非可換ソリトン方程式の厳密解と可積分性

名古屋大学大学院多元数理科学研究科　浜中 真志
E-mail: hamanaka@math.nagoya-u.ac.jp

ソリトン理論・可積分系の非可換空間への拡張が活発に研究されているが, 中でも 4 次元空間上の非可換反自己双対 (Anti-Self-Dual=ASD) Yang-Mills (YM) 方程式は以下の観点からとりわけ重要である.

1. 対応する物理的状況が存在する (非可換空間上のゲージ理論は, 背景フラックス中の可換空間上のゲージ理論と等価)
2. 非可換空間特有の新しい物理的対象を生み出す (非可換空間で生じる特異点解消の帰結)
3. ツイスター理論の枠組みからその可積分性の本質が幾何学的に理解できる
4. さまざまな (低次元) 非可換可積分方程式の「マスター方程式」である [1]

したがって, 非可換 ASDYM 方程式についての, 1, 2, 3 で期待される結果は, 4 の非可換 Ward 予想を経て, そのまま非可換低次元可積分方程式に適用することができ, 対応する弦理論への応用や, ツイスター理論を用いた可積分系の (ある種の) 分類が可能になると期待される. 特に, ユークリッド計量 $(++++)$ の場合は, Type II 超弦理論の D0-D4 brane 系が, 不定値計量 $(++--)$ の場合はある種の $N=2$ 弦理論が対応し, 非可換ソリトンの厳密解の解析がそのまま対応する物理系の厳密な解析につながる. 解の性質や振る舞いが非可換性の影響でどのように変化するのかも興味深い問題である.

私は, [2] において, さまざまな非可換可積分階層の多重ソリトン解を厳密に構成し, その振る舞いを調べた. 多重ソリトン解の配位は散乱過程において安定であり, 各ソリトンの波形や速度は時間・空間の漸近的領域で保たれ, 衝突の際生じる位相のずれは可換空間と全く同程度であることが明らかになった. 解の構成には quasi-determinant と呼ばれるある種の非可換行列式が重要な役割を果たし, 漸近的な振る舞いにはこの行列式の性質が決定的に効いている. quasi-determinant を用いた非可換佐藤理論の構築および解空間の構造解明が今後の一つの目標である. さらに高次元の結果 [3] との関連や, 弦理論的解釈, および Seiberg-Witten マップによる可換側の記述と可積分性の基礎付けについても現在研究を進めている. (総合報告 [4] 参照.)

References

[1] M. Hamanaka, Nuclear Physics B **741** (2006), 368 – 389 [hep-th/0601209].

[2] M. Hamanaka, Journal of High Energy Physics **02**, 094 (2007) 1-16 [arXiv:hep-th/0610006].

[3] C. R. Gilson, M. Hamanaka and J. J. C. Nimmo, Proceedings of the Royal Society A **465** (2009), 2613 – 2632 [arXiv:0812.1222].

[4] M. Hamanaka, “Noncommutative Integrable Systems and Quasideterminants,” to appear in arXiv.