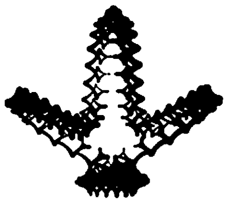
量子宇宙論の盛衰



小玉　英雄

量子宇宙論は，時空構造の量子性を考慮して，宇宙の創生，進化，構造を研究する分野である．この分野は，B.S. DeWitt, J.A. Wheeler, C.S. Misner による重力の正準量子化に関する研究を契機として，1960年代後半に誕生した．その後，長い間大きな進展はなかったが，1980年代前半に「宇宙の無からの創生」というアイデアが A. Vilenkin，S.W. Hawking らにより提唱され，一躍脚光を浴びることになった．この小文では，このアイデアの背景とその後の展開を中心として，量子宇宙論の歴史と現状を解説する．文献については，最近のもののみを掲載する．1995年以前のものについては，例えば D.L. Wiltshire のレビュー[1)] を参照してほしい．

■　1．なぜ量子宇宙論か？　■

宇宙項がゼロで宇宙が通常の物質で満たされているとすると，一様等方な膨張宇宙を記述する Einstein 方程式の解は，過去の有限な時刻で宇宙の体積がゼロとなる特異性をもつ．このことは，A. Friedmann らによる研究で一般相対論の誕生直後から知られていたが，その後，空間的に一様なら等方性の仮定がなくても同様の結果が一般に成り立つことが示された．これは，宇宙には始まりがあり，現在の宇宙は有限な年齢をもつことを意味するが，同時に，その始まりが非常に特異なものであることを示している．この宇宙の始まりの特異性は宇宙の初期特異点と呼ばれる．

量子論によると，時間とエネルギーには $\Delta E\Delta t \gtrsim \hbar$ という不確定性関係が成り立つ．この関係を単純に宇宙初期に適用すると，宇宙が生まれて時間 t 経った時点で，サイズ L の空間領域に含まれるエネルギーは $\Delta E\sim\hbar/t$ の不定性ないし量子ゆらぎをもつ．一方，物質のエネルギー密度を ρ，圧力を p として $w=p/\rho$ が非負で一定とすると，ρ は $c^2/(Gt^2)$ に比例するので，この領域に含まれるエネルギーは $E\sim c^2L^3/(Gt^2)$ となる．これより，エネルギーの相対的な量子ゆらぎは

$$\frac{\Delta E}{E}\sim\frac{ctL_{\rm pl}^2}{L^3}$$

で与えられる．ここで，$L_{\rm pl}=(\hbar G/c^3)^{1/2}=1.6\times10^{-33}$cm は基本定数から作られる長さの次元をもつ量で，Planck 長と呼ばれる．したがって，宇宙膨張に従って L が宇宙のスケール因子 a に比例して時間変化するとすると，$w<1$ すなわち物質の音速が光速より小さいとき $L\propto a\propto t^\gamma$ $(\gamma>1/3)$ となるので，t がゼロに近づくと $\Delta E/E$ は限りなく大きくなる．すなわち，どのように大きな領域を取っても，初期特異点に十分近づくと，エネルギーの量子ゆらぎが平均値を大きく上回る．Einstein 方程式

$$G_{\mu\nu}=\kappa^2T_{\mu\nu}\quad(\kappa^2=8\pi G/c^4)$$

より，エネルギーのゆらぎは時空計量のゆらぎを生み出すので，これは初期特異点の近傍では時空計量の量子ゆらぎが大きくなり，時空を古典的に記述することができないことを意味している．

このように，宇宙の始まりを議論するには，時空構造自体の量子性を考慮することが必要となる．それでは，宇宙の初期特異性は，時空構造の量子性を考慮すると解消されるであろうか？ これが，量子宇宙論の出発点となった問題意識である．特に，初期特異性は一様モデルの特殊性ではなく，物質が強エネルギー条件と呼ばれる自然な条件を満たす限り，膨張宇宙の一般的な性質であること（膨張宇宙の特異点定理）が1960年代後半に S.W. Hawking により示されて以降，この問題は多くの物理学者の心を強くとらえるようになった．

量子宇宙論の課題は，この特異点解消という原理的

な問題だけではない．宇宙論は，現在の宇宙の物質構成，多様な天体の起源や分布，さらには宇宙の大域的な構造を宇宙の進化により説明しようとする学問であるが，物理学の基本法則が発展方程式の構造をもっているために，当然，宇宙の特性は一般に初期条件に依存することになる．1970 年代に確立された宇宙の標準モデルでは，この問題は深刻であった．その理由は，$a \propto t^{\gamma}$ $(0 < \gamma < 1)$ という形の膨張則に従う宇宙モデルを基礎としていたことにある．このモデルでは，宇宙が誕生して以降に時刻 t までに情報交換が起こる領域のサイズ，すなわち宇宙のホライズンサイズの増大速度が宇宙の膨張速度より速くなり，現在の宇宙の空間的相関はすべて宇宙初期では因果的相関距離を超える相関となる．このため，それらの多くは，古典的な宇宙の誕生時，すなわち時空特異点での初期条件に帰着されてしまう．特に，宇宙の大域的な一様等方性やそれからのずれとしての天体の大域的な分布は，この古い標準モデルでは説明不可能となる．これらの特性を説明するには，通常の発展方程式的な法則以外に初期条件そのものを決定ないし制限する法則が必要となる．宇宙の誕生時での振舞いが量子宇宙論により記述されるとすると，この宇宙の初期条件を決定することも量子宇宙論の基本課題となる．

この状況は，宇宙初期におけるインフレーションというアイデアの登場により一変した（インフレーションモデルの詳細については，本特集の横山氏の解説を参照）．このモデルでは，現在の宇宙の観測領域は，過去にさかのぼると，宇宙の初期特異点に達する以前に Planck 長以下のサイズとなり，空間の局所的構造がよく分かっているとする限り，現在の宇宙の特性は基本法則のみで決まってしまうことになる．ただし，インフレーションが起きるかどうかは依然として宇宙の初期条件に依存する．特に，インフレーションモデルの予言が現在の観測と整合的であるためには，宇宙の時空構造が古典的に記述できる時期の始まりとともにインフレーションが起きることが要求される．したがって，量子宇宙論が宇宙の初期条件を制限するとすると，それは宇宙の誕生とともにインフレーションが起きることを予言するものでなければならない．

2. 宇宙の波動関数

量子宇宙論の研究には，量子重力理論すなわち重力場あるいは時空構造の量子論が必要となる．量子重力理論を構築する試みは長い歴史をもち，その始まりは場の量子論が作られた 20 世紀前半にさかのぼる．最初に考えられた方法は，時空のゆらぎが小さいとして，時空計量の古典解からのずれを量子電気力学と同様の標準的な場の理論の手続きに従って量子化し，量子補正を相互作用定数（今の場合 $\sqrt{G}$）のベキ級数として求める摂動論的アプローチであった．しかし，この方法では相互作用に対する量子補正の紫外発散が繰り込み不可能で制御できないことが直ちに明らかとなった．この困難は，現在大きく発展している超弦理論が作られる動機の一つとなったものである．量子宇宙論への応用という視点から見ると，このアプローチには別の困難があった．それは，宇宙初期のように時空構造の量子ゆらぎが非常に大きい状況には適用できないことである（現在の超弦理論も，この問題を扱うことはできない）．このような状況を取り扱うには，重力の非摂動論的量子論，すなわち基準となる特別な古典時空を必要としない量子論の枠組みが必要となる．

このような背景の下で，1960 年代後半に Wheeler や Misner は重力理論を場の理論ではなく，力学系の理論として扱うことを提案した．彼らは，まず，4 次元時空の時間一定面を考えることにより，時空を空間的な 3 次元面の時系列 Σ_t に分解した．各 Σ_t 上には時空計量より 3 次元の Riemann 計量 $q_{ij}(t, x)$ が誘導される．これら 3 次元面が互いに同相として $\Sigma = \Sigma_0$ とおくと，この $(3+1)$-分解により Σ 上に計量の時系列 $\boldsymbol{q}(t) = (q_{ij}(t, x))$ が定まり，Einstein 方程式は $\boldsymbol{q}(t)$ の 2 階微分発展方程式を与える．すなわち，重力理論が粒子の力学系と同じように記述される．そこで，力学系の正準理論を適用して，$\boldsymbol{q}$ の正準共役量 $\boldsymbol{p} = (p^{ij}(t, x))$ を導入すると，Einstein 方程式は 1 階の正準系に帰着される：

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \{\boldsymbol{q}, H\}, \ \dot{\boldsymbol{p}} = \{\boldsymbol{p}, H\}. \tag{1}$$

この正準理論に正準量子化の手続きを適用すれば，重力の正準量子論が得られる．$\boldsymbol{q}$ が粒子の位置に対応するので，Σ 上の 3 次元 Riemann 計量の全体が作る空間を $\mathcal{S}$ とおくと，量子状態は $\mathcal{S}$ 上の波動関数 $\Psi(\boldsymbol{q}, t)$ で記述されることになる．$\mathcal{S}$ はスーパースペースと呼ばれる．また，運動方程式は Ψ に対する Schrödinger 方程式に置き換えられる：

$$i\partial_t \Psi = H\Psi. \tag{2}$$

このように，重力の量子論が粒子系の量子論と同じ形式で書かれることになるが，実は，重力系の正準理

論には通常の粒子系にない新たな要素が付け加わる．それは，上の (3+1)–分解で得られる空間計量の時系列 $q_{ij}(t,x)=g_{ij}(t,x)$ だけでは元の 4 次元時空の計量 $g_{\mu\nu}(t,x)$ が完全に決まらないことによる．g_{00} および g_{0i} という 4 個の成分が不定である．これらの量は実は，時間座標や空間座標の取り方の自由度を表す量となっている．したがって，それらの量が不定であること自体は問題でない．しかし，Einstein 方程式は $g_{\mu\nu}$ の各成分を独立な変数として Einstein-Hilbert 作用積分

$$S=\frac{1}{2\kappa^2}\int_M d^4x\sqrt{-g}(R-2\Lambda) \tag{3}$$

を変分することにより得られるので，g_{00} および g_{0i} の変分から得られる方程式は，g_{ij} の変分から得られる q の発展方程式と独立な方程式となる（ここでは簡単のため真空の場合を考える）．この付加的な方程式は，q と p のみで表され，それらの取りうる値に対する制限（拘束条件）となることが示される：

$$\mathcal{H}_\perp(q,p)=0,\ \mathcal{H}_i(q,p)=0. \tag{4}$$

（これらは，空間の各点で成り立つので，無限個の条件である）．このような拘束条件を伴った正準系の取扱いは 1950 年代に Dirac により詳しく研究されていた．そこで，DeWitt は，Dirac の処方に従って，これらの条件を量子状態に対する制限

$$\mathcal{H}_\perp\Psi=0,\ \mathcal{H}_i\Psi=0 \tag{5}$$

に置き換えた．この方程式は現在，Wheeler-DeWitt 方程式と呼ばれている．

同様の処方は，例えば自由電磁場にも適用でき，その場合は，拘束条件は電場に対する Gauss 方程式 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0$ となる．これを波動関数に対する拘束条件 $\nabla\cdot\boldsymbol{E}\Psi=0$ に置き換えれば，Schrödinger 方程式と合わせて自由電磁場の量子論ができ上がる．しかし，重力場の場合は，ここで特殊な事態が起きる．それは，Schrödinger 方程式に現れるハミルトニアン H が拘束条件の線形結合となってしまうことである：

$$H=\int_\Sigma d^3x(N\mathcal{H}_\perp+N^i\mathcal{H}_i). \tag{6}$$

ここで，N と N^i は g_{00}, g_{0i} と $g_{00}=-N^2+q_{ij}N^iN^j$, $g_{0i}=q_{ij}N^j$ の関係にあり，それぞれ時間座標，空間座標の取り方を記述する非力学変数である．この関係を用いると，上記の拘束条件の下で Schrödinger 方程式は $\partial_t\Psi=0$ となる．したがって，正準量子論では，時間に依存しないスーパースペース $\mathcal{S}$ 上の波動関数 Ψ が重力場の“状態”を記述し，取りうる状態は Wheeler-DeWitt 方程式により決定されることになる．このように，時間変数が定式化から失われるのは，一般共変性のために一般相対論では時間座標が物理的な意味をもたないことに起因する．この時間の問題および波動関数の解釈の問題は，宇宙全体に量子論を適用できるかという原理的問題とも関連する量子宇宙論の基本問題の一つであるが，この小文では紙数の都合で立ち入らないことにする．これに関しては，早田次郎氏が本誌に解説を書いておられるのでそれを参考にしていただきたい[2)]．

この定式化を宇宙全体に適用すると，スーパースペースは宇宙の空間的断面の取りうる構造の集合となり，対応する Wheeler-DeWitt 方程式の解 Ψ がその確率分布を記述する，言い換えれば宇宙の波動関数を与えると解釈される．ただし，Wheeler-DeWitt 方程式は（形式的に）偏微分方程式の構造をもつので，宇宙の波動関数を決定するには，スーパースペース上での境界条件を与えないといけない．この境界条件は，古典論における初期条件の役割を果たすことになる．それではどのような境界条件が自然であろうか？ 宇宙の初期特異点の回避という視点から，この問題に対する解答として，DeWitt は空間計量が退化するスーパースペースの境界で波動関数の値がゼロとなるという境界条件を提案した．しかし，まもなく，この境界条件を課すと一般に波動関数は至る所ゼロとなってしまうことが明らかとなった．

3. 宇宙の無からの創生

この DeWitt の研究の後，Misner らにより，スーパースペースが有限次元となるように空間的に一様な宇宙に制限したミニスーパースペースモデルに関する研究がハミルトニアン宇宙論という名の下に進められたが，長い間目立った進展はなかった．この長い停滞をうち破ったのが，Vilenkin である．正の宇宙項をもち空間の曲率が正で閉じている等方一様宇宙モデルに対する宇宙膨張の方程式は，a を宇宙のスケール因子（今の場合，空間が 3 次元球面なのでその半径に対応）として

$$\dot{a}^2+1=(\Lambda/3)a^2 \tag{7}$$

で与えられる．この解は，$a=H^{-1}\cosh(Ht)$ $(H=(\Lambda/3)^{1/2})$ で与えられ，de Sitter 時空を表す．Vilenkin は，a を位置，t を固有時，H を eE/m と読み替えれば，この方程式が一様な電場 E の中を運動する質量 m，電荷 e の電子の運動と同じであることに着目し

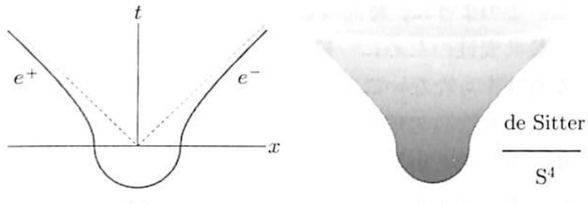


図 1　無からの宇宙創生.

た．量子論では，一様な電場中では，電子と陽電子が対生成する．時間を虚時間に変える変換 $it \to \tau$ により得られる運動方程式の解に対する作用積分を S_E とすると，対生成の確率 P は，e^{-S_E} に比例する．この虚時間の運動は (τ, x) における円となるので，実時間の運動の軌道を合わせると図 1 (a) のようになる．この状況を宇宙モデルに翻訳すると，虚時間での解は 4 次元 Euclide 球面となるので，実時間での de Sitter 解とつなぐと図 1 (b) のようになる．この図は，何もない所から de Sitter 宇宙が突然創生されることを表している．そこで，このアナロジーに基づいて，1982 年に Vilenkin は量子論では有限な大きさの宇宙が「無から創生される」というアイデアを提案し，その確率は $P \sim \exp(3\pi/(\Lambda L_{\rm pl}^2))$ で与えられるとした．実に大胆なアイデアである．

この提案の 1 年後，J. Hartle と Hawking は少し異なった視点から，Vilenkin のアイデアに一般的な定式化を与えた．彼らはまず，Feynman の経路積分を重力理論に適用すると Wheeler-DeWitt の解が得られることに着目した．すなわち，Σ_0，Σ を時空の空間的断面，$\boldsymbol{q}_0$，$\boldsymbol{q}$ をその計量，S を Einstein-Hilbert 作用積分として

$$G(\boldsymbol{q}, \Sigma; \boldsymbol{q}_0, \Sigma_0) = \int [Dg] e^{iS} \tag{8}$$

とおくと，$G(\boldsymbol{q}, \Sigma; \boldsymbol{q}_0, \Sigma_0)$ は $\boldsymbol{q}_0$ から $\boldsymbol{q}$ への遷移振幅（正確には Green 関数）を表し，$\Sigma \neq \Sigma_0$ のとき $\boldsymbol{q}$ に関して Wheeler-DeWitt 方程式を（形式的に）満たす．ただし，経路である 4 次元時空 $(M, g_{\mu\nu})$ としては，M の境界が $\Sigma_0 \cup \Sigma$ となり，g_{ij} が Σ_0 では $(q_{ij})_0$，Σ 上では q_{ij} に一致するものを取る．ここで，経路として Σ_0 が空集合となるもの，すなわち Σ のみを境界とする 4 次元時空を取れば，Vilenkin の提案する宇宙の無からの創生を表す宇宙の波動関数を与えるというアイデアである．ただ，このままでは問題がある．それは，Lorentz 計量をもつ時空は空間のトポロジー変化を許さないことが R. Geroch により示さ

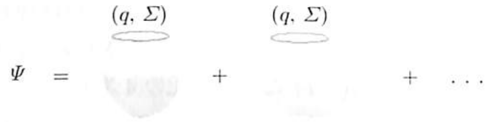


図 2　Hartle-Hawking 波動関数.

れていたことである．そこで，Hartle と Hawking は，通常の場の量子論の処方に従って，時空の代わりに時間を虚時間に変えて得られる 4 次元 Riemann 空間を経路とするアイデアを導入し，宇宙の波動関数は観測情報を担う 3 次元多様体 Σ のみを境界とする 4 次元 Riemann 空間を経路とする Euclide 型経路積分

$$\Psi(\boldsymbol{q}, \Sigma) = \sum \int [Dg] e^{-S_E} \tag{9}$$

で与えられるというアイデアを提案した（図 2）．この提案は，no boundary proposal と呼ばれている．ここで，和の記号は経路となる 4 次元 Riemann 空間のトポロジーについての和を表す．

4. Vilenkin 対 Hawking

Hawking は翌年，彼らの枠組みで一様なスカラ場を含む閉じた一様等方宇宙モデルを調べ，彼らの波動関数は誕生直後にインフレーションを起こす宇宙の集合を記述することを示した．さらに，1985 年には J.J. Halliwell と共同で一様等方モデルからのゆらぎを研究し，インフレーションモデルで提案されたのと同じゆらぎのスペクトルと振幅が波動関数から得られることをある近似の下で示した．これは，Hartle-Hawking の提案が，初期特異点の回避とインフレーション宇宙の生成という，冒頭で述べた課題を満たす量子宇宙論の枠組みを与える可能性があることを示唆していた．

これに対して，Vilenkin は 1983 年に彼のアイデアを一様スカラ場を含む宇宙モデルに拡張し，同様の結論を得た．彼はまず，物質相転移の理論とのアナロジーから，生成された直後での宇宙ではスカラ場は作用積分の鞍点にあるとした．これは，スカラ場のポテンシャル $V(\phi)$ の極大点に対応する．このとき，極大点は不安定ながら定常解なので，スカラ場が一定値 ϕ を取るとして，宇宙の創生確率を求めた．この計算は，$\Lambda = 8\pi G V(\phi)$ とすれば宇宙項をもつ閉じた一様等方宇宙の生成と同じで，

$$P \sim \exp\left[\frac{3M_{\rm pl}^4}{8V(\phi)}\right] \tag{10}$$

を与える．これは，波動関数の絶対値の2乗を確率と解釈すると，Hawkingの波動関数から得られるものと一致する．生成された後，スカラ場は量子ゆらぎにより極大点からずれ，極小点に転がる間にインフレーションを起こす．

ただし，この議論には問題がある．(10) に従うと，小さな V を与える ϕ の実現される確率が高いことになる．したがって，この確率から見る限り，むしろ宇宙創生時にスカラ場はポテンシャルの極小点にいるとするほうが自然に見える．そのときには，インフレーションは起きない．Vilenkinの議論では，極大点が実現されていると仮定することでこの問題を回避しているが，Hawkingの議論ではそのような制限はない．

この矛盾を解消するために，1984年にVilenkinは宇宙のトンネル遷移型波動関数という新しいアイデアを提唱した．これは次のようなものである．まず，正の宇宙項をもつ閉じた一様等方宇宙モデルの膨張則は，スケール因子 a に共役な運動量を $p = a\dot{a}$ とすると，

$$p^2 + U(a) = 0;\ U(a) = a^2 - H^2 a^4 \tag{11}$$

と書き換えられる．これは，ポテンシャル $U(a)$ 内での全エネルギーゼロの粒子の運動と対応し，古典解は，$a \equiv 0$ とde Sitter解となる．2つの解は，ポテンシャルバリアで遮られている．この2つの解のうち最初のものを"無"と解釈すると，無からの創生は，粒子が $a = 0$ からポテンシャルバリアを量子力学的トンネル遷移で通り抜け，古典的に運動可能な別の領域 $a > 1/H$ に現れる現象と見なされる．この観点から，Vilenkinは，バリアを通り抜けた後宇宙は膨張するので，a が十分大きい領域での波動関数は正の運動量に対応する振動解 $\exp(i\int da\sqrt{|U|})$ で与えられると仮定し，これを境界条件とするWheeler-DeWitt方程式の解を求めた（図3）．その結果，宇宙の創生確率（今の場合 $a = 1/H$ での波動関数の絶対値の2乗）として

$$P \sim \exp\left(-2\int_0^{1/H} |p(a)| da\right) = \exp\left[\frac{-3M_{\rm pl}^4}{8V(\phi)}\right] \tag{12}$$

を得た（$M_{\rm pl} = (\hbar/c)L_{\rm pl}^{-1}$）．これはHawkingの得た値の逆数に比例しており，V が大きいほど大きな確率を与える．それまでと全く逆の結果を与える提案をしたことについて，Vilenkinは，Hawkingの還暦を祝うために2002年1月に開かれた国際会議で次のように述べている．「（最初に提案した確率の議論が）人生最大の間違いであったとは言いたくないが，私は確かに心変わりをした．今は，(12) が正しい答えだと信じている」[3]．

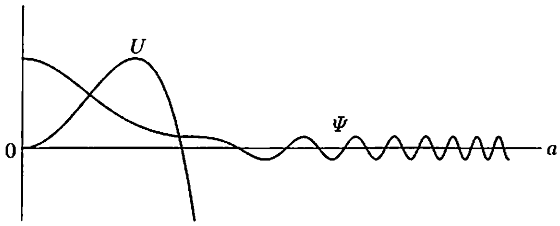


図3　トンネル遷移型波動関数．

Vilenkinは，この新たな提案をすると同時に，Hawkingの無境界型波動関数は（上で述べた理由から）確率的にインフレーションを予言しないと批判した．これに対して，Hawkingは "You do not have a wave function." と反論した．すなわち，Vilenkinの議論は単純なミニスーパースペースに基づく特殊な議論で，no boundary proposalのような一般的定式化がなされていないという訳である．これが，VilenkinとHawkingとの長い論争の始まりである．A. LindeやV. RubakovがVilenkinに賛同したので，この論争はあたかもロシア学派とケンブリッジ学派の論争の様相を呈した．ただし，その後の展開はいずれのグループにとってもあまり芳しくない．

VilenkinはHawkingの反論を受けて，1986年にトンネル遷移型波動関数というアイデアを一般のスーパースペース上での波動関数に対する境界条件として定式化することを試みた．基本的な考え方は，スーパースペースの境界で波動関数が外向きの進行波となることを境界条件としようというものである．ただし，Vilenkin自身も認めているように，この定式化はHartle-Hawkingのものと比べても数学的な明確さを欠くものであった．その後，Vilenkinは1994年に，Lorentz型経路積分表示，すなわち (8) において初期条件を設定する3次元多様体 Σ_0 を一点につぶした極限を，トンネル遷移型波動関数に対する一般的表式とするという別の提案をしている．すなわち，無境界経路積分仮説のLorentz型版である．ただし，この場合経路積分は波動関数ではなくGreen関数（伝播関数）を与え，しかも Σ が一点につぶれる極限で一般に特異となる．これは，特異点回避という視点からは望ましくない振舞いである．また，Rubakov (1984, 2002) らは宇宙がトンネル遷移をする際に無限の量子論的粒

子生成が起きるという主張をしている[4]．彼らの議論の正当性には疑問があるが，正しければ Vilenkin サイドに不利な要素となる．

一方，Hawking の側では，彼の学生を中心として無境界経路積分仮説の厳密化が試みられた．Hawking らの基礎としている Euclide 型経路積分は，すでに述べたように通常の場の理論の手法を援用したものである．この方法の利点は，通常の場の理論では，S_E が正定値となるため経路積分 $\int[D\phi]\exp(-S_E)$ の収束性が Lorentz 型，すなわち実時間を用いた振動型に比べて良くなることである．ところが，重力理論にこの方法を適用すると，宇宙のスケール因子（一般には時空の体積要素 $\sqrt{g}$）に対応する成分の S_E への寄与が負となり，S_E は下に有界でなくなる．これは，Euclide 型経路積分がそのままでは発散していることを意味している．Hawking は鞍点からの寄与が波動関数の主要部を決定するという仮定の下で議論を進め，この困難に目をつぶってきた（正確には，Hawking もこの問題について Wick 回転を用いた方法を提案しているが，その場しのぎの観がぬぐえない）．これに対して，Halliwell は 1989 年に J. Louko と共同で計量が複素数となる複素経路を考えることにより経路積分を有限にできないかという視点から，ミニスーパースペースモデルの経路積分を研究した．その結果，彼らは，有限な経路積分を与える複素経路は存在するが，それは一意的でなく，異なる経路は異なる波動関数を与えることを見いだした．しかも，その中には Vilenkin の波動関数に対応するものも含まれていた．すなわち，無境界経路積分仮説は，その見かけと異なり宇宙の波動関数を一意的に決める境界条件とはなっていなかったのである．

この発見により，宇宙の波動関数の議論は急速に輝きを失った．この同じ頃，宇宙の波動関数に対する無境界仮説に基づいて，ワームホールにより互いに相互作用する多重宇宙モデル（Baby universe model）が S. Coleman らにより研究され，相互作用の効果で宇宙項がゼロとなる多重宇宙状態が確率的に選ばれるという興味深い議論が展開された．紙数の都合で詳細は省くが，結果的には，やはり基礎となる経路積分の定義が曖昧であるため，明確な確率的議論ができないということで，このアイデアは立ち消えとなった[5]．

その後も，この問題を解消するような有力なアイデアは提案されていない．経路積分に基づくアプローチで唯一興味深い最近の研究は，J. Ambjorn，R. Loll らによる動的単体分割法に基づいた，Einstein 重力の Lorentz 型経路積分の研究である[6]．また，非摂動的正準量子化のもう一つのアプローチであるループ量子重力理論を一様等方宇宙モデルに適用すると，波動関数に対する DeWitt の境界条件に相当するものが矛盾なく定式化できるという主張が M. Bojowald になされている[7]．これらについても，紙数の都合で詳しい説明は省略する．

5. 宇宙の初期条件は必要か？

冒頭で述べたように，宇宙の初期条件を与えるという大きな目標を掲げて登場した量子宇宙論は，インフレーション宇宙モデルの登場によりその課題をかなり限定的なものに修正せざるを得なかった．宇宙の波動関数に関する議論の混迷はインフレーションモデルの新たな発展と相まってこの傾向にさらに拍車をかけ，量子宇宙論は次第にインフレーションモデルにその主役の座を奪われてゆく．皮肉なことに，その原動力となったのは，量子宇宙論を積極的に推進してきた人々であった．

1983 年に Vilenkin が一様スカラ場を含む宇宙モデルを用いてインフレーション宇宙の無からの創生を議論したことはすでに述べたが，この論文で彼は，インフレーションの進行の様子について興味深い議論を展開した．その概要は次のようなものである．スカラ場が，宇宙創生時にポテンシャルの極大点にあるとすると，極小点への移行は量子ゆらぎにより引き起こされないといけない．量子ゆらぎはスカラ場のランダムウォークを引き起こすので，この移行は単調でない．ところが，ポテンシャルの高い所にいるほど宇宙の膨張は速く体積の増大度は大きい．このため，空間の体積で確率を計ることにすると，スカラ場がポテンシャルの極大点近傍に留まる確率は時間が経っても減少しない．その結果，宇宙の大部分ではインフレーションは永遠に終わらない．ただし，一部の領域では量子ゆらぎがうまく累積し古典的な単調運動へと代わり，インフレーションが終了する．このようなインフレーションの終了したフリードマン的宇宙がランダムかつ定常的に生み出され続ける．Linde はこのアイデアを積極的に取り上げて永続的インフレーション（Eternal inflation）と名付け，インフレーションは一般に永続的なものであるという主張を展開した．すなわち，宇宙のほんの一部の領域でインフレーションが起きれば，それは次第に宇宙の大部分を占める永続的インフレーションへ

と移行するという訳である．

このLindeの主張に従えば，宇宙の波動関数がHartle-Hawking型であろうとVilenkin型であろうと観測的に違いはない．ほんの小さな確率でもインフレーションの起きる領域が存在することを予言するものならよいということになる．Lindeはさらに，この考え方を進めて，未来だけでなく過去に向かっても永続的なインフレーションモデルを考えれば，宇宙の初期条件は全く必要がなくなるというアイデアを提案している．ただし，宇宙が空間的に至る所一定スピード以上で膨張していれば，永続的インフレーション宇宙は有限な過去の始まりをもつことがA. Borde, A.H. Guth, Vilenkinにより示されているので[8]，このLindeのアイデアはそのままではうまくゆかない可能性が高い．

この永続的インフレーションという考え方は，ある意味で古い標準宇宙モデルの基礎となった宇宙原理の対局に立つものである．それは突き詰めれば，物理法則の許容する現象はインフレーションと整合的である限り，宇宙のどこかで実現するという考え方になる．これは一見，量子宇宙論の必要性に終止符を打つかに見える．しかし，その議論を詳しく見てみると，量子場のゆらぎを確率的な古典ゆらぎで置き換えるというアイデアが根底にあることが分かる．この量子ゆらぎの時空構造への作用の問題は，本来，量子宇宙論で取り扱うべき問題であったはずである．この視点から見ると，永続的インフレーションを与える宇宙の波動関数を与えて初めて，永続的インフレーションの考え方が正当化されると思われる．また，たとえ永続的インフレーション原理が正しいとしても，物理法則の許容するすべての現象が起きるかどうかは自明でない．例えば，現在の超弦理論に基づく統一理論では，余分な次元のコンパクト化が必要となる．このコンパクト化の方法は離散的であるので，時空の連続性を仮定すると，様々なコンパクト化が異なった領域で実現することは考えにくい．したがって，永続的インフレーションモデルでもコンパクト化の構造は一様である可能性がある．この場合，どのようなコンパクト化が実現されるかを決定するのもやはり量子宇宙論の役割となる．この問題に解答を与えるには，これまでのような極度に単純化されたモデルではなく，重力を含む統一理論に基づいて量子宇宙論を展開することが必要となる．量子宇宙論が再び主役の座に返り咲くには，これらの課題に明確な解答を与える必要がある．

参考文献

1) Wiltshire, D.: An introduction to quantum cosmology, in Robson, B., Vishvanathan, N. and Woolcock, W. eds., *Cosmology: The Physics of the Universe*, 473–531 (World Scientific, 1996).
2) 早田次郎：数理科学 **No.469**, 43–49 (2002).
3) Vilenkin, A.: *gr-qc/0204061*.
4) Levkov, D., Rebbi, C. and Rubakov, V.: *gr-qc/0206028* (2002).
5) Polchinski, J.: *Phys. Lett.* **B 219**, 251–257 (1989).
6) Ambjørn, J., Jurkiewicz, J. and Loll, R.: *hep-th/0105267*.
7) Bojowald, M.: *Class. Quantum Grav.* **19**, 2717–2741 (2002).
8) Borde, A., Guth, A. and Vilenkin, A.: *gr-qc/0110012* (2001).

（こだま・ひでお，京都大学基礎物理学研究所）