2017年3月2日 若手による重力・宇宙論研究会

一般的なスカラーテンソル理論における**第五の力**の働き

齊藤　遼（基礎物理学研究所）

共同研究者：Eugeny Babichev, Jérôme Gleyzes, David Langlois, Jeremy Sakstein
小林努, 小山和哉, 成子篤, 成川達也, 水野俊太郎, 山内大介

アウトライン

1. 導入：スカラーテンソル理論を考える主な動機

（スカラー場や高階微分の出どころ）

2. 一般的なスカラーテンソル理論における第五の力

3. 第五の力の現象論

天体内部における一般相対論からのずれ

現在の加速膨張の原因は何か？

- 地上や太陽系で直接検証を受けた物理をそのまま外挿しただけでは説明できない.

- 背後に何か**未知の物理**

  小さな宇宙項，クインテッセンス，重力の修正，..

- 個別にモデルを提案していくだけでなく，加速膨張を起こすモデルの性質をできるだけ系統的に調べて，モデルを絞っていく研究も重要？

  既存の**制限との整合性**．できれば，**新しい現象の発見**と**検証法の提案**.

加速膨張を起こすモデルの統一的記述

膨張宇宙 → **特別な時間一定面**が存在する

そこで，以下の性質を持つ一般的な重力理論を考える：

1. **空間座標変換に対する不変性**
2. **弱い等価原理**（物質と普遍的に結合する計量の存在）

ラプス　加速　外部曲率　内部曲率

$$S = \int \mathrm{d}^4x\sqrt{-g}L[N, a_\mu, K_{\mu\nu}, {}^{(3)}R_{\mu\nu\rho\sigma}; t]$$

A unifying action of dark energy (DE)

[Gleyzes+ 13, 15]

（＊ Massive gravityは条件１を満たさないため，入っていない．）

理論に潜むスカラー自由度

[Gleyzes+ 13, 15]

一般に,

得られた理論 $\ni$ スカラー自由度 ϕ

（グローバルな）時間一定面 = ϕ 一定面

✔ 理論は, ϕ の微分を含んだ理論になる.

$$n^\mu \propto \nabla^\mu \phi\,, \quad a_\mu, K_{\mu\nu} \propto \nabla_\mu \nabla_\nu \phi + \cdots$$

✔ 縮退がないかぎり, このスカラー自由度は力学的自由度になる.

（GRの場合は, ゲージ自由度になる. ）

理論に潜むスカラー自由度

[Gleyzes+ 13, 15]

一般に,

得られた理論 $\ni$ スカラー自由度 ϕ

（グローバルな）時間一定面 = ϕ 一定面

✔ 理論は, ϕ の微分を含んだ理論になる.

$$n^\mu \propto \nabla^\mu \phi\,, \quad a_\mu, K_{\mu\nu} \propto \underline{\nabla_\mu \nabla_\nu \phi} + \cdots$$

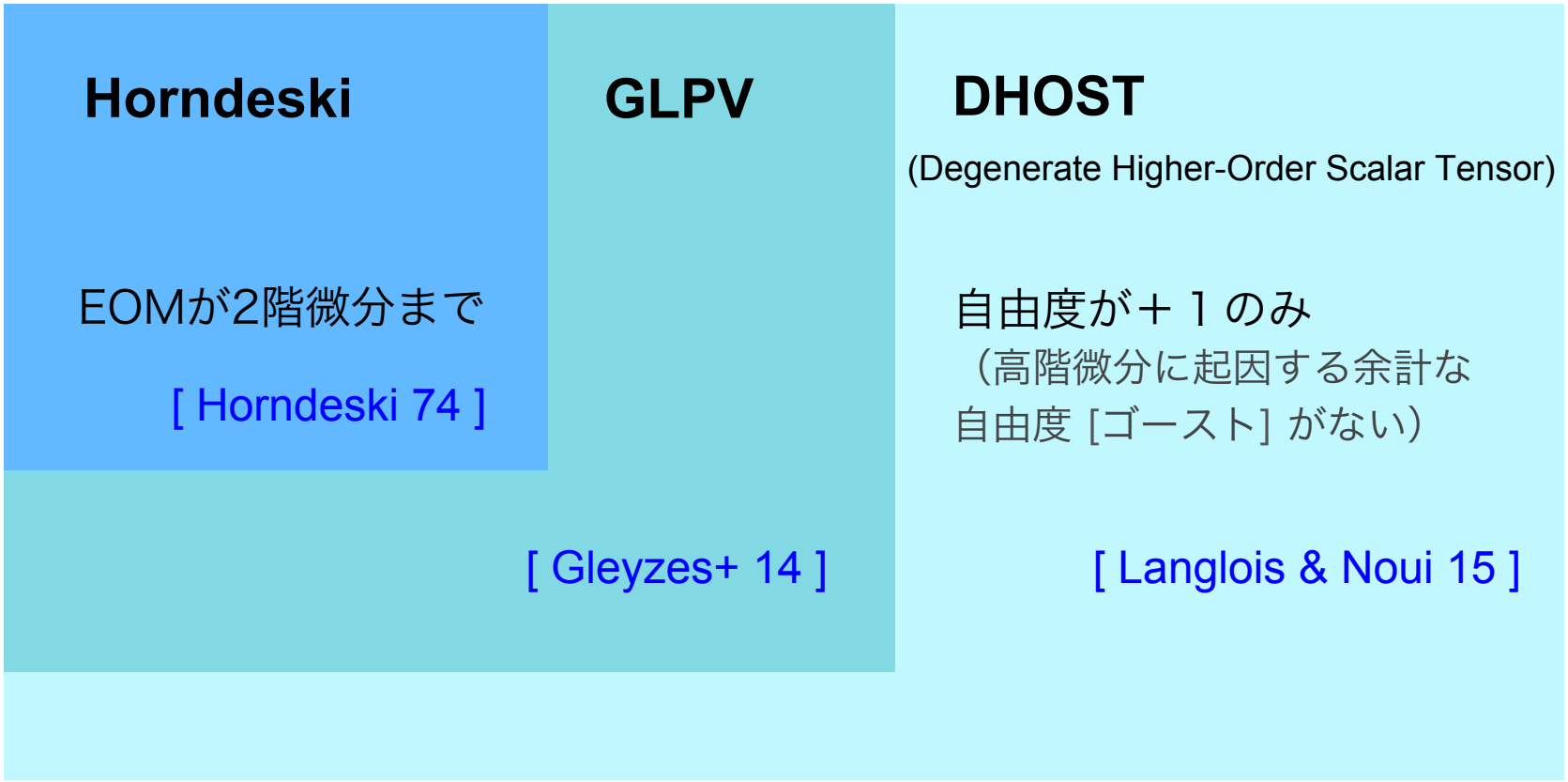
✔ 縮退がないかぎり, このスカラー自由度は力学的自由度になる.

（GRの場合は, ゲージ自由度になる. ）

一般的なスカラーテンソル理論

ϕ の２階微分まで含んだ一般的な理論の分類（DEに対するミニマムな理論）

[Cf. Motohashi's talk]



一般的なスカラーテンソル理論

[Gleyzes+ 14]

Horndeski理論

$$X = -\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2$$

$$L_2 = G_2(\phi, X),$$
$$L_3 = -G_3(\phi, X)\Box\phi,$$
$$L_4 = G_4(\phi, X)R + G_{4X}\left[(\Box\phi)^2 - (\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2\right],$$
$$L_5 = G_5(\phi, X)G_{\mu\nu}\nabla^\mu\nabla^\nu\phi - \frac{1}{6}G_{5X}\left[(\Box\phi)^3 - 3\Box\phi(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2 + 2(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^3\right].$$

GLPV理論による拡張

$$L_{4b} = -\frac{1}{2}F_4(\phi, X)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon_{\mu'\nu'\alpha'\beta}\nabla^{\mu'}\phi\nabla_\mu\phi\nabla^{\nu'}\nabla_\nu\phi\nabla^{\alpha'}\nabla_\alpha\phi,$$
$$L_{5b} = -\frac{1}{3}F_5(\phi, X)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon_{\mu'\nu'\alpha'\beta'}\nabla^{\mu'}\phi\nabla_\mu\phi\nabla^{\nu'}\nabla_\nu\phi\nabla^{\alpha'}\nabla_\alpha\phi\nabla^{\beta'}\nabla_\beta\phi,$$

一般的なスカラーテンソル理論

[Gleyzes+ 14]

Horndeski理論

$$X = -\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2$$

$$L_2 = G_2(\phi, X),$$
$$L_3 = -G_3(\phi, X)\Box\phi,$$
$$L_4 = G_4(\phi, X)R + G_{4X}\left[(\Box\phi)^2 - (\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2\right],$$
$$L_5 = G_5(\phi, X)G_{\mu\nu}\nabla^\mu\nabla^\nu\phi - \frac{1}{6}G_{5X}\left[(\Box\phi)^3 - 3\Box\phi(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2 + 2(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^3\right].$$

GLPV理論による拡張

$$L_{4b} = -\frac{1}{2}F_4(\phi, X)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon_{\mu'\nu'\alpha'\beta}\nabla^{\mu'}\phi\nabla_\mu\phi\nabla^{\nu'}\nabla_\nu\phi\nabla^{\alpha'}\nabla_\alpha\phi,$$
$$L_{5b} = -\frac{1}{3}F_5(\phi, X)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon_{\mu'\nu'\alpha'\beta'}\nabla^{\mu'}\phi\nabla_\mu\phi\nabla^{\nu'}\nabla_\nu\phi\nabla^{\alpha'}\nabla_\alpha\phi\nabla^{\beta'}\nabla_\beta\phi,$$

こうした一般的な枠組みを使って，ϕ が引き起こし得る現象を調べたい．

一般的なスカラーテンソル理論における第五の力

第五の力

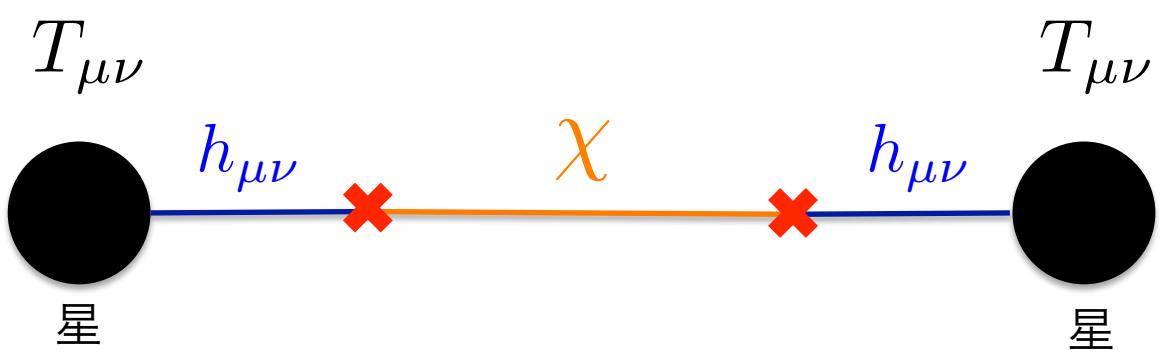
高階微分を含む理論では，自然に計量とスカラー場の結合が現れる：

$$\nabla_\mu \nabla_\nu \phi \supset \Gamma^\rho{}_{\nu\mu} \partial_\rho \phi \sim \partial_* \underline{h_{**}} \partial_* \underline{\chi}$$

星によって励起される成分
（宇宙論解まわりの摂動）

スカラー場も質量間に力を媒介する　**第五の力**

短距離の重力法則にも影響し，DE理論のプローブとなる



（例） ３次のHorndeski理論

宇宙論解

$$\sqrt{-g}(\nabla\phi)^2(\nabla^2\phi) = (\partial\chi)^2(\partial^2\chi) + \dot{\phi}_c^2\underline{(\partial h_{00})(\partial\chi)} + \cdots$$

重力ポテンシャル × スカラー場

星による摂動に対する運動方程式

$$\partial^2\chi + \frac{1}{\Lambda^2}(\partial^2\chi)^2 + \left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \partial^2 h_{00} = 0$$

結合の大きさを定める次元量

$$\partial^2 h_{00} + \left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \partial^2\chi = \rho_{\rm star}$$

非斉次項

（例） ３次のHorndeski理論

宇宙論解

$$\sqrt{-g}(\nabla\phi)^2(\nabla^2\phi) = (\partial\chi)^2(\partial^2\chi) + \dot{\phi}_c^2\underline{(\partial h_{00})(\partial\chi)} + \cdots$$

重力ポテンシャル × スカラー場

星による摂動に対する運動方程式

係数変更

$$\partial^2\chi + \frac{1}{\Lambda^2}(\partial^2\chi)^2 + \left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \rho_{\rm star} = 0$$

非斉次項

$$\partial^2 h_{00} + \left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \partial^2\chi = \rho_{\rm star}$$

非斉次項

（例） ３次のHorndeski理論

宇宙論解

$$\sqrt{-g}(\nabla\phi)^2(\nabla^2\phi) = (\partial\chi)^2(\partial^2\chi) + \dot{\phi}_c^2\underline{(\partial h_{00})(\partial\chi)} + \cdots$$

重力ポテンシャル × スカラー場

星による摂動に対する運動方程式

係数変更

$$\partial^2\chi + \frac{1}{\Lambda^2}(\partial^2\chi)^2 + \left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \rho_{\rm star} = 0$$

非斉次項

$$\partial^2 h_{00} + \boxed{\left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \partial^2\chi} = \rho_{\rm star}$$

$\neq 0$ **第五の力**

Kinetic braiding

[Babichev & Esposito-Farese 13]

非斉次項

ただし，このモデルでは第五の力の影響は小さい：

$$\partial^2\chi \ll \frac{1}{\Lambda^2}(\partial^2\chi)^2 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \partial^2\chi \ll \rho_{\rm star}$$

at $r \ll r_V \equiv (r_S\Lambda^{-2})^{\frac{1}{3}}$

Vainshtein機構

4次までのHorndeski理論でも逆２乗則を再現 [Kimura+ 12]

係数変更

$$\cancel{\partial^2\chi} + \frac{1}{\Lambda^2}(\partial^2\chi)^2 + \left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \rho_{\rm star} = 0$$

非斉次項

$$\partial^2 h_{00} + \boxed{\left(\frac{\dot{\phi}_c}{\Lambda}\right)^2 \partial^2\chi} = \rho_{\rm star}$$

非斉次項

GLPV理論におけるVainshtein機構の破れ

[Kobayashi, Watanabe, & Yamauchi 15]

GLPV理論でのみ現れる新たな現象:

有限密度領域（重力源内部）におけるVainshtein機構の破れ

物質に働く有効重力ポテンシャル (Vainshtein半径内)

モデルパラメータ （Horndeski理論ではゼロ）

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\Phi}}{\mathrm{d}r} = G_N \left(\frac{M}{r^2} + \frac{\boxed{\Upsilon}}{4} \frac{\mathrm{d}^2 M}{\mathrm{d}r^2} \right)$$

M : enclosed mass

天体内部のような**有限密度領域でのみ**，重力則の修正が現れる.

GLPV理論におけるVainshtein機構の破れ

[Kobayashi, Watanabe, & Yamauchi 15]

GLPV理論でのみ現れる新たな現象:

有限密度領域（重力源内部）におけるVainshtein機構の破れ

物質に働く有効重力ポテンシャル (Vainshtein半径内)

モデルパラメータ （Horndeski理論ではゼロ）

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\Phi}}{\mathrm{d}r} = G_N \left(\frac{M}{r^2} + \frac{\boxed{\Upsilon}}{4} \frac{\mathrm{d}^2 M}{\mathrm{d}r^2} \right)$$

M : enclosed mass

天体内部のような**有限密度領域でのみ**，重力則の修正が現れる.

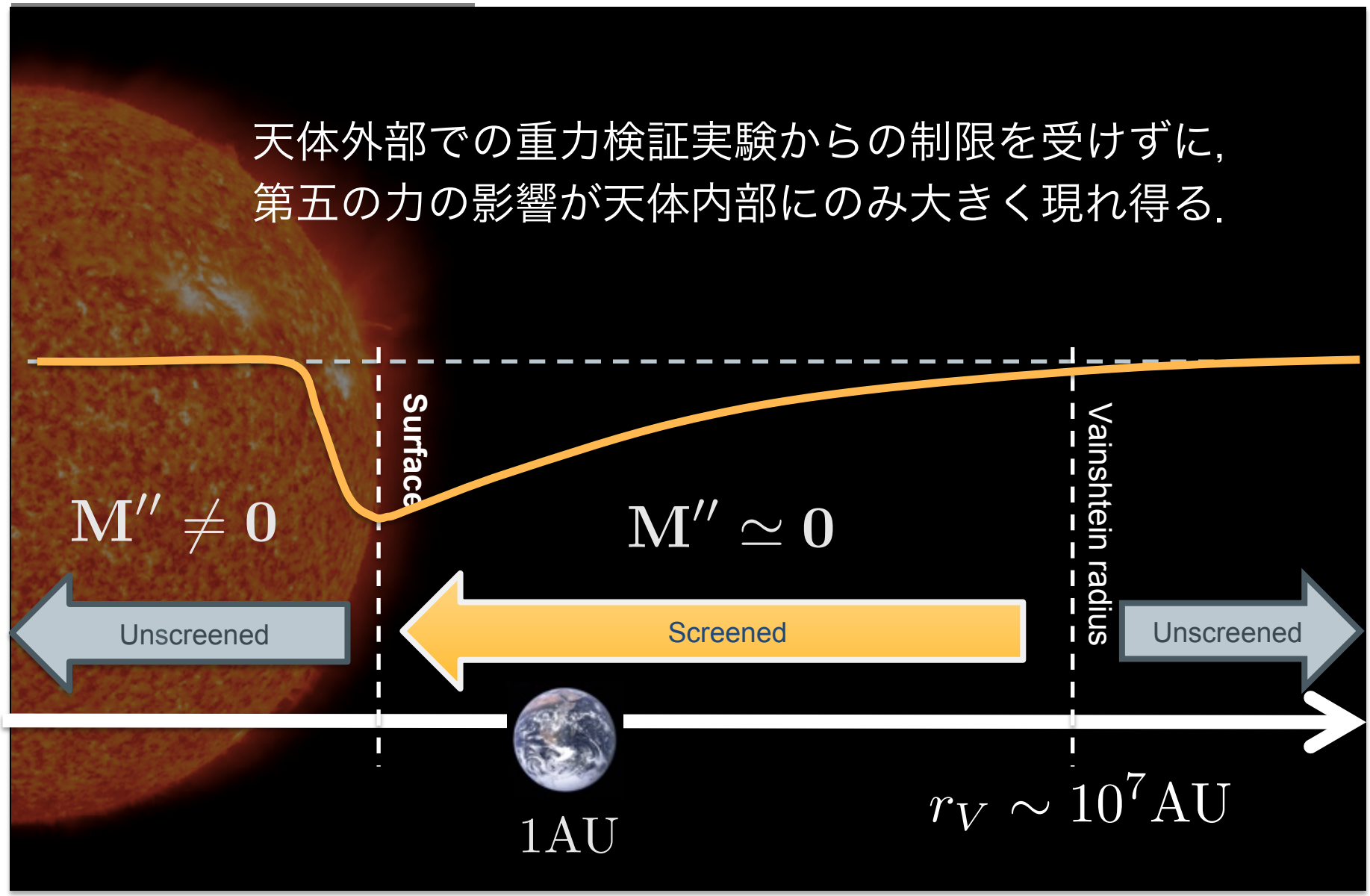
∵ GLPV理論では，物質とスカラー場の結合も非線形になり，Vainshtein半径の内側で大きくなる.

[RS, Langlois, Yamauchi, work in progress]

天体内部における一般相対論からのずれ

K. Koyama and J. Sakstein (2015)
RS, D. Yamauchi, S. Mizuno, J. Gleyzes and D. Langlois (2015)
E. Babichev, K. Koyama, D. Langlois, J. Sakstein, RS, (2016)
J. Sakstein, E. Babichev, K. Koyama, D. Langlois, RS, (2017)

天体内部におけるVainshtein機構の破れ



天体構造のモデル

[Koyama & Sakstein 15, RS+ 15]

静的なポリトロープ球で天体を近似

基礎方程式

力の釣り合い

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -\rho \frac{\mathrm{d}\tilde{\Phi}}{\mathrm{d}r}$$

重力則のみ変更

重力則

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{\Phi}}{\mathrm{d}r} = G_N \left(\frac{M}{r^2} + \frac{\Upsilon}{4} M'' \right)$$

状態方程式

$$P = K\rho^{1+\frac{1}{n}}$$

(n=3: sun)

理論パラメータへの制限

RS+ (2015)

解の存在 (全ての “物理的な” 状態方程式で適用可能)

$$\Upsilon > -2/3$$

J. Sakstein (2015)

Minimum mass for hydrogen burning < Observed minimum RD mass

$$\Upsilon < 0.027$$

R. K. Jain+ (2015)

Chandrasekhar mass > Observed maximum WD mass

$$\Upsilon > -0.22$$

Y は狭い範囲に制限される:

$$-0.22 < \Upsilon < 0.027$$

相対論的な星（中性子星）

これまでは，弱重力近似のもとでの解析．**強重力場**では？

***Modified* Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) equation**

[Babichev, RS+ 17]

$$\delta\nu' = g_1(\delta\nu, \delta\lambda, \delta\lambda', \rho, \rho', P, P')$$

$$\delta\lambda' = g_2(\delta\nu, \delta\lambda, \rho, \rho', P, P')$$

ただし，

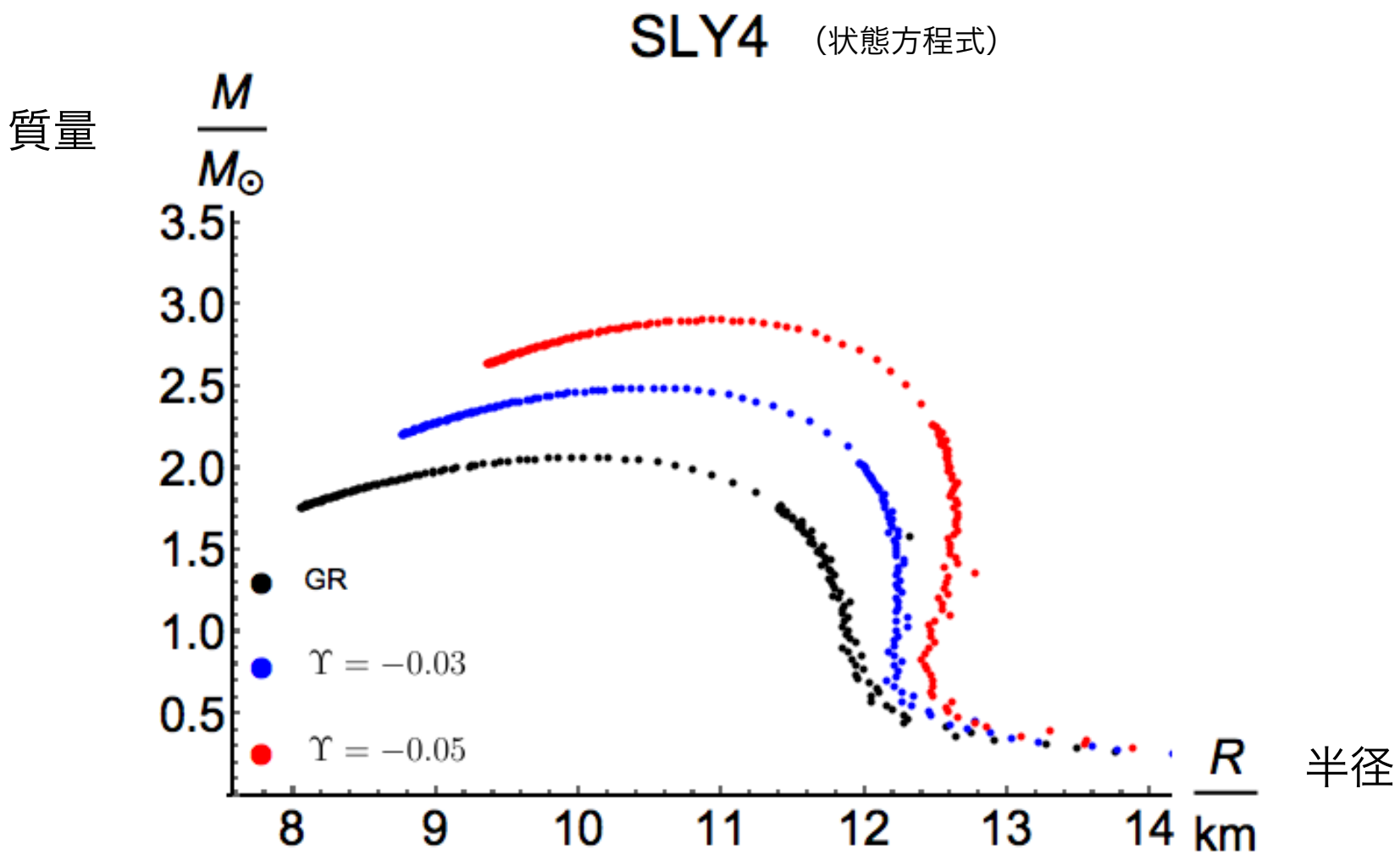
$$\mathrm{d}s^2 = -e^{\bar{\nu}+\delta\nu}\mathrm{d}t^2 + e^{\bar{\lambda}+\delta\lambda}\mathrm{d}r^2 + r^2\mathrm{d}\Omega^2$$

$(\bar{\nu}, \bar{\lambda}$: the metric components in the static coordinates of dS space$)$

表式は複雑だが，１階微分方程式の系

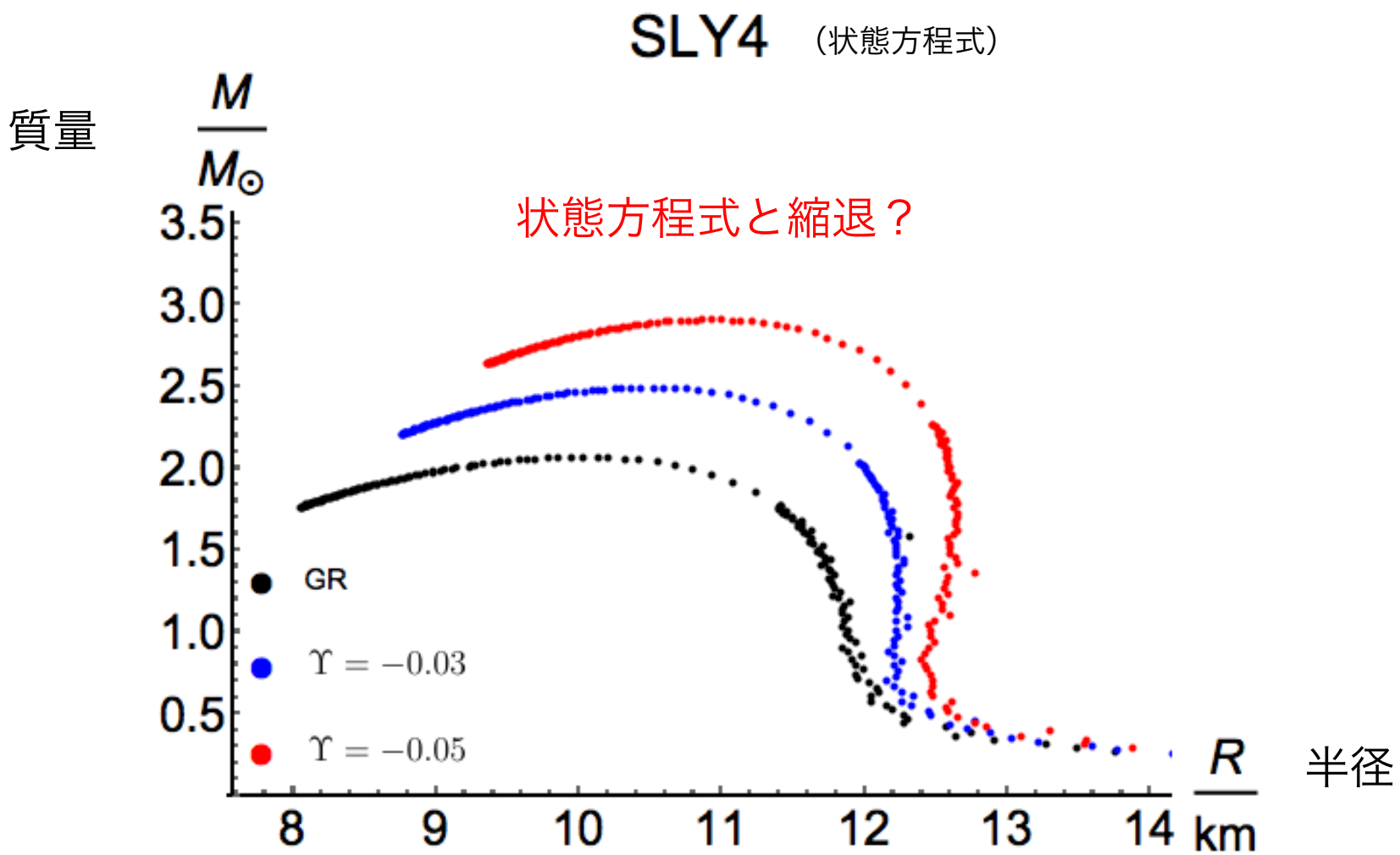
半径と質量の変化

他の制限に抵触しない小さなYに対しても，大きな変化



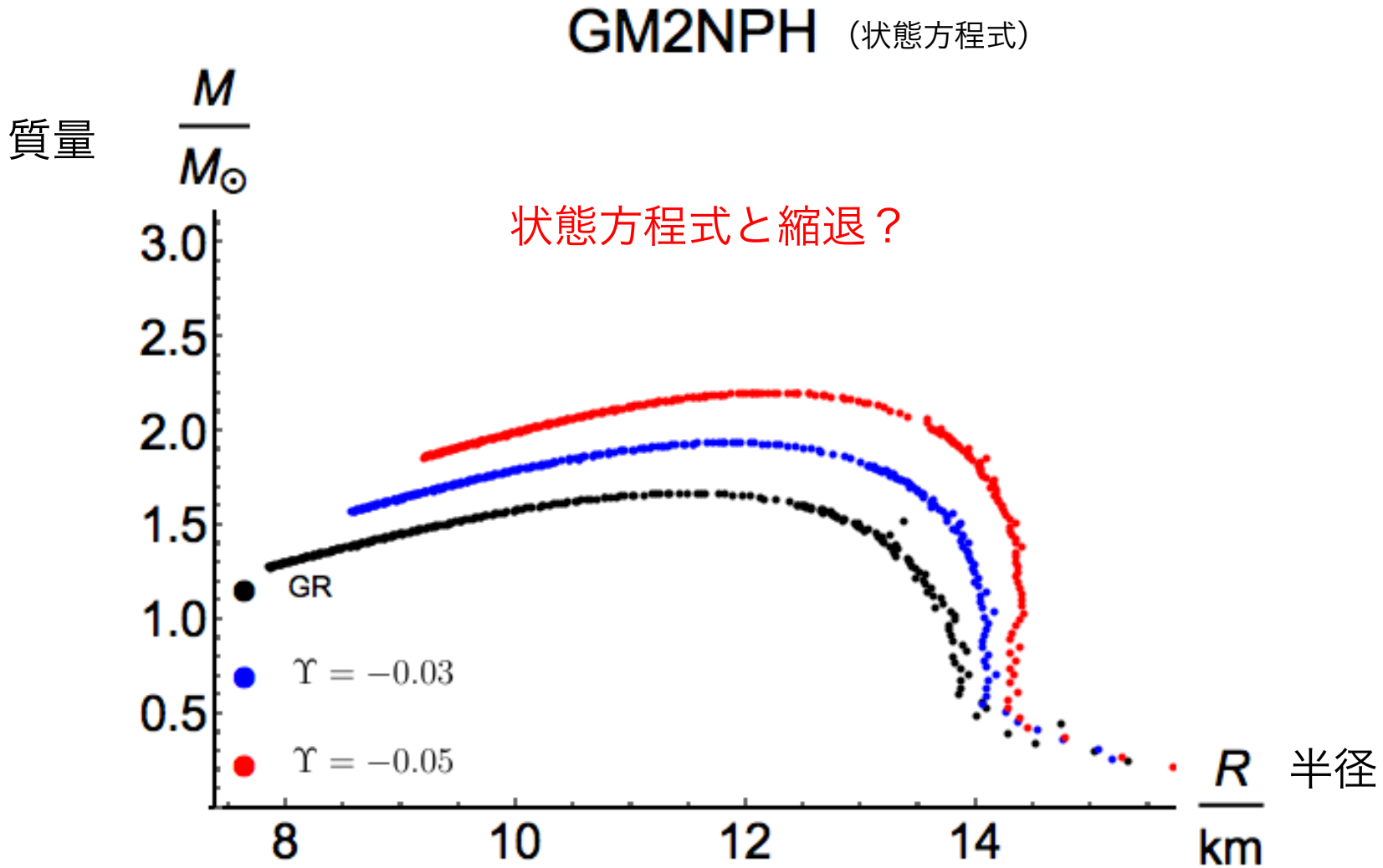
半径と質量の変化

他の制限に抵触しない小さなYに対しても，大きな変化

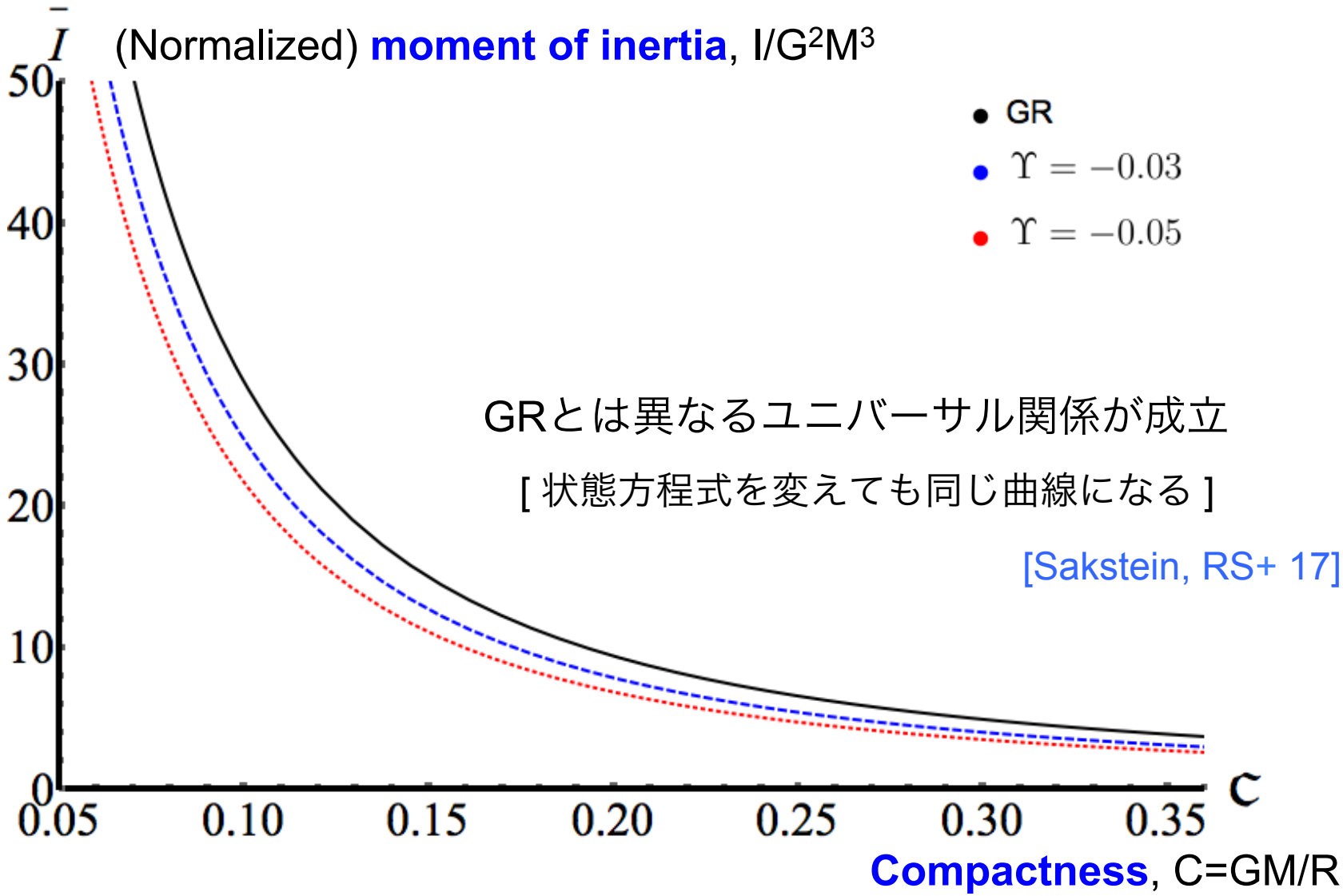


半径と質量の変化

他の制限に抵触しない小さなYに対しても，大きな変化



ユニバーサル関係：I-C関係

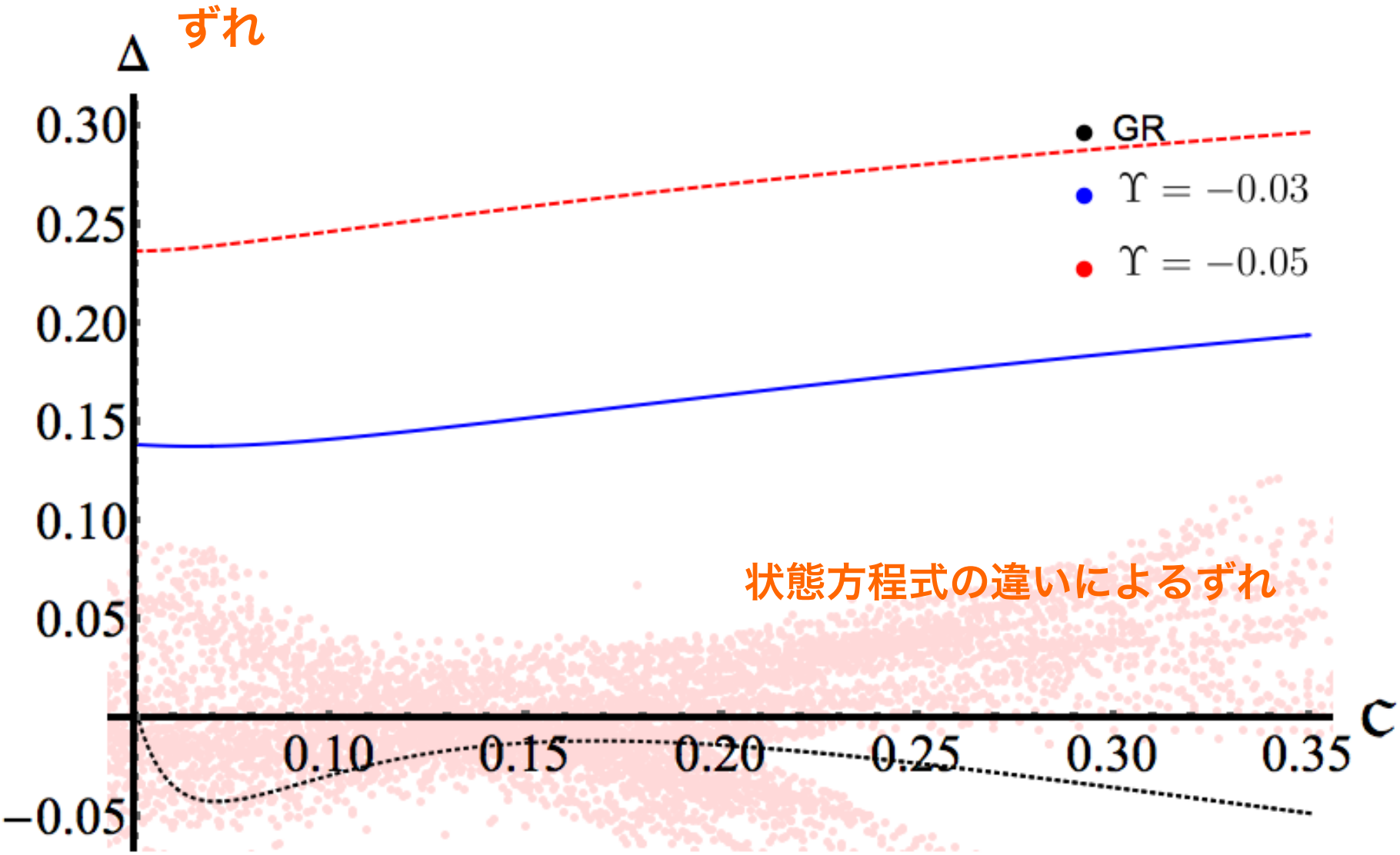


GRとは異なるユニバーサル関係が成立

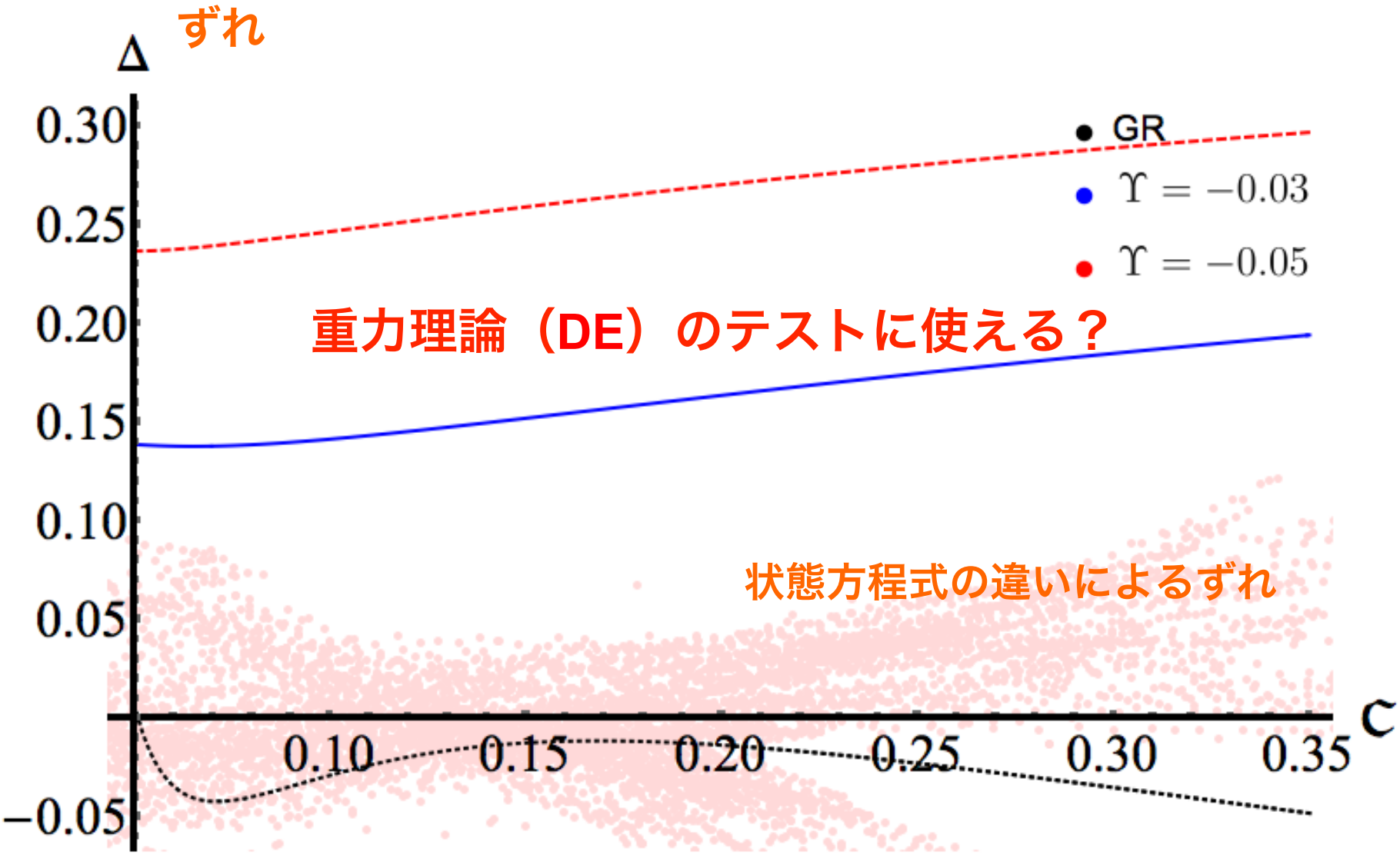
[状態方程式を変えても同じ曲線になる]

[Sakstein, RS+ 17]

ユニバーサル関係：I-C関係



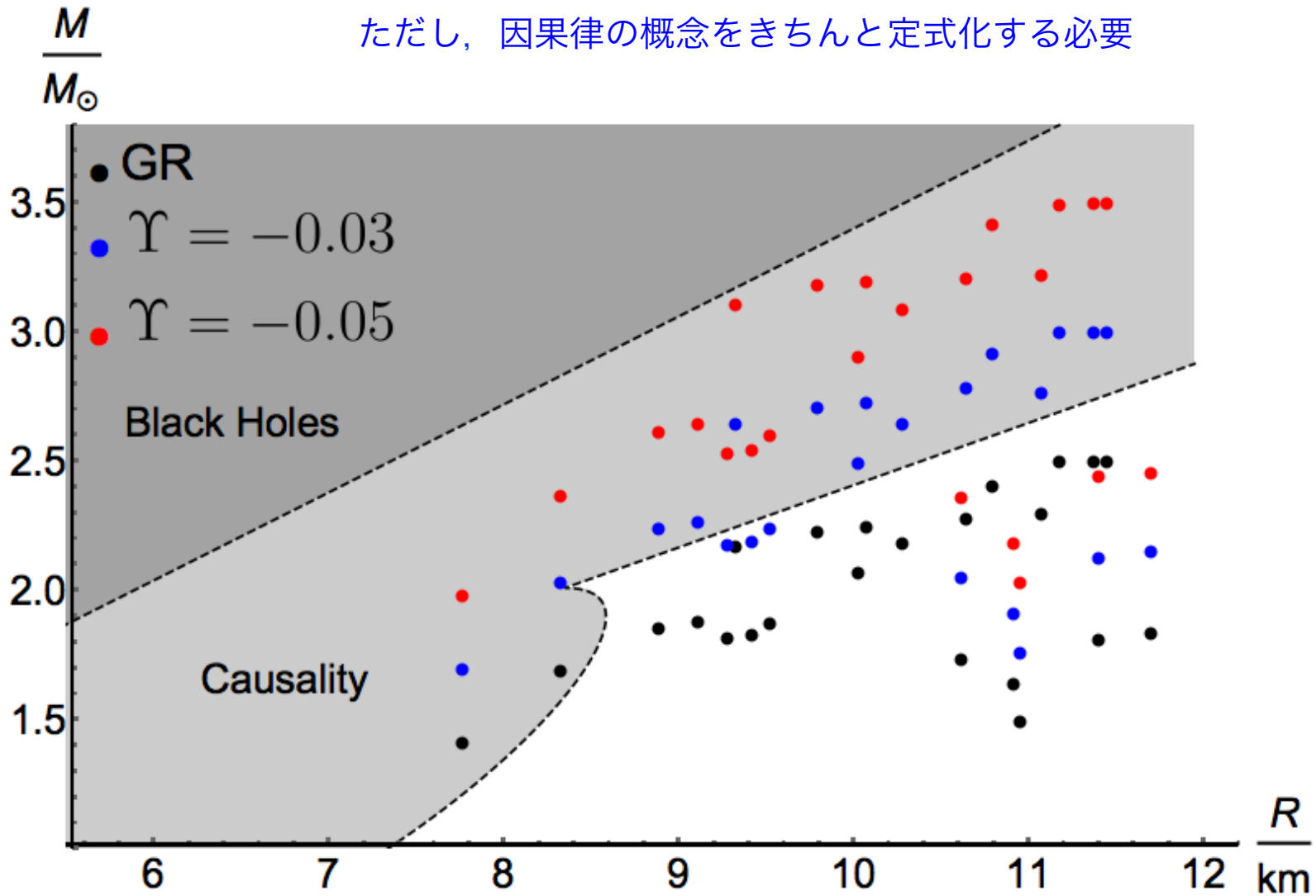
ユニバーサル関係：I-C関係



最大質量

Causality limitを破る中性子星が存在？？ → 重力理論の修正を強く示唆

ただし，因果律の概念をきちんと定式化する必要



まとめ

- スカラーテンソル理論を用いたDE理論の系統的な研究

- モデルに広く共通する特徴

  スカラー場が媒介する新たな力 = **第五の力**

- GRにおける重力則に比べて，豊かな現象論

  非線形性による遮蔽効果：**Vainshtein機構**

  有限密度領域における**Vainshtein機構の破れ**

  天体外部ではGR，内部では~~GR~~