非可換ソリトンの ADHM/Nahm 構成法

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻
素粒子論研究室　浜中 真志
E-mail: hamanaka@hep-th.phys.s.u-tokyo.ac.jp

非可換ソリトンとは, 非可換空間上の場の理論のソリトンのことである. [1]　非可換空間上の場の理論は一様磁場中の物理理論と等価であり, 時に極めて強力な手法となり得る. (レヴューとして例えば, [1, 2, 3] がある.)

非可換空間は座標関数同士の積の非可換性で特徴付けられる：

$$[x^i, x^j] = i\theta^{ij}. \qquad (1)$$

ここで, θ^{ij} は反対称な実定数であり, 非可換パラメータと呼ばれる. この関係式は, 量子力学の正準交換関係：$[q,p] = i\hbar$ に類似しており,「空間の不確定性関係」を導く. したがって非可換空間上では, 粒子の位置は完全に決めることができず, ある広がった分布を持つ. その結果,可換な空間上では存在した場の特異点が, 非可換空間上では解消されるということが起こりうる.

非可換ソリトンにおいても, 特異点解消が一般に起こり, 可換な場合には見られない面白い結果を生み出す. 例えば, 非可換インスタントンでは, (完備化された) インスタントン・モジュライ空間の特異点が一般に解消し, 特異でない $U(1)$ インスタントン解を具体的に構成することができる [4, 5].

非可換ソリトンの厳密解の構成法には主に次の 2 つがある：

- ADHM 構成法 [6], Nahm 構成法 [7]
- “Solution Generating Technique” [8]

前者は古くから可換空間上で用いられてきた強力な構成法であり, それぞれ任意のインスタントン, BPS モノポール解を構成することができる. ADHM/Nahm 構成法はゲージ場の自己双対構造の本質を最も的確に記述する方法で, 多くの応用がある. [2]　一方後者は運動方程式を不変に保つ変換の一つで, 非可換空間でしか適用できないが, 運動方程式の自明な解 (真空解) から非自明な解がいとも簡単に構成される. [3]

私は論文 [12] において両者の関係を調べた. 真空解を Solution Generating Technique で変換して生成される解を “Localized ソリトン” と呼ぶことがある. Solution Generating Technique は既知解から新しい解を生成するが, 新しい解は, もとの既知解と Localized ソリトンの複合系となることが知られている. したがって Localized ソリトンは Solution Generating Technique の本質である. 私は, その Localized ソリトンを ADHM/Nahm 構成法を用いて具体的に構成し, Solution Generating Technique において重要な役割を果たす部分が全て, ADHM/Nahm 構成法から自然に現れてくることを示した. Localized インスタントンはインスタントン・モジュライ空間の特異点に対応する解であるが, 空間の非可換性によって非特異になっているのが興味深い. 非可換の手法は特異点をうまく取り扱う手法であるとも言える. さらにその延長として Localized (二重) 周期インスタントン解を構成し, その Fourier 変換を議論した. 周期インスタントン解を Fourier 変換して得られた場の配位は, フラクソン [13, 14] と呼ばれる BPS ソリトンと一致することが分かった. フラクソンは (3+1) 次元の Yang-Mills-Higgs 理論の BPS ソリトンであるが, モノポールというよりはむしろ渦に近く, 非可換空間特有のソリトンである. さらにフラクソンを Nahm 構成法を用いて直接構成することにも成功した. Localized (二重) 周期インスタントンは新しいソリトンであり,

[1] この記事ではインスタントンもソリトンの仲間とみなす.

[2] 例えば [9] では非可換ソリトンの (低エネルギー) 散乱の厳密な取り扱いに重要な役割を果たした.

[3] Solution Generating Technique の BPS 方程式への応用は [10, 11] でなされた.

その具体的 Fourier 変換についての議論は私の論文が最初であろう.

なおこの 2 つの構成法はいずれも D ブレーンと呼ばれる弦理論のソリトンの力学と密接な関係にあり, 論文 [12] ではそれについても議論したが, この講演では場の理論的考察のみ紹介した. 詳しくは原論文 [12], あるいはレヴュー [15] をご覧ください.

謝辞

この記事は, 2001 年 12 月の基研研究会「場の量子論の基礎的諸問題と応用」における私の口頭発表のプロシーディングです. 発表の機会を与えてくださった世話人の方々, ならびに議論して下さった方々に心からお礼申し上げます. またアトム型研究員としての有意義な滞在に関して, 京都大学基礎物理学研究所に, この場をお借りして感謝申し上げます. この記事の作成は日本育英会および日本証券奨学財団の経済援助の下行われました.

参考文献

[1] M. R. Douglas and N. A. Nekrasov, Rev. Mod. Phys. **73** (2002) 977, [hep-th/0106048].

[2] J. A. Harvey, "Komaba lectures on noncommutative solitons and D-branes," [hep-th/0102076].

[3] 浜中 真志, 素粒子論研究 **104-3** (2001-12) C87; 素粒子論研究 **104-5** (2002-2) in press. [4]

[4] N. Nekrasov and A. Schwarz, Commun. Math. Phys. **198** (1998) 689, [hep-th/9802068].

[5] K. Furuuchi, Prog. Theor. Phys. **103** (2000) 1043, [hep-th/9912047].

[6] M. F. Atiyah, N. J. Hitchin, V. G. Drinfeld and Y. I. Manin, Phys. Lett. A **65** (1978) 185.

[7] W. Nahm, Phys. Lett. B **90** (1980) 413; "The construction of all self-dual multimonopoles by the ADHM method," in *Monopoles in Quantum Field Theory* (1982) 87, [ISBN/9971-950-29-4].

[8] J. A. Harvey, P. Kraus and F. Larsen, JHEP **0012** (2000) 024, [hep-th/0010060].

[9] M. Hamanaka, Y. Imaizumi and N. Ohta, Phys. Lett. B (2002) to appear, [hep-th/0112050].

[10] M. Hamanaka and S. Terashima, JHEP **0103** (2001) 034, [hep-th/0010221].

[11] K. Hashimoto, JHEP **0012** (2000) 023, [hep-th/0010251].

[12] M. Hamanaka, "ADHM/Nahm construction of localized solitons in noncommutative gauge theories," Phys. Rev. D **65**, 085022 (2002), [hep-th/0109070].

[13] A. P. Polychronakos, Phys. Lett. B **495** (2000) 407, [hep-th/0007043].

[14] D. J. Gross and N. A. Nekrasov, JHEP **0010** (2000) 021, [hep-th/0007204].

[15] 浜中 真志,『ADHM/Nahm 構成法とその双対性』, 素粒子論研究 (投稿寸前).

[4] 私が書いた記事については, 私のホームページ [http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~hamanaka] にも置かれております.