が現れる→ CDMパラダイム検証の実験場

ラグランジュ高次摂動計算によるシェルクロッシングの記述

ヴラソフ・ポアソンシミュレーションとの比較