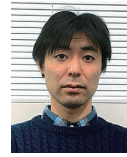


重力波観測による究極理論探査



小玉 英雄

京都大学基礎物理学研究所
kodama@yukawa.kyoto-u.ac.jp



吉野 裕高

大阪市立大学数学研究所
hyoshino@sci.osaka-cu.ac.jp

すべての自然現象を統一的に記述する究極理論の構築は、理論物理学者の夢である。その実現における最大の難関は、重力理論と量子論を整合的に融合した量子重力理論をつくることである。この難関を摂動論レベルで克服したのが、超弦理論である。超弦理論は、また、他の量子重力理論候補と異なり、重力を含むすべての相互作用と物質が有機的に結合して理論の整合性を生み出している、真の統一理論といえる。しかし、超弦理論が究極理論の候補となるには、まず、なんとと言っても、低エネルギーでの有効理論として我々の知る自然の基本法則を再現することが必要である。

Minkowski 時空を真空解としてもつことと量子論の無矛盾性を要請すると、超弦理論は 10 次元時空の理論となる。我々の住む宇宙は 4 次元に見えるので、まず、4 次元と 10 次元の関係を説明しないと行けない。その方法として最もポピュラーなものは、余次元が小さく縮んでしまい、低エネルギーの状態では見えなくなるとするコンパクト化という方法である。整合的な 10 次元超弦理論として、これまでにヘテロ型、IIA 型、IIB 型など複数の理論が作られており、コンパクト化の詳細は理論ごとに異なるが、一般的には、余次元を担う多様体の構造、背景場の配位、ひもの高次元的な拡張であるブレーンの数や配置により指定される。これまでに数億のコンパクト化が計算機の力を借りてチェックされ、ゲージ群やフェルミ粒子の種類・世代数が標準模型と一致するものが発見されているが、未だ、ゲージ結合係数の値、湯川結合の構造と値などすべての点で標準模型を再現するものは見つかっていない。可能なモ

デルは、例えば IIA 型理論だけでも 10^{15} 個も存在し、そのすべてを計算機で調べ尽くすのは現状では不可能である。また、加速器実験などの地上実験により新たな情報を得る可能性も現状では難しい。

このような状況で、コンパクト化の構造を探る新たなアプローチとして注目されているのが、隠れたセクターが引き起こす宇宙現象を用いる方法である。超弦理論に共通に含まれるフォーム場と呼ばれる一般化された 10 次元ゲージ場は、コンパクト化により、アクシオンと呼ばれる 4 次元擬スカラー場を生み出す。その種類は余次元の位相構造が複雑になるほど多くなる。また、その相互作用強度や質量は、余次元サイズやブレーン配位についての情報を担っている。

アクシオンの質量 m_a は、 10^{-10} eV 以下の範囲で $\log m_a$ でみて広く分布していることが期待されるが、これらの微小質量アクシオンは、コンプトン波長が宇宙スケールとなるため、様々な宇宙現象を引き起こす。とくに、 $m_a = 10^{-10} \sim 10^{-20}$ eV の範囲にあるアクシオン場は、太陽の $1 \sim 10^{10}$ 倍の質量をもつ回転ブラックホールの近傍で不安定となり、ゼロ点振動を種として、ブラックホールの周りにアクシオンの雲を形成する。これらの雲は、回転により定期的に重力波を放出すると共に、非線形相互作用によりしばしばバースト的重力波を放出する。我々の銀河内ないし近傍の銀河でこの現象が起きれば、現在稼働中の重力波干渉計や将来の衛星を用いた重力波干渉計で検出可能であり、重力波観測により超弦理論コンパクト化を探る道が開かれる。

—Keywords—

超弦理論：

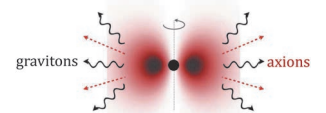
点粒子ではなく広がりをもつひもの運動、分裂・合体により自然界のすべての素粒子とその相互作用を統一的に記述する局所超対称理論。まだ未完成の理論ではあるが、摂動論的なレベルで整合的な S 行列を与える。

隠れたセクター：

超弦理論のコンパクト化は、多くの場合、目的とする素粒子標準模型に登場する「可視セクター」の素粒子以外に、それらと重力相互作用程度の非常に弱い相互作用しかしない場・素粒子を生み出す。これらは「隠れたセクター」(hidden sector) の場・素粒子と呼ばれ、ダークマターやダークエネルギーの起源となったり、インフレーションを引き起こす場となる可能性がある。

アクシオン：

カイラルな $U(1)$ ないしシフト対称性の自発的破れにより生み出される南部・ゴールドストーン粒子。通常、小さな質量をもつ擬スカラー粒子で隠れたセクターに属する。最初、強い相互作用における CP の破れを回避するためにペッチェイとクインにより導入された。



ブラックホール(中央黒丸)の周りのアクシオン雲(赤茶、ダンベル形)からの重力波(波線)やアクシオン(赤点線)放射。

1. アクシオン—量子異常のメッセンジャー

今回の話の主役は、アクシオンと呼ばれる擬スカラー場およびそれに伴う粒子である。アクシオンは最初、強い相互作用におけるCP問題を解決するために導入されたが、その背後には深い世界が広がっている。まず、このQCDアクシオンの話から始めよう。¹⁾

1.1 強い相互作用におけるCP問題

ゲージ理論において、摂動論的基底状態(真空)ではゲージ場の強度 $F = (1/2)F_{\mu\nu} dx^\mu \wedge dx^\nu$ がゼロとなる。この条件を満たすゲージポテンシャル $A = A_\mu dx^\mu$ は無限に存在し、 $U(x)$ をゲージ群 G に値をとる任意の滑らかな関数として、 $A = U^{-1}dU$ と表される(簡単のため、群は行列群とする)。ゲージ群が非可換群 $SU(n)$ ($n > 1$) のとき、ホモトピー群が $\pi_3(G) \cong \mathbb{Z}$ となるので、このゲージ場の配位全体の空間は位相的に連結でなく、巻き付き数と呼ばれる一つの整数 n で分類される無限個の連結成分からなる。同じ連結成分に属する配位は $U(x)$ の連続な変形(ゲージ変換)で結ばれるので同じ物理状態を表す。しかし、異なる連結成分の配位は、互いに移行するのに $F \neq 0$ となる有限な高さのエネルギーバリアを超える必要があるため、異なる物理状態と見なすのが自然である。ただし、ポテンシャルバリアが有限な高さをもつため、巻き付き数 n でラベルされる状態 $|n\rangle$ は実は「エネルギー固有状態」ではなく、異なる巻き付き数をもつ真空の間の遷移が可能である。ユークリッド化された経路積分による記述では、虚時間 $\tau \rightarrow \pm\infty$ での漸近的な真空に対する巻き付き数の差は、ゲージ場配位に対応する $SU(2)$ ベクトルバンドルの位相不変量である第2チャーン数 c_2 を用いて

$$n(\tau = \infty) - n(\tau = -\infty) = \int_{\mathbb{R}^4} -\frac{1}{8\pi^2} \text{tr}(F \wedge F) \equiv c_2 \quad (1)$$

と表されるので、*1 鞍点近似では、異なる真空間の遷移は、 $c_2 \neq 0$ となるゲージ場配位(インスタントン)により引き起こされる。遷移振幅は $\langle n+q | \mathcal{S} | n \rangle = Z_q$ と表されるので、 θ を実パラメータとして、 $|\theta\rangle = \sum_n e^{-i\theta n} |n\rangle$ とおくと

$$\langle \theta | \mathcal{S} | \theta \rangle = Z_\theta \delta(\theta' - \theta); \quad Z_\theta = 2\pi \sum_{q \in \mathbb{Z}} e^{iq\theta} Z_q \quad (2)$$

が得られる。これより、 θ 真空と呼ばれる $|\theta\rangle$ が対角化された基底状態となる。

この真空の変更は新たな問題を引き起こす。式(2)より、 θ 真空では、有効作用積分が本来の S_0 から

$$S = S_0 + \theta c_2; \quad c_2 = -\frac{1}{8\pi^2} \int \text{tr}(F \wedge F) \quad (3)$$

へと変更を受ける。この新たに付け加わった項は、 $\theta \neq 0$ なら、パリティ変換 P およびそれと荷電共役変換の組み合わせであるCP変換に対する理論の不変性を破ることになる。特に、ゲージ場として $SU(3)$ カラーゲージ場を考えると、この付加項は本来CP不変であった強い相互作用のセク

ターにCPの破れを生み出し、中性子に電気双極子モーメント $D_n = (2.4 \pm 1) \times 10^{-16} \theta$ ($e \text{ cm}$) を与える。しかし、観測より $|D_n| < 3 \times 10^{-26}$ ($e \text{ cm}$) なので、強い制限 $|\theta| < 3 \times 10^{-9}$ が得られる。²⁾ θ が何故このようにゼロに近いのかというのが強い相互作用におけるCP問題である。

1.2 θ 真空のエネルギー

インスタントン解は一般に自己双対解 ($*F = F$) と反自己双対解 ($*F = -F$) の和となる ($(*F)_{\mu\nu} \equiv (1/2)\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta}$)。 $SU(2)$ に対する $c_2 = \pm 1$ の(反)自己双対インスタントン解は、具体的表式が知られており、BPST解と呼ばれる。また、この解は、埋め込み $SU(2) \subset SU(n)$ により $G = SU(n)$ に対するインスタントン解を与える。

BPSTインスタントン解は、時空併進とスケール変換に対応するモジュライ自由度をもつので、その分配関数 Z_θ への寄与 $Z_1 = Z_{-1}$ は

$$\hat{Z}_{\pm 1} \equiv \frac{Z_{\pm 1}}{Z_0} = \tilde{\Lambda}^5 \int d^4x \int dR e^{-S_E}, \quad (4)$$

と表される。ここで、 $\tilde{\Lambda}$ はある質量スケール、 R はインスタントンサイズである。また、 S_E は

$$S_E = -\int \frac{1}{g^2} \text{tr}(*F \wedge F) = \pm \frac{1}{g^2} \int d^4x \text{tr}(F \wedge F) = \frac{8\pi^2}{g^2}. \quad (5)$$

一般のインスタントン解を、 q_+ 個の自己双対BPST解と q_- 個の反自己双対BPST解の重ね合わせにより近似すると、 $q = c_2 = q_+ - q_-$ より

$$Z_\theta \propto \sum_{q_+, q_- \geq 0} \frac{\hat{Z}_1^{q_+}}{q_+!} \frac{\hat{Z}_{-1}^{q_-}}{q_-!} e^{i(q_+ - q_-)\theta} = e^{\hat{Z}_1(e^{i\theta} + e^{-i\theta})}. \quad (6)$$

これは、インスタントンが非摂動論的真空エネルギー

$$V = -\Lambda^4 \cos \theta + \text{const} \quad (7)$$

を生み出すことを意味する。ここで、

$$\Lambda^4 = 2\tilde{\Lambda}^5 \int dR e^{-8\pi^2/g^2}, \quad g = g(\mu) = g\left(\frac{1}{R}\right). \quad (8)$$

このように、 θ 真空は θ に依存した真空エネルギーをもち、 $\theta = 0$ が最低エネルギー状態となる (θ は $\text{mod } 2\pi$ のみ意味をもつことに注意)。しかし、 θ が定数で、異なる θ 真空の間の遷移が起きないとすると、この真空エネルギーの差は物理的には意味をもたない。ただし、 θ が定数でなく力学的な自由度となれば状況が変わり、CPの破れのない $\theta = 0$ が力学的に自動的に選ばれることになる。このことに着目したのが、ペッチェイ (R. Peccei) とクイン (H. Quinn) であるが、その際に決定的な役割を果たしたのが、次に述べるカイラルな対称性が量子補正により破れるカイラルアノマリーという現象である。

1.3 カイラルアノマリー

古典論において、 $\lambda(x)$ をパラメータとする無限小局所変換 U_λ に対して、作用積分は $\delta S = \int d^4x (J^\mu \partial_\mu \lambda + \lambda \mathcal{Q})$ と変化する。ここで、 J^μ はこの変換に対応するカレントで、 λ が定数となる大域変換に対して理論が不変なら、 $\mathcal{Q} = 0$

*1 tr はベクトル表現でのトレース。

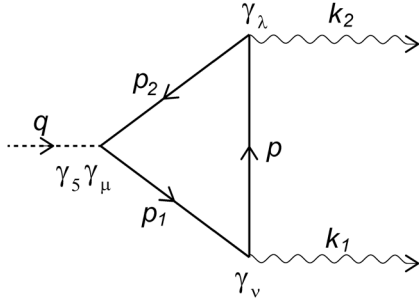


図1 ABJアノマリーを生み出すダイアグラム。

となる。これに対して量子論では、発散の正則化を行うと、有効作用積分の変換則には余分な付加項が加わる：

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{-g} (J^\mu \partial_\mu \lambda + \lambda \mathcal{Q} + \lambda \mathcal{P}) \quad (9)$$

\mathcal{P} はアノマリー関数と呼ばれ、 $P_\pm = (1 \pm \gamma_5)/2$ として、系に含まれるスピノール場 ψ の U_λ による変換が $\delta\psi = i\lambda(t^L P_+ + t^R P_-)\psi$ 、ゲージ場 A^I および重力場 ω_{ab} との結合が共変微分

$$D = d + \frac{1}{4} \omega_{ab} \gamma^{ab} + i(t^L P_+ + t^R P_-) A^I \quad (10)$$

で表されるとき、

$$\mathcal{P} = \sum_U \frac{\xi_U}{16\pi^2} F^I \cdot \tilde{F}^J + \frac{\text{Tr}(t^L - t^R)}{768\pi^2} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta} R_{\mu\nu\gamma\delta} \quad (11)$$

で与えられる。ここで、 $\tilde{F}_{\mu\nu} = (*F)_{\mu\nu}$ 、 $F \cdot \tilde{F} = (1/2) F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$ 、 $\xi_U = \text{Tr}(t^L \{t_i^L, t_j^L\} - t^R \{t_i^R, t_j^R\})$ である。無限小局所変換は経路積分の観点からは単に座標変換なので、式(9)より $\langle a | \delta S | b \rangle = 0 \Rightarrow \nabla_\mu J^\mu = \mathcal{Q} + \mathcal{P}$ が得られる。作用素に基づく定式化では、ゲージ粒子2個の状態と真空に関する行列要素 $\langle k_1, k_2 | \nabla_\mu J^\mu | 0 \rangle$ が \mathcal{P} と対応し、アノマリーは図1に示した三角形のファイマン図式より生じる。このため、このアノマリーは、トライアングルアノマリーないし発見者の名前の頭文字を取って**ABJアノマリー**とも呼ばれる。

1.4 QCDアクシオン

素粒子標準模型を含む理論が新たなカイラル変換 U_λ に対して不変であるとして、このカイラル対称性が自発的に破れたときに現れるNGボソンを記述する場を ϕ とする。 U_λ によるスピノール場 ψ の変換を、 $\psi \rightarrow e^{i\lambda(t^V + t^A \gamma_5)} \psi$ ($t^V = (t^L + t^R)/2$, $t^A = (t^L - t^R)/2$)で表すと、 U_λ に対し ϕ は $\phi \rightarrow \phi + \lambda f_a$ と変換するので、系のヒッグス場とスピノール場 ψ の湯川結合は $\bar{\psi} e^{i(\phi/f_a)(t^V - t^A \gamma_5)} \mathcal{M} e^{-i(\phi/f_a)(t^V + t^A \gamma_5)} \psi + \text{h.c.}$ という形の質量項を生み出す。この質量項の中で強い相互作用でCPの破れを生み出す可能性のある複素位相は、変換パラメータを $\lambda = \phi/f_a + \lambda_0$ (λ_0 は適当な定数)とおいたカイラル変換 U_λ をスピノール場のみならず見かけ上消すことができる。ただし、 ψ の運動項 $-i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi$ より、 ϕ と ψ の微分結合 $(\partial_\mu \phi/f_a) j^\mu$ ($j^\mu = \bar{\psi} (t^V + t^A \gamma_5) \psi$)が付け加わる。さらに、カイラルアノマリーのため、有効作用積分に $(\phi/f_a + \lambda_0) \mathcal{P}$ という新たな項が付け加わる。したがって、

結局、有効ラグランジュ密度で ϕ を含む部分は

$$\mathcal{L}_\phi = \sqrt{-g} \left[-\frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + \frac{\partial_\mu \phi}{f_a} j^\mu + \left(\frac{\phi}{f_a} + \lambda_0 \right) \mathcal{P} - \frac{\theta_0}{8\pi^2} \text{tr}(F^{(3)} \cdot \tilde{F}^{(3)}) + \dots \right] \quad (12)$$

となる。ここで、 $F^{(3)}$ はSU(3)ゲージ場の強度、 \dots は他の非可換ゲージ場に対する類似の θ 項である。

いま、 t^A がカラーSU(3)変換と可換とすると、アノマリー関数の係数 ξ_U のSU(3)成分は、 $\xi_U = 4\text{Tr}(t^A) \text{Tr}(t_i^L t_j^L) = \xi_{(3)} \delta_{ij}$ となるので、 \mathcal{P} のSU(3)成分は θ 項に組み込むことができ、結果的に θ_0 が

$$\theta_0 \Rightarrow \theta = \xi_{(3)} \left(\frac{\phi}{f_a} + \lambda_0 \right) + \theta_0 \quad (13)$$

と置き換わる。すなわち、 θ が実質的に動的な場となり、真空のエネルギー(7)はそのポテンシャルを与える。これにより、強い相互作用のCP不変性が動力学的に回復される。これがペッチェイ-クイン機構で、そこで用いられるNGボソン ϕ は**QCDアクシオン**と呼ばれる。

アクシオンの質量は、ポテンシャルの表式(7)より、 ξ をモデル依存な係数として、一般に $m_a = \xi \Lambda^2 / f_a$ と表されるが、 Λ の値をインスタントン法で直接計算するのは困難である。そこで、QCDアクシオンの場合、通常、適当なカイラル変換で θ をクォーク質量項に移すことにより、クォーク質量項の真空期待値としてアクシオンポテンシャルを求める方法(カイラルダイナミクス法)がしばしば用いられる。最近では、格子QCDによる θ 真空のエネルギーの直接計算も行われており、QCDアクシオンの質量と崩壊係数の関係として

$$m_a = 5.70 (\pm 7) \mu\text{eV} \left(\frac{10^{12} \text{ GeV}}{f_a} \right) \quad (14)$$

が得られている。^{2,3)} 宇宙現象への影響より、QCDアクシオンの質量に対して $m_a \leq 1 \text{ eV}$ 、崩壊定数 f_a に対して $10^8 \text{ GeV} \leq f_a$ という制限が得られている。²⁾

2. 超弦理論コンパクト化が生み出すアクシバース

ゲージ対称性に含まれるカイラル対称性は自発的に破れてもヒッグス機構によりゲージボソンに吸収されてしまうので、アクシオンを生み出す対称性は大域的な対称性のみとなる。このため、素粒子標準模型からボトムアップ的に構成された統一理論では、QCDアクシオン以外に複数のアクシオンを導入する根拠は通常存在しない。しかし、トップダウン的に標準模型を導出することを目指す超弦理論では状況が大きく異なる。⁴⁾

2.1 モジュライ場

これまでに構成された整合的な超弦理論は10次元時空での弦理論となっており、4次元の標準模型を導くにはコンパクト化が必要となる。コンパクト化では、10次元時空 M として、局所的に4次元時空 X と6次元時空 Y の積で表される時空を考え、基底状態では余分な6次元時空 Y

が低エネルギーの観測では認知できない小さなサイズとなるような10次元場の配位を与える。この際、余剰空間の構造やそれに含まれる背景場などには変形の自由度があり、その自由度が4次元時空の場所ごとに異なると、モジュライ場と呼ばれる4次元場を生み出す。

モジュライ場は、2つのクラスに分類される。一つは、その値がニュートン重力定数や標準模型のゲージ結合係数など、低エネルギー有効理論の基本定数に影響を及ぼすモジュライ場である。内部空間 Y のサイズや形を表すモジュライ場がそれにあたる。これらのモジュライ場は値が安定化される必要があるので、電弱エネルギースケールより十分大きい質量をもち、低エネルギー現象からこれらのモジュライ場についての情報を直接得ることは難しい。

2.2 ストリングアクシオン

もう一つのクラスは、10次元理論においてフォーム場と呼ばれる微分形式で表される広い意味でのゲージ場に起源をもつモジュライである。これらのフォーム場から得られるモジュライスカラー場は、10次元理論のゲージ不変性の結果として、4次元有効理論がシフト対称性をもち、アクシオンを生み出す。

例として、ヘテロ型超弦理論の低エネルギー有効理論である10次元ヘテロ型超重力理論で具体的に見てみよう。この理論は、重力場 g_{MN} 、ディラトンと呼ばれるスカラー場 ϕ 、ゲージ場 A に加えて、2形式で表される場 $B = B_{MN} dx^M \wedge dx^N / 2$ を含んでいる。理論は Σ を任意の1形式としてゲージ変換 $\delta B = d\Sigma$ に対して不変となる。対応するゲージ不変なフラックス H は $H = dB - (1/30)\Omega_{CS}(A) + \Omega_{CS}(\omega)$ により定義される。右辺の付加項において、 $\Omega_{CS}(A) = -\text{Tr}(A \wedge dA + (2/3)A \wedge A \wedge A)$ 、 ω は時空計量に対応する接続形式である。この付加項は、理論が局所超対称性をもつために必要となり、グリーン-シュヴァルツ機構と呼ばれる量子アノマリーの相殺メカニズムにおいて重要な役割を果たす。また、この定義から得られる関係式 $dH = \text{tr}(\mathcal{R} \wedge \mathcal{R}) - (1/30)\text{Tr}_a(F \wedge F)$ (\mathcal{R} は接続 ω に対する曲率2形式)^{*2}は、アノマリー相殺条件と呼ばれる。

いま、 B に対するモジュライ自由度を取り出すために、 H を

$$H = h(x) + \sum_i d\theta_i(x) \wedge \eta^i(y) + \dots \quad (15)$$

と展開する。ここで、 $h(x)$ は X 上の3形式場、 $\theta_i(x)$ ($i = 1, \dots, b_2(Y)$)は X 上のスカラー場、 $\eta^i(y)$ は Y の調和2形式の基底、 $b_j(Y) = \dim(H_j(Y, \mathbb{R}))$ は Y の j 次のベッチ数である。この H の表式を10次元作用積分に代入し、アノマリー相殺条件を考慮したうえで $h = 8\pi^2 f_a * da$ ($f_a = \sqrt{2} a_{\text{mpl}} / (2\pi)$)おくと、次の4次元作用積分を得る：

$$S_a = \int_X \left[-\frac{1}{2} \sum_{i,j} K^{ij} * da_i \wedge da_j - \frac{1}{2} * da \wedge da - \frac{a}{f_a} \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{1}{30} \text{Tr}_a(F \wedge F) - \text{tr}(\mathcal{R} \wedge \mathcal{R}) \right) - \sum_i \frac{a_i}{8\pi^2 f_i} \left(\alpha^i \text{Tr}_a(F \wedge F) + \beta^i \text{tr}(\mathcal{R} \wedge \mathcal{R}) \right) \right] \quad (16)$$

ここで、 $\alpha = g^2 / (4\pi) \approx 1/25$ は大統一理論での微細構造定数、 $m_{\text{pl}} = (hc / (8\pi G))^{1/2} \approx 2.43 \cdot 10^{18} \text{ GeV}/c^2$ は(有理)プランク質量である。また、 L^6 を Y の体積、 $\int_{\sigma_j} \eta_i = \delta_j^i$ を満たす2サイクル σ_i の極小サイズを ℓ_i として、 $K^{ij} = \ell_i^2 \ell_j^2 L^{-6} \int_Y * \eta^i \wedge \eta^j$ 、 $a_i = f_i \theta_i / (4\pi)$ ($f_i = 1 / (2\pi f_a \ell_i^2)$)である。また、最後の項はゲージアノマリーを打ち消す役割を果たす項で、 α^i, β^i はコンパクト化に依存した定数である。

構成法より、 a および a_i はゲージ場および重力場とCS結合をもち、定数シフトに対して位相項を除いて理論は不変となる。さらに、10次元理論より、これらのアクシオンと4次元フェルミオンはカイラルな微分結合 $(3\sqrt{2}/4) \sum_i (\bar{\psi}_i \gamma_5 \gamma^\mu \psi_i) \partial_\mu (-a + \sum_j \lambda_j^i a_i) / m_{\text{pl}}$ をもつことが示される。ここで、 λ_j^i はコンパクト化に依存した無次元の定数である。 a のアクシオン崩壊定数は $f_a \approx 2 \times 10^{16} \text{ GeV}$ とコンパクト化の詳細に依らないが³、 a_i の数や結合定数、崩壊定数 $f_i \approx 5 \times 10^{16} (\ell_i m_{\text{pl}} / 30)^{-2} \text{ GeV}$ は、余剰次元の位相、サイズ、微分幾何学的構造などコンパクト化の詳細に依存する。このような特徴のため、 a はしばしば**モデル非依存アクシオン**、 a_i は**モデル依存アクシオン**と呼ばれる。

以上はヘテロ型理論に関するものであるが、 B 場はすべての超弦理論に共通に含まれているので、コンパクト化により取り除かれない限り、上で導入したアクシオンは普遍的なものである。ただし、ヘテロ型以外の理論では、4次元理論標準模型に現れる場が10次元の超重力理論には現れないため、ゲージ場とのCS結合もフェルミオンとのカイラル結合ももたない。しかし、II型の理論では、 B 場に加えて、 n 形式 $C_{[n]}$ ($n = 0, \dots, 9$)で表されるRRフォーム場と呼ばれる場が含まれる。これらの場は、形式和を $C = \sum_n C_{[n]}$ とおくと、ゲージ自由度 $C \rightarrow C + d\Lambda$ をもつ。このゲージ不変性のおかげで、 $C_{[2]}$ は B 場と同様に2種類のアクシオンを生み出す。 $C_{[3]}$ と $C_{[4]}$ は、 Y 上の調和微分形式 $\eta_{[n]}^k(y)$ による展開 $C_{[n]} = c_k(x) \eta_{[n]}^k(y) + \dots$ により、アクシオン $c_k(x)$ ($k = 1, \dots, b_n(Y)$)を生み出す。これらのアクシオンは a_j と同様に、その数は内部空間 Y の3サイクル、4サイクルの数により決まり、その崩壊定数や物質場との結合係数は内部空間の構造に依存する。

2.3 ストリングアクシオンの質量

このように、モデル依存アクシオンはコンパクト化の構造についての情報を低エネルギーの世界に残す重要なメッセンジャーであるが、この情報を読み取れるかどうかは、質量と崩壊定数に大きく依存する。

ストリングアクシオンが質量を獲得する機構として知ら

^{*2} Tr_a は随伴表現でのトレース。

れているのは、次の3種類の非摂動効果である。

- A. CS結合するゲージ場のインスタントン効果ないしその超対称パートナーの真空凝縮。
- B. 内部空間 Y に含まれる2サイクルへのストリングの巻き付き (ワールドシートインスタントン)
- C. Y の $p+1$ サイクルへの D_p プレーンの巻き付き (ユークリッド的 D プレーン)

これらいずれも、QCD アクシオンポテンシャルがインスタントン効果により生成されると類似のメカニズムでアクシオンポテンシャルを生み出す。アクシオン場を ϕ_k 、その崩壊定数を f_k とするとき、その主要項は

$$V_a = \text{const.} - \sum_v M_v^4 e^{-I_v} \cos \left(\sum_k \xi_v^k \phi_k / f_k \right) \quad (17)$$

と表される。ここで、 M_v はコンパクト化に依存するエネルギースケール、 I_v はインスタントンやサイクルに巻き付いたストリングや D プレーンに対するユークリッド化された作用積分の値、 ξ_v^k はアクシオンとインスタントンの結合係数である。これより、アクシオン質量は

$$m_a = M^2 e^{-I/2} / f_a \quad (18)$$

という構造をもち、その大きさは作用積分 I の値に大きく左右される。 I は超弦理論やコンパクト化に依存する。例えば、ヘテロ型理論の場合、モデル非依存アクシオンに対して $I \approx 2\pi/\alpha \approx 160$ 、モデル依存アクシオンに対して $I \approx \alpha(\ell_{\text{mpl}})^2$ (ℓ は2サイクルのサイズ) となる。

2.4 アクシバース

このようにアクシオンの質量はモデルごとに大きく変化するが、多くのストリングアクシオンに対して、 I と f_a の間に $f_a I \sim m_{\text{pl}}$ の関係が共通して成り立つ。 f_a はアクシオンを定義する調和形式に双対なサイクルのサイズに依存し、現実的な多くのコンパクト化はサイズの異なる多数のサイクルを含むので、これは、我々の世界で m_a が log スケールで広い範囲に分布していることを示唆する (アクシバース)。⁵⁾ この分布範囲は次のようにして推定される。

まず、QCD アクシオンが実在し、モデル依存ストリングアクシオンの一つだとすると、QCD アクシオンは通常の機構 A に加えて機構 B ないし C からポテンシャルを獲得するが、後者のストリング起源のポテンシャルの極小点は、一般には機構 A の極小点と異なるため、強い相互作用における CP 問題をペッチェイ-クイン機構により解決するのを阻害する。そこで、ストリング補正の影響が観測的制限以下であることを要求すると、インスタントン作用積分に対して下限 $I \geq 170$ が得られる。これより、アクシオン質量のスペクトルおよび崩壊定数の範囲の目安として

$$m_a \leq 10^{-12} \text{ eV}, \quad f_a \leq 10^{16} \text{ GeV} \quad (19)$$

が得られる。

このように微小な質量をもち、結合係数 ($\sim E/f_a$) の小さな粒子を地上の実験で検出することは非常に困難である。

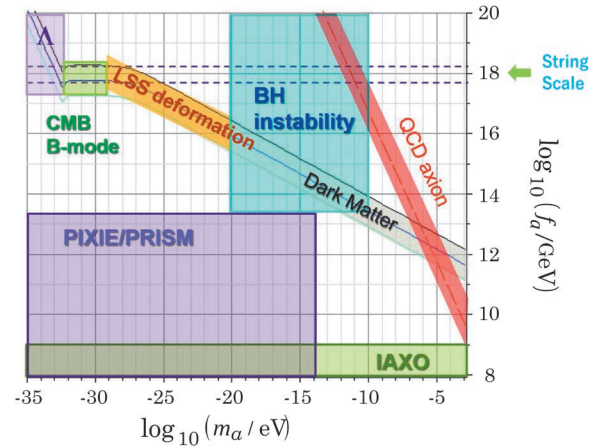


図2 アクシバースで期待される諸現象・観測手段とアクシオンパラメータの対応。PIXIE/PRISMは将来のCMB観測、IAXOはCERNによる第2世代の太陽アクシオン観測。

もちろん、フェルミ粒子とスカラー型の結合をする質量 m のスカラー粒子は、 $1/m$ 以下の距離では重力より強い長距離力 $\propto 1/r^2$ を生み出し等価原理を破るため、実験的に強い制限を受ける。⁶⁾ しかし、擬スカラー結合をするアクシオンの場合、力はスピン依存力となり、距離と共に速く減衰する ($\propto 1/r^4$)。このため、地上実験では $f_a \gg 10 \text{ GeV}$ という弱い制限しか得られない。⁶⁾ これに対して、宇宙スケールの現象を用いると状況が大きく変わる。⁵⁾ 例えば、質量が $m_a \approx (10^{-20} \sim 10^{-28}) \text{ eV}$ の範囲にあるアクシオンは、 f_a が適当なレンジにあるとダークマターに寄与し、同時に宇宙の大域的ゆらぎのスペクトルを変形させる (図2)。さらに、 $m_a = (10^{-29} \sim 10^{-33}) \text{ eV}$ では、偏光面回転効果によりCMBにBモードを生成し、 $m_a \leq 10^{-33} \text{ eV}$ のアクシオンはダークエネルギーに寄与する。

これらの現象ではアクシオンの存在量が重要となるが、存在量に関係なく起きる現象もある。例えば、アクシオンと電磁場のCS結合は、磁場中でアクシオンと光子の相互変換を引き起こすが、⁷⁾ これを用いると銀河間空間における宇宙赤外線背景放射に対するTeVガンマ線の透明度が上がるため、ガンマ線天体のスペクトル観測によりアクシオンの存在を検知する可能性が開かれる。⁸⁾ また、 $m_a \approx (10^{-10} \sim 10^{-20}) \text{ eV}$ の質量範囲にあるアクシオンは、次節で詳しく紹介するように、自然界に存在するブラックホールと強く相互作用し、興味深い諸現象を引き起こす。

3. 重力波でアクシバースを探る

自然界のブラックホール質量 M は、星起源のブラックホール $M = (1 \sim 100) M_\odot$ から銀河中心にある巨大ブラックホール $M \leq 10^{10} M_\odot$ まで広い範囲に分布する。1太陽質量 M_\odot の高速回転ブラックホールのホライズン半径約1.5 kmは、質量 $m_a \approx 10^{-10} \text{ eV}$ に対するコンプトン波長と一致するので、質量が $m_a \approx (10^{-10} \sim 10^{-20}) \text{ eV}$ の範囲にあるアクシオンは、そのコンプトン波長が自然界に存在するいずれかの高速回転ブラックホールのホライズン半径と同程度とな

る。このとき、アキオン場は不安定となり、興味深い現象を引き起こす。

3.1 ブラックホールによる超放射

回転するブラックホールでは、ブラックホールホライズンの近傍に時間推進のキリングベクトル（無限小等長変換） ∂_t が空間的となる領域（エルゴ領域）が現れる。ブラックホール時空では、4元運動量ベクトル p^μ と ∂_t から定義されるキリングエネルギー $E \equiv -p \cdot (\partial_t)$ が保存的なエネルギーとなるが、エルゴ領域ではこの量は負となることができる。このような負のキリングエネルギーをもつ粒子をブラックホールに落とすと、無限遠からみたブラックホールの質量は減少するので、結果的にブラックホールからエネルギーを取り出すことができる。このメカニズムはペンローズ過程と呼ばれる。

粒子の代わりに、ボーズ場を考えるとこのペンローズ過程と似たブラックホールからのエネルギーの引き出しが自然に起きる。例として、クライン-ゴールドン方程式 $\square\phi=0$ を満たす質量ゼロの実スカラー場 ϕ を考える。 ϕ を ∂_t に関する正振動数部分 $\phi^{(+)}$ と負振動数部分 $\phi^{(-)} = (\phi^{(+)})^*$ に $\phi = \phi^{(+)} + \phi^{(-)}$ と分解すると、保存的なフラックス

$$N_\mu = i(\phi^{(+)})^* \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi^{(+)}; \quad \nabla_\mu N^\mu = 0 \quad (20)$$

が定義できる。 $F_\Sigma(\phi) \equiv -\int_\Sigma d\Sigma_\mu N^\mu$ は、空間的な面 Σ に対して、確率解釈の元となるクライン-ゴールドンノルムを、時間的ないし光的な面に対してはその面を横切る確率流を表す。

無限遠からブラックホールにスカラー場の平面波が入射すると、その一部はブラックホール近傍での時空の曲がりにより無限遠に散乱され、残りはブラックホールに吸い込まれる。図3は、この状況の2次元断面をペンローズ図式で模式的に示したものである。この図は、実際の無限に広がった時空を共形的に有限領域に写像したもので、 \mathcal{I}^+ と \mathcal{I}^- が未来および過去の無限遠を、 \mathcal{H}^+ と \mathcal{H}^- が未来のブラックホールホライズンと過去のホワイトホールホライズンを表す。ホワイトホールホライズンからの波の出入りはないとすると、確率フラックスの保存則より、 $F_{\mathcal{I}^+} =$

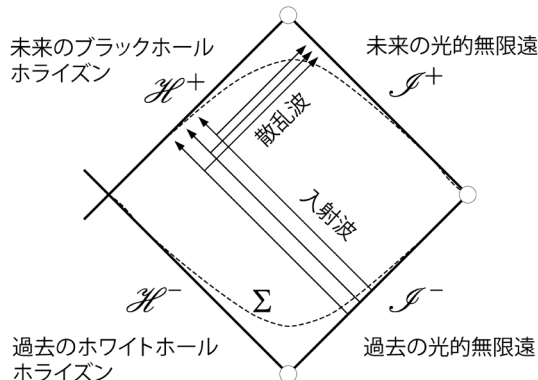


図3 入射波のブラックホールによる散乱を表すペンローズ図式。Σはブラックホールの外部領域のコーシー面。

$F_{\mathcal{I}^+} + F_{\mathcal{H}^+}$ が成り立つ。ここで、 ϕ が $\phi^{(+)} \propto \exp(-i\omega t + im\varphi)$ を満たすとすると、無限遠での確率フラックスは $F_{\mathcal{I}^\pm} = 2\omega \int_{\mathcal{I}^\pm} dt d^2\Omega r^2 |\phi^{(+)}|^2$ となる。一方、ホライズン \mathcal{H}^+ では、その光的な接ベクトルを $k = \partial_t + \Omega_h \partial_\varphi$ と表すと、 $d\Sigma^\mu \partial_\mu \phi^{(+)} \rightarrow dv d^2\Omega (-k^\mu) \partial_\mu \phi^{(+)}$ より、

$$F_{\mathcal{H}^+} = 2(\omega - m\Omega_h) \int_{\mathcal{H}^+} dv d^2\Omega |\phi^{(+)}|^2 \quad (21)$$

となる。ここで、 Ω_h はブラックホールの回転角速度と呼ばれ、ブラックホールのスピンパラメータ $a = J/M$ (J は角運動量)、ホライズン半径 $r_h = M + \sqrt{M^2 - a^2}$ を用いて、 $\Omega_h = a/(r_h^2 + a^2)$ と表される。この式より、

$$0 < \omega < m\Omega_h \quad (22)$$

となるモードに対しては $F_{\mathcal{H}^+} < 0$ 、したがって、 $F_{\mathcal{I}^+} > F_{\mathcal{I}^-}$ 、すなわち入射する波より反射して無限遠に散乱される波の方が大きな振幅をもつことになる。この現象は、超放射 (superradiance) と呼ばれ、ベクトル場や重力場などすべての整数スピンをもつ場に対して起きる。⁹⁾ 詳しい説明は省略するが、超放射現象は波動に対するペンローズ過程と見なすことができる。実際、スカラー場に対するホライズンを横切るKillingエネルギー流束を計算すると、超放射モードに対して $\langle k \cdot S \rangle = \omega(\omega - m\Omega_h) \langle |\phi^{(+)}|^2 \rangle < 0$ となることが確かめられる。

3.2 有質量 (擬) スカラー場超放射不安定

以上では、質量ゼロのスカラー場を考えたが、質量 $\mu > 0$ の場合だと何が起きるであろうか？ まず、ホライズン近傍では、質量の違いはスカラー場の振る舞いに影響しないことが確かめられるので、 $\mu > 0$ でも超放射現象は依然として起きる。ただし、遠方の振る舞いは大きく変化し、無限遠で高さが μ に漸近する重力ポテンシャル障壁が現れる (図4参照)。このため、 $\omega < \mu$ では、ホライズン近傍と遠方のポテンシャル障壁の間を反射により往復する波の重ね合わせとして束縛モードが現れる。このモードの中にさら

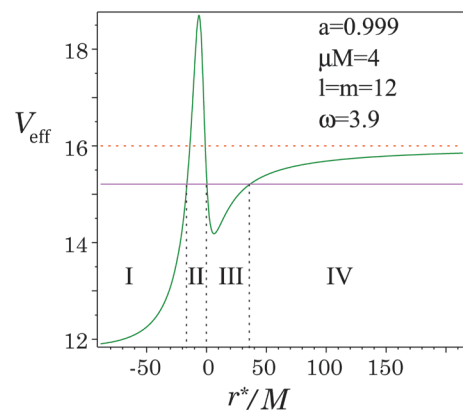


図4 動径波動関数に対する有効ポテンシャル。 ω^2 が水平な赤線に対応する値を取るとき、IIは遠心力ポテンシャル障壁の領域、IIIは古典的に束縛運動が可能で、波動関数が振動的となる領域、IVは波動関数が指数関数的に減衰する領域、Iはブラックホールに接する古典運動可能領域で、相対論に特有の領域。波動関数はIIIの領域に局在するが、一部がトンネル効果でIの領域に漏れ出し、ブラックホールに入射する。

に超放射条件 $\omega < m\Omega_h$ を満たすものがあれば、ホライズンでの反射のたびに振幅が増大するので、時間と共に振幅が指数関数的に増えることになる。この現象は**超放射不安定** (superradiance instability) と呼ばれる。

カー時空でのクライン-ゴルドン方程式は変数分離可能なので、 $\phi^{(+)} = e^{-i\omega t + im\theta} P(r) S_{lm\omega}(\theta)$ と置くことにより、不安定性増大率の計算は、動径方向波動関数 $P(r)$ に対する常微分型の固有値問題

$$P = \frac{u(r)}{(r^2 + a^2)^{1/2}}; \quad -\frac{d^2 u}{dr^{*2}} + (\omega^2 - V(r, \omega)) u = 0 \quad (23)$$

に帰着される。ここで、 $dr^* = (r^2 + a^2) dr / (r^2 - 2Mr + a^2)$ である。 $\omega = \omega_R + i\omega_I$ と置くとき、 $\omega_I > 0$ となるモードが、時間と共に $e^{\omega_I t}$ に比例して増大する超放射不安定モードを与える。

動径波動関数に対する有効ポテンシャル V_{eff} は図4に示した構造をもち、モード関数の値が大きくなる領域 III, IV ではほぼ Newton 理論での重力ポテンシャル $-a_g/r +$ 遠心力ポテンシャルと一致する。このため、 ω_R の値および固有関数の振る舞いは、水素原子と同様に、角量子数 (l, m) ($l \geq |m| \geq 0$) と主量子数 $n (\geq l + 1)$ の組 (n, l, m) で分類される。これらすべての束縛状態を表す固有関数が不安定モードとなることが示される。

成長時間 $\tau_{\text{sr}} = 1/\omega_I$ は、 a_g を

$$a_g \equiv GM\mu = \frac{\mu}{1.34 \cdot 10^{-10} \text{ eV}} \cdot \frac{M}{M_\odot} \quad (24)$$

で定義するとき、 $a_g \ll 1$ と $a_g \gg 1$ の極限では準解析的に求めることができ、

$$\frac{\tau_{\text{sr}}}{GM} \approx \begin{cases} 10^7 e^{1.84 a_g} & ; a_g \gg 1, \quad a=1 \\ 24 \left(\frac{a}{M}\right)^{-1} (a_g)^{-9} & ; a_g \ll 1, \end{cases} \quad (25)$$

で与えられる。¹⁰⁾ したがって、成長率は $a_g \sim 1$ で最大値

$$\tau_{\text{sr}} \approx 0.2 \cdot 10^7 GM; \quad a_g = 0.44, \quad a/M = 0.999 \quad (26)$$

をとる。¹¹⁾ $l=1, 2, 3$ に対し、 $a_* = a/M$ の様々な値での成長率を数値計算によって求めた結果を図5に示す。

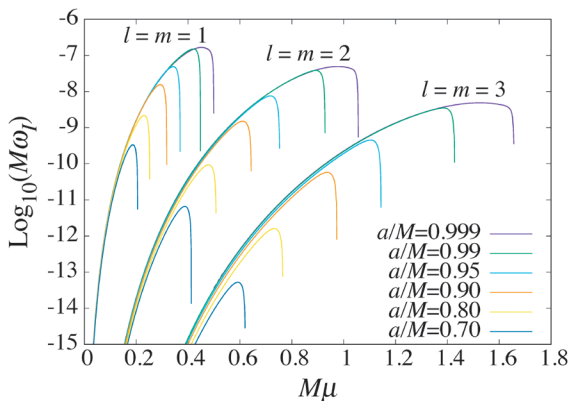


図5 超放射不安定性の成長率。 $l=m=1, 2, 3$ のモードに対する $1/M$ を単位とする成長率 $M\omega_I$ を無次元パラメータ μM の関数としてプロット。色の違いは、ブラックホールスピンパラメータ $a_* = a/M$ の値の違いに対応。

3.3 アクシバースにおけるブラックホール進化

このように、超放射不安定性の成長率は、(擬)スカラー場のコンプトン波長 $1/\mu$ がホライズン半径 $\sim GM$ と同程度となるときの最大となり、ピークからずれると急速に小さくなる(図6)。成長時間は、 $1M_\odot$ 程度の天体ブラックホールでは $\tau_{\text{sr}} \sim 10$ 秒、我々の銀河中心核にある大質量ブラックホール Sagittarius A* ($M \approx 10^6 M_\odot$) では $\tau_{\text{sr}} \sim 4$ ヶ月、 $M \sim 10^{10} M_\odot$ に達する最大級の銀河中心核ブラックホールでは $\tau_{\text{sr}} \sim 3,000$ 年となり、これらブラックホールの年齢と比べると遙かに短い。したがって、アクシオンの質量スペクトルの中に $10^{-20} \text{ eV} \leq \mu \leq 10^{-10} \text{ eV}$ の範囲のものが存在すれば、自然界に大量に存在する天体ブラックホールの周辺でアクシオン場の超放射不安定による増大が起きる。

アクシオン BEC 雲の形成

では、具体的にどのような現象が期待できるのであろうか? まず、注意しないといけないことは、量子論の枠組みで考えると、超放射不安定はアクシオン場 $= 0$ の真空状態から出発しても増大するアクシオン場を生み出すことである。直感的には、これは、ゼロ点振動が不安定性により増幅されるためと理解される。

したがって、超新星爆発や中性子星合体により回転ブラックホールが作られると、その質量に応じて $10^{-10} \text{ eV} \geq \mu \geq 10^{-12} \text{ eV}$ の範囲の質量をもつアクシオン場で $a_g \approx 0.1 \sim 2$ を満たすものが急速に成長し、ブラックホールの周りにアクシオン場の雲が形成される。図5に示したように、

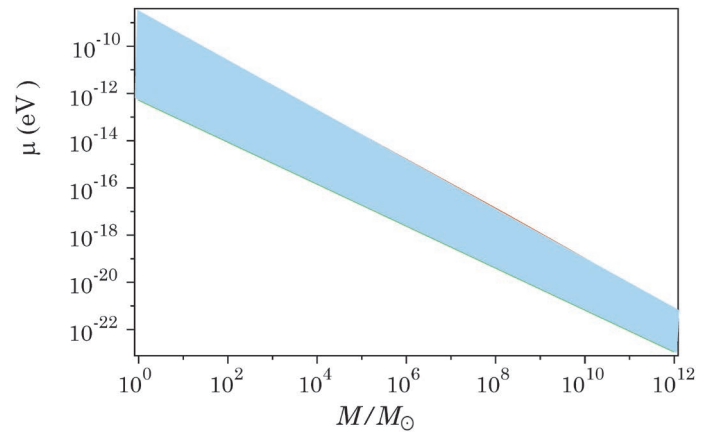


図6 不安定性成長時間が宇宙年齢以下となる $\mu-M$ の帯状領域。

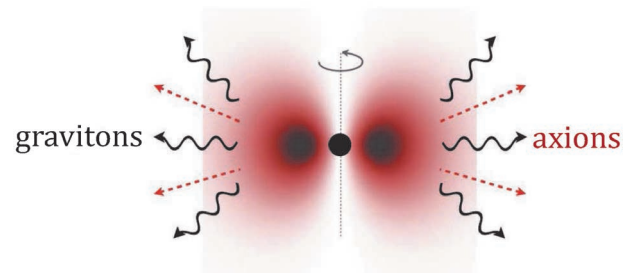


図7 ブラックホールの周りに成長したアクシオン雲 [出典: A. Arvanitaki, S. Dubovsky (2011)¹²⁾].

量子数 l の小さいモードほど成長率が大きいので、 $a_g \leq 0.4$ なら、まず $l=m=1$ モードが成長し、図7に示したようなダンベル型の回転するアクシオン雲がブラックホールの周りに形成される。また、 $0.4 \leq a_g \leq 0.9$ なら、 $l=m=2$ のモードがまず成長する。

ブラックホールのスピンドアウン

線形理論だとこれらのアクシオン雲の質量は限りなく増大することになるが、実際にはアクシオン雲の質量と角運動量が増えた分、ブラックホールの質量と角運動量は減少するため、不安定成長はいつか止まる。実際、ブラックホールに吸収されるアクシオン粒子1個のキリングエネルギーは $-\omega$ 、角運動量は $-m$ なので、スピンパラメータ $a_* = a/M = J/M^2$ は必ず減少する： $da_* < -2a_*(m\Omega_h - \omega)/M < 0$ 。これに伴い、超放射不安定の成長率は低下し、 τ_{sr} の100倍程度の時間スケールで $a_* = a_{*cr} \equiv 4ma_g/(4a_g^2 + m^2)$ ($a_g \leq m/2$) となると増幅不安定は止まる。このため、質量 $\mu = \mu_0$ のアクシオンが存在すると、図6に示した不安定バンドで $\mu = \mu_0$ に対応する質量レンジでは、 a_* が a_{*cr} より大きいブラックホールが存在しないという現象が起きることになる。¹³⁾

例えば、 $\mu = 2 \times 10^{-12}$ eV として、 $a_* - M$ 平面において、 $l=m=1 \sim 3$ の不安定モードによる角運動量ロスによりスピンパラメータ a_* が500万年の間に大きく変わる領域は、図8の各曲線の上の部分となる。この図の十字は観測により質量とスピンパラメータが推定された8個のX線天体中のブラックホールに対する値を表す。明らかに、Cygnus X-1を含めて複数のブラックホールが禁止領域にあるので、こ

の図を文字通り解釈すると、アクシオンが $\mu \sim 2 \times 10^{-12}$ eV の質量をもつ可能性は、観測より排除される。

アクシオンボーズノバ

ただし、現実の状況はもう少し複雑である。まず、上ではアクシオンを質量をもつ自由粒子として扱ったが、実際にはアクシオンは \cos 型のポテンシャル $V = \mu^2 f_a^2 (1 - \cos(\phi/f_a))$ をもつ。 $|\phi|/f_a \ll 1$ の初期段階ではこの近似は良いが、 $|\phi|/f_a$ が1に近づいてくるとポテンシャルの非線形効果が重要となる。ポテンシャルを ϕ で展開すると、 $V = \mu^2 \phi^2/2 - (\mu^2/f_a^2)\phi^4/24 + \dots$ となるので、非線形効果は最初引力として働くことが分かる。アクシオン雲のエネルギーを評価すると、含まれるアクシオン数を N として、静止質量 μN 、 $(\nabla\phi)^2$ に起因する圧力、重力ポテンシャルエネルギーは N に比例するのに対し、引力の寄与は N^2 に比例する。このため、 N が増大し、臨界値 $N_* \approx \ell^2 f_a^2 / (3ca_g \mu^2)$ を超えると、雲は不安定となり、雲の突然の収縮が起きることが期待される。もちろん、収縮が進むと次のオーダーの非線形項が斥力として働くため、収縮は止まるが、アクシオン雲は一旦崩壊し、一部はブラックホールに落下し、一部はアクシオン放射の形で遠方に放出される。この現象は、ストロンチウム原子 (Sr) のボーズアインシュタイン縮退ガスで起きる現象と類似しているので、ボーズノバと呼ばれる。

我々は、カーブラックホール時空でのサインゴルドン方程式に従うアクシオン場の時間発展を相対論的3次元コードを用いて解くことにより、 $l=m=1$ のモードに対しては、実際にボーズノバ現象が起きることを示した。¹⁵⁾ 図9は、

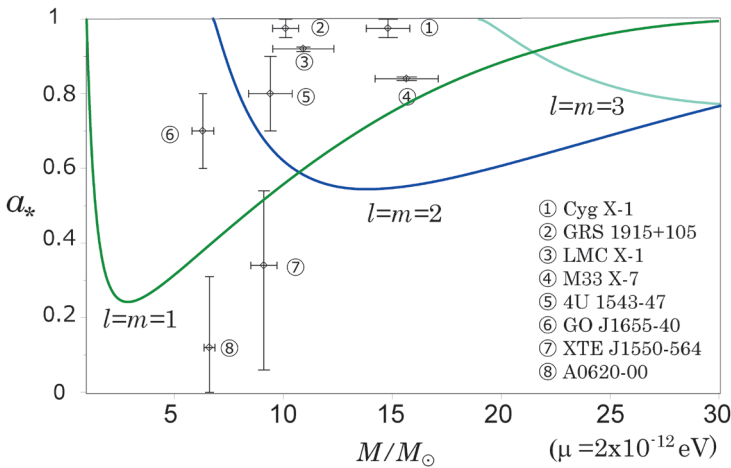


図8 超放射不安定による (a_*, M) 平面でのブラックホールスピンドアウン領域予想 ($\mu = 2 \times 10^{-12}$ eV)。十字は観測されたX線ブラックホールに対する値。¹⁴⁾ エラーバーは M について 1σ 、 a_* について 2σ 。

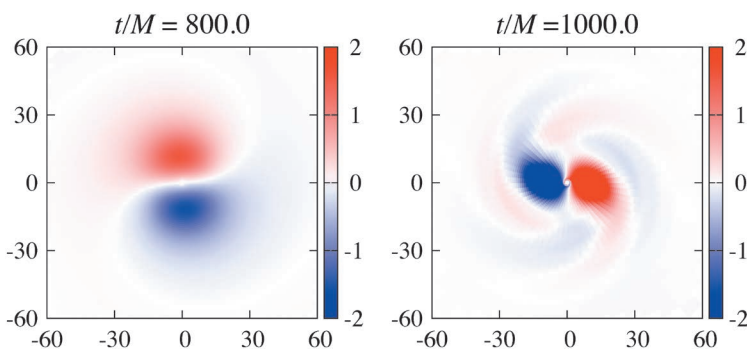


図9 アクシオンボーズノバが起きたシミュレーション ($a_* = 0.99$, $a_g = 0.3$, $l=m=1$) に対する赤道面でのアクシオン場の値のスナップショット。赤と青は符号の正負を、色の濃さは振幅を表す。左図はアクシオン雲が非線形性により収縮した状態、右図はアクシオン雲が崩壊した瞬間を表す。

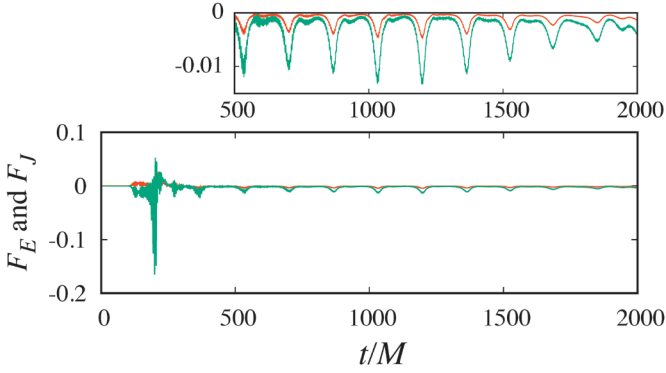


図10 $l=m=2$ モードに対する「ボーズノバ」現象 ($\alpha_g=0.8, a_*=0.99$). F_E (赤)と F_J (緑)はそれぞれホライズンでエネルギーおよび角運動量フラックス. 上のパネルは, $500 \leq t/M \leq 2,000$ の範囲の縦軸を拡大したもの.

その計算結果の一例で, 赤道面での ϕ の振幅を図示したものである. 線形解析における $\phi_{\max}/f_a=0.45$ となる不安定モードを初期値としている. 左のパネルは, $t=800M$ で, 臨界点に近づき雲が引力により収縮し始めた状態を, 右のパネルは, 雲の質量が臨界値 $E_*=\mu N_*$ を超え, 突然崩壊を始めた状態を示す. このあと, 質量の減少したアクシオン雲は再び初期状態に近い分布に戻り, 増幅不安定による成長を始め, $100M$ 程度の時間がたち雲の質量が E_* に戻ると再びボーズノバを起こす. 以降この過程を繰り返すことになる(図9). ただし, ボーズノバ現象の詳細は, モードや α_g の値に大きく依存する. 例えば, $l=m=2, \alpha_g \geq 0.4$ では, アクシオン雲の崩壊はマイルドで, 準周期的にアクシオン雲のエネルギーがアクシオン放射として遠方に放出される¹⁶⁾(図10).

アクシオンボーズノバの発生は, 実質的にアクシオン雲の質量の指数関数的な増大を止めてしまい, その質量は

$$E_* = \mu N_* \approx 4 \times 10^{-4} M \frac{l^2}{\alpha_g^4} \left(\frac{f_a}{10^{16} \text{ GeV}} \right)^2 \quad (27)$$

近傍で振動することになる. この間, ブラックホールからの角運動量の引き抜きは続くが, そのレートは単純な指数線形成長のときより低下する. ここで重要な点は, E_* がアクシオン崩壊定数 f_a に依存することである. 特に, $f_a \ll 10^{16} \text{ GeV}$ のときには, E_*/M が非常に小さくなるため, ブラックホールスピンの統計における禁止領域が狭まる.

3.4 ブラックホールアクシオン雲からの重力波

ブラックホールスピンの観測的な推定値には依然として大きなモデル依存性がある.¹⁷⁾ さらに, 観測されるブラックホールは降着円盤や落下天体から角運動量の補給を受けるが, その推定にも大きな不定性がある. ブラックホールスピン観測に基づく方法のこれらの諸問題を回避し, ストリングアクシオンについてより確定的な情報を得る手段が, 重力波観測である.^{5, 11-13, 16)}

回転ブラックホールの周りに形成されるアクシオンBEC雲は, $m \geq 1$ なので, 非軸対称な密度分布をもち, ブラックホールの周りを定常的に回転する. このため, アクシオン雲は定常的に重力波を放出する. この重力波の振幅はアクシオン雲のエネルギー E_a に比例して増大し, ボーズノバが周期的に起きると, ほぼ一定となる.

その後, スピンパラメータ a_* が次第に減少し, 臨界値に達すると超放射不安定およびボーズノバの発生は止まるが, その後も重力波放出は続く. したがって, 高い確率で, アクシオン雲のエネルギー E_a はボーズノバが起きるときの臨界値程度かそれ以下となる. 例えば, $l=m=1$ モードに対しては, アクシオン場の振幅の最大値 ϕ_{\max} が $0.67f_a$ 程度となるとボーズノバが起きるので, E_a の臨界値は

$$\frac{E_{a*}}{M} \approx 0.34 \left(\frac{\mu}{10^{-12} \text{ eV}} \cdot \frac{M}{15M_\odot} \right)^{-4} \left(\frac{f_a}{10^{16} \text{ GeV}} \right)^2 \quad (28)$$

で与えられる. 線形摂動論に基づいた数値計算によりこの質量をもつアクシオン雲からの連続重力波の振幅を評価すると, 天体までの距離を d として, 次式を得る¹¹⁾:

$$h \approx 1.2 \times 10^{-22} \left(\frac{\mu}{10^{-12} \text{ eV}} \right)^2 \left(\frac{M}{15M_\odot} \right)^3 \left(\frac{1 \text{ kpc}}{d} \right) \left(\frac{f_a}{10^{16} \text{ GeV}} \right)^2 \quad (29)$$

LIGOチームは, 地上のレーザー干渉計を用いて, 主にパルサー起源の重力波を想定した連続重力波サーチをこれまで行っており, $50 \sim 1,200 \text{ Hz}$ の振動数帯において, $h \leq (1-2) \times 10^{-24}$ という上限を得ている.¹⁸⁾ アクシオン雲の場合, 非線形効果による振動数の周期的な変動があるため, この制限をそのまま使うことには注意が必要であるが, 質量 $M \approx 15M_\odot$, 距離 $d \approx 1.86 \text{ kpc}$, 年齢 $t \approx 4.8 \times 10^6$ 年のCygnus X-1ブラックホールに単純に適用すると, $\Delta t = 100$ 秒程度として, $a_* = 0.95$ に対して図11に示したアクシオンパラメータ($\mu = m_a, f_a$)に対する制限を得る. この図では, 緑, 青, ベージュ色の2本の縦線で挟まれた領域が $l=1, 2, 3$ のモードが現在までに非線形となる領域, 同色で塗りつぶされた領域は非線形効果・降着円盤影響を考慮しても現在のスピンを維持できないため排除される領域, 同じ帯において一点鎖線より上の部分がLIGOによるアクシオン雲よりの連続重力波観測が可能なパラメータ範囲を表す. この図は, $a_* = 0.95$ とすると, スピン減少からの制限のため, Cygnus X-1からのアクシオン雲起源の重力波は, 残念ながら, LIGOでは観測できないことを示している. ただし, $a_* \leq 0.5$ だとすると, $l=2$ のモードに対応する質量帯で, LIGOレベルの感度でもより強い制限を与える.

LIGO, VIRGO, KAGRAなどの地上重力波観測装置の感度の高い周波数帯は $30 \text{ Hz} \leq \nu \leq 2 \text{ kHz}$ である. $2\mu = h\nu$ より,

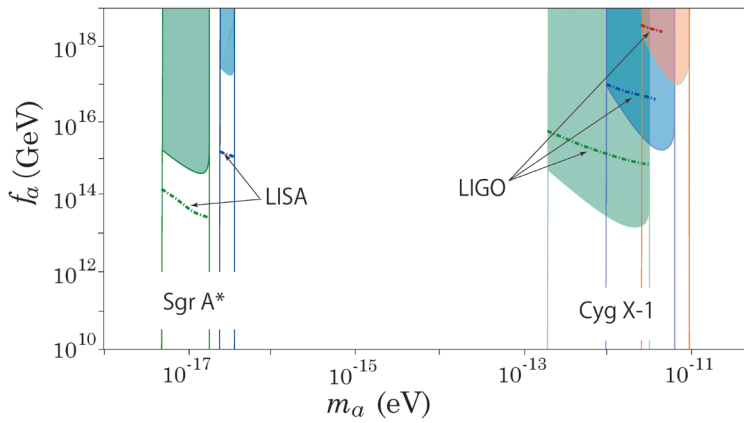


図11 Cygnus X-1およびSagittarius A*をターゲットとした連続重力波からのアクシオンパラメータへの制限。

これはアクシオンの質量に換算して $6 \times 10^{-14} \text{ eV} \leq \mu \leq 4 \times 10^{-12} \text{ eV}$ に該当する。これより、宇宙年齢以内で超放射不安定が十分成長するとすると、 $M = (1 \sim 10^4) M_\odot$ のブラックホールが対象となる。したがって、銀河中心核にある大質量ブラックホールからの重力波を観測するには、より低周波数の重力波に感度をもつ衛星を用いた重力波観測装置である eLISA や DECIGO による観測を待たないといけない。例えば、eLISA の場合、 $(10^{-3} \sim 0.2) \text{ Hz}$ の振動数帯で、ストレイン $h\sqrt{\Delta t}$ で表して $(10^{-18} \sim 10^{-20}) \text{ Hz}^{-1/2}$ の感度が想定されている。¹⁹⁾ この波長帯は、 $2 \times 10^{-18} \text{ eV} \leq \mu \leq 4 \times 10^{-16} \text{ eV}$ のアクシオン質量に相当する。

例えば、我々の銀河中心核にある巨大ブラックホール Sagittarius A* でアクシオンポーズノバが起きたとすると、 $M \approx 10^6 M_\odot$ 、 $d \approx 8 \text{ kpc}$ より、重力波の振幅は

$$h\sqrt{\Delta t} \approx 10^{-10} \text{ Hz}^{-1/2} \left(\frac{\Delta t}{10^5 M} \right) \left(\frac{\mu}{10^{-15} \text{ eV}} \right)^2 \times \left(\frac{M}{10^6 M_\odot} \right)^{7/2} \left(\frac{8 \text{ kpc}}{d} \right) \left(\frac{f_a}{10^{16} \text{ GeV}} \right)^2 \quad (30)$$

と非常に大きくなる。図11に示したように、eLISA が実現すれば、 $f_a \geq 10^{14} \text{ GeV}$ の領域で、 $5 \times 10^{-18} \text{ eV} \leq \mu \leq 2 \times 10^{-17} \text{ eV}$ の範囲にアクシオンが存在するかどうか観測により決定することができる。

以上では、アクシオン雲からの定常的な重力波放射を扱ったが、実は、ポーズノバが起きると、アクシオン雲の質量分布が一時的に大きく変動するため非常に強いバースト状の重力波が放出される。まだ、その正確な強度はわかっていないが、我々がこれまでに行った数値計算では、ポーズノバに伴うバースト重力波の振幅は、準定常時の連続重力波の100倍以上に達するという結果を得ている。これら近傍の個別天体重力波源に加えて、過去に形成された大量のブラックホールからアクシオン超放射不安定により放出された重力波は、累積して、背景重力波放射として現在の宇宙を満たしていることになる。これら背景重力波放

射の観測もアクシオンについて有力な情報を与える可能性がある。今後、重力波天文学は基礎物理研究の新たな手段となることが期待される。

参考文献

- 1) S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields* (CUP, 1995).
- 2) I. Irastorza and J. Redondo, arXiv:1801.08127 (2018).
- 3) S. Borsanyi et al., *Nature* **539**, 69 (2016).
- 4) L. E. Ibáñez and A. M. Uranga, *String Theory and Particle Physics* (CUP, 2012).
- 5) A. Arvanitaki et al., *Phys. Rev. D* **81**, 123530 (2010).
- 6) G. Raffelt, *Phys. Rev. D* **86**, 015001 (2012).
- 7) G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics* (U. Chicago Press, 1996).
- 8) K. Kohri and H. Kodama, *Phys. Rev. D* **96**, 051701 (2017).
- 9) S. Chandrasekhar, *The Mathematical Theory of Black Holes* (Clarendon Press, 1983).
- 10) H. Kodama and H. Yoshino, *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* **7**, 84 (2012).
- 11) H. Yoshino and H. Kodama, *Class. Quantum Grav.* **32**, 214001 (2015).
- 12) A. Arvanitaki and S. Dubovsky, *Phys. Rev. D* **83**, 044026 (2011).
- 13) A. Arvanitaki, M. Baryakhtar, and X. Huang, *Phys. Rev. D* **91**, 084011 (2015).
- 14) J. McClintock, R. Narayan, and J. Steiner, *Space Sci. Rev.* **183**, 295 (2014).
- 15) H. Yoshino and H. Kodama, *Prog. Theor. Phys.* **128**, 153 (2012).
- 16) H. Yoshino and H. Kodama, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2015**, 061E01 (2015).
- 17) T. Kawano et al., *Publ. Astron. Soc. Jap.* **69**, 36 (2017).
- 18) J. Aasi et al., *Phys. Rev. D* **87**, 042001 (2013).
- 19) H. Audley et al., arXiv:1702.00786 (2017).

著者紹介

小玉英雄氏：専門は宇宙論。宇宙現象を用いた究極理論探査がライフワーク。

吉野裕高氏：専門は相対論。強重力場中で起こる物理現象を数値的に探っている。

(2018年3月19日原稿受付)

Quest for the Ultimate Theory by Gravitational Wave Observation

Hideo Kodama and Hirotaka Yoshino

abstract: In this article, we introduce recent work on the possibility to get information on the string compactification in terms of observations of black holes and gravitational waves.