

# 宇宙現象を用いた 究極理論探査 (I)

京大基研 小玉英雄

首都大東京集中講義

2017/11/15 - 16

# 講義計画

## 第1章 宇宙論の基礎

- 1.1 膨張する宇宙
- 1.2 熱いビッグバン宇宙
- 1.3 加速する宇宙
- 1.4 4次元インフレーション宇宙モデルの概観

## 第2章 究極理論

- 2.1 究極理論の候補
- 2.2 超弦理論と超重力理論
- 2.3 D-Brane

## 第3章 インフレーションによる究極理論探査

- 3.1 問題点
- 3.2 加速膨張に対するNO-GO定理
- 3.3 超弦理論に基づくインフレーションモデル

## 第4章 Axion Cosmophysicsによる究極理論探査

- 4.1 What is axion?
- 4.2 String Axions
- 4.3 Direct Search
- 4.4 Axion Cosmophysics
- 4.5 重力波によるアクシオン探査
- 4.6 ガンマ線天文学によるアクシオン探査

# 第1章 宇宙論の基礎

# 1. 1 膨張する宇宙

## 1. 1 膨張する宇宙

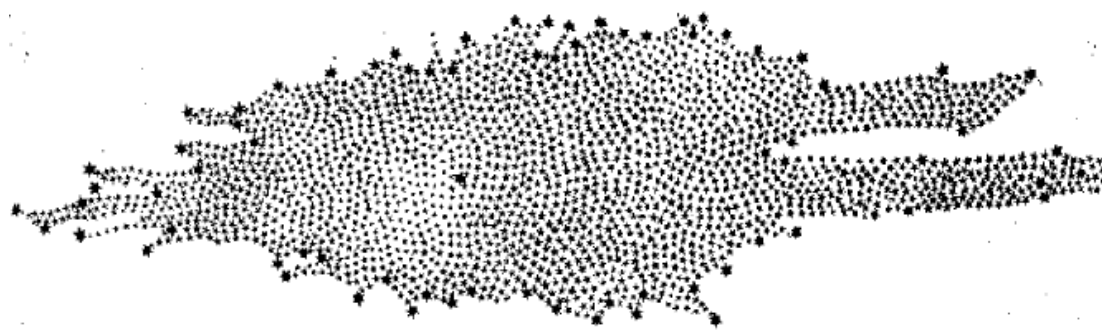
# 銀河宇宙の発見

# 銀河系

## 18世紀 銀河系の概念

- Frederick William Herschel 1738-1822

反射望遠鏡(口径1.26m)による観測:天王星の発見(1781), 星雲のカタログ, 太陽系の固有運動, 連星の発見, 星数計測による天の川の星分布図(銀河モデル), 太陽光の赤外線成分の発見



## 1838年 年周視差の観測

- Friedrich Wilhelm Bessel

## 1840年頃 写真乾板の導入

- J.J.M. Daguerre, John Herschel

[ 19 au --- 10 pc: 1pc =3.26 ly = 3.086 · 10<sup>18</sup> cm ]

# Cepheid型変光星の距離決定

- $\delta$ -Cepheid型変光星に対する光度周期関係

[Henrietta Swan Leavitt & Edward C. Pickering(1912)]

$$\text{絶対等級 } M = -a \log(P) + b$$

現在の公式は

$$\langle M_V \rangle = -3.53 \log P + 2.13 (\langle B_0 \rangle - \langle V_0 \rangle) + f$$

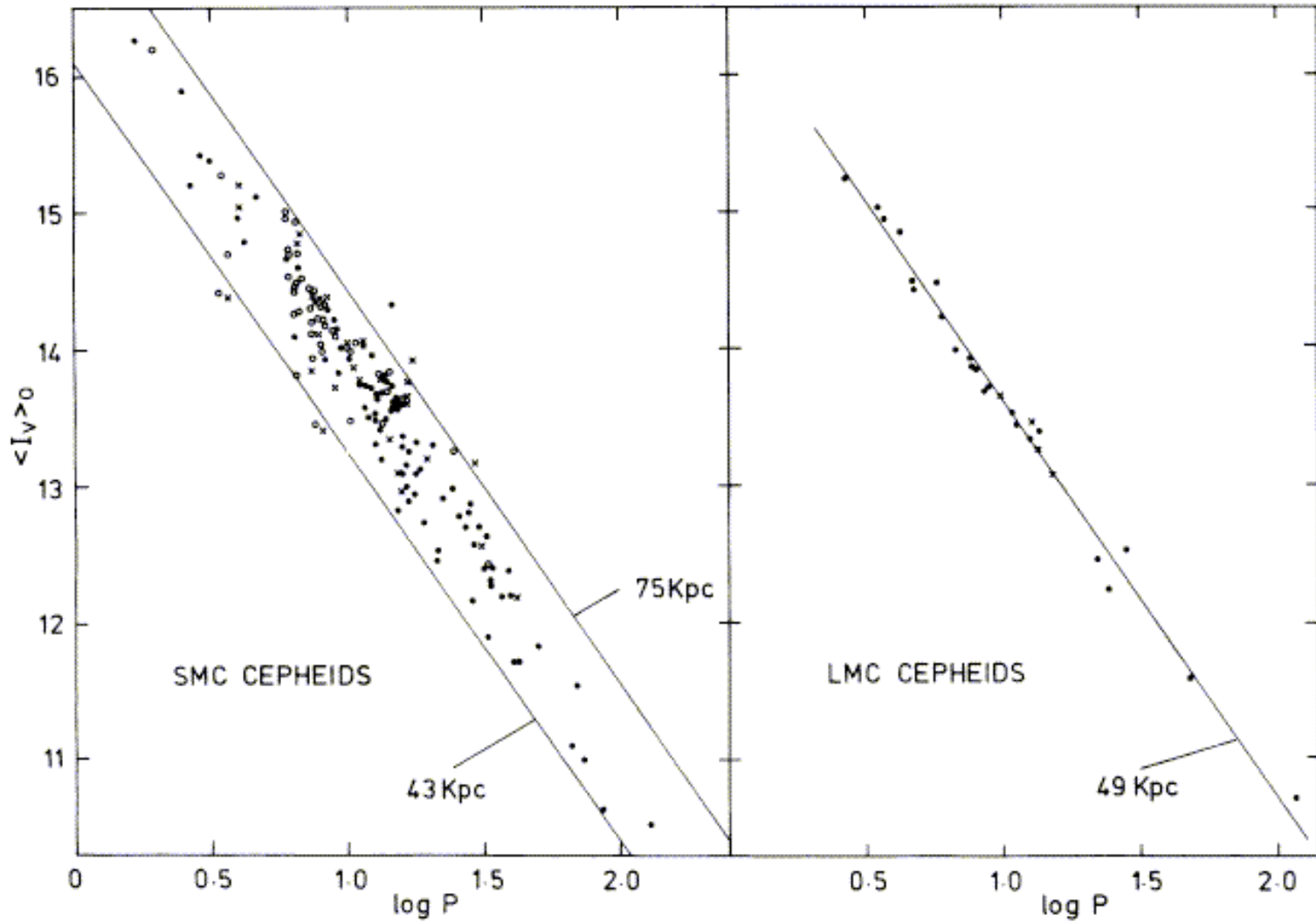
$f \sim -2.25$ : a zero point. P in days

- **適用範囲**: 7Mpc (M101) on Ground; 25Mpc by HST

Cepheidは超巨星( $L=100 \sim 10^6 L_\odot$ )であるため、遠方まで観測可能.

Pop I 型星なので、楕円銀河(や球状星団)には含まれない.

1Mpc= $10^6$  pc   1pc= 3.26光年



Mathewson, Ford and Visvanathan (1986) ApJ 301: 664



# 系外銀河と宇宙膨張

## 1912年- 変光星の光度・周期関係

Henrieta Swan Leavitt: 小マゼラン星雲内の25個のCepheid型変光星(1912)

H. Shapley: 球状星団のRR Lyrae型変光星(1916) → 銀河ハロー内の球状星団分布(1918)

## 1924年 系外銀河の発見 → 銀河群, 銀河団という階層の認識

星雲の存在は古くから知られており, 銀河団についても距離を別にして星雲の集団として認識されていた. 例えば, 乙女座銀河団(Virgo, 約20Mpc)は1781年にCharles Messier(1730-1817)により発見されていた.

Edwin HubbleとMilton L. Humasonは、Cepheid法によりM31(アンドロメダ)とM33までの距離を決定し、それらが我々の銀河系外の独立した銀河であることを発見。

宇宙のサイズ 10pc → 1Mpc

[ 10 pc --- 1 Mpc ]

## 1. 1 膨張する宇宙

# 宇宙膨張の発見

# 銀河の運動とDoppler効果

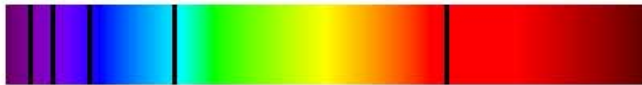
- 銀河の後退運動

[Vesto Melvin Slipher (1912)]

– Andromeda銀河を除く多くの銀河からの光が赤方偏移

$$z = \Delta\lambda/\lambda = v/c$$

Hydrogen Absorption Spectrum

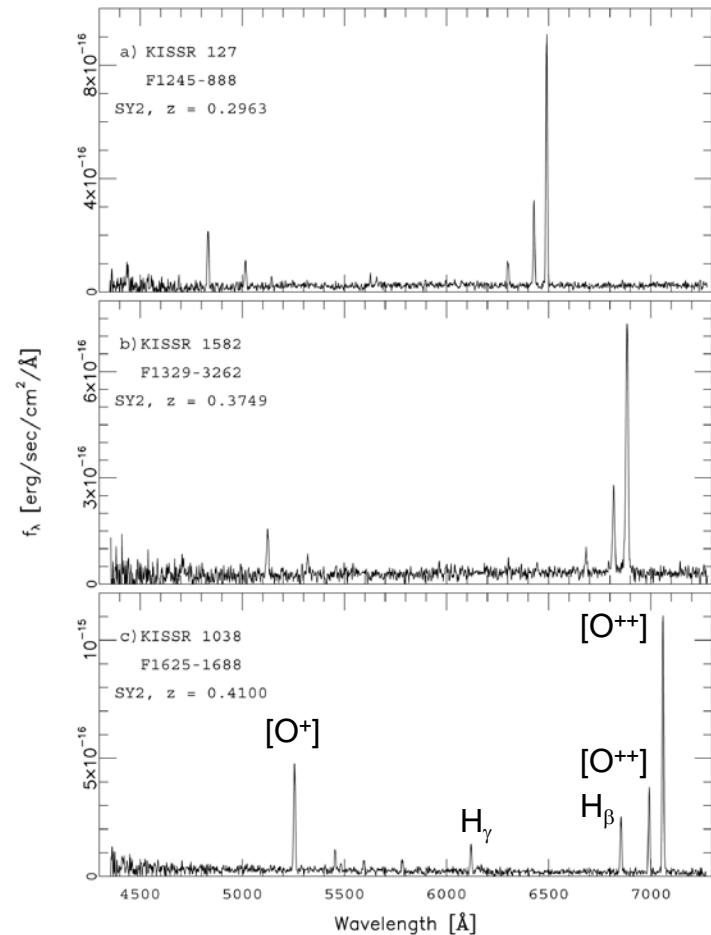


Hydrogen Emission Spectrum



400nm

H Alpha Line  
656nm  
Transition N=3 to N=2



KISS (Kitt Peak National Observatory)

# Hubbleの法則

E. Hubble, M.L. Humason (1929)

Wilson山天文台2.5m 反射望遠鏡を用いて、Cepheid法により24個の銀河("14Mpc"以内)について距離と後退測度を決定

$$\text{赤方偏移: } z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$



遠方の銀河は距離に比例する速度で我々から遠ざかる運動をしている。

$$v = cz = H_0 d$$

$$H_0 = 558 \text{ km/s/Mpc}$$

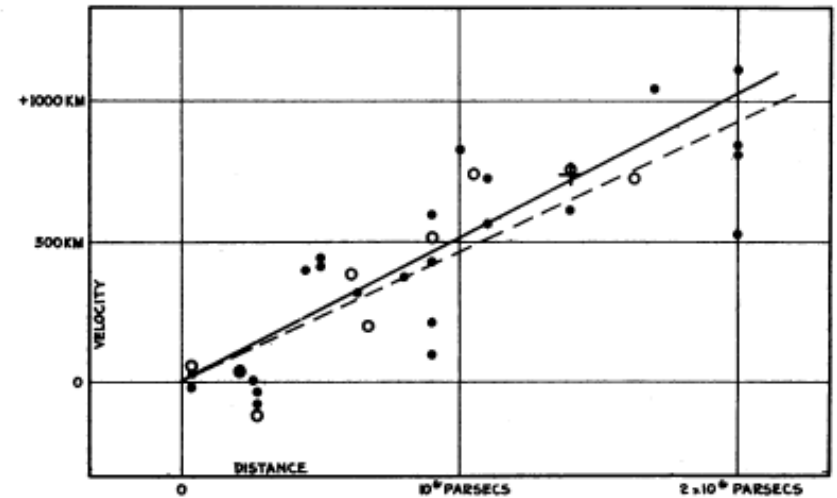


FIGURE 1  
Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.

E. Hubble: PNAS 15: 168 (1929)

# 宇宙年齢問題

Hubble定数に対するHubbleの観測値が正しいとすると、

$$H_0 = 558 \text{ km/s/Mpc}$$

$$\Rightarrow \text{宇宙年齢} \lesssim 1/H_0 \simeq 20 \text{ 億年}$$

$$\ll \text{地球の年齢} \ 47 \text{ 億年}$$

# Hubble定数 by HST

$H_0$ の観測値

$$H_0 = 71 \pm 7 \text{ km/s/Mpc}$$

$$\Rightarrow 1/H_0 = 140 \text{ 億年}$$

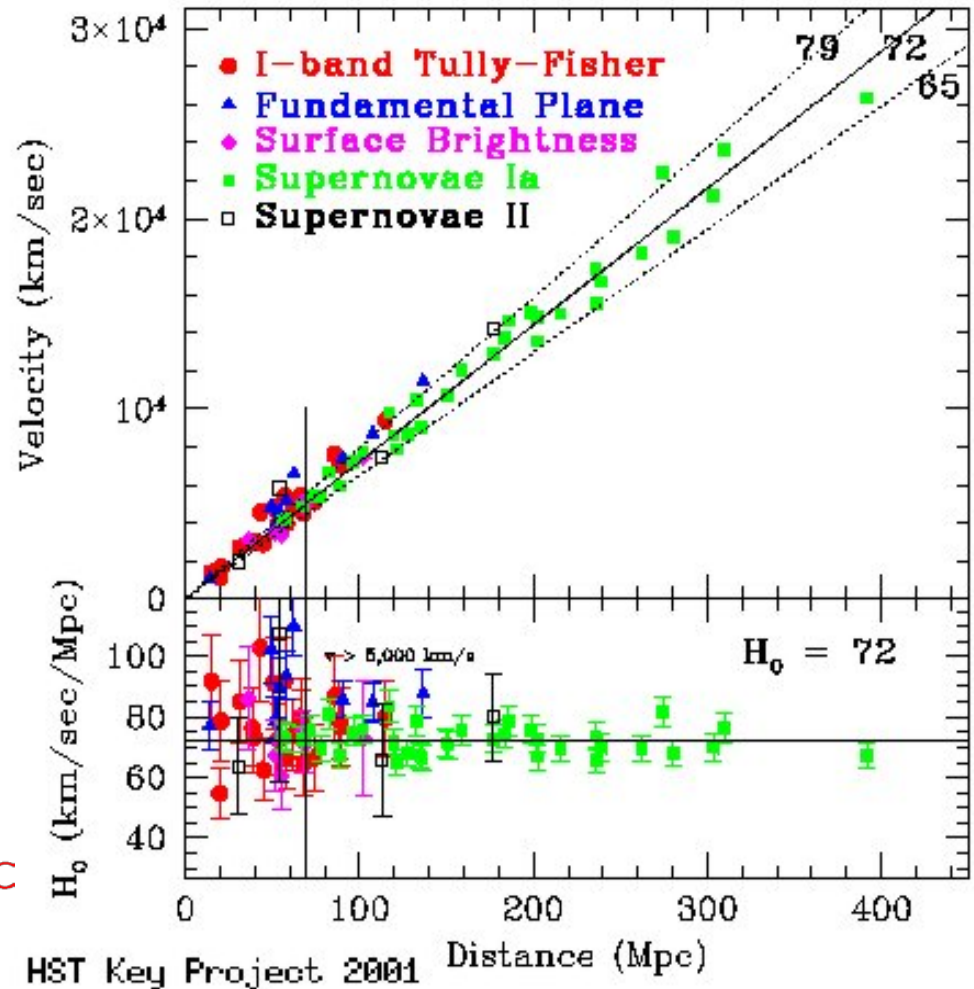
$$H_0 = 100 h \text{ km/s/Mpc}$$

$$= 70 h_{70} \text{ km/s/Mpc}$$

Hubbleの法則が大きな距離でもそのまま成り立つとすると、銀河の後退速度が光速に達する距離は

$$d = \frac{v}{H_0} = z \frac{c}{H_0} = z \cdot 4300 h_{70}^{-1} \text{ Mpc}$$

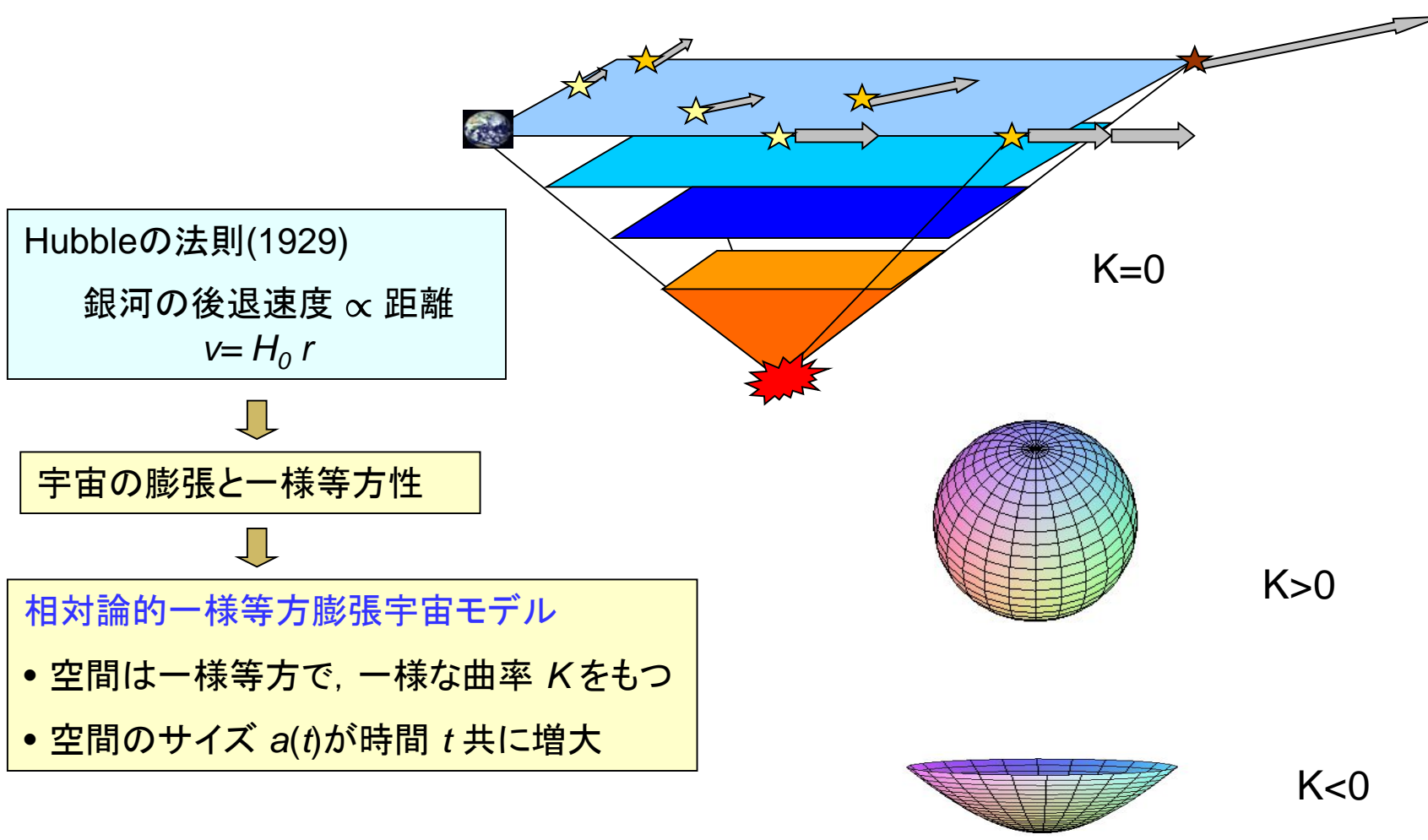
$$z=1 \Leftrightarrow c / H_0 = 4,300 \text{ Mpc}$$



## 1. 1 膨張する宇宙

# 相対論的一様等方宇宙モデル

# 一様等方宇宙モデル



Hubbleの法則(1929)  
銀河の後退速度  $\propto$  距離  
 $v = H_0 r$

宇宙の膨張と一様等方性

相対論的一様等方膨張宇宙モデル

- 空間は一様等方で, 一様な曲率  $K$  をもつ
- 空間のサイズ  $a(t)$  が時間  $t$  共に増大

$$v_1 = H_0 r_1, \quad v_2 = H_0 r_2 \Rightarrow v_{21} = v_2 - v_1 = H_0(r_2 - r_1) = H_0 r_{21}$$



# 基礎方程式

- 等長変換群  $G=ISO(3), SO(4), SO(3,1) \Rightarrow$  空間は定曲率

$$d\sigma_K^2 = d\chi^2 + r_K(\chi)^2 d\Omega_2^2; \quad r_K(\chi) = \begin{cases} \chi & K = 0 \\ K^{-1/2} \sin(K^{1/2}\chi) & K > 0 \\ |K|^{-1/2} \sinh(|K|^{1/2}\chi) & K < 0 \end{cases}$$

- 時空計量

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 d\sigma_K^2$$

- エネルギー-運動量テンソル

$$T_{tt} = \rho(t), \quad T_{tj} = 0, \quad T_j^i = P(t)\delta_j^i$$

- Einstein方程式:  $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu}$

$$G_{tt} : \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} - \frac{\Lambda}{3} = \frac{\kappa^2}{3}\rho$$

$$G_j^i : \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} \right\} - \frac{\Lambda}{2} = -\frac{\kappa^2 P}{2}$$

$$\Rightarrow H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\kappa^2}{3}\rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad \leftarrow \text{Friedmann方程式}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\kappa^2}{6}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3} \quad \leftarrow \text{加速方程式}$$

- エネルギー保存則:  $\nabla^\nu T_{\mu\nu} = 0$

$$\dot{\rho} = -n(\rho + P)\frac{\dot{a}}{a}$$

# 宇宙パラメータ

- 宇宙膨張の方程式

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\kappa^2}{3}\rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

ハッブル定数

$$H_0 = H(t_0)$$

密度パラメーター

$$1 = \Omega_m + \Omega_K + \Omega_\Lambda$$

- エネルギー方程式

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w)\frac{\dot{a}}{a}$$

wパラメーター(関数)

$$w = P/\rho$$

- 物質組成

$$\Omega_m = \Omega_{\text{DM}} + \Omega_b + \Omega_\nu + \Omega_\gamma + \Omega_{\text{GW}} + \Omega_{\text{DE}} + \dots$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{w \approx 0}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{w = 1/3}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{w < -1/3}$$

# 単純な宇宙モデル

## ● $w=一定$ のとき

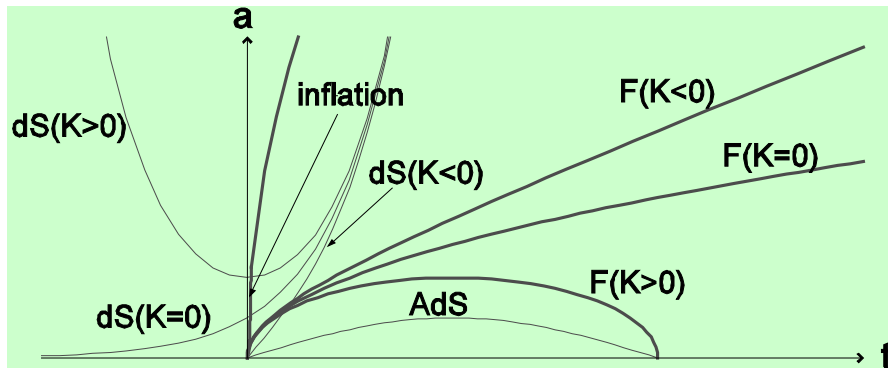
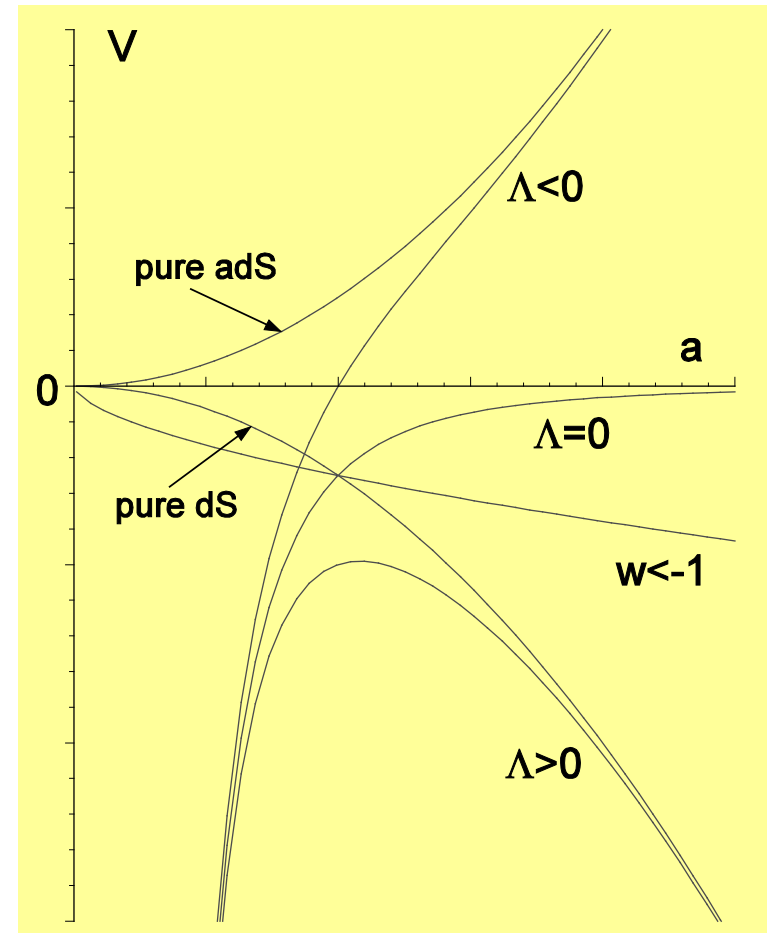
$$\rho \propto a^{-3(1+w)} \Rightarrow \dot{a}^2 + V(a) = -K$$

$$V = -\frac{C}{a^{3(1+w)}} - \lambda a^2 \quad C = \frac{\kappa^2 \rho_0}{3} = \Omega_M H_0^2$$

$$\lambda = \frac{\Lambda}{3} = \Omega_\Lambda H_0^2$$

## ● 特徴

- $\Lambda < 0$  の時, 常に宇宙は有限時間で収縮を始める.
- $\Lambda = 0$  の時は,  $K=0$  ないし  $K < 0$  なら, 宇宙は膨張を続ける.
- $\Lambda > 0$  の時,  $K$  がある正の臨界値より大きいと, 再収縮するとサイズが有限な最小値を持つ解の2つが存在.



# Friedmannモデル

$$\Lambda = 0, \Omega_M = \Omega_n + \Omega_r$$

- $\Omega_M = 1$  (Einstein-de Sitterモデル:  $K = 0$ )

$$a = \Omega_n \xi^2 + 2\Omega_r^{1/2} \xi, \quad H_0 t = \frac{2}{3} \Omega_n \xi^3 + 2\Omega_r^{1/2} \xi^2$$

$$H_0 t_0 = \frac{2}{3} \frac{1 + 2\Omega_r^{1/2}}{(1 + \Omega_r^{1/2})^2}$$



$$a(t) \propto \begin{cases} t^{1/2} & ; t \ll t_{\text{eq}} \\ t^{2/3} & ; t \gg t_{\text{eq}} \end{cases}$$

- $\Omega_M < 1$  (Openモデル;  $K < 0$ )

$$a = \frac{\Omega_n}{2(1 - \Omega_M)} (\cosh \theta - 1) + \frac{\Omega_r^{1/2}}{\sqrt{1 - \Omega_M}} \sinh \theta, \quad H_0 t = \frac{\Omega_n}{2(1 - \Omega_M)^{3/2}} (\sinh \theta - \theta) + \frac{\Omega_r^{1/2}}{1 - \Omega_M} (\cosh \theta - 1)$$

$$H_0 t_0 = \frac{\Omega_n}{1 - \Omega_M} \left( \frac{1 + \Omega_r^{1/2}}{\Omega_M + 2\Omega_r^{1/2} + \Omega_r} - \frac{1}{\sqrt{1 - \Omega_M}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \Omega_M} + \Omega_r^{1/2}}{(\Omega_0 + 2\Omega_r^{1/2} + \Omega_r)^{1/2}} \right) + \frac{2\Omega_r^{1/2}}{\Omega_M + 2\Omega_r^{1/2} + \Omega_r}$$

- $\Omega_M = 0$  (Milne宇宙:  $K < 0$ )



$$a(t) \propto t \quad ; t \gg t_K$$

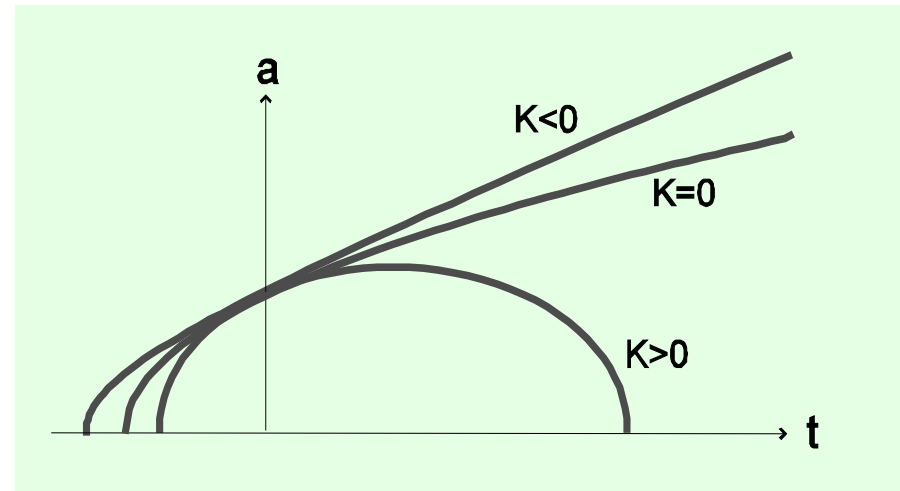
$$ds^2 = -dt^2 + t^2 d\sigma_{-1}^2$$

# 時空特異点

## ● 宇宙膨張の加速度

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\kappa^2}{6} (\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3}$$

(宇宙項  $\Lambda$  は  $\rho = -P = \Lambda$  と対応.)



## ● 宇宙の初期特異点

– 強エネルギー条件

$$P \geq -\frac{1}{3}\rho \quad \Leftrightarrow \quad w \geq -\frac{1}{3}$$

が満たされれば、必ず有限な過去に  $a = 0$  となる。すなわち、宇宙は有限な年齢をもつ。

## ● Big-Rip特異点

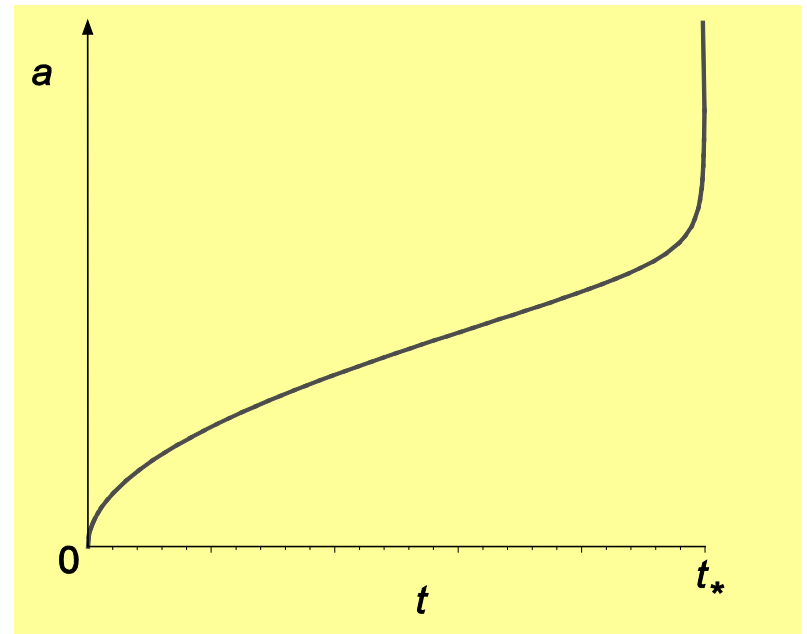
$w < -1$ のとき,  $\alpha = -3(1 + w)/2 (> 0)$ とおくと,

$$\rho \propto a^{2\alpha} \Rightarrow t = \int^a \frac{da}{aH} \propto \text{const} - \frac{1}{a^\alpha}$$

より, 有限な時間でスケール因子も密度も発散

$$a \propto \frac{1}{(t_* - t)^{1/\alpha}};$$

$$\rho \propto \frac{1}{(t_* - t)^2}$$

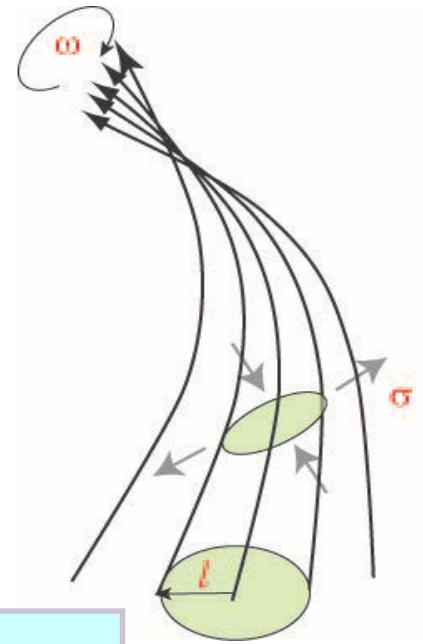


# Raychaudhuri方程式

$$n \frac{\ddot{\ell}}{\ell} = -\sigma^2 + \omega^2 - R_{\mu\nu} V^\mu V^\nu$$

強エネルギー条件  $R_{\mu\nu} V^\mu V^\nu \geq 0$  が満たされるとき,

- 重力は引力となる.
- 一旦収束し始めた非回転的光線束(時間的測地線束)は有限時間内に「一点」に収束する.



## Hawking-Penroseの特異点定理

- 強エネルギー条件(+一般性条件)
- 因果性条件
- 強重力条件(捕捉的集合の存在)

の3つの条件が満たされるとき, 無限に延長できない光的ないし時間的測地線が存在する



# 宇宙年齢

一般に物質優勢宇宙では

$$t_0 = \int_0^1 \frac{da}{aH} = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{da}{(\Omega_M a^{-1} + \Omega_K + \Omega_\Lambda a^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{2}{3H_0} \int_0^1 \frac{da^{3/2}}{[1 - \Omega_K(1-a) - \Omega_\Lambda(1-a^3)]^{1/2}}$$

## ● 平坦な宇宙モデル

- 物質優勢( $\Lambda = 0$ ):  $\gamma = 2/3$

$$t_0 = \frac{2}{3H_0} = 9.3 h_{0.7}^{-1} \text{ Gyrs}$$

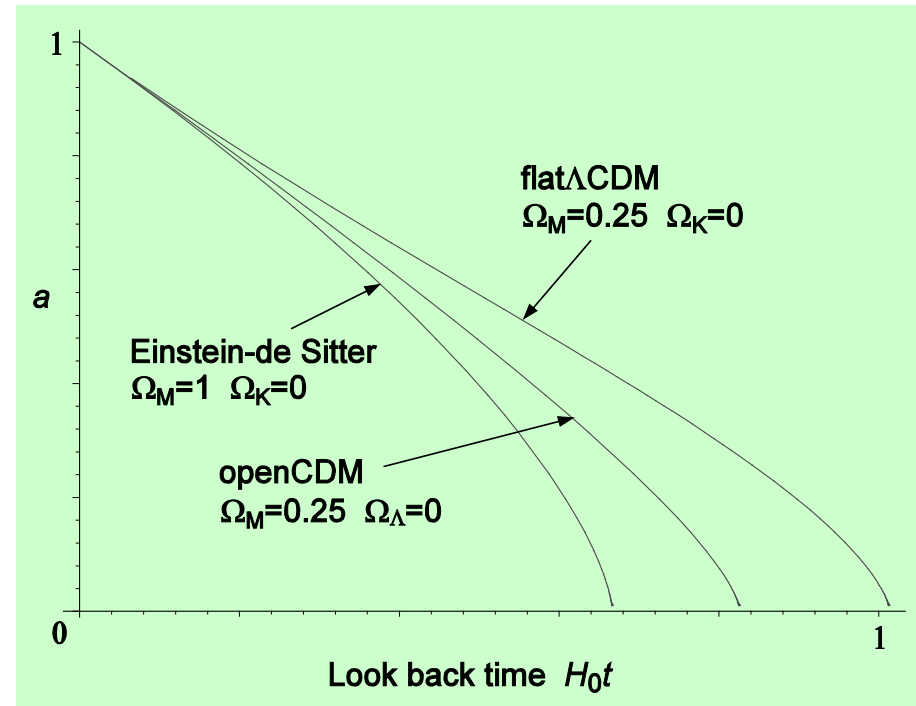
宇宙年齢問題!!

- 輻射優勢( $\Lambda = 0$ ):  $\gamma = 1/2$

$$t_0 = \frac{1}{2H_0} = 7 h_{0.7}^{-1} \text{ Gyrs}$$

- Flat  $\Lambda$ CDM ( $\Omega_M = 0.25$ ):

$$t_0 \simeq \frac{1.01}{H_0} = 14 h_{0.7}^{-1} \text{ Gyrs}$$



# 光の伝搬

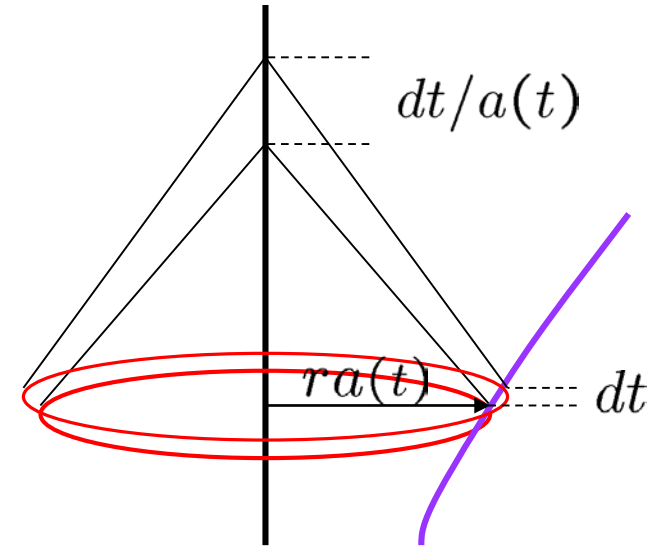
- 光波面の方程式

RW計量が

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(d\chi^2 + r_K^2 d\Omega_2^2)$$

と表される座標系において,

$$d\eta := \frac{dt}{a(t)} = \pm d\chi \Rightarrow \chi = \chi_0 \pm (\eta - \eta_0)$$



- 宇宙論的赤方偏移

動径距離  $\chi$  の位置から時刻 および  $t + \Delta t$ に出た光が原点  $\chi = 0$  に到達する時刻をそれぞれ  $t_0, t_0 + \Delta t_0$  とすると

$$\Delta\eta = \Delta\eta_0 \Leftrightarrow \frac{\Delta t}{a(t)} = \frac{\Delta t_0}{a(t_0)} \Leftrightarrow \lambda_0 = \frac{a(t_0)}{a(t)} \lambda \Leftrightarrow \nu_0 = \frac{a(t)}{a(t_0)} \nu$$

これより, 時刻  $t$  に共動的天体から出た光の赤方偏移は

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = \frac{a(t_0)}{a(t)} - 1 \Leftrightarrow a(t) = \frac{a(t_0)}{1+z}$$

# 粒子ホライズン

時刻  $t$  の観測者を頂点とする過去の光円錐は

$$\chi = \eta_0 - \eta = \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_a^{a_0} \frac{da}{a^2 H}$$

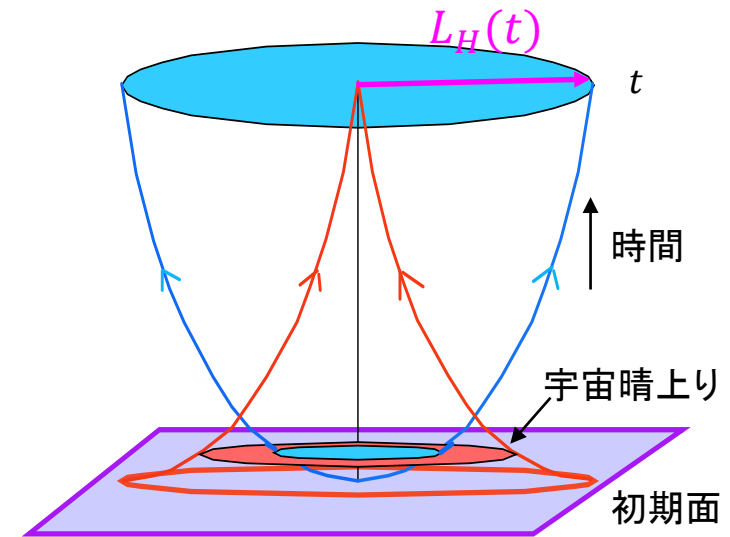
時刻  $t$  までに観測できる球領域の共動半径  $L_H(t)$  は

$$L_H(t) = \int_0^{a(t)} \frac{da}{a^2 H}$$

は次の条件が満たされると有限となる.

$$\lim_{a \rightarrow 0} a^2 \rho = \infty$$

$L_H(t)$  は, 初期面上の1点から出た光波面の時刻  $t$  での共動半径と一致する.



# Hubble ホライズン

- Hubbleホライズン半径 =  $1/H$ 
  - ゆらぎの力学的振る舞いなどでは, Hubbleホライズン半径が上記の  $L_H(t)$  より重要となる.
  - Friedmannモデルでは, Hubbleホライズン半径は  $L_H(t)$ と同程度となり, 時間  $t$  に比例して増大する.

$$a \propto t^p \Rightarrow \frac{1}{H} = \frac{t}{p}, \quad a(t)L_H(t) = \frac{t}{1-p}$$

## 1. 2 熱いビッグバン宇宙

## 1. 2 熱いビッグバン宇宙

# 元素の起源と宇宙背景放射

# 元素の起源

## 宇宙における原子物質

- 宇宙での原子物質は、平均的には、水素とヘリウムが主要成分。それ以外の元素は重量比で1%程度。

太陽大気元素組成(重量比):

水素  $X=0.74$ , ヘリウム  $Y=0.25$ , 重い元素  $Z=0.013$

- これらのうち、鉄族までの重い元素は星の中および超新星爆発時の核融合反応により生成され、星の死に伴う爆発や星風により宇宙空間にばらまかれたとして説明可能である。

[Burbidge ME, Burbidge GR, Fowler WA, Hoyle F:RMP29, 547 (1957)]

- しかし、星での元素合成では、重量にして1%以下となり、観測される25%ものヘリウムを説明することはできない。

# 宇宙の熱史

## 宇宙の温度

激しい非可逆過程が宇宙全体で起こらない限り、宇宙物質のエントロピーは保存される:

$$\text{Relativistic} \quad : \quad S = \frac{2g\pi^2}{45(\hbar c)^3} \left(\frac{7}{8}\right)^f T_r^3 V,$$

$$\text{Non-relativistic} \quad : \quad S = N \left( \frac{5}{3} + \ln \frac{gV(mT_m/2\pi)^{3/2}}{N\hbar^3} \right).$$

$V \propto a^3$  より、時間を遡ると物質の温度は上昇する:

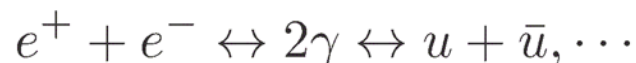
$$T_r \propto \frac{1}{a}, \quad T_m \propto \frac{1}{a^2}.$$

したがって、宇宙物質が原子、原子核、および既知の素粒子からなる限り、宇宙は最初、急速に膨張する熱い火の玉状態で始まり、宇宙膨張と共に温度が下がり、膨張速度が減速し現在の姿になったと考えられる。これが**熱いビッグバン宇宙モデル**である。



## 物質組成の変化

熱いビッグバンモデルでは、時間をさかのぼると、温度の上昇と共に物質がより基本的な構成要素に分解されてゆく。このため、宇宙のごく初期では、物質は最も基本的な素粒子からなる高温のプラズマ状態にある。このプラズマでは、光子を経由した粒子と反粒子の対生成・対消滅が盛んにおきる。



原因	温度	時間	H	直後の主要粒子	$g(T)$
現在	2.725K	13.8Gyr	$1.5 \times 10^{-33}$ eV	$\gamma; 3\nu$	2(+21/11)
水素中性化	3800K	0.25Myr	$4.9 \times 10^{-29}$ eV	$\gamma; 3\nu$	2(+21/11)
$e^+$ 消滅	30keV	1450s	$2.2 \times 10^{-19}$ eV	$\gamma; 3\nu$	2(+21/11)
$e^+e^-$ 対消滅	0.5MeV	3.46s	$8.7 \times 10^{-17}$ eV	$\gamma, e^+, e^-; 3\nu$	2(+21/11)
$\nu_e$ の乖離	1.2MeV	0.56s	$5.6 \times 10^{-16}$ eV	$4\gamma, e^+, e^-; 3\nu$	5.5(+5.25)
$\nu_\mu, \nu_\tau$ の乖離	3MeV	0.085s	$3.8 \times 10^{-15}$ eV	$\gamma, e, \nu_e; 2\nu$	7.25(+3.5)
$\mu$ の対消滅	100MeV	43 $\mu$ s	$6.5 \times 10^{-12}$ eV	$\gamma, e, 3\nu$	10.75
QH 転移	200MeV	10 $\mu$ s	$3.0 \times 10^{-11}$ eV	$\gamma, e, \mu, 3\nu$	14.25
c の対消滅	1.2GeV	$1.7 \times 10^{-7}$ s	$1.7 \times 10^{-9}$ eV	$\gamma, 8G, e, \mu, 3\nu, u, d, s$	61.75
$\tau$ の対消滅	1.8GeV	$9.1 \times 10^{-8}$ s	$3.5 \times 10^{-9}$ eV	$\gamma, 8G, e, \mu, 3\nu, u, d, s, c$	72.25
b の対消滅	4.2GeV	$1.6 \times 10^{-8}$ s	$2.1 \times 10^{-8}$ eV	$\gamma, 8G, e, \mu, t, 3\nu, u, d, s, c$	75.75
WS 転移	100GeV	$2.5 \times 10^{-10}$ s	$1.3 \times 10^{-5}$ eV	$\gamma, 8G, 3l, 3n, u, d, s, b, c$	86.25
標準モデル 高温極限				$B, 3A, 8G, 4h, 3l, 3\nu, 6q$	106.75
MSSM 高温極限				$B, 3A, 8G, 8h, 3l, 3\nu, 6q$ $\tilde{B}, 3\tilde{A}, 8\tilde{G}, 8\tilde{h}, 3\tilde{l}, 3\tilde{\nu}, 6\tilde{q}$	228.75



# 宇宙物質の状態変化が起きる時期

原因	温度	時間	H	主要粒子	直後のg
現在	2.725	13.8Gyr	$1.5 \times 10^{-33} \text{eV}$	$\gamma; 3\nu$	
水素中性化	3800K	0.25Myr	$4.9 \times 10^{-29} \text{eV}$	$\gamma; 3\nu$	
e <sup>+</sup> 消滅	30keV	1450s	$2.2 \times 10^{-19} \text{eV}$	$\gamma; 3\nu$	2(+21/11)
BBN	74keV	200s	$1.5 \times 10^{-19} \text{eV}$	$\gamma, e^+, e^-; 3\nu$	
e <sup>+</sup> e <sup>-</sup> 対消滅	0.5MeV	3.46s	$8.7 \times 10^{-17} \text{eV}$	$\gamma, e^+, e^-; 3\nu$	
$\nu_e$ の脱結合	1.2MeV	0.56s	$5.6 \times 10^{-16} \text{eV}$	$\gamma, e^+, e^-; 3\nu$	5.5(+5.25)
$\nu_\mu, \nu_\tau$ の脱結合	3MeV	0.085s	$3.8 \times 10^{-15} \text{eV}$	$\gamma, e, \nu_e; 2\nu$	7.25(+3.5)
$\mu$ の対消滅	100MeV	43 $\mu$ s	$6.5 \times 10^{-12} \text{eV}$	$\gamma, e, 3\nu$	10.75
QH転移	200MeV	10 $\mu$ s	$3.0 \times 10^{-11} \text{eV}$	$\gamma, e, \mu, 3\nu$	14.25
cの対消滅	1.2GeV	$1.7 \times 10^{-7} \text{s}$	$1.7 \times 10^{-9} \text{eV}$	$\gamma, 8G, e, \mu, 3\nu, u, d, s$	61.75
$\tau$ の対消滅	1.8GeV	$9.1 \times 10^{-8} \text{s}$	$3.5 \times 10^{-9} \text{eV}$	$\gamma, 8G, e, \mu, 3\nu, u, d, s, c$	72.25
bの対消滅	4.2GeV	$1.6 \times 10^{-8} \text{s}$	$2.1 \times 10^{-8} \text{eV}$	$\gamma, 8G, e, \mu, \tau, 3\nu, u, d, s, c$	75.75
WS転移	100GeV	$2.5 \times 10^{-10} \text{s}$	$1.3 \times 10^{-5} \text{eV}$	$\gamma, 8G, 3l, 3\nu, u, d, s, b, c$	86.25
MSM:HT				B, 3A, 8G, 4h, 3l, 3 $\nu$ , 6q	106.75

# 核種平衡

- $Z p + N n \rightarrow X(Z, A) + Q_X$  に対して,

$$X_X = \frac{g_X}{2} A^{3/2} X_p^Z X_n^N Y^{A-1}$$

$$Y := \frac{n_b}{2} \left( \frac{2\pi\hbar^2}{m_p T} \right)^{3/2} e^{\frac{Q_X}{(A-1)T}} \cong \left( \frac{h^2 \Omega_b}{0.022} \right) \left( \frac{T}{1\text{MeV}} \right)^{3/2} e^{\frac{Q_X}{(A-1)T} - 30.8}$$

より, 一般に

$$T_X \simeq \frac{1}{30} \frac{Q_X}{A-1}$$

程度の温度で原子核  $X(Z, A)$  は分解する.

– 例えば,

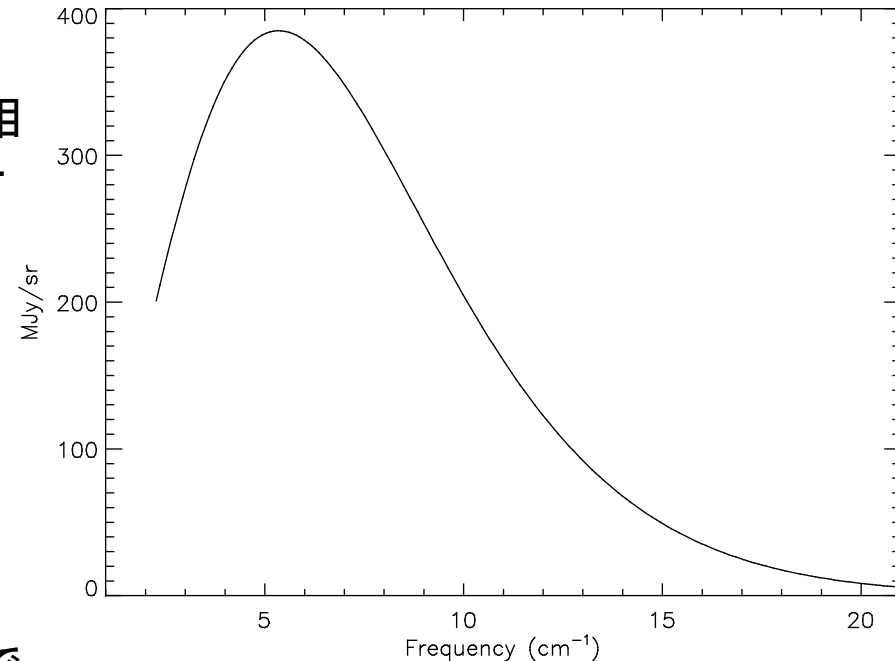
- 重水素:  $Q_D = 2.22 \text{ MeV} \Rightarrow T_D \simeq 74 \text{ keV} \simeq 8.6 \times 10^8 \text{ K}$
- ヘリウム:  $Q_{\text{He}} = 27.25 \text{ MeV} \Rightarrow T_{\text{He}} \simeq 300 \text{ keV}$ .
- 鉄:  $Q_{\text{Fe}} = 493 \text{ MeV} \Rightarrow T_{\text{Fe}} \simeq 300 \text{ keV}$ .

# 宇宙初期における元素合成(BBN)

- 核種平衡の議論より、熱いビッグバン宇宙では、 $T > 300 \text{keV} = 35 \text{億度}$ となるとすべての原子核は陽子と中性子に分解。
  - ガモフ(G. Gamov)とその弟子たちは、宇宙初期に最初中性子のみが存在するとして、ベータ崩壊と中性子捕獲により順次重い原子核が作られる過程を計算し、現在の宇宙の元素組成が生み出される可能性を指摘した。(1946,1948)。
  - これら初期の研究は、出発点の仮定も計算に用いた反応率も妥当でなく、その結論は間違っていた。しかし、その後、ガモフの学生だったアルファー(R. Alpher)とハーマン(R. Herman)は、より正確な計算を行い、最終的に現在のヘリウム量がこのBBNにより生成されたとすると、現在の宇宙には約5度に相当する熱的背景放射が存在することを予言。
- Cf. 当時は、H. Bondi, T. Gold, F. Hoyleによる定常宇宙論(1948, 1949)が宇宙モデルとしては優勢であった。

# Cosmic Microwave Background

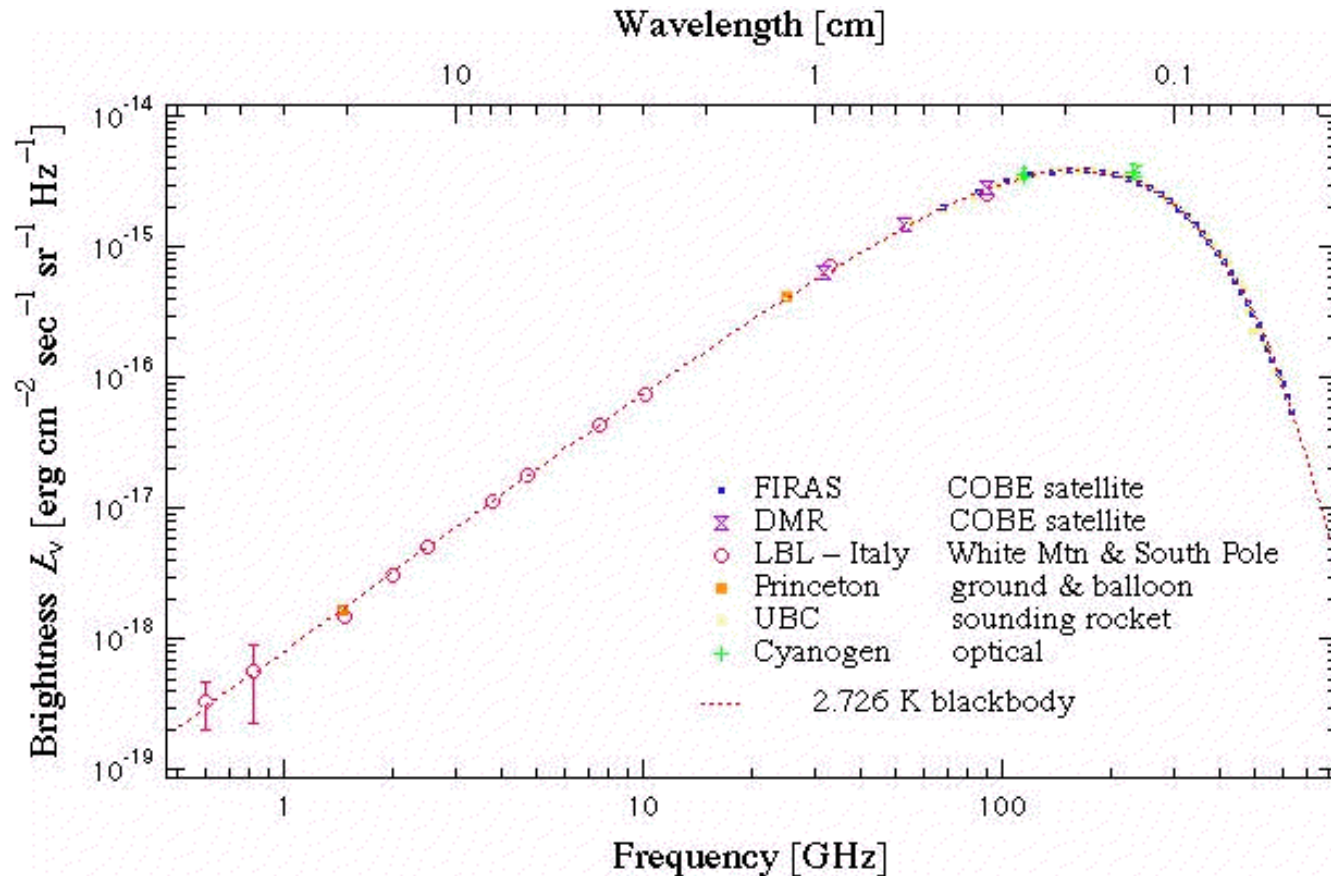
- 1964年 A.A. Penzias, R.W. Wilson
  - 宇宙から等方的にやってくる約3Kに相当する熱雑音電波を発見(1978年ノーベル賞)
  - PrincetonのBondiより、Gamovらの予言について教えてもらう。
- 1990年代 COBE実験(John R. Mather & George Smoot; 2006年ノーベル賞)
  - CMBのスペクトルが非常に高い精度でPlanck分布に従うことを確立し、温度を精密に決定:  
 $T_{\text{CMB}} = 2.725 \pm 0.002\text{K}(95\% \text{CL})$   
[Mather JC 1999]
  - CMB温度の異方性を発見。



ピーク振動数: 160GHz

ピーク波長: 1.87 mm

# COBE FIRAS



FIRAS= Far InfraRed Absolute Spectrometer  
<http://aether.lbl.gov/cobehome.html>

# 電離平衡

## ● 水素

–  $H^+ + e \rightarrow H + \gamma$ ,  $Q_H=13.6 \text{ eV}$  に対して,  $X_e=n_e/n_H$  は

$$\frac{X_e^2}{1 - X_e} = \frac{1}{n_H} \left( \frac{m_e T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{-Q_H/T} = \frac{0.017}{h^2 \Omega_{b,H}} \left( \frac{T_{\text{rec}}}{T} \right)^{3/2} e^{Q_H/T_{\text{rec}} - Q_H/T}$$

より,  $T_{\text{rec}} \simeq 3800\text{K}$  より高い温度では水素はほぼ完全電離する.

## ● ヘリウム

–  $He^+ + e \rightarrow He + \gamma$ :  $Q_{\text{HeI}}=24.6 \text{ eV}$

$\Rightarrow T_{\text{HeI}} \simeq 7,000\text{K}$

$He^{++} + e \rightarrow He^+ + \gamma$ :  $Q_{\text{HeII}}=54.0 \text{ eV}$

$\Rightarrow T_{\text{HeII}} \simeq 16,000\text{K}$

よりHeの電離する温度はさらに高くなる.

# 宇宙の晴れ上がり

- 宇宙の光学的厚み: 現在から測った宇宙の光学的厚み  $\tau$  は、 $n_e$  を電子数密度、 $\sigma_T$  をThompson散乱断面積として

$$\tau = \int \sigma_T n_e dl = \frac{\sigma_T n_H c}{H_0} \int_a^1 X_e \frac{H_0 da}{a^4 H} = 7 \times 10^{-2} \int_a^1 X_e \frac{H_0}{a^{3/2} H} \frac{da}{a^{5/2}}$$

$X_e$ として平衡値を使うと、 $x = T_{\text{rec}}/T$ として

$$\tau \simeq 3583 \int_x^\infty dx x^{-7/4} e^{20.76(1-x)} \Rightarrow \tau \simeq 1 \text{ at } x = 1.228$$

より、 $T_{\text{dec}} \simeq 3094\text{K}$ で  $\tau \simeq 1$ となる。

- WMAPの観測値とCMBFIRSTから決めた値は、 $T_{\text{dec}} \simeq 2970\text{K}$  ( $z_{\text{dec}} \simeq 1090$ ).

**我々は、CMBにより  $z \simeq 1000$ の最終散乱面を直接観測できる！**

- 現実の宇宙は、 $z < z_r = 10.9 (+/-1.4)$  ( $\tau = 0.084 +/- 0.014$ )で再電離(WMAP5yr).

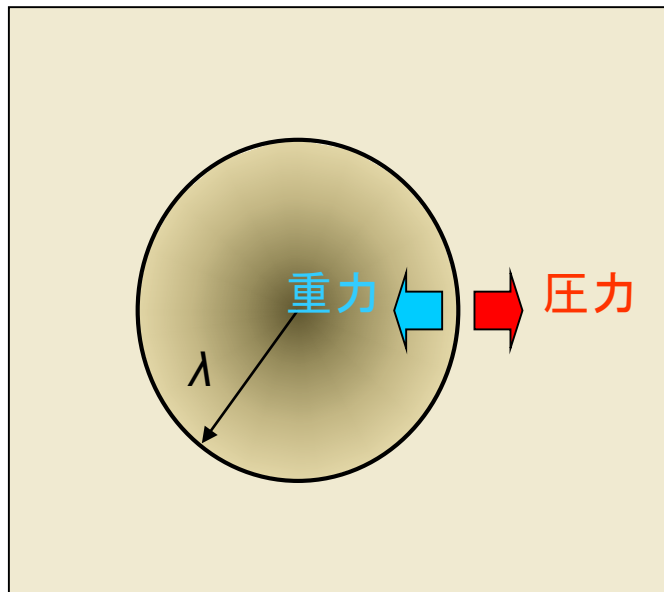


## 1.2 熱いビッグバン宇宙

# 銀河の起源

# 重力不安定

一様等方に膨張するガス雲にサイズ $\lambda$ の高密度領域(ゆらぎ)ができたとする。



- ガスの圧力勾配が無視できるとき、この高密度領域では、重力のため膨張速度が周りより遅くなり、ゆらぎは成長。
- 圧力勾配が無視できなければ、ゆらぎは音波として拡散し、ゆらぎは成長しない。
- ただし、音速がガス雲の膨張速度より遅いと、音波による拡散はゆらぎの成長を止められない。
- 次の条件が満たされるとき、ゆらぎは重力不安定により成長する：

$$c_s < v \simeq H\lambda$$

$$\longleftrightarrow \lambda > L_J \simeq c_s/H \simeq c_s c / \sqrt{G\rho}$$

Jeans長

# 膨張宇宙におけるJeans長の変化

- Jeans長:  $L_J \approx c_s/H$

$$c_s^2 = \frac{\dot{P}}{\dot{\rho}_b} :$$

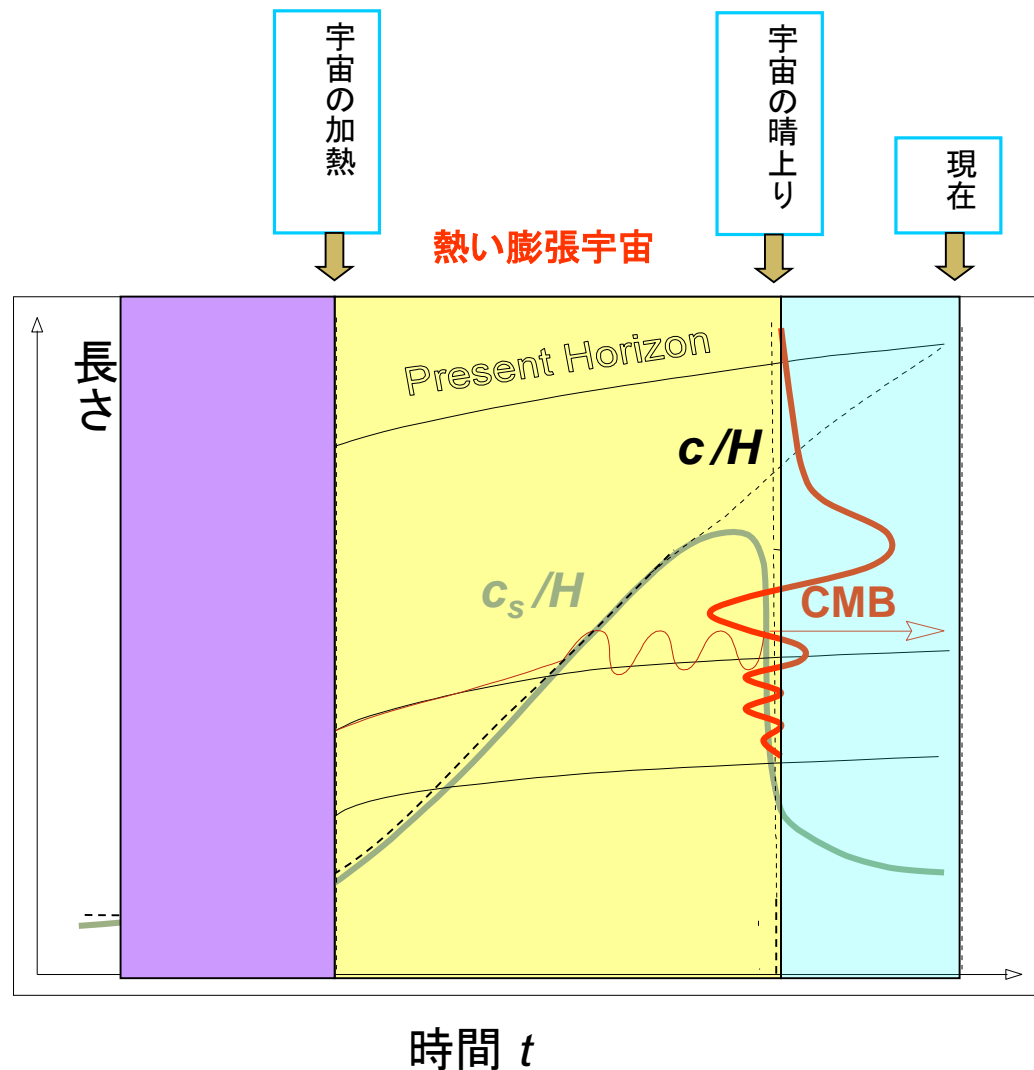
$$P = P_\gamma + P_b \rightarrow P_b \approx 10^{-10} P_\gamma$$

Cf. Hubble ホライズン長

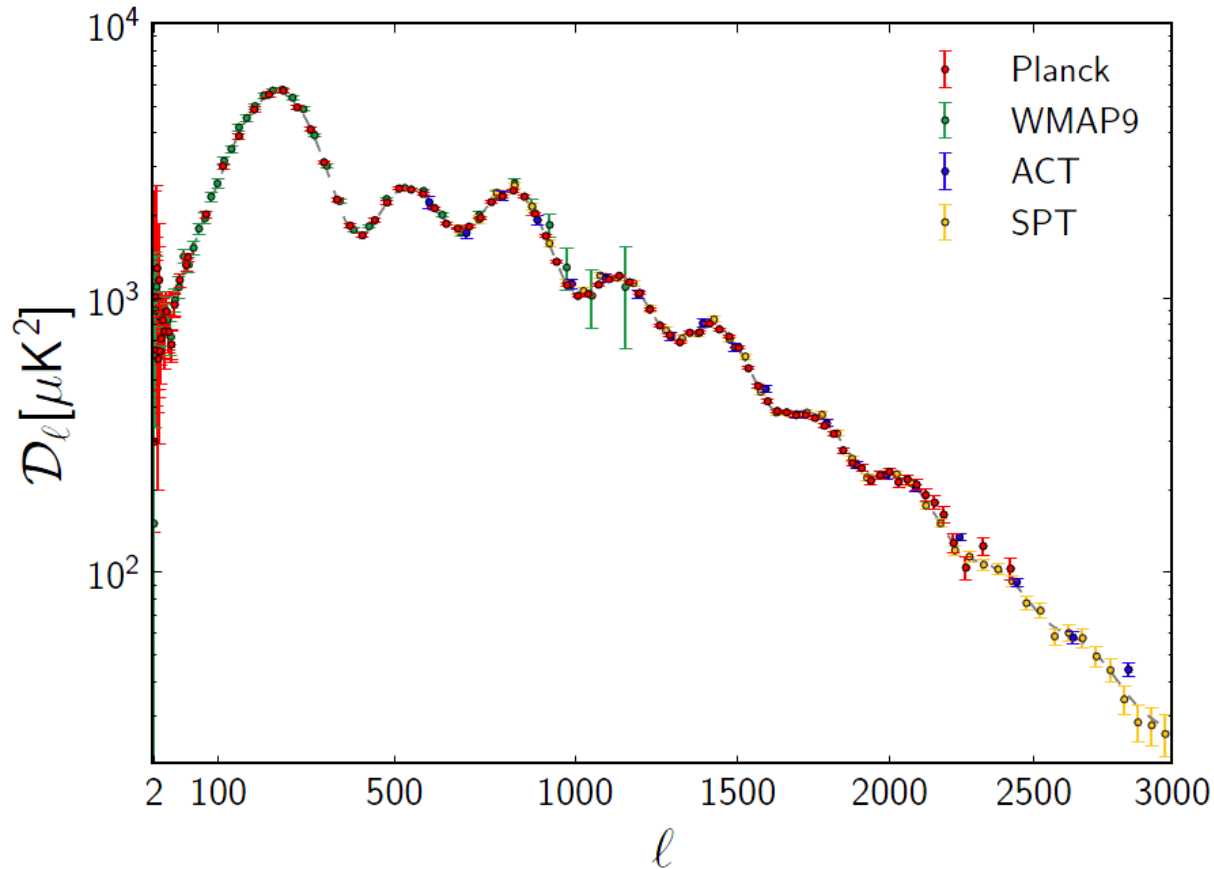
$$L_H \approx c/H$$

- $L_J$ は宇宙の晴れ上がり直前で最大となる.

- 晴れ上がり前:  $L_J \approx L_H$
- 晴れ上がり後:  $L_J < 10^{-5} L_H$



# 宇宙音波 $\Rightarrow$ CMB温度非等方性



ゆらぎの振幅

$$\mathcal{P}_\zeta(k_0) = (2.142 \pm 0.049) \times 10^{-9} \quad (k_0 = 0.002 \text{Mpc}) \quad [\text{Planck2015}]$$

# 膨張宇宙におけるゆらぎの振舞い

## ● 宇宙晴れ上がり以降(物質優勢期)

- ジーンズ質量  $\lesssim 10^6 M_{\odot}$  : 銀河、銀河団スケールの非相対論的物質のゆらぎはすべて成長
- 成長速度は  $\delta = \delta\rho/\rho \propto a$
- 宇宙晴れ上がり時:  $\delta = 10^{-5} \Rightarrow$  現在:  $\delta = 10^{-2} \ll 1!!$

## ● 宇宙晴れ上がり前

- 電磁放射は原子物質のプラズマと強く結合し、宇宙晴れ上がり時でのジーンズ質量は  $10^{15} M_{\odot}$  程度。
- 銀河団以下のスケールで、電磁放射・原子物質のゆらぎは宇宙晴れ上がりまで成長しない。
- しかし、電磁放射と相互作用しない非相対論的物質が支配的ならば、そのゆらぎは電磁放射に影響せずに成長できる。

➡ ダークマター

# $\Omega_B$ 依存性

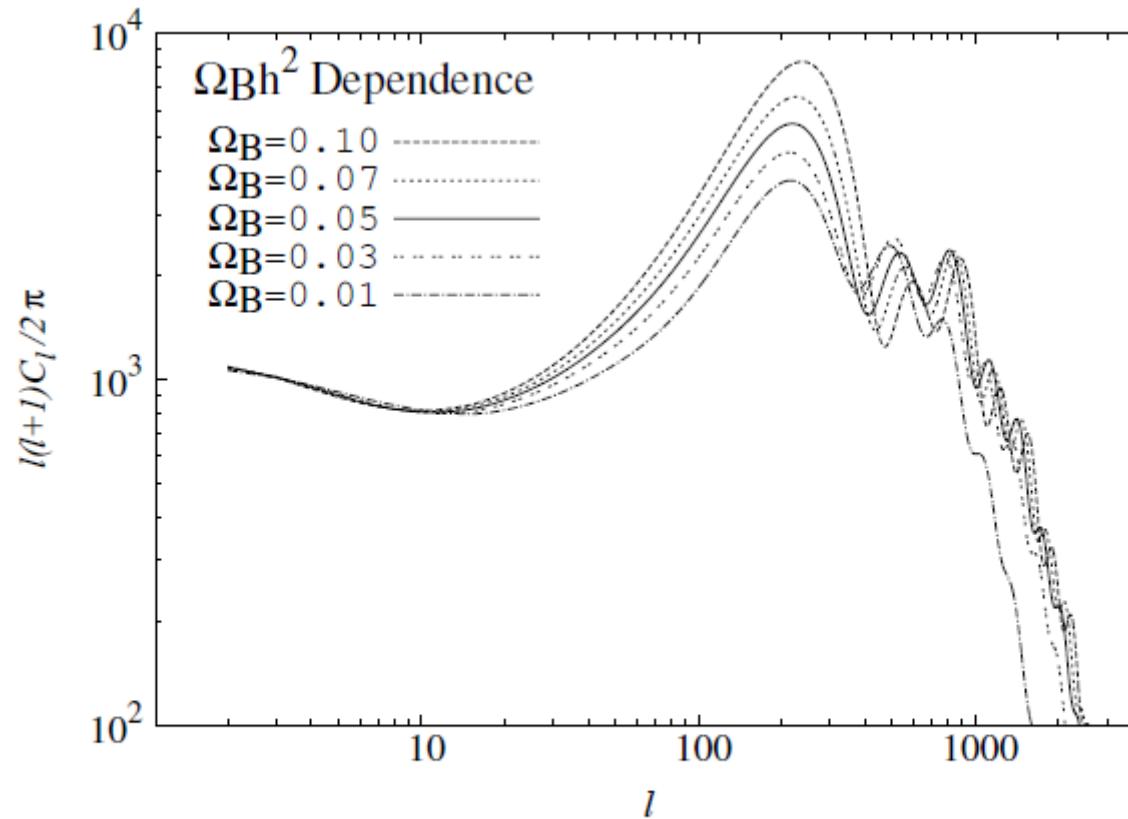
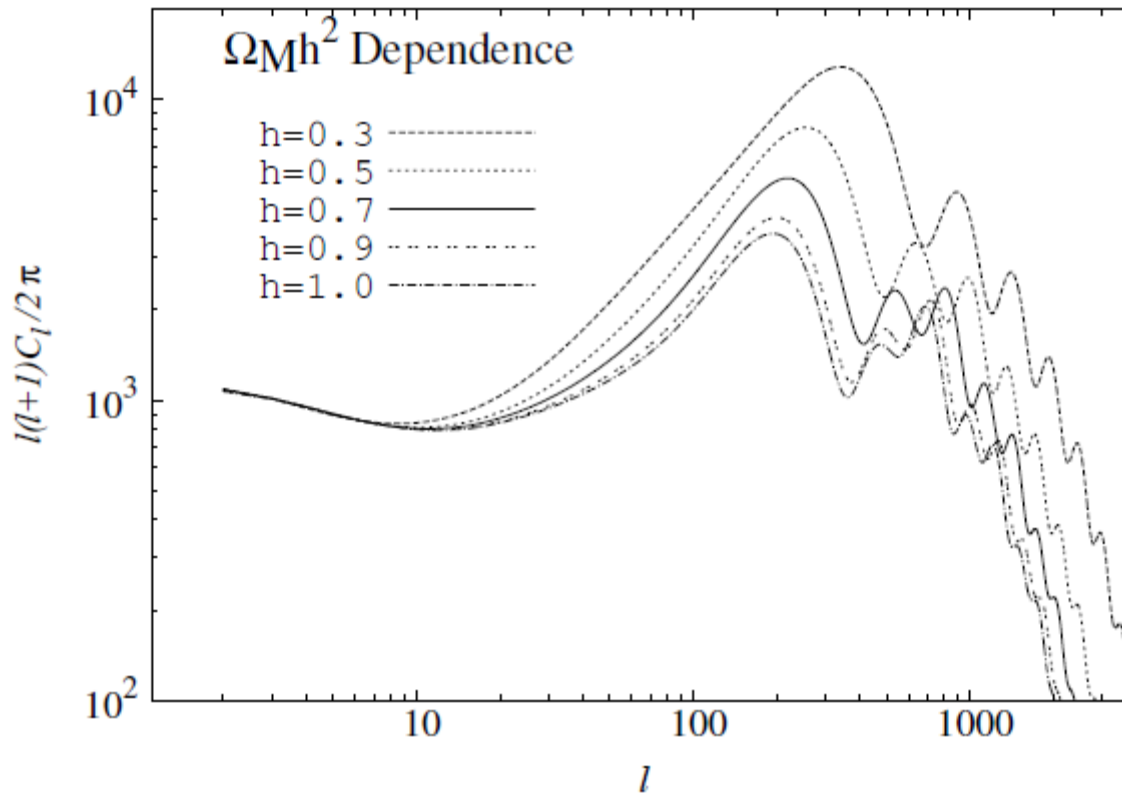


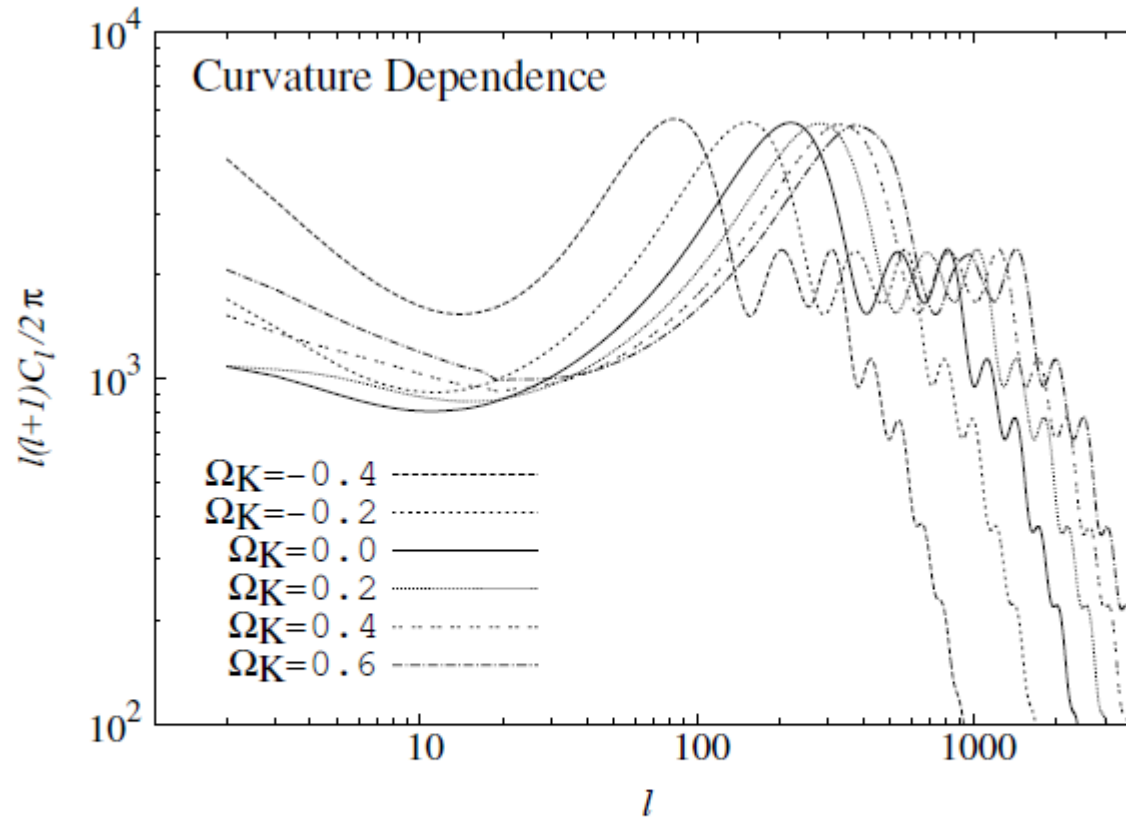
Fig. 2 Baryon density dependence on the CMB angular power spectrum. We fix the matter density  $\Omega_M h^2$  and change the baryon density  $\Omega_B h^2$  by shifting  $\Omega_B$ .

# $\Omega_M h^2$ 依存性



**Fig. 3** Matter density dependence on the CMB angular power spectrum. We fix the baryon density  $\Omega_B h^2$  and change the matter density  $\Omega_M h^2$  by shifting  $h$  to keep the geometry of the universe (or the angular diameter distance to LSS).

# $\Omega_K$ 依存性



**Fig. 4** Space curvature dependence on the CMB angular power spectrum. Here  $\Omega_K$  is defined as  $\Omega_K \equiv 1 - \Omega_\Lambda - \Omega_M$ . Accordingly negative (positive)  $\Omega_K$  corresponds to positively (negatively) curved space. In order to keep the matter density  $\Omega_M h^2$ , we only change  $\Omega_\Lambda$  to shift the curvature.



# Planck 2015 Results

$$\Omega_K = 0.000 \pm 0.005 \text{ (95\% CL)}$$

## Flat- $\Lambda$ CDM

$$\Omega_b h^2 = 0.02230 \pm 0.00014$$

$$\Omega_c h^2 = 0.1188 \pm 0.0010$$

$$100\theta_{\text{MC}} = 1.04093 \pm 0.00030$$

$$A_s = (2.142 \pm 0.049) \times 10^{-9}$$

$$n_s = 0.9603 \pm 0.0073$$

$$r_{0.002} < 0.113 \text{ (95\% CL)}$$

$$\Omega_\Lambda = 0.6911 \pm 0.0062$$

$$\Omega_M = 0.3089 \pm 0.0062$$

$$H_0 = 67.74 \pm 0.46 \text{ km/s/Mpc}$$

## Extended models

$$N_{\text{eff}} = 3.30 \pm 0.27$$

$$\sum m_\nu < 0.23 \text{ eV}$$

$$w = -1.13_{-0.10}^{+0.13}$$

## Primordial fluctuation spectrum

$$\mathcal{P}_\zeta = A_s (k/k_0)^{n_s-1}$$

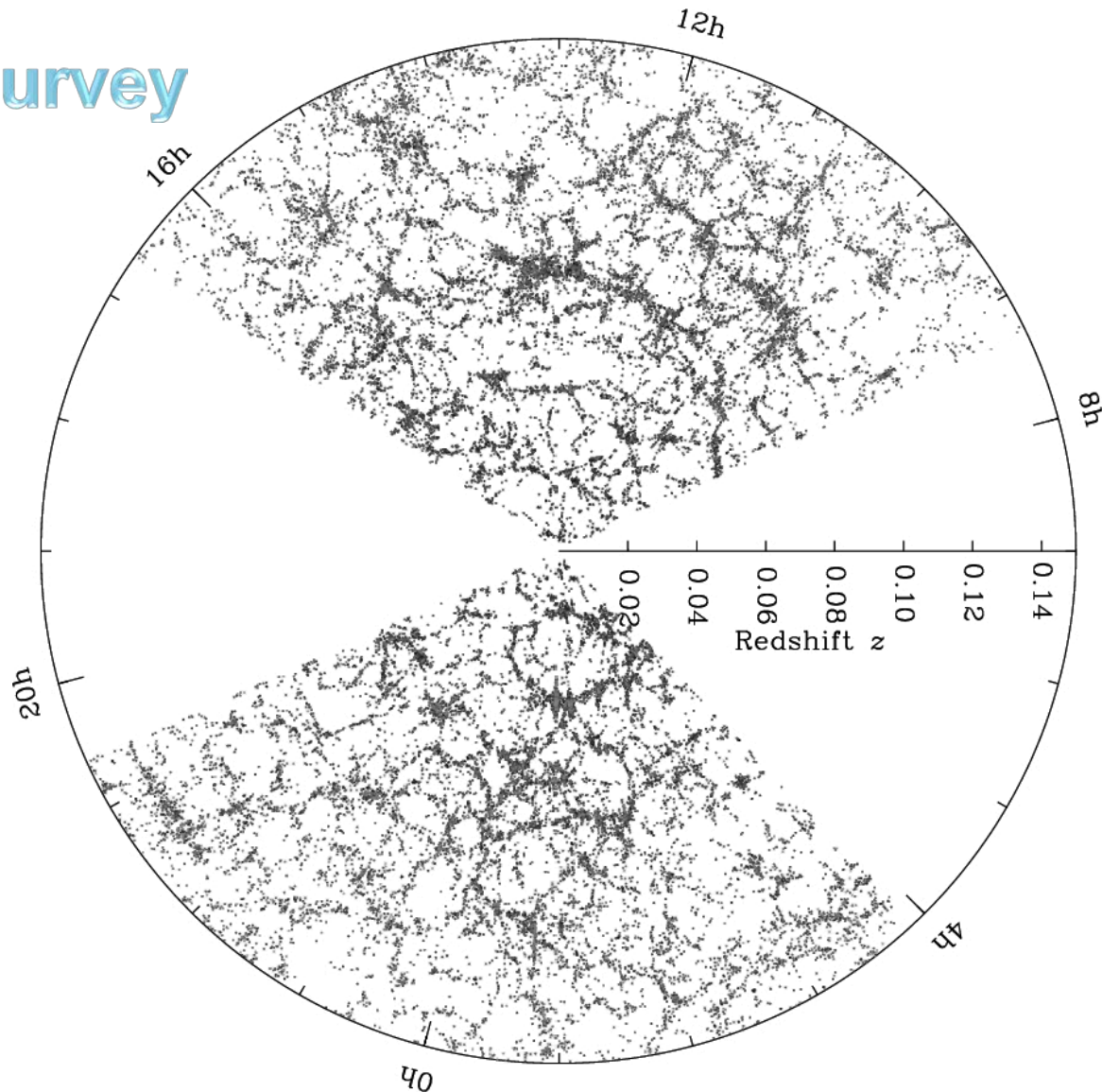
# 宇宙の銀河地図

## Sloan Digital Sky Survey

(2000 – 2008) 80万個

$$d = \frac{v}{H_0} = z \frac{c}{H_0} \\ = z \cdot 4300 h_{70}^{-1} \text{ Mpc}$$

- 100Mpc( $\Delta z=0.02$ )程度以下のスケールで顕著な非均一構造(泡構造).
- 100Mpcより大きなスケールで均すと一様.

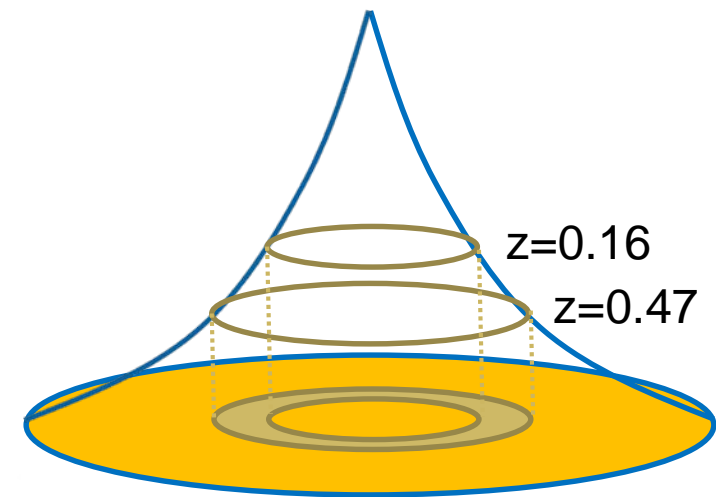
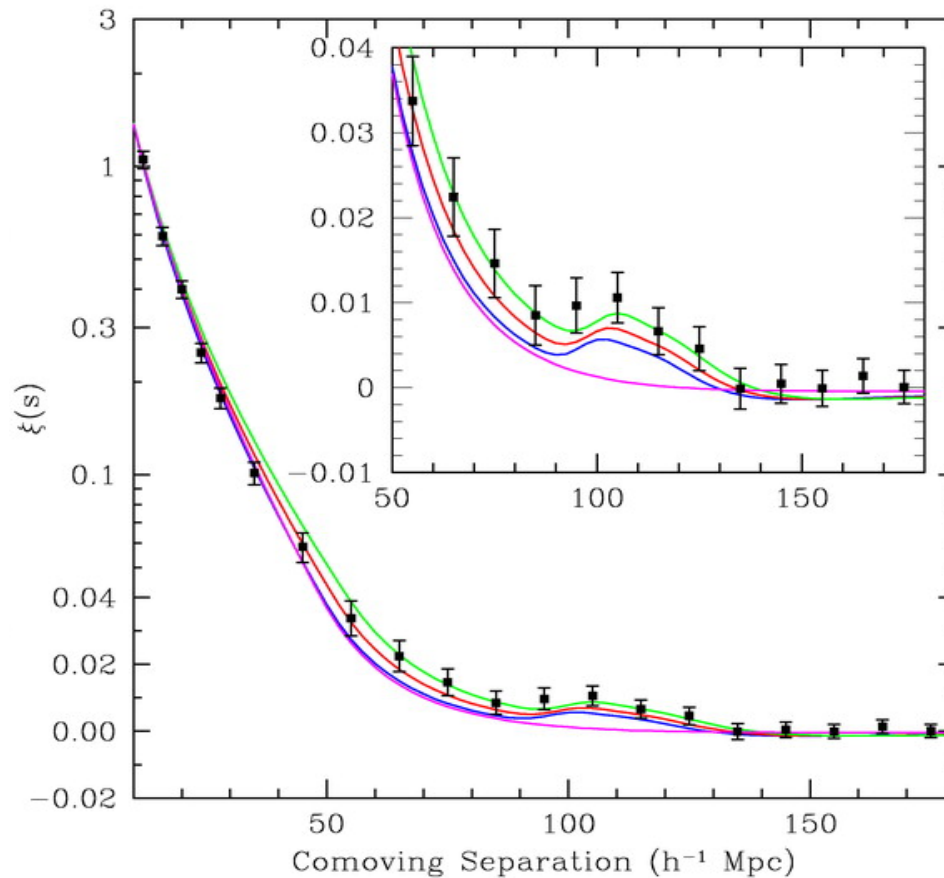


# BAO detected by SDSS

Baryon Acoustic Oscillation

密度ゆらぎの2点相関関数

$$\xi(\mathbf{r}) = \langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$$



Eisenstein D. et al (SDSS Collaboration): ApJ 633: 560 (2005)

## 1.2 熱いビッグバン宇宙

# 物質の起源


# Baryon Asymmetry

$$\eta \equiv n_b/n_\gamma \simeq 6 \times 10^{-9}$$

- BaryogenesisのためのSakharovの3条件
  - B非保存反応
  - CとCPの破れ
  - 非平衡反応
- 主要なメカニズム
  - GUT baryogenesis
  - Thermal Leptogenesis
  - Afleck-Dine (Sugra-GUT)
- 制限
  - 陽子崩壊実験:  $\tau > 3 \times 10^{31} - 8 \times 10^{33}$   
[SK: PRD 85:112001(2012)]

# Dark Matter

## ● 分類

- HoT DM:  $m < 100 \text{ MeV}$  のニュートリノ (実質的に  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  のみ) 

最初輻射と熱化学平衡にあり, 相対論的な時期でかつQH転移の後に輻射と乖離

$$h^2 \Omega_X = \sum (g_X / 2) m_X / 94 \text{ eV} \left( \lesssim 10^{-3} \right)$$

- Warm DM: 

QH転移の前に輻射と乖離することを除いて, Hot DMと同様

$$h^2 \Omega_X = \sum (g_X / 2) m_X / 500 \text{ eV}$$

- Cold DM: neutralinos, axions, ... 

生成時ないし輻射からの脱結合時に非相対論的

## 1. 3 加速膨張する宇宙

## 1.3 加速膨張する宇宙

# ダークエネルギー



# 光度距離—赤方偏移関係

- 赤方偏移  $z$  と宇宙サイズ  $a$  の関係

$$a = \frac{1}{1+z}$$

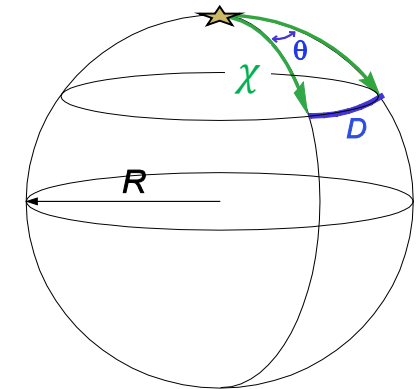
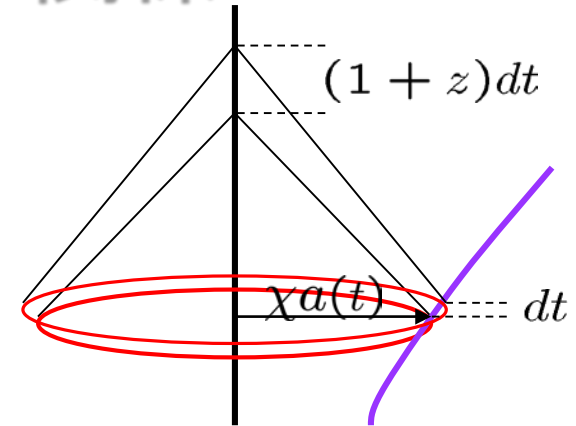
- 距離と面積の関係

$$S = \pi\theta^2 f(\chi)^2; \quad f(\chi) = \begin{cases} \chi & K = 0 \\ R \sin(\chi/R) & K = 1/R^2 \\ R \sinh(\chi/R) & K = -1/R^2 \end{cases}$$

- $d_L - z$  関係

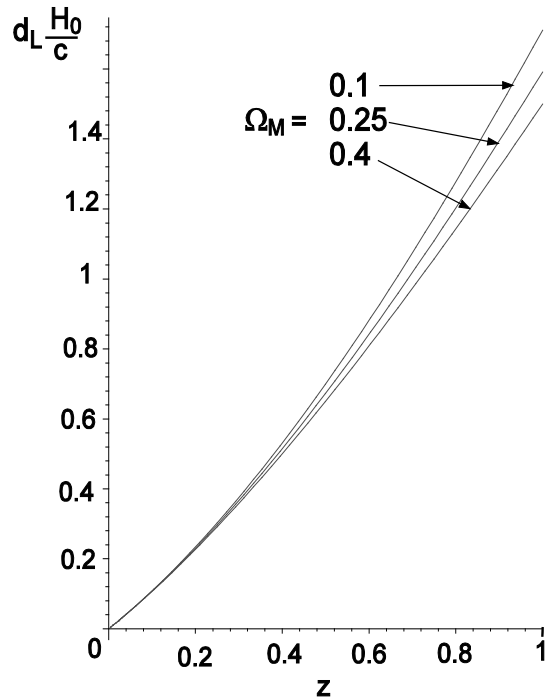
$$F = \frac{L}{4\pi f(r)^2 (1+z)^2} \Rightarrow d_L = (1+z) f(r)$$

$$adr = -cdt = \frac{cadz}{H} \Rightarrow r = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_m(z) + (1+z)^2 \Omega_K + \Omega_\Lambda}}$$

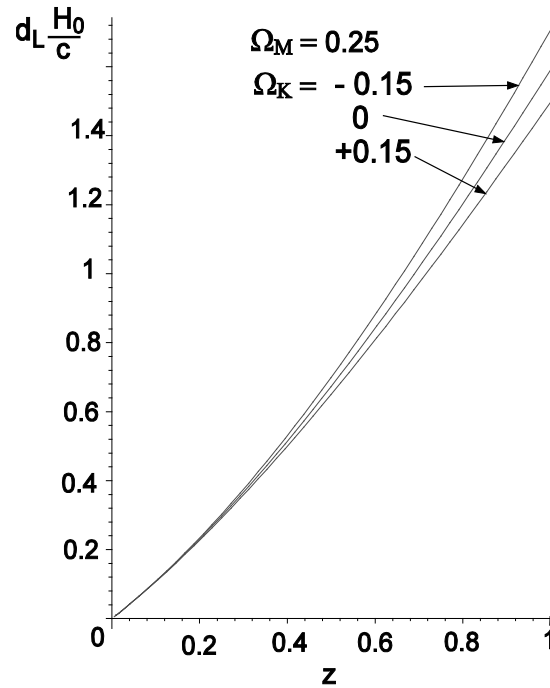


# Extended Hubble Diagram

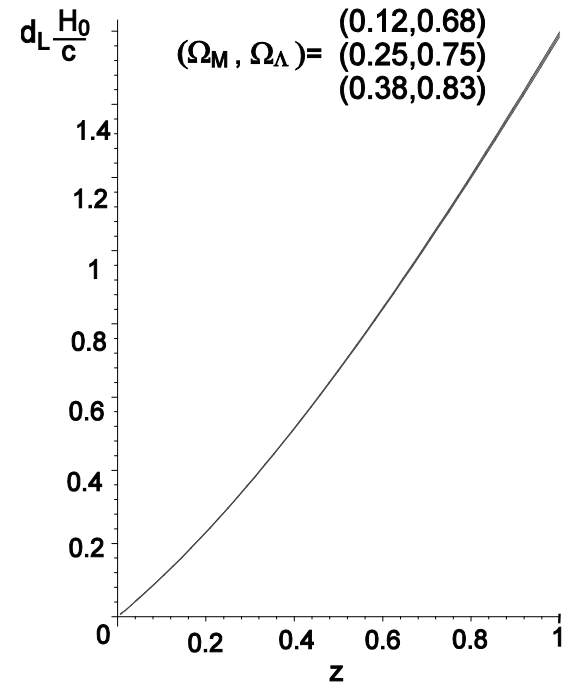
Flat  $\Lambda$ CDM models



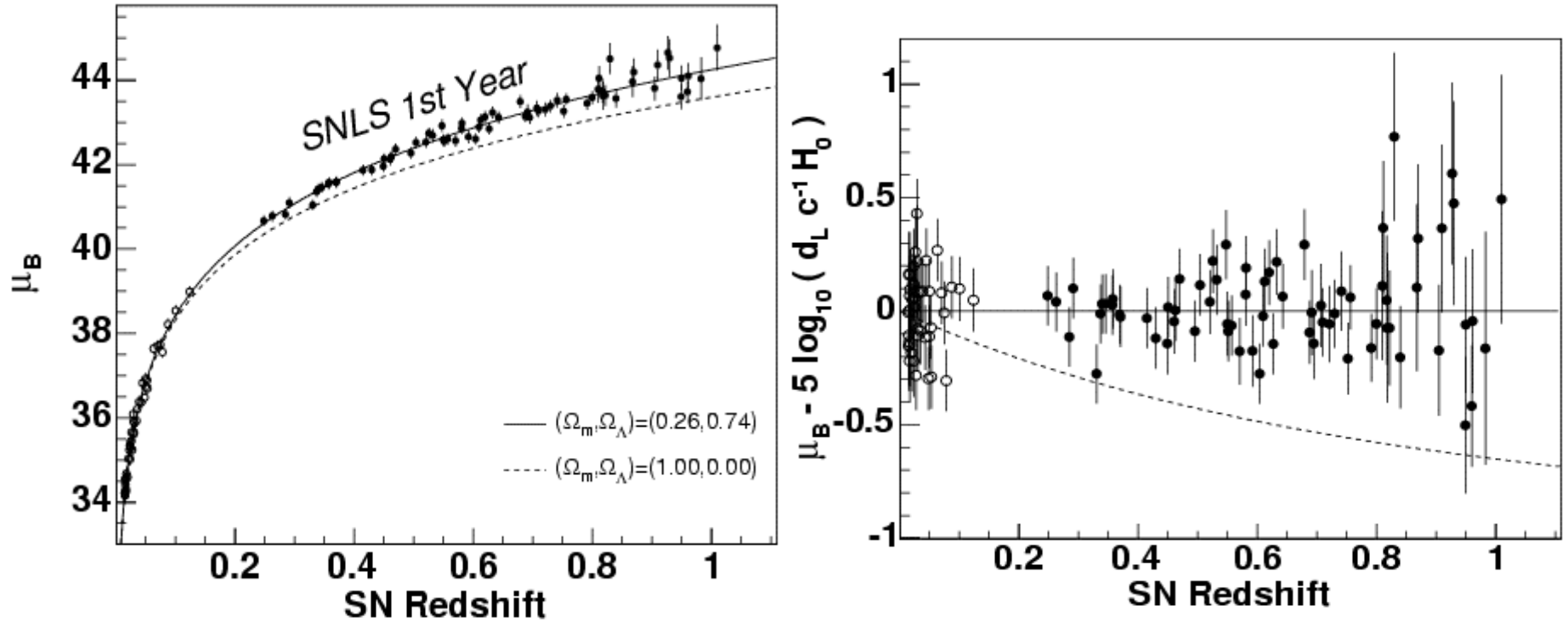
Curved CDM models



Degeneracy

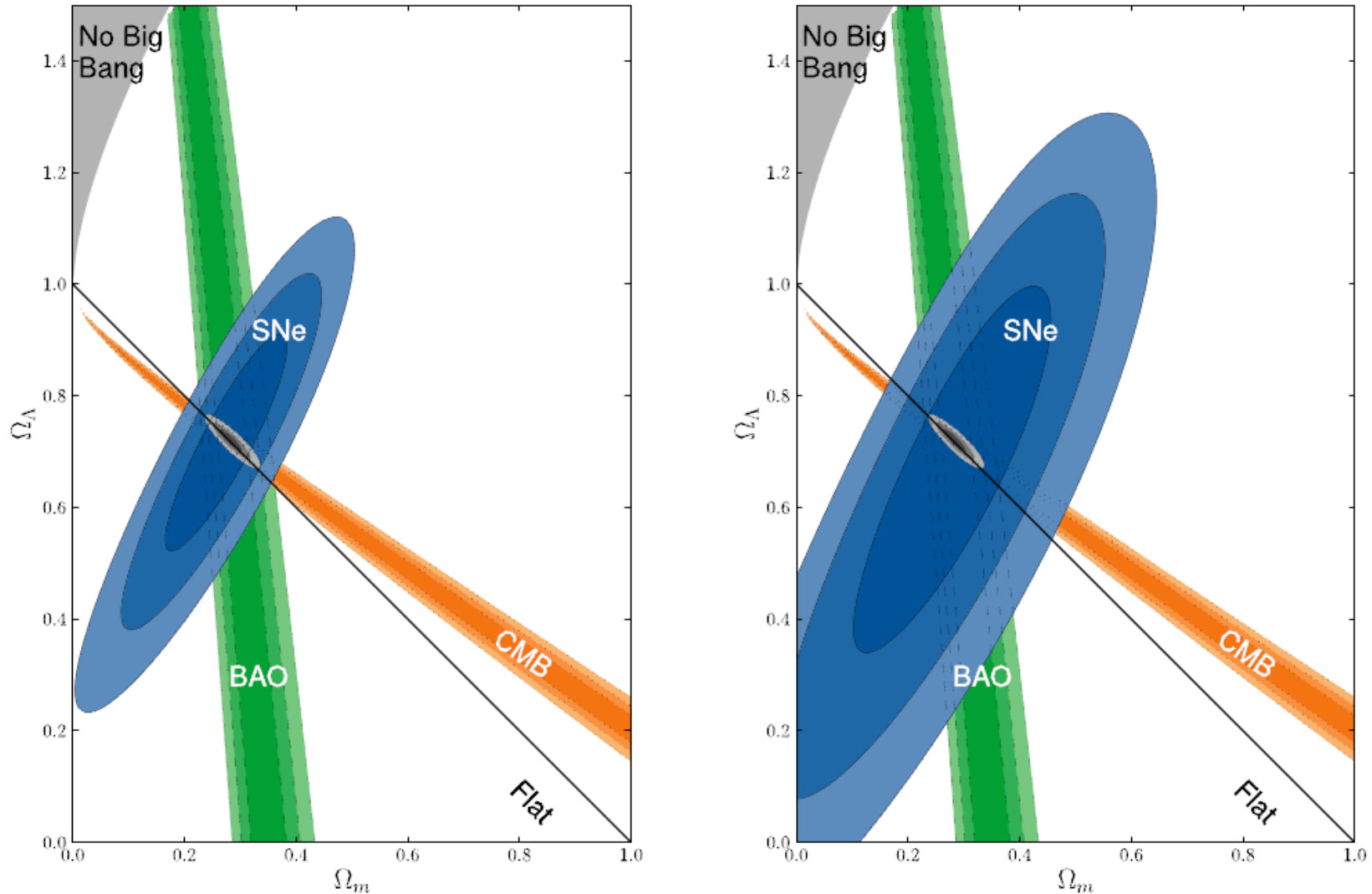


# Supernova Legacy Survey



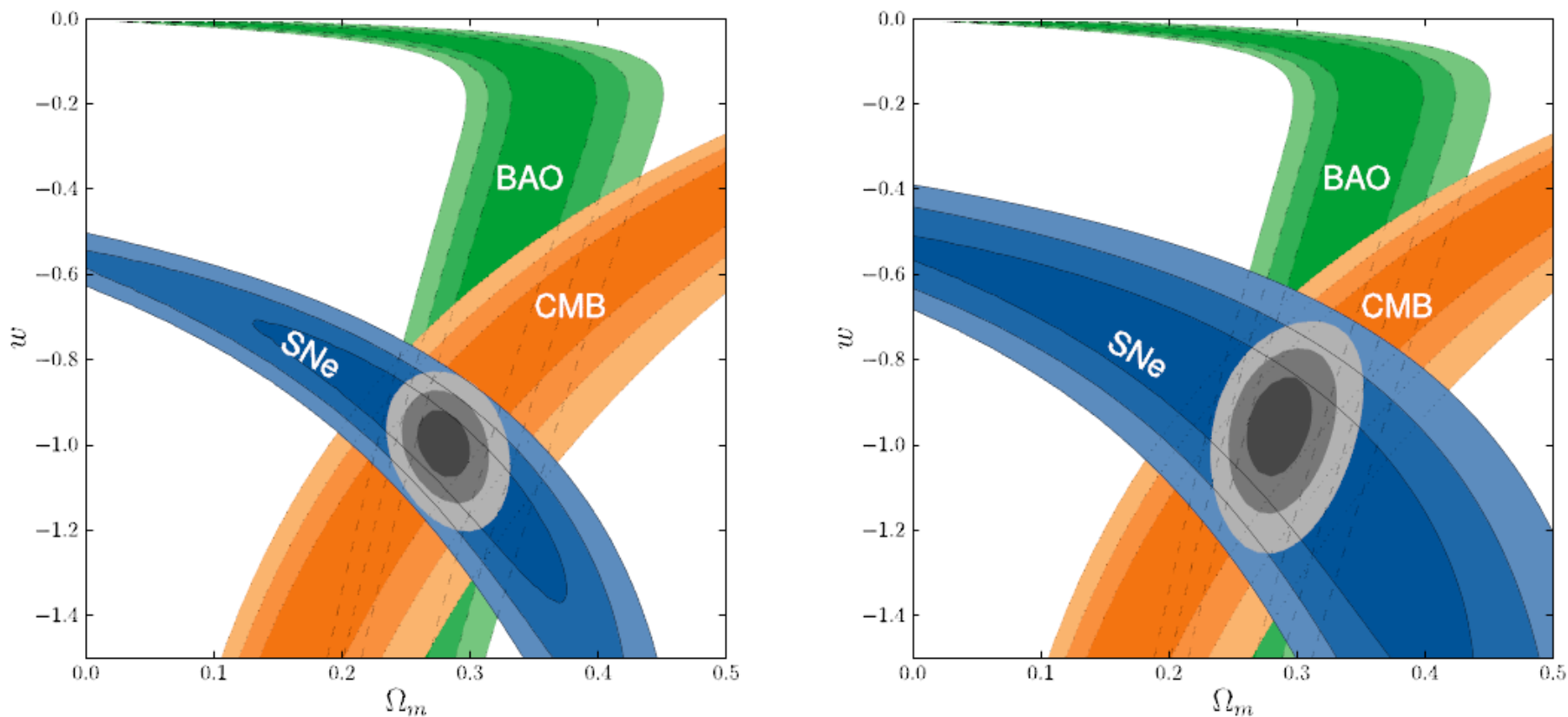
SNLS collaboration: A&A 447:31 (2006)

$$\Omega_{\Lambda} - \Omega_M$$



**Figure 5.**  $\Lambda$ CDM model: 68.3%, 95.4%, and 99.7% confidence regions of the  $(\Omega_m, \Omega_{\Lambda})$  plane from SNe Ia combined with the constraints from BAO and CMB. The left panel shows the SN Ia confidence region only including statistical errors while the right panel shows the SN Ia confidence region with both statistical and systematic errors.

# wCDM



**Figure 6.**  $w$ CDM model: 68.3%, 95.4%, and 99.7% confidence regions in the  $(\Omega_m, w)$  plane from SNe Ia, BAO, and CMB. The left panel shows the SN Ia confidence region for statistical uncertainties only, while the right panel shows the confidence region including both statistical and systematic uncertainties. We note that CMB and SN Ia constraints are orthogonal, making this combination of cosmological probes very powerful for investigating the nature of dark energy.

# 宇宙年齢

一般に物質優勢宇宙では

$$\begin{aligned} t_0 &= \int_0^1 \frac{da}{aH} = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{da}{(\Omega_M a^{-1} + \Omega_K + \Omega_\Lambda a^2)^{1/2}} \\ &= \frac{2}{3H_0} \int_0^1 \frac{da^{3/2}}{[1 - \Omega_K(1-a) - \Omega_\Lambda(1-a^3)]^{1/2}}. \end{aligned}$$

## ● 平坦な宇宙モデル

- 物質優勢(4D,  $\Lambda=0$ ):  $\gamma=2/3$ ,

$$t_0 = 2/(3H_0) = 9.3 \text{ Gyrs } (0.7/h)$$

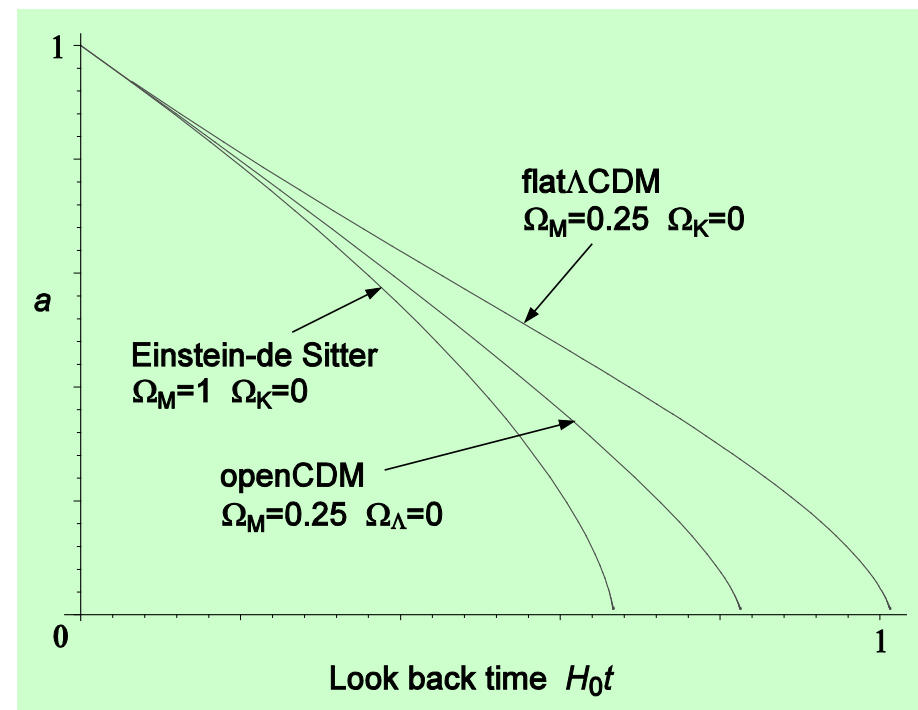
宇宙年齢問題!!

- 輻射優勢(4D,  $\Lambda=0$ ):  $\gamma=1/2$ ,

$$t_0 = 1/(2H_0) = 7 \text{ Gyrs } (0.7/h)$$

- Flat  $\Lambda$ CDM (4D,  $\Omega_M=0.25$ ):

$$t_0 \simeq 1.01/H_0 = 14 \text{ Gyrs } (0.7/h)$$



# 宇宙膨張の加速

ダークエネルギーの観測値は、現在の宇宙が加速膨張していることを意味する:

$$\frac{1}{H_0^2} \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\Omega_M}{2}(1 + 3w) + \Omega_\Lambda \simeq 0.55 > 0$$

# ダークエネルギー問題

$$\Lambda = \Lambda_{\text{cl}} + \Lambda_{\text{qn}} \simeq G (2 \times 10^{-3} \text{eV})^4$$

一般相対性理論が宇宙のスケールで正しいとすると, 量子エネルギーを含めて, 真空のエネルギーが

- 正である (加速問題),
- 素粒子物理の特徴的なエネルギースケールと比べて異常に小さい (階層性問題),

cf. 真空の構造が変化する特徴的なエネルギースケール

$$E_{\text{Planck}}=10^{28}\text{eV}, E_{\text{GUT}}=10^{25}\text{eV}, E_{\text{EW}}=10^{11}\text{eV}, E_{\text{QCD}}=10^8\text{eV}$$

- ちょうど現在の物質密度と同程度である (一致問題).



# 様々な理論的試み

## ● 特別の場を導入

- Quintessence, K-essence, phantom field, dilatonic ghost condensate, tachyon field(⊃ Chaplygin gas),

## ● 量子重力

- Spacetime foams, EPI, baby universe

## ● 重力理論の変更

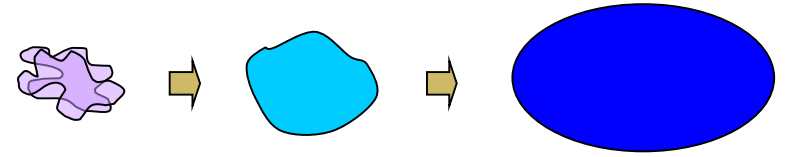
- ミクロでの変更: 弦理論・M理論
- 長距離での変更: Lorentz不変性の自発的破れ,  $f(R, \phi, \nabla\phi)$  モデル, TeVeS理論, DGPモデル, Massive Gravity

## ● 人間原理

## 1.3 加速膨張する宇宙

# インフレーション宇宙

# 平坦性問題



- (古典的な)宇宙の始まり

Planck定数  $h$ , 光速  $c$ ,  
重力定数  $G$



Planck時間  $t_{\text{pl}} \approx 10^{-43}\text{s}$   
Planck長  $L_{\text{pl}} \approx 10^{-33}\text{cm}$   
Planckエネルギー  $E_{\text{pl}} \approx 10^{19}\text{GeV} \approx 10^{32}\text{K}$

- Planck時での空間曲率

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\kappa^2}{3}\rho_m - \frac{K}{a^2} \quad \Rightarrow \quad |\Omega_K| \approx 10^{60} \left(\frac{\rho_K}{\rho_m}\right)_{\text{Planck}} < 0.01$$



Planck時の曲率半径  $> 10^{31} L_{\text{pl}}$

Cf. プランクサイズの領域が互いに統計的に独立とすると、現在の観測領域に対応するプランク時での領域に対して、 $|\rho_K/\rho_m| \sim 10^{-44}$

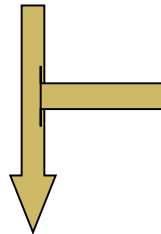
平坦性問題は、宇宙初期にエネルギー密度  $\rho_m$  が曲率  $K/a^2$  より緩やかに減少する (i.e. 宇宙の加速膨張) 時期が十分長く続けば解消される。

$$\frac{d}{dt} \frac{1/a^2}{H^2} = \frac{d}{dt} \frac{1}{\dot{a}^2} = -\frac{2\ddot{a}}{\dot{a}^3} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{a} > 0$$

# ホライズン問題

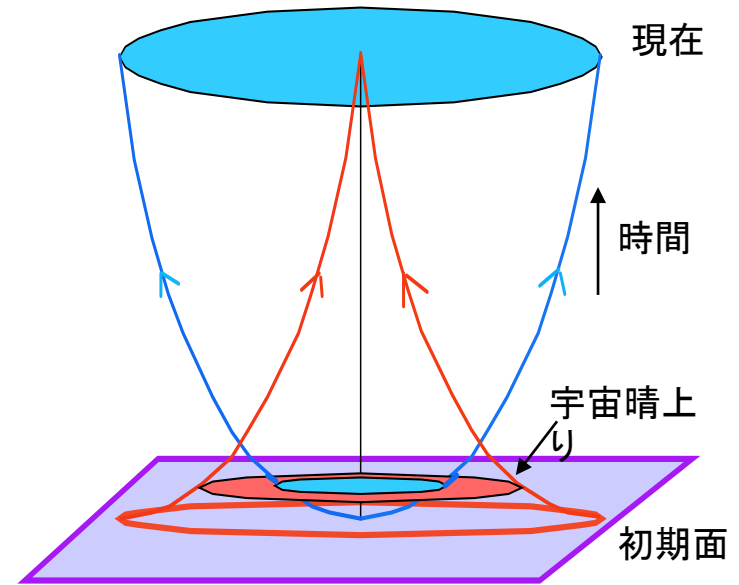
Friedmannモデルを仮定すると

我々がCMBで観測する領域のサイズは、宇宙晴上りの時点で、ホライズンサイズの50倍程度



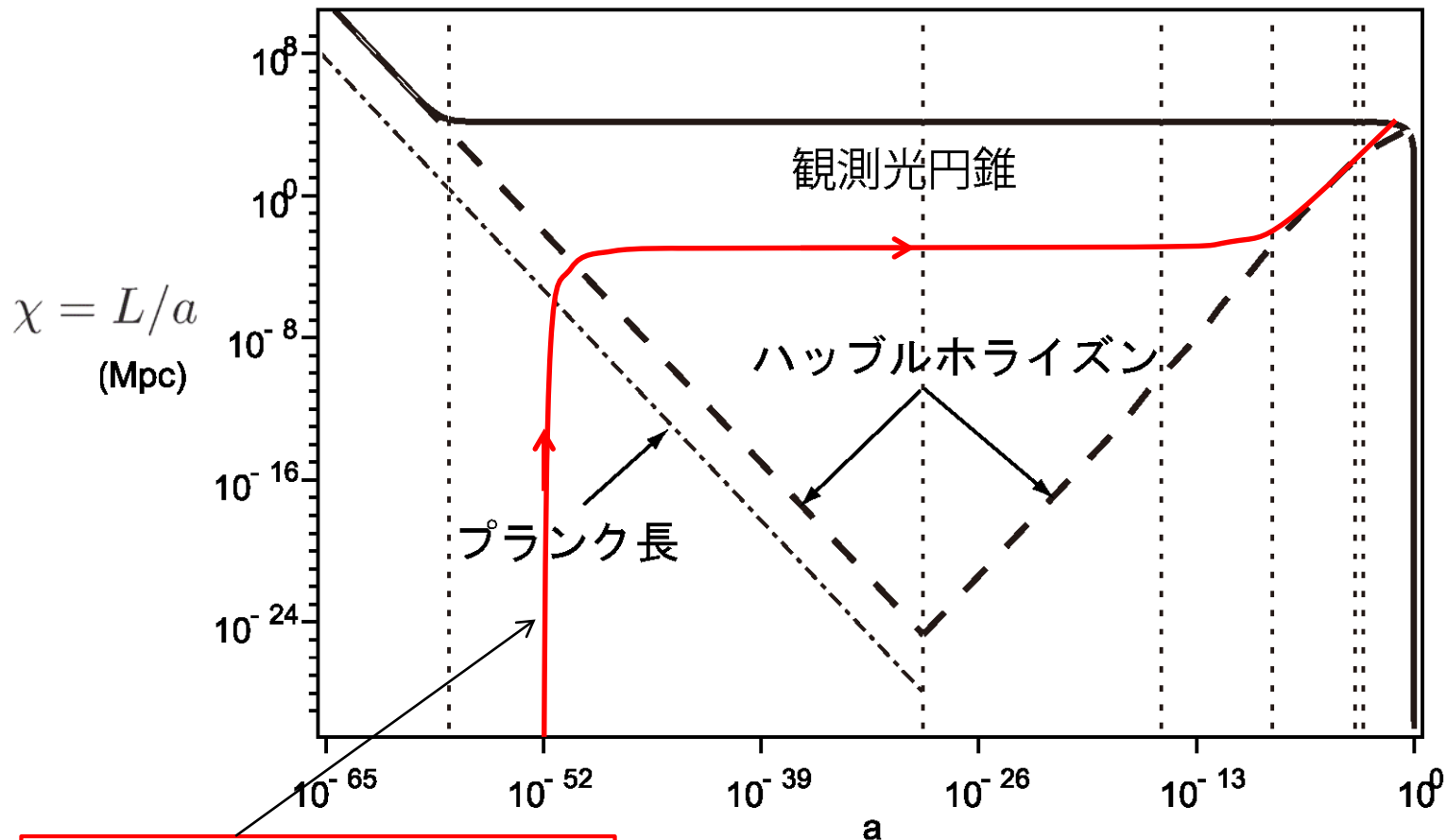
観測領域で、CMB温度ゆらぎは  $10^{-5}$  程度

宇宙の一様等方性は、宇宙誕生時の初期条件。量子論と整合しない。



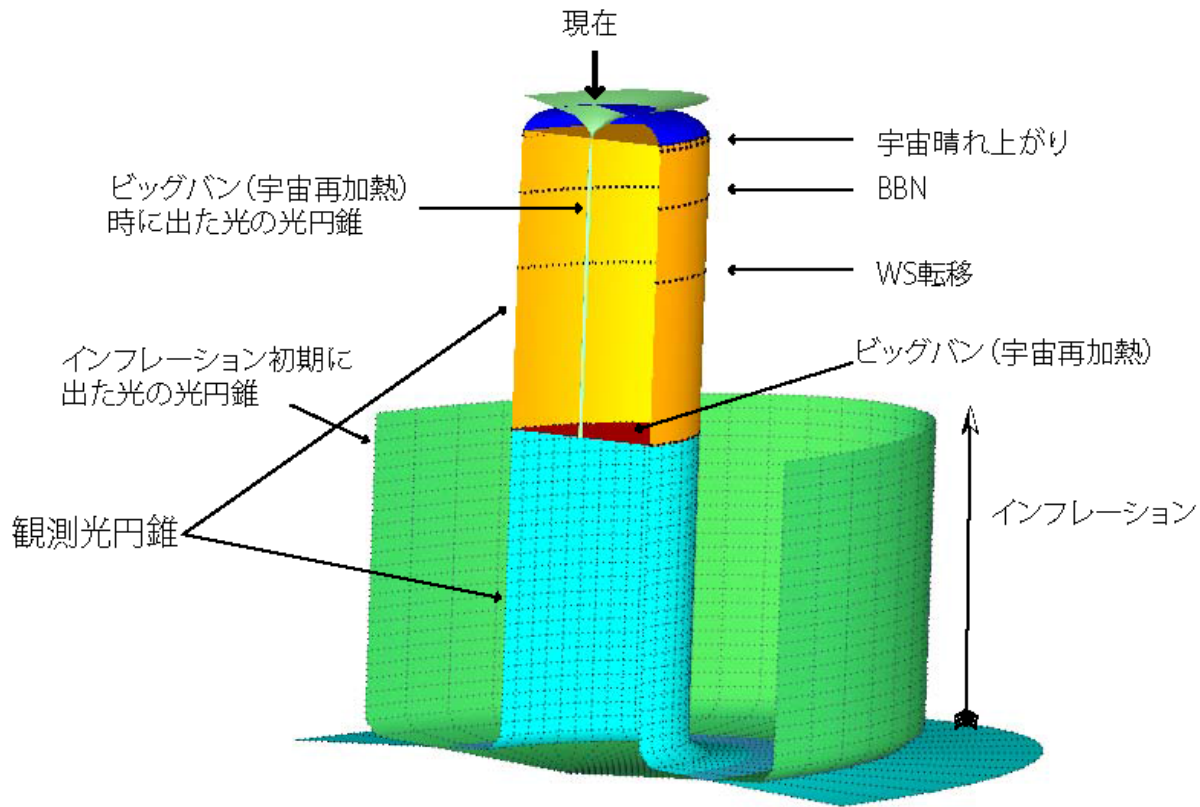
ホライズン問題も、**宇宙初期に宇宙膨張が加速する時期が十分長く** 続くと解消される。

# Inflationary Universe: Comoving length vs a



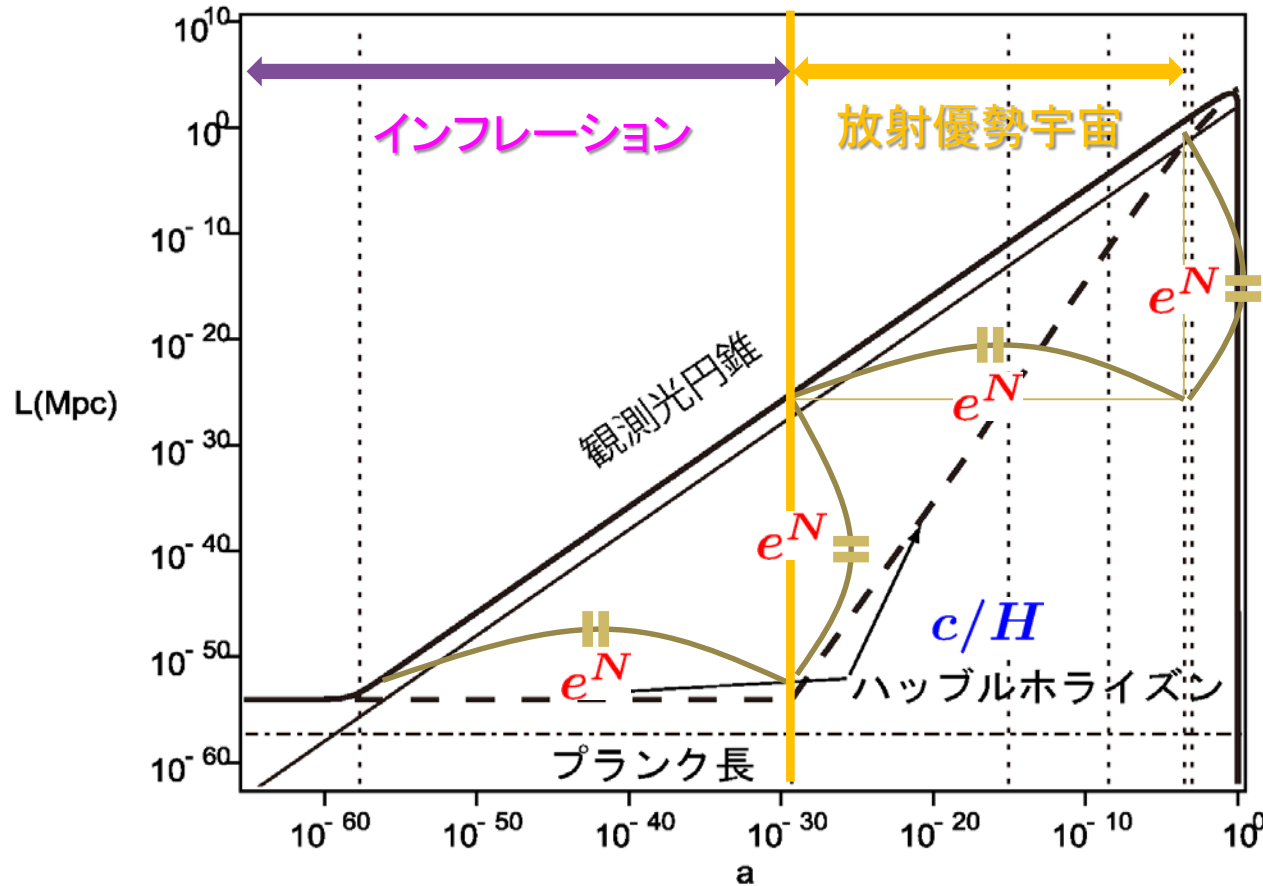
インフレーション時にでた光の波面(光円錐)の半径

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{aH} = \frac{d}{dt} \frac{1}{\dot{a}} = -\frac{\ddot{a}}{\dot{a}^2} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{a} > 0$$



小玉英雄・井岡邦仁・郡和範著：KEK物理学シリーズ「宇宙物理学」（共立出版，2014）より

# Inflationary Universe: Proper length vs a



放射優勢宇宙では

$$a \propto t^{1/2}$$



$$c/H = 2ct \propto a^2$$

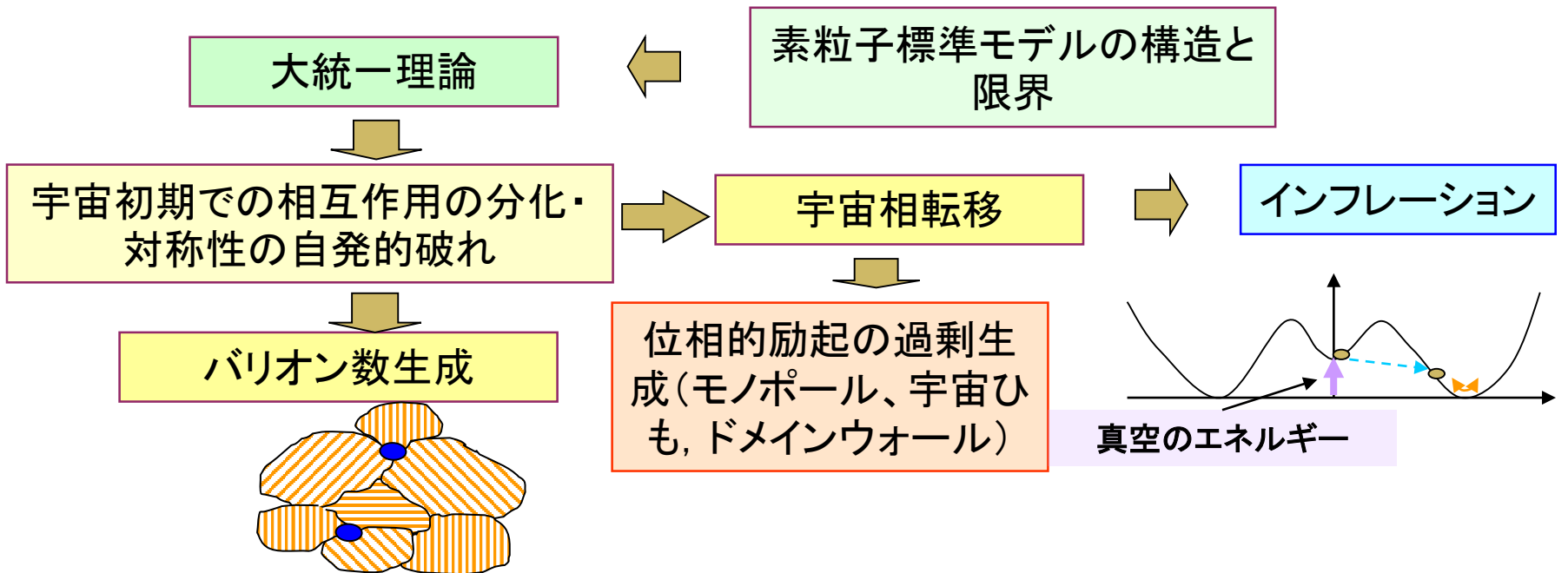
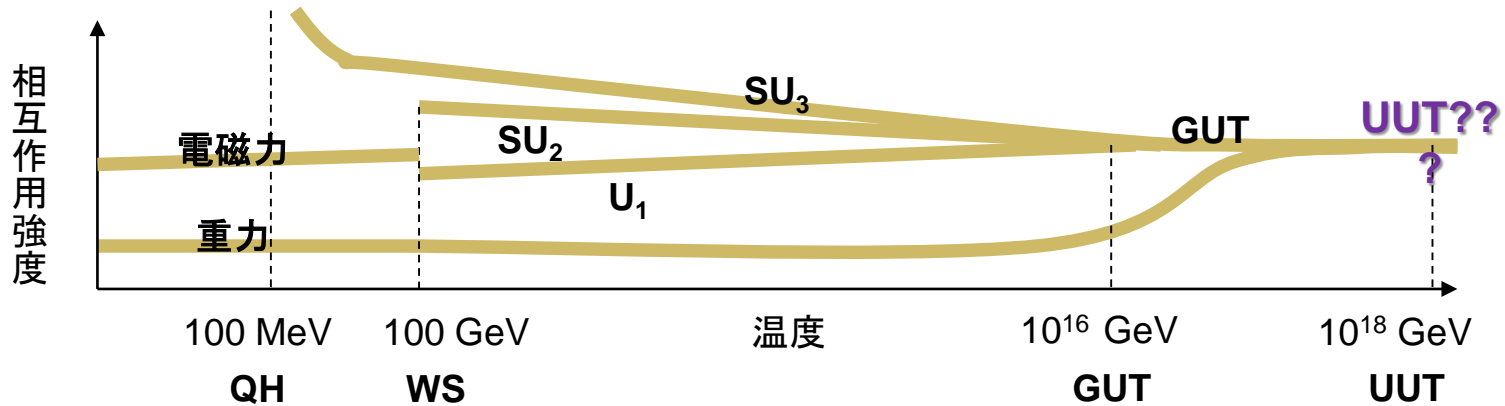
$$e^{N_o} = \frac{a_{eq}}{a_f} \left( \frac{r_{plc}}{cH} \right)_{eq}$$

$$N_o = 61 + \ln \left[ \frac{H_i}{H_f} \left( \frac{H_f}{2 \times 10^{14} \text{GeV}/\hbar} \right)^{1/2} \right]$$

preheating時期  
があるときは

$$N_o = 61 + \ln \left[ \frac{H_i}{H_f} \left( \frac{H_f}{2 \times 10^{14} \text{GeV}/\hbar} \right)^{1/3} \left( \frac{g(T_r)}{216} \right)^{1/12} \left( \frac{T_r}{10^{16} \text{GeV}} \right)^{1/3} \right]$$

# モノポール問題





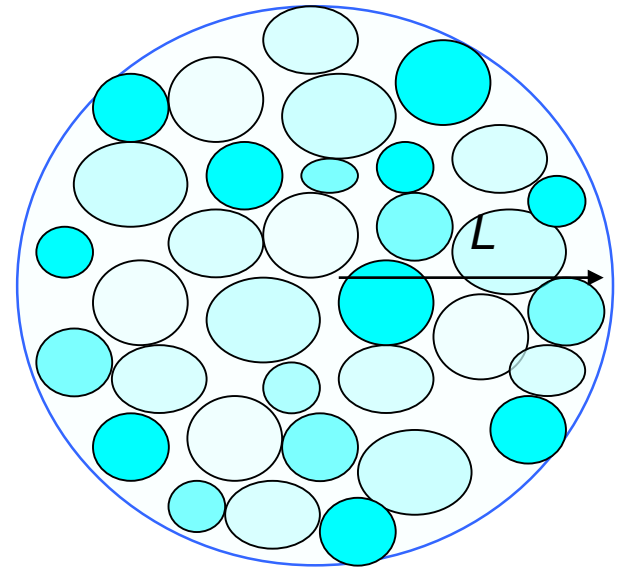
# 宇宙構造の起源

- Friedmannモデルを仮定すると、  
宇宙誕生時のゆらぎのスペクトルは

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \sim \left(\frac{L}{L_{\text{pl}}}\right)^{-3/2}$$



$$\text{曲率ゆらぎ} \propto L^2 \frac{\delta\rho}{\rho} \propto \sqrt{L}$$



- 観測は「曲率ゆらぎがすべてのスケールで一定」(Harrison-Zeldovichスペクトル)を支持。

# 原始密度ゆらぎ (スカラー曲率ゆらぎ)

## Quantum fluctuations and a nonsingular universe

V. F. Mukhanov and G. V. Chibisov

*P. N. Lebedev Physics Institute, Academy of Sciences of the USSR, Moscow*

(Submitted 26 February 1981; resubmitted 15 April 1981)

*Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33**, No. 10, 549–553 (20 May 1981)

Over a finite time, quantum fluctuations of the curvature disrupt the nonsingular cosmological solution corresponding to a universe with a polarized vacuum. If this solution held as an intermediate stage in the evolution of the universe, then the spectrum of produced fluctuations could have led to the formation of galaxies and galactic clusters.

PACS numbers: 98.80.Bp, 98.50.Eb

加速膨張宇宙での原始曲率ゆらぎ生成を定量評価し、それと宇宙構造の関係を論じた初めての(?)論文。



## New inflation modelでのスカラー曲率ゆらぎ(密度ゆらぎ)の評価

- SW Hawking (1982); AA Starobinsky (1982); A Guth, SY Pi (1982)
- JM Bardeen, PJ Steinhardt, MS Turner(1983)

$$\langle \zeta^2 \rangle = \left( \frac{H^2}{2\pi \dot{\phi}} \right)^2 \quad \leftarrow \quad ds^2 = -(1 + 2\alpha(\zeta))dt^2 + 2a\beta(\zeta) \cdot dxdt + e^{2\zeta} a^2 d\mathbf{x}^2$$
$$\delta\phi = 0$$

# 膨張宇宙でのゆらぎの振る舞い

宇宙膨張率:  $H = \frac{da/dt}{a} = \frac{d\lambda/dt}{\lambda}$

1/Hの時間で宇宙は2.7 倍に膨張

膨張宇宙では, 振動するゆらぎ(波動)は宇宙膨張と共に減衰する.

$$P = \dot{\phi} \partial \phi V \propto \frac{\omega}{\lambda} a^4 \phi^2 \propto (\omega \lambda) a^2 \phi^2 \propto v a^2 \phi^2 = \text{const}$$

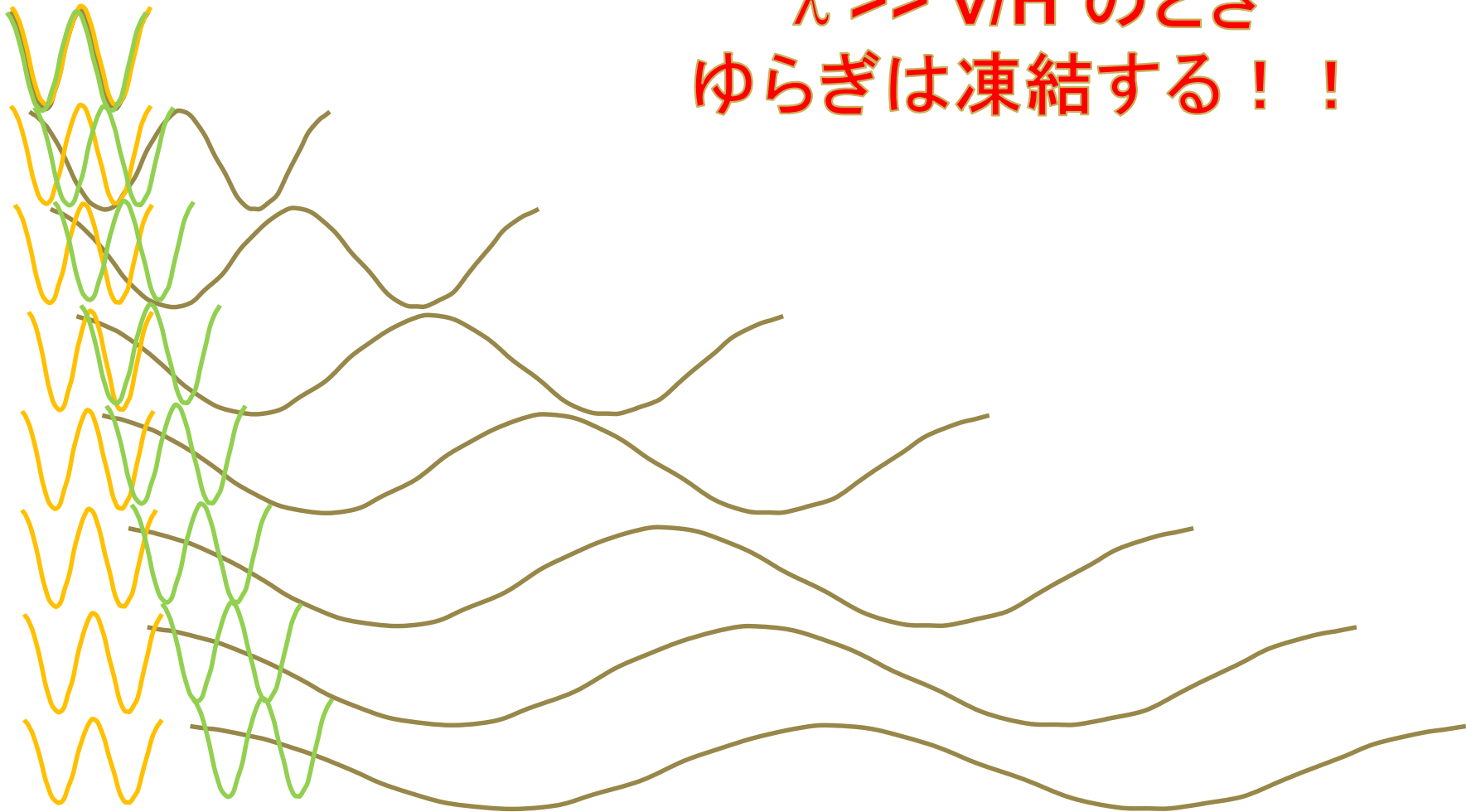
⇒  $\phi \propto \frac{1}{a\sqrt{v}}$

条件:

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda} \gg H \quad \Leftrightarrow \quad \lambda \ll 2\pi \frac{v}{H}$$

# ゆらぎの凍結

$\lambda \gg v/H$  のとき  
ゆらぎは凍結する！！



# インフレーションはゆらぎの冷凍装置

- Hubble ホライズン半径

$$\frac{c}{H} \geq \frac{v}{H}$$

- 加速膨張

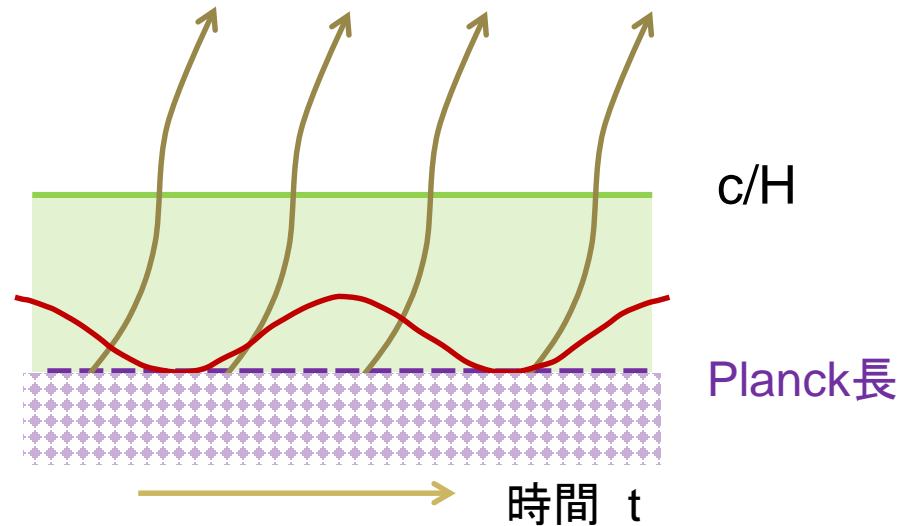
$$\frac{d}{dt} \frac{\lambda}{c/H} = \frac{1}{c} \frac{d^2 \lambda}{dt^2} > 0$$



宇宙の加速膨張

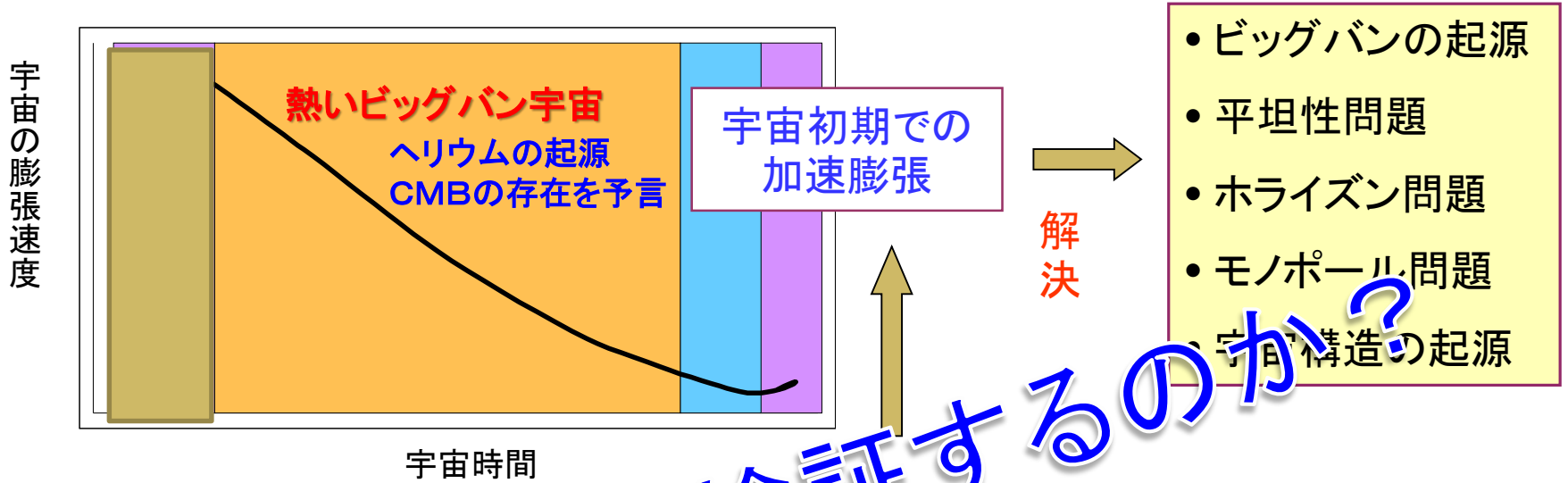
- ゆらぎの湧きだしと凍結

物質場の量子ゆらぎ  
時空構造の量子ゆらぎ



$$\delta\phi \approx \begin{cases} \frac{1}{\lambda} & ; k = \frac{2\pi}{\lambda} \gg \frac{H}{c} \\ \frac{H}{2\pi c} & ; k \ll \frac{H}{c} \end{cases}$$

# インフレーション宇宙シナリオ

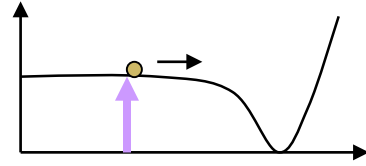


どのようにして検証するのか?

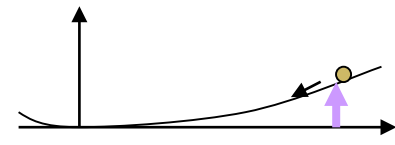
インフレーション = 重力が斥力となる場

宇宙加熱 (graceful exit) 問題

様々なインフレーション理論

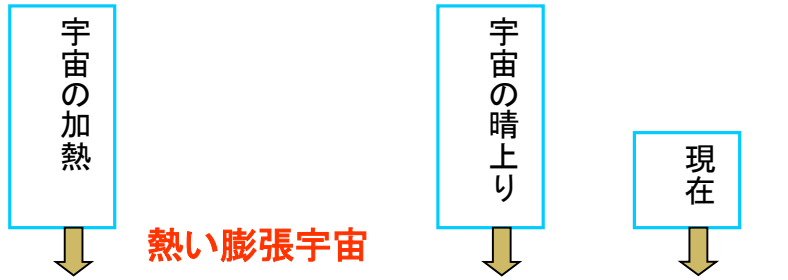


新インフレーション理論

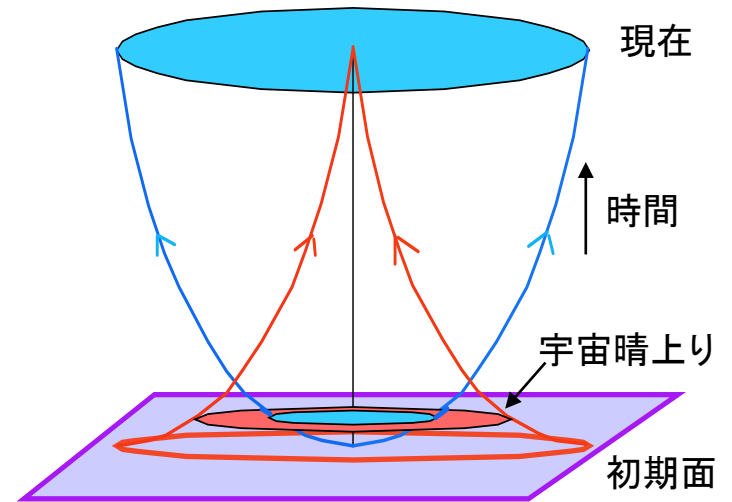
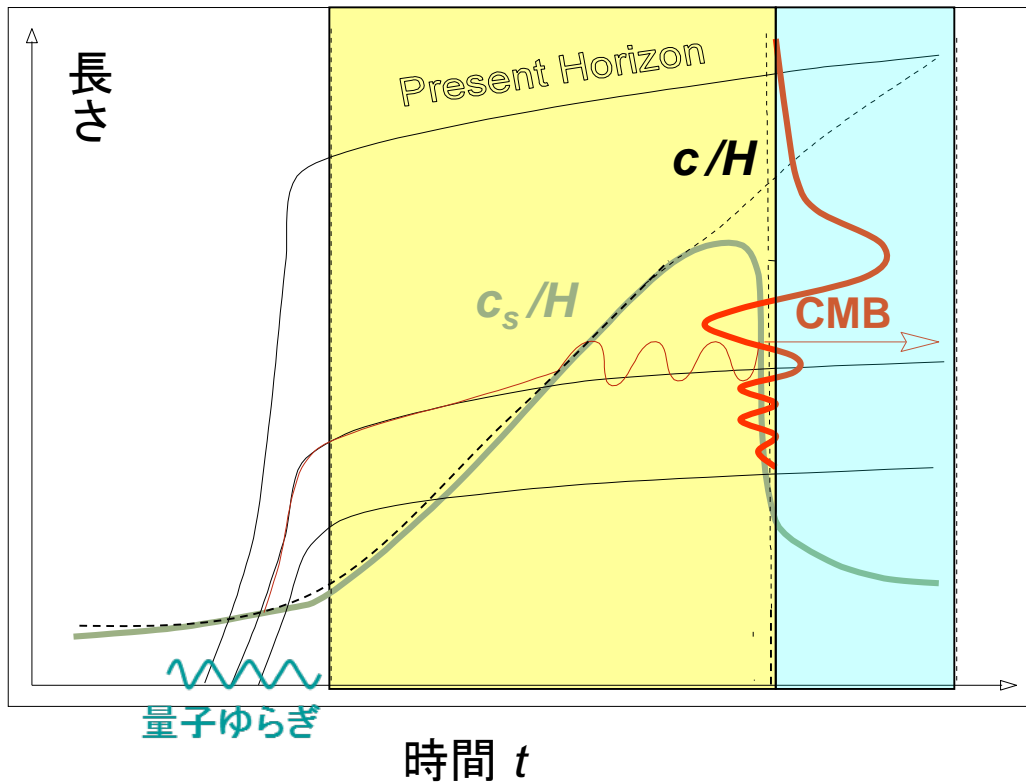


カオス的インフレーション理論

# CMBによるゆらぎ観測



波長  $\lambda \gg$  Hubble ホライズン長  $c/H$  のとき, ゆらぎは凍結!



# インフレーション理論検証の鍵となる予言

- スカラ曲率ゆらぎ  $\zeta$  (原始密度ゆらぎ)

$$\mathcal{P}_\zeta(k) = A_\zeta (k/k_0)^{n_s - 1}$$

$$n_s - 1 \approx 0$$

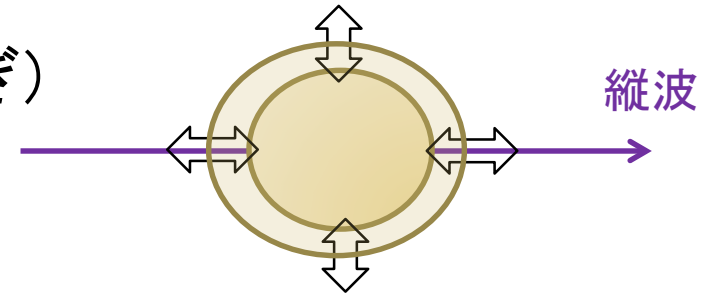
$$A_\zeta \simeq \left( \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}} \right)^2 + A_c$$

- テンソルゆらぎ  $h$  (原始重力波)

$$\mathcal{P}_h(k) = A_h (k/k_0)^{n_t}$$

$$n_t \approx 0$$

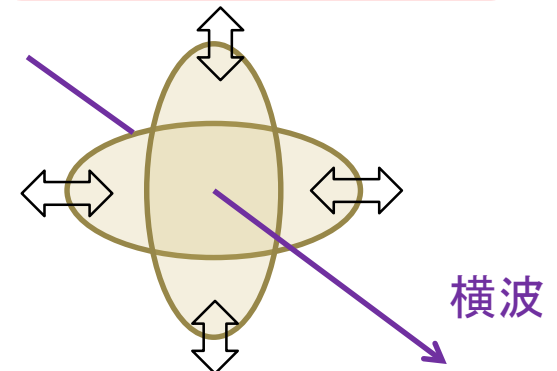
$$A_h \simeq 8 \left( \frac{H}{2\pi m_{\text{pl}}} \right)^2$$



## キーパラメータ

- スペクトル指数:  $n_s$ ,  $n_t$
- テンソル・スカラ比

$$r = \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_\zeta} \approx \frac{A_h}{A_\zeta}$$





# 宇宙ゆらぎには豊かな情報含まれる

## ● スカラ型ゆらぎ

✓ **パワースペクトル** ⇒ インフラトンポテンシャルの形・傾き

○ **断熱性** ⇒ ゆらぎの起源(インフラトン vs カーバトン), インフレーションに  
関与する場の数・種類

☆ **統計性** ⇒ ゆらぎの起源, 理論の非線形性, インフレーションの等方性  
非標準の運動項を持つ場合や多成分の場合には, 非ガウ斯的ゆらぎが生成される場合がある.

## ● テンソル型ゆらぎ(原始重力波)

☆ **振幅** ⇒ 原始重力波の存在, インフレーションのエネルギースケール

☆ **スペクトル** ⇒ ゆらぎの原始性, インフレーション理論のタイプ

☆ **偏光** ⇒ 重力相互作用でのCPの破れ

# A NEW TYPE OF ISOTROPIC COSMOLOGICAL MODELS WITHOUT SINGULARITY

A.A. STAROBINSKY

*Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, Cambridge University, Cambridge, England*<sup>1</sup>  
*and The Landau Institute for Theoretical Physics, The Academy of Sciences, Moscow, 117334, USSR*<sup>2</sup>

Received 11 January 1980

[Phys. Lett. **B91**, 99 (1980)]

The Einstein equations with quantum one-loop contributions of conformally covariant matter fields are shown to admit a class of nonsingular isotropic homogeneous solutions that correspond to a picture of the Universe being initially in the most symmetric (de Sitter) state.

The important property of all nonsingular models with the initial superdense de Sitter state is that, as shown in ref. [8], such a large amount of relic gravitational waves is generated by one-loop processes in these models (in particular, in the range  $1-10^{-5}$  Hz) that predictions of the semiclassical theory and the very existence of this state can be experimentally verified in the near future. Adopting such a model, one should also call for some mechanism of baryon-number generation because initial symmetry requires zero initial values of all charges.

The author acknowledges the hospitality of Professor S.W. Hawking and his whole group in DAMTP, Cambridge University, where this paper was written.

定常加速膨張宇宙(ドジッター宇宙)で生まれ, スムーズにビッグバン宇宙に移行する宇宙模型を初めて構築.

## References:

....

“Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe”  
Alexei A. Starobinsky (Landau Inst.). 1979.  
Published in JETP Lett. 30 (1979) 682-685,  
Pisma Zh.Eksp.Teor.Fiz. 30 (1979) 719-723  
[Cited by 802 records ]

# 原始重力波（テンソルゆらぎ）

## Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe

A. A. Starobinskii

*L.D. Landau Institute of Theoretical Physics, USSR Academy of Sciences*

(Submitted 25 October 1979)

*Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **30**, No. 11, 719–723 (5 December 1979)

A phenomenological model of the universe, in which, the universe was in a maximum symmetrical quantum state before the beginning of the classical Friedman expansion, is examined. The spectrum of long-wave background gravitational radiation is calculated in this model. The possibility of detecting this radiation in the range  $10^{-3} - 10^{-5}$  Hz is promising.

PACS numbers: 98.80.Bp, 95.30.Sf


At present, the theory of quantum effects in strong gravitational fields has reached the stage of development at which it is possible to ask what was the state of the universe before the beginning of its classical expansion according to the Friedman law [ $a(t) \propto \sqrt{t}$  for  $t > 0$  and  $p = \epsilon/3$ ]; in other words, what happened before the “big bang”. It is evident that only the most weakly interacting particles—gravitons produced in the pre-Friedman or early Friedman stage, which produce in the present epoch a stochastic, nonthermal, background radiation—can preserve the information about the “pre-Friedman” stage. As shown earlier,<sup>(1)</sup> if the background radiation is

.....  
= 2.7 K). The effective, dimensionless amplitude of the gravitational waves is

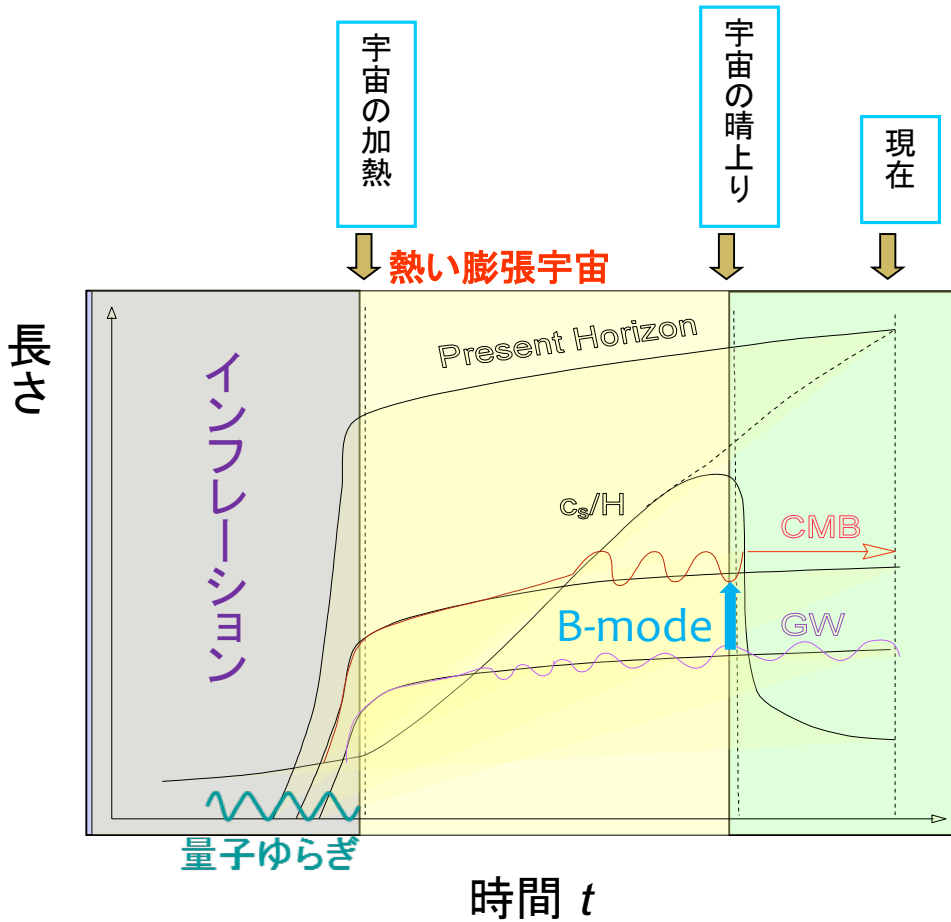
$$h = \sqrt{\langle h^2 \rangle} \approx 3 \times 10^{-21} s \nu^{-1}, \quad (7)$$

$$\simeq 2.5 \times 10^{-26} \left( \frac{H}{10^{14} \text{GeV}/\hbar} \right) \left( \frac{\nu}{\text{Hz}} \right)^{-1}$$

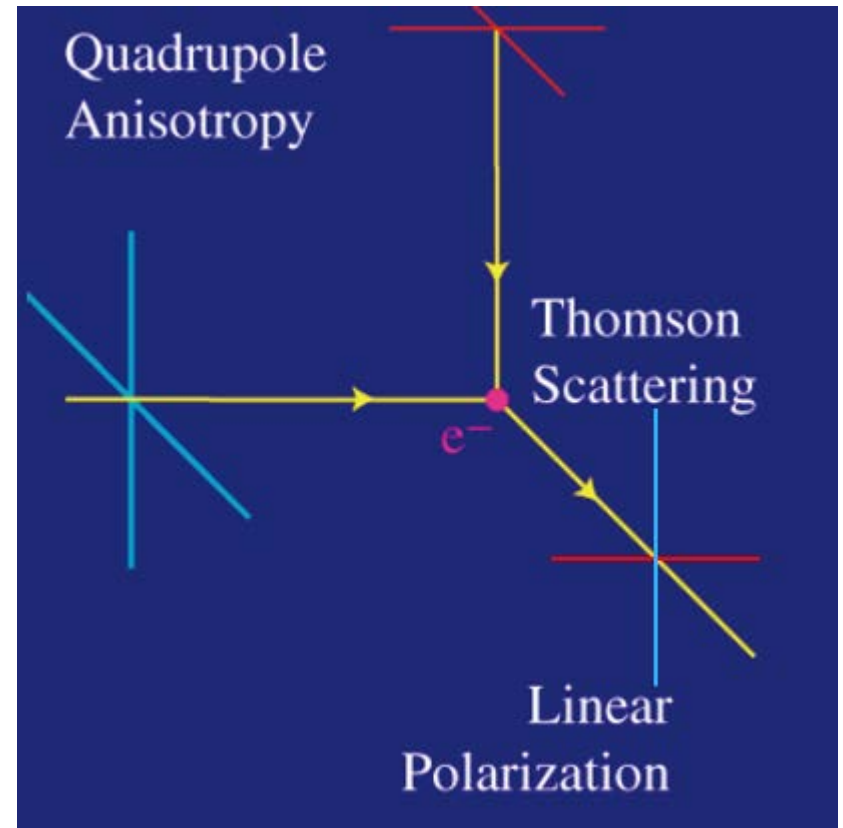
加速膨張宇宙での原始重力波生成とその観測可能性を定量的に議論した初めての(?)論文。


$$h = \frac{\delta L}{L}$$

# B-mode



電子による電磁波の散乱は、  
一般に、偏光を生み出す。



## 1.3 加速する宇宙

# 4次元インフレーション モデルの概観

# Canonical Single Inflaton Model

- Basic Equations

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0,$$

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\kappa^2}{3}\rho = \frac{1}{3m_{\text{pl}}^2} \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\right)$$




- Inflation condition

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{1}{a} \frac{d}{dt}(aH) = \frac{\kappa^2}{3} (V - \dot{\phi}^2) > 0$$

$$\epsilon := \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\text{pl}} V'}{V}\right)^2,$$
$$\eta := \frac{m_{\text{pl}}^2 V''}{V}$$

- Slow roll approximation

$$\dot{\phi}^2 \ll V \ \& \ |\ddot{\phi}| \ll 3H|\dot{\phi}| \quad \epsilon \ll 1, \quad |\eta| \ll 1$$


$$3H\dot{\phi} \simeq -V' \quad \frac{\dot{\phi}^2}{V} \simeq \frac{2\epsilon}{3}, \quad \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} \simeq \epsilon - \eta, \quad \frac{\dot{H}}{H^2} \simeq -\epsilon$$

# Primordial Fluctuations

- e-folding number

$$\frac{a_f}{a} = e^N \Rightarrow N = \int_t^{t_f} H dt = \int_{\phi}^{\phi_f} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \simeq \pm \int_{\phi}^{\phi_f} \frac{d\phi}{m_{\text{pl}} \sqrt{2\epsilon}}$$

- Perturbations produced during inflation

**Curvature:**  $\mathcal{P}_{\zeta}(k) \simeq \left( \frac{H}{2\pi\dot{\phi}} \right)_{t=t_k}^2 \simeq \left( \frac{H^2}{8\pi^2 \epsilon m_{\text{pl}}^2} \right)_{t=t_k} \approx 2 \times 10^{-9}$

**GWs:**  $\mathcal{P}_h(k) \simeq 8\kappa^2 \left( \frac{H}{2\pi} \right)_{t=t_k}^2 = 8 \left( \frac{H}{2\pi m_{\text{pl}}} \right)_{t=t_k}^2$

- Lyth Bound: if  $e$  is monotonically increasing,

$$r := \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_{\zeta}} \leq \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_{\zeta_{\text{inf}}}} = 16\epsilon = \frac{8}{N_o^2} \left( \frac{\Delta\phi}{m_{\text{pl}}} \right)^2 = 0.002 \left( \frac{60}{N_o} \right)^2 \left( \frac{\Delta\phi}{m_{\text{pl}}} \right)^2$$

# Spectral Index

- Curvature perturbations

$$\mathcal{P}_\zeta(k) = \mathcal{P}_\zeta(k_*)(k/k_*)^{n_s-1} \Rightarrow n_s - 1 \simeq 2\eta - 6\epsilon$$

- GWs

$$\mathcal{P}_h(k) = \mathcal{P}_h(k_*)(k/k_*)^{n_t} \Rightarrow n_t \simeq -2\epsilon$$

- Consistency relation

$$r = 16\epsilon \Rightarrow n_t = -\frac{r}{8}$$



# 様々なインフレーション理論

Small field models

Large field models

Single inflaton

k-inflation

G-inflation

Potential-Dominated

Hill top

Starobinsky

Chaotic

Thermal

N-flation

Natural

Sugra Higgs

~~DBI~~

D-brane

~~Power-law~~

Linear axion

Multiple inflaton

Racetrack

Gyro

Monodromy

Sugra axion

Vector/anisotropic

Curvaton

Hybrid

# Classification Criteria

## Inflation mechanism

- 4D vs High D
- Inflaton type
  - Scalar field
    - Potential driven
    - Kinetic term driven
  - Curvature
  - Normal matter : thermal inflation

## Inflaton models

- Single field vs. multiple fields
- Coupling to vector/form fields
- Standard vs non-standard kinetic term
- Slow roll vs rapid roll
- Large field vs small field
- High  $\text{Tr}$  vs low  $\text{Tr}$ ; Large  $H$  vs small  $H$
- Single vs. multiple stages inflation

# Small Field vs Large Field

- Large field model

$$0.01 \lesssim r \approx 0.0125 \left( \frac{\Delta\phi}{5m_{\text{pl}}} \right)^2 \iff 5m_{\text{pl}} \lesssim \Delta\phi$$

- Intermediate scale model

$$10^{-4} \lesssim r \approx (20 \sim 5) \times 10^{-4} \left( \frac{\Delta\phi}{m_{\text{pl}}} \right)^2 \lesssim 0.01 \iff 0.2m_{\text{pl}} \lesssim \Delta\phi < 5m_{\text{pl}}$$

- Small field model

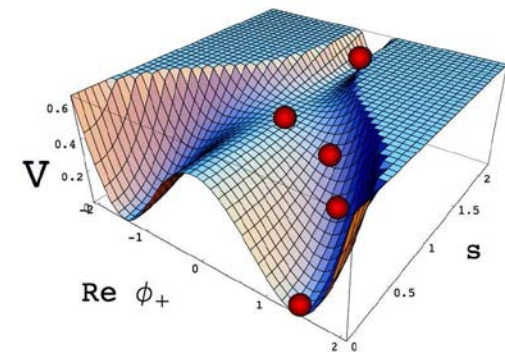
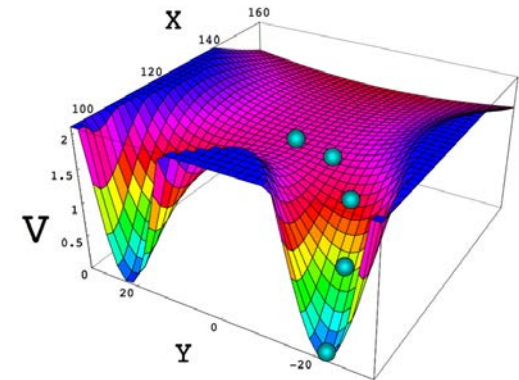
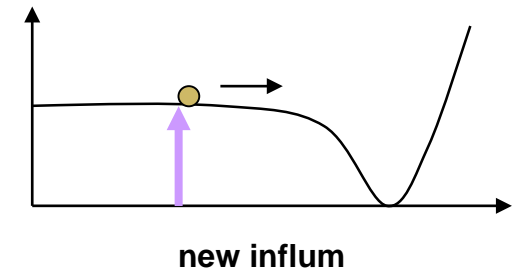
$$r \approx 0.002 \left( \frac{\Delta\phi}{m_{\text{pl}}} \right)^2 < 10^{-4} \iff \Delta\phi < 0.2m_{\text{pl}}$$

# Small Field Models

$$|\phi| < 0.2 m_{pl}$$

Hiltop-type or saddle point-type

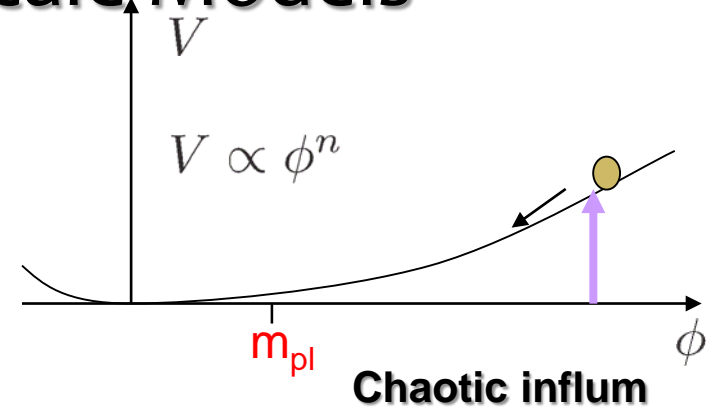
- Example :
  - New influm, Hybrid influm
  - Racetrack model
  - Higgs influm
- Problems
  - Fine tuning of the potential.
  - Fine tuning of the IC.



# Large & Intermediate Scale Models

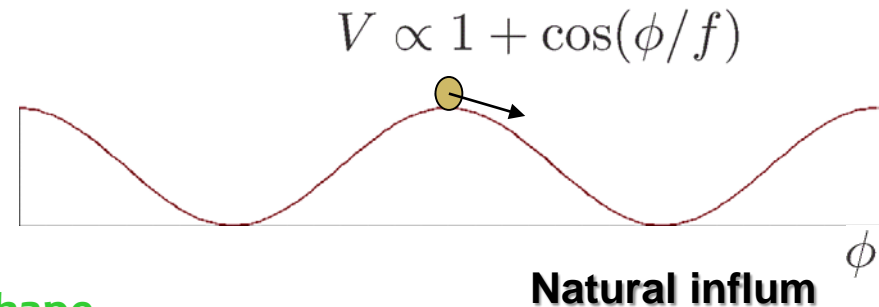
$$|\phi| \gtrsim m_{\text{pl}}$$

- Example:
  - Chaotic influm, linear/monodromy influm
  - Natural influm
  - Starobinsky influm



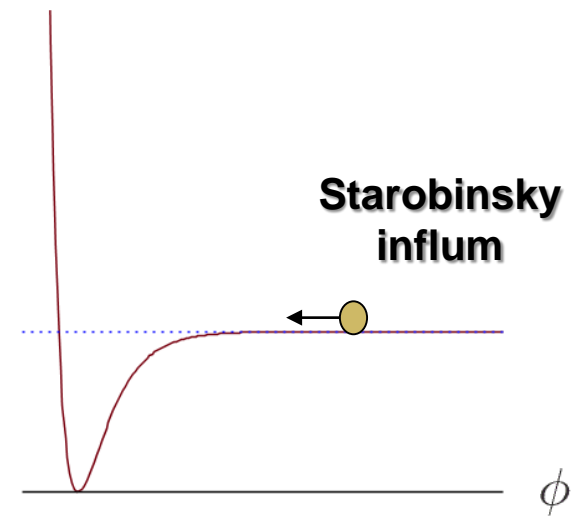
- **Merits**

- IC can be generic.
- Weak constraint on the potential shape.



- **Problems**

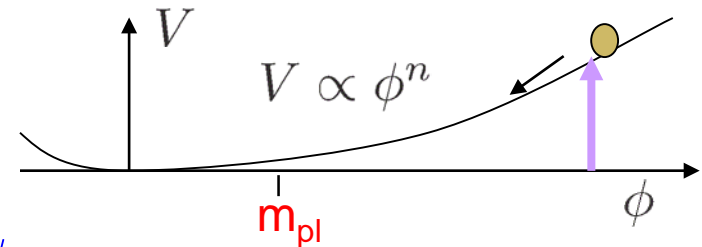
- Quantum gravity corrections
- From the string theory perspective, a large volume compactification is indicated.



# Chaotic Inflation

- Power-law potential + Slow roll approximation

$$V = \mu^2 m_{\text{pl}}^2 \left( \frac{|\phi|}{m_{\text{pl}}} \right)^n$$



- Slow roll approximation is good at  $\phi \gg m_{\text{pl}}$ :

$$\epsilon = \frac{n^2}{2} \left( \frac{m_{\text{pl}}}{|\phi|} \right)^2, \quad \eta = n(n-1) \left( \frac{m_{\text{pl}}}{|\phi|} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad |\phi| \gg \frac{1}{n} m_{\text{pl}}$$

- e-folding number  $N$ :

$$N = \int H dt = \int \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \approx \frac{\phi^2 - \phi_f^2}{2n m_{\text{pl}}^2} \quad \Rightarrow$$

$$\mathcal{P}_\zeta \simeq \frac{(2nN)^{n-2}}{12\pi n^2} \left( \frac{\mu}{m_{\text{pl}}} \right)^2$$

$$r \simeq 16\epsilon \simeq \frac{4n}{N}$$

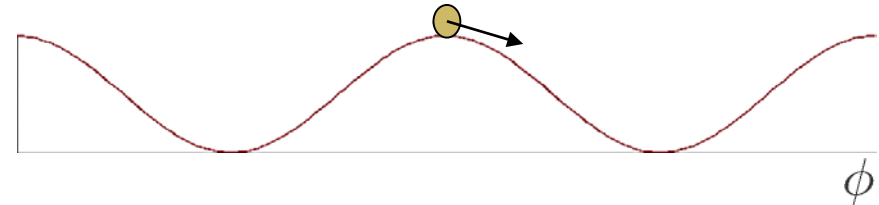
$$n_s - 1 \simeq 2\eta - 6\epsilon \simeq -\frac{n(n+2)}{4N}$$

$$\alpha_s = \frac{dn_s}{d \ln k} = -\frac{n(n+2)}{4N^2}$$

# Natural Inflation

- Axion type potential

$$V = \mu^2 f^2 (1 - \cos(\phi/f))$$



- Slow roll around the hill top

$$\epsilon = \left(\frac{m_{\text{pl}}}{f}\right)^2 \cot^2\left(\frac{\phi}{2f}\right), \quad \eta = \epsilon - \frac{m_{\text{pl}}^2}{2f^2} \quad \Rightarrow \quad \phi \sim f \gg m_{\text{pl}}$$

- e-folding number

$$N \simeq \frac{2f^2}{m_{\text{pl}}^2} \ln \frac{f/m_{\text{pl}}}{|\cos(\phi/(2f))|}$$



$$\mathcal{P}_\zeta \simeq \frac{\mu^2 f^4}{12\pi^2 m_{\text{pl}}^6} \left( (1-x)e^{-Nx} - \frac{e^{Nx}}{1-x} - 2 \right)$$

$$r \simeq \frac{8x(1-x)}{e^{Nx} - 1 + x}$$

$$n_s - 1 \simeq -\frac{r}{4} - x, \quad \alpha_s = -\frac{r}{4} \frac{e^{Nx}}{e^{Nx} - 1 + x}$$

$$x = (m_{\text{pl}}/f)^2$$

# Starobinsky Influm

- Lagrangian

$$e^{-1} \mathcal{L} = \frac{1}{2} (m_{\text{pl}}^2 R + \xi R^2)$$

- Slow-roll parameter

$$\epsilon \simeq \frac{3}{4N^2} \simeq 2 \times 10^{-4} \left( \frac{60}{N} \right)^2,$$

$$\eta \simeq -\frac{1}{N} \simeq -1.7 \times 10^{-2} \left( \frac{60}{N} \right).$$

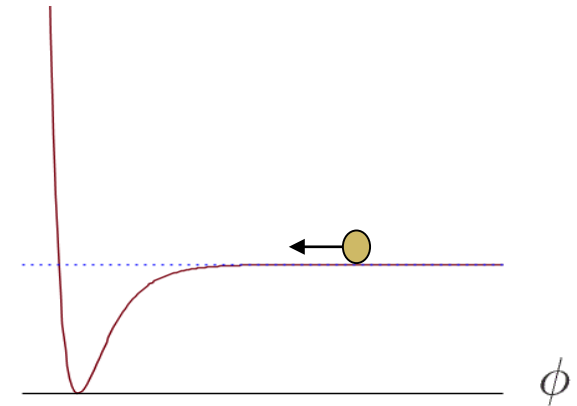


$$n_s \simeq 1 - \left( 0.034 - 0.0012 \frac{60}{N} \right) \left( \frac{60}{N} \right),$$

$$r \simeq 3.2 \times 10^{-3} \left( \frac{60}{N} \right)^2$$

- Value of  $\xi$

$$H^2 = \frac{m_{\text{pl}}^2}{12\xi} \left( 1 - \frac{3}{4N} \right)^2 \Rightarrow \mathcal{P}_\zeta \simeq \frac{2 \times 10^9}{\xi} \left( \frac{N}{60} \right)^2 \mathcal{P}_\zeta(k_0)_{\text{obs}}$$



**Is there any deep reason ?**



# Equivalence to the Einstein-Scalar Theory

$$S_G = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2\kappa^2} f(R)$$



$$S_G = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2\kappa^2} [\chi(R - t) + f(t)]$$



$$\chi = f'(t)$$

$$S_G = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{2\kappa^2} [f'(t)R + f(t) - tf'(t)]$$

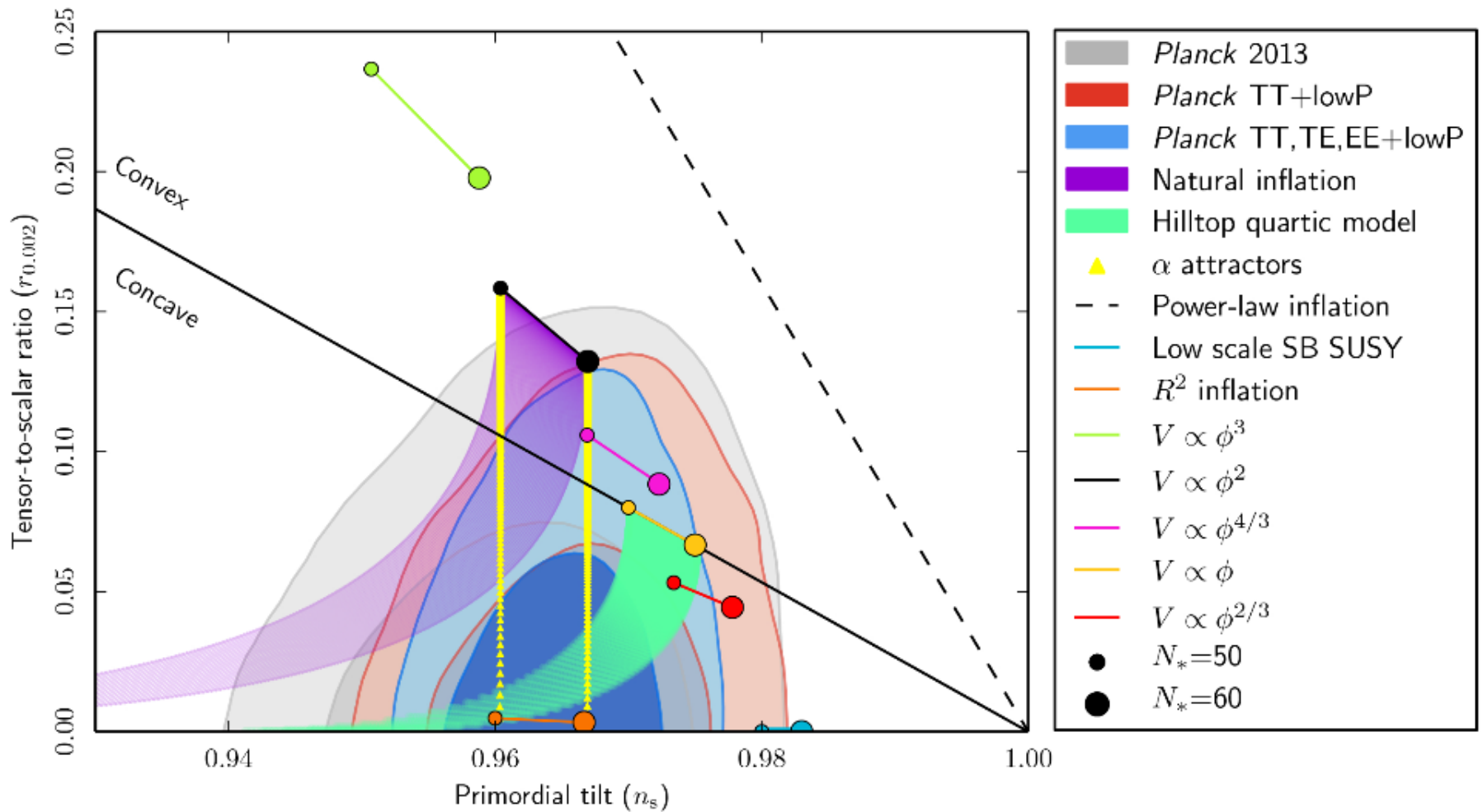


$$g \rightarrow e^{-\alpha\phi} g, \quad f'(t) = e^{\alpha\phi}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{\kappa}$$

$$S_G = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{R}{2\kappa^2} - \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 - V \right)$$

$$V(\phi) = \frac{tf'(t) - f(t)}{2(f'(t))^2} : \quad f = t + \xi t^2 \Rightarrow \quad V = \frac{1}{8\xi} (1 - e^{-\alpha\phi})^2$$

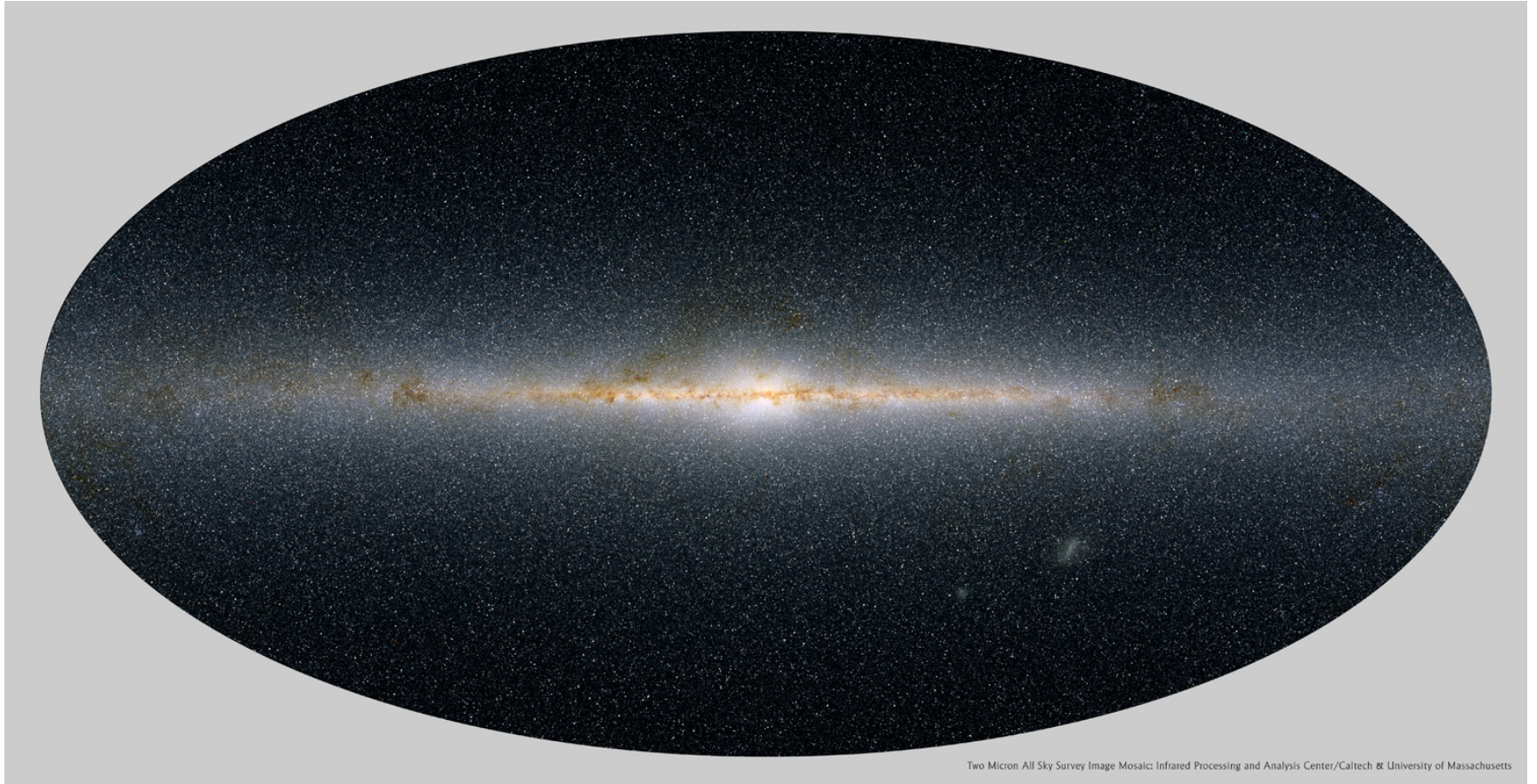
# Planck Constraints on $n_s$ - $r$



# Backup Slides



# Milky Way



Two Micron All Sky Survey Image Mosaic: Infrared Processing and Analysis Center/Caltech & University of Massachusetts

NASA

# 宇宙の熱史(概要)

- エントロピー密度

$$s \simeq \frac{2\pi^2}{45} g_r \left(\frac{T}{\hbar c}\right)^3 + n \ln \frac{g_n e^{5/2} (2\pi m T)^{3/2}}{n h^3}$$

$$n_b = 2.46 \times 10^{-7} \left(\frac{\Omega_b h^2}{0.022}\right) \text{cm}^{-3}$$

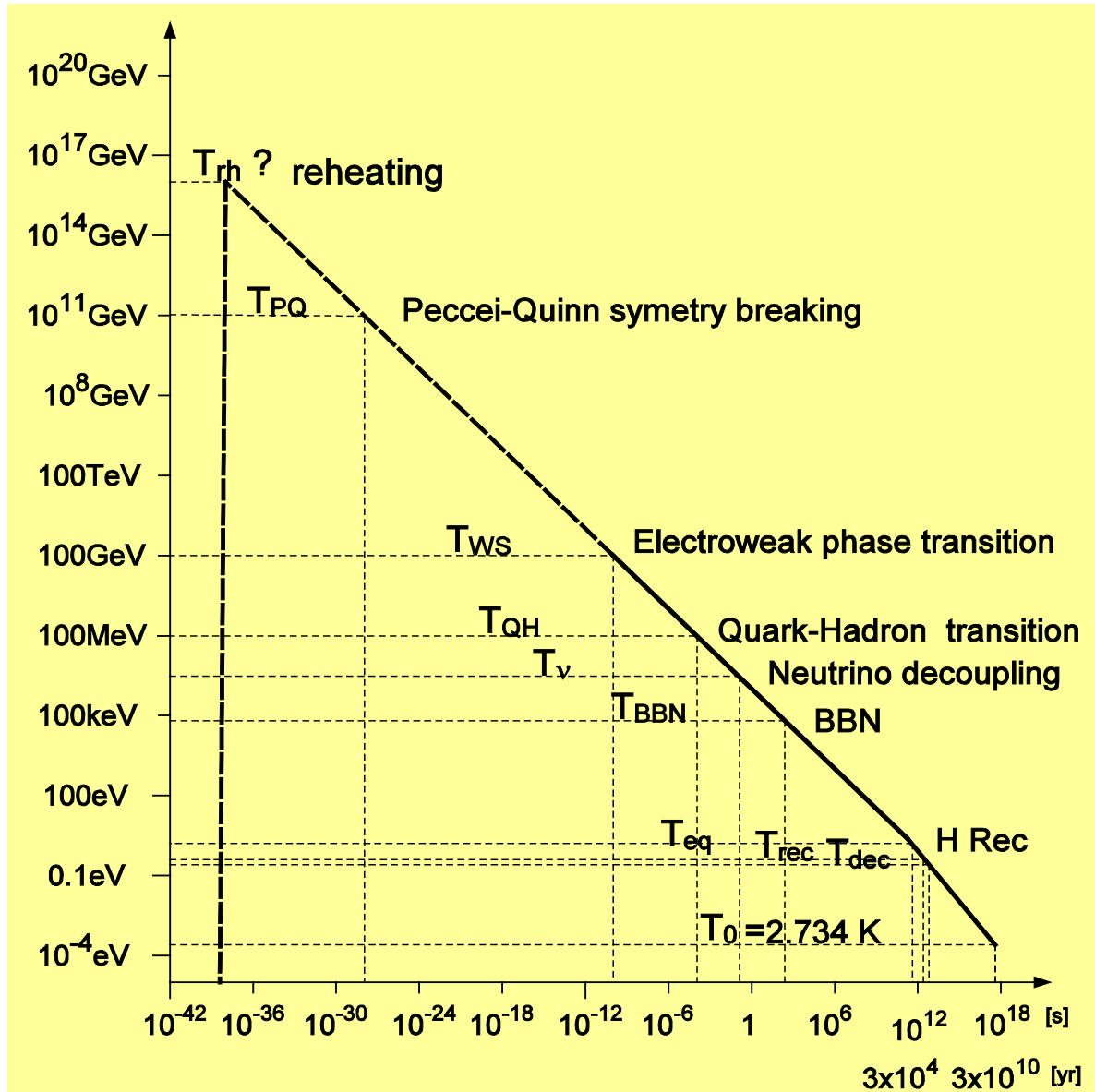
$$s_\gamma = 1490 \left(\frac{T_{\text{CMB}}}{2.73}\right)^3 \text{cm}^{-3}$$

⇒  $s_\gamma / n_b \simeq 6 \times 10^9$

- 温度の変化

$$\dot{S} \geq \dot{Q} = \dot{E} + P\dot{V} = 0$$

$$\dot{S} \approx 0 \Rightarrow g_R (aT)^3 \approx \text{const}$$



# 熱化学平衡

## ●一般論

全体で $a$ 種類の粒子 $A_i$ が互いに相互作用しているとする。起こりうる反応を、 $k_l$  ( $l=1, \dots, b$ )を有理数の列として、 $k_l \cdot A \equiv \sum_i k_l^i A_i = \sum_i k_l^i m_i c^2 \equiv Q_l$ と表す。ベクトル列 $k_l$ は一次独立にとることができる。このとき、 $n_i$ を $A_i$ の粒子数密度として、 $c = \sum_i l_i n_i$ の反応による変化は、 $\Delta c_{\alpha} = \sum_l l_{\alpha} k_l$ によって、独立な保存量(の密度) $c_{\alpha} = l_{\alpha} \cdot n$ が $a-b$ 個存在。よって、反応が化学平衡にある条件を考慮すると、 $a$ 個の独立な式

$$k_l \cdot \mu = 0 \quad (l = 1, \dots, b), \quad l_{\alpha} \cdot n = c_{\alpha} \quad (\alpha = 1, \dots, a - b)$$

が成り立つ。これより、温度と保存量密度( $c_{\alpha}$ )が与えられると、すべての種類の粒子数密度( $n_i$ ) (および化学ポテンシャル $\mu_i$ )が決まる。

## ●Sahaの式

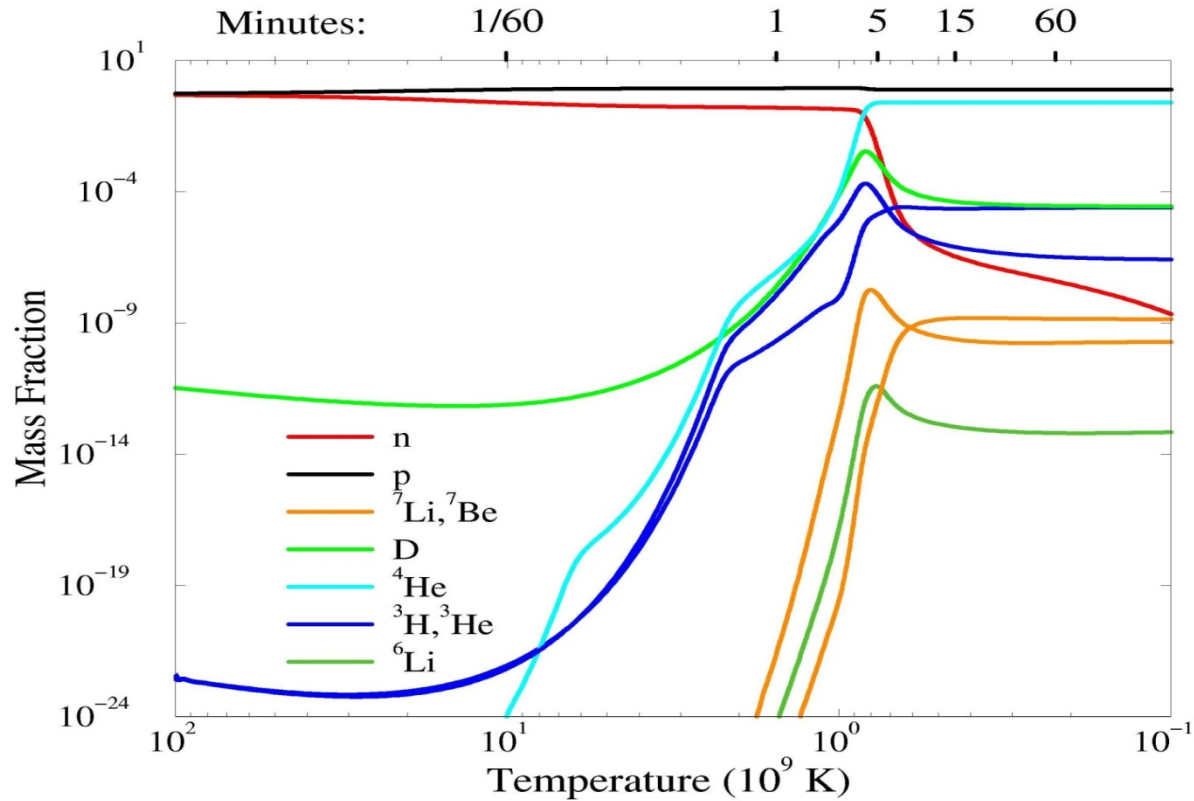
化学反応  $A + B + \dots \rightleftharpoons C + \dots + Q$  に関して粒子数平衡が成り立つとき、自由エネルギーの極小条件より

$$\Omega(N_A, \dots, N_C, \dots) = \Omega(N_A - \delta N, \dots, N_C + \delta N, \dots) \Rightarrow \mu_A + \mu_B + \dots = \mu_C + \dots$$

これより、非相対論的非縮対ガスに対して、

$$n \simeq \left( \frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} e^{\beta(\mu - mc^2)} \Rightarrow \frac{n_A \dots}{n_C \dots} = \frac{g_A \dots}{g_C \dots} \left( \frac{m_A kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \dots \left( \frac{2\pi\hbar^2}{m_C kT} \right)^{3/2} \dots e^{-\beta Q}$$

# Time Evolution



Burles S, Nottett KM, Turner MS: astro-ph/9903300

# 観測からの制限

- 軽元素の観測

- He:  $Y_p = 0.249 \pm 0.009$
- D/H =  $(2.78 \pm 0.29) \times 10^{-5}$
- $(^3\text{He}/\text{H})_p \sim 10^{-5}$
- $(^7\text{Li}/\text{H})_p \simeq 2 \times 10^{-10}$

- エントロピーへの制限

$$4.5 < \eta_{10} = 10^{10} \times \eta < 6.5 \text{ (95\%CL): } \eta = n_B/n_\gamma.$$

- バリオン密度パラメータで表すと

$$0.017 < \Omega_b h^2 < 0.024 \text{ (95\%CL)} \quad \text{Cf. } \Omega_{\text{lum}} \simeq 0.0024 h^{-1}$$

- Cf. 星でのヘリウム合成

- SN rate:  $\tau \sim 30\text{yr}$ , SN爆発をする星の質量  $M \sim 10M_\odot$ 、爆発で放出される重い元素の割合  $Z_{\text{SN}} \sim 0.6$ 、銀河のガスの総量  $M_G \sim 10^{11}M_\odot$  とすると、宇宙年齢の間に宇宙空間に放出される重い元素の量  $Z$  は、

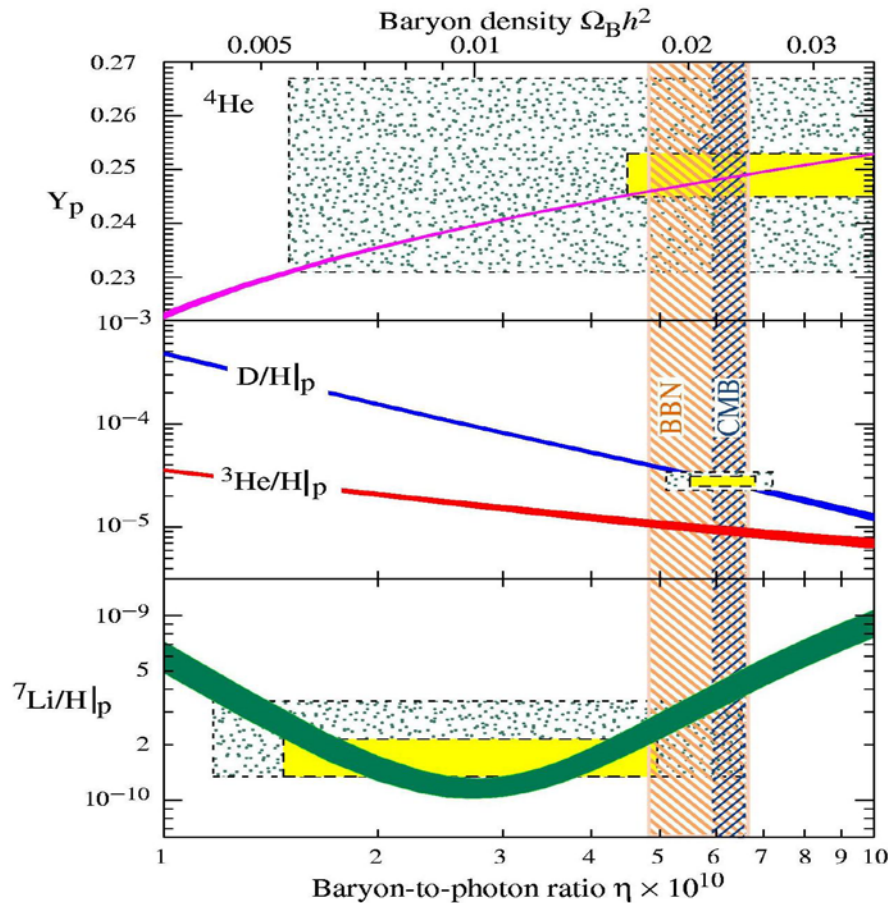
$$Z \simeq \frac{Z_{\text{SN}} M t_0}{\tau M_G} \simeq 0.02$$

PDG2006: review on BBN

- これは、種族Iの重元素組成を説明する。また、星の中での元素合成により観測されるヘリウムの



# Photon-baryon比への制限



## リチウム問題

Li以外の軽元素の観測値(ないしWMAPから決定した photon-baryon比)から予想される存在量と比べて

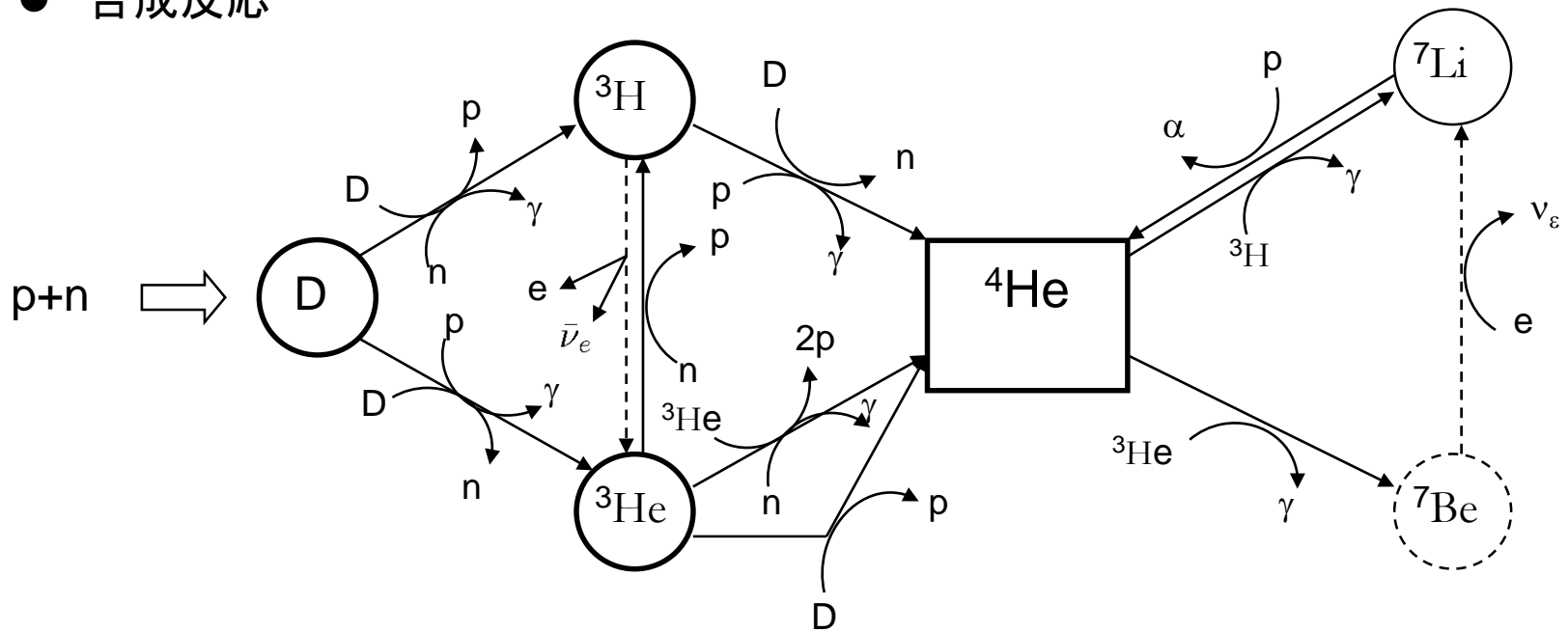
- $^7\text{Li}$ は観測値の方が少ない.
- $^6\text{Li}$ は観測値の方が多い.

References:

Cumberbatch D et al (2007) prd76:123005;  
Hisano J et al(2009) prd79: 083522

# Big-Bang Nucleosynthesis

- 合成反応



- 重水素:  $Q_D=2.22 \text{ MeV} \Rightarrow T_D \simeq 74 \text{ keV} \simeq 8.6 \times 10^8 \text{ K}$

- ヘリウム:  $Q_{\text{He}}=27.25 \text{ MeV} \Rightarrow T_{\text{He}} \simeq 300 \text{ keV}$

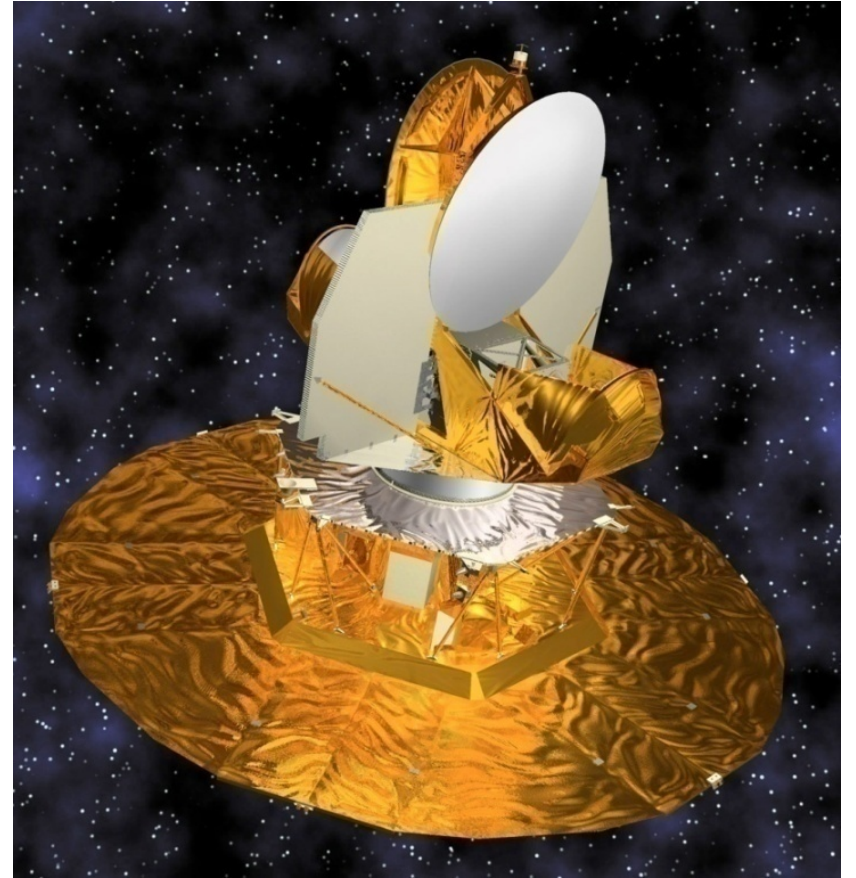
- 重い元素生成の障害

- $A=5, 8$ に安定な原子核が存在しない。

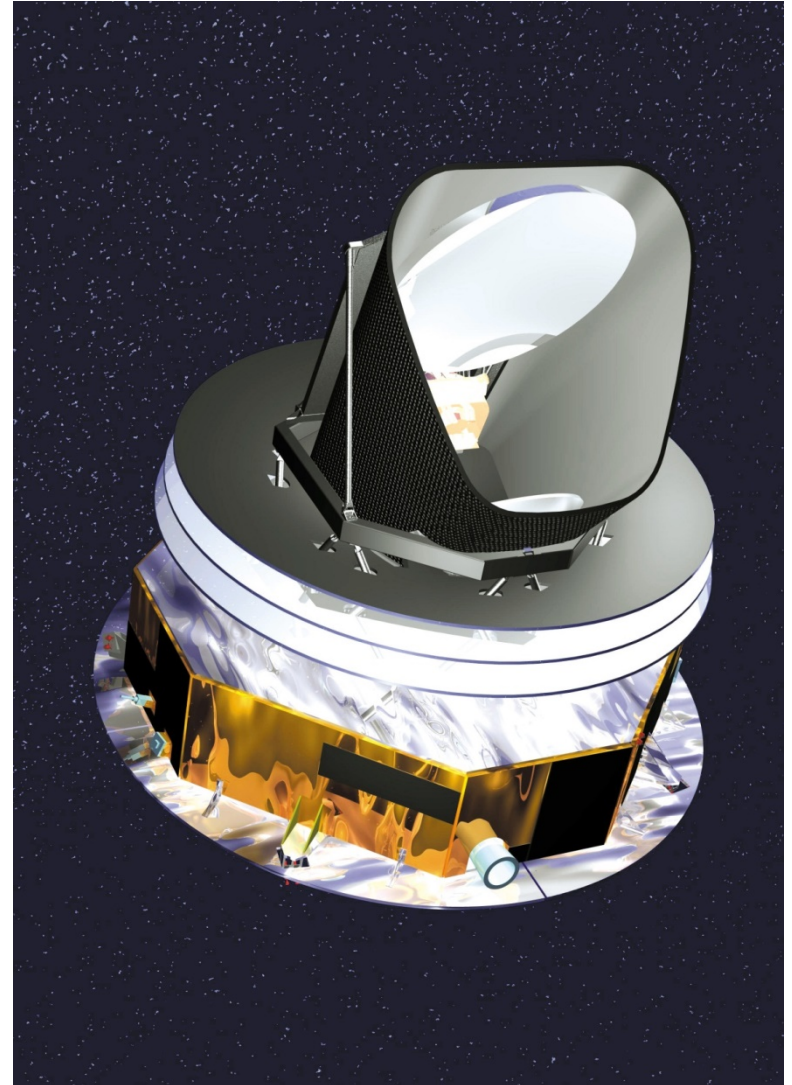
# COBE衛星



# WMAP衛星



# Planck衛星



# 電離率の時間変化

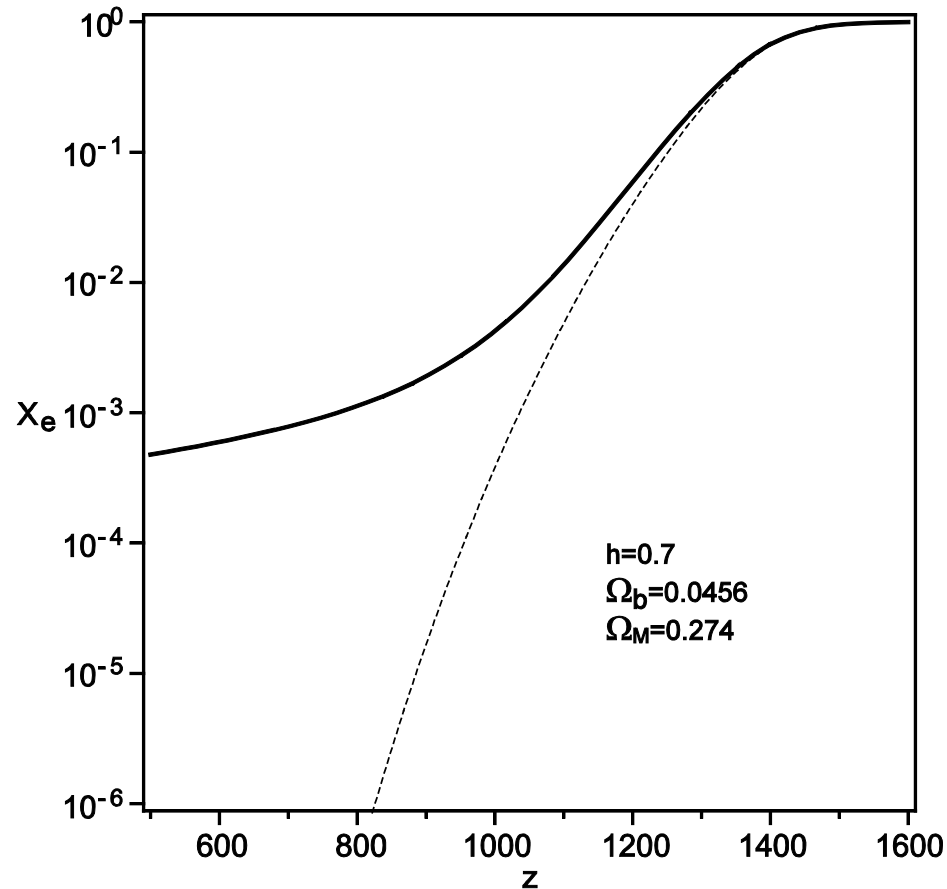
- $Z < 1000$ では電離率は、平衡値から大きくずれる。
- Lyman  $\alpha$  遷移は、再電離能力が高いLyman  $\alpha$ 線を出すので、中性化を妨げる。中性化を制御するのは、禁制遷移  $2S \rightarrow 1S + 2\gamma$ 。
- 3レベル近似が有効。
  - $p + e$  (free state)
  - excited bound states
  - ground state.
- Last scattering time

$$z_* = 1048[1 + 0.00124(\Omega_b h^2)^{-0.738}][1 + g_1(\Omega_m h^2)^{g_2}],$$

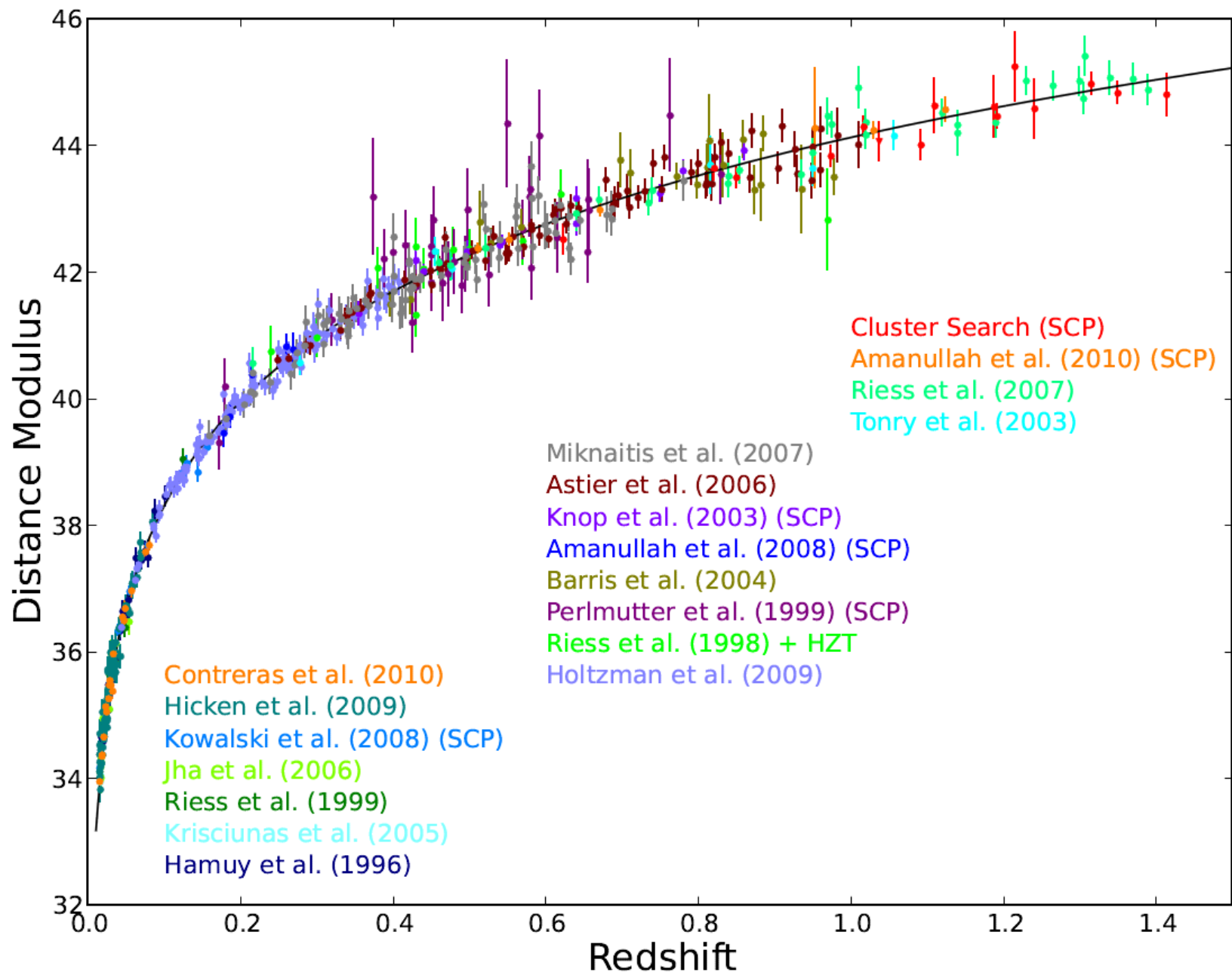
where

$$g_1 = \frac{0.0783(\Omega_b h^2)^{-0.238}}{1 + 39.5(\Omega_b h^2)^{0.763}},$$

$$g_2 = \frac{0.560}{1 + 21.1(\Omega_b h^2)^{1.81}}.$$



Sara Seager, Dimitar D. Sasselov: ApJ128:407 (2000)  
How exactly did the Universe become neutral?



**Figure 4.** Hubble diagram for the Union2.1 compilation. The solid line represents the best-fit cosmology for a flat  $\Lambda$ CDM Universe for supernovae alone. SN SCP06U4 falls outside the allowed  $x_1$  range and is excluded from the current analysis. When fit with a newer version of SALT2, this supernova passes the cut and would be included, so we plot it on the Hubble diagram, but with a red triangle symbol.

# 様々なモデル

- Old inflation model [Sato K1981; Guth A 1981]
- New inflation model [Linde A 1982]

$$V = \lambda \phi^4 \ln \frac{\phi^2}{v^2} + \frac{\lambda}{2}(v^4 - \phi^4)$$

- Chaotic inflation model [Linde A 1983]

$$V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2.$$

–  $\phi_H \sim 15$ ,  $m \sim 3 \times 10^{-6} (= 7 \times 10^{12} \text{ GeV})$  [Linde A 1990B]

- Power law inflation model [Abbott LF, Wise MB1984]

$$V = e^{-2\alpha\phi} \quad (\alpha \ll 1/2)$$



- Starobinsky model

$$e^{-1} \mathcal{L} = \frac{1}{2} (m_{\text{pl}}^2 R + \xi R^2)$$

- Natural inflation

$$V = \mu^2 f^2 (1 - \cos(\phi/f))$$

- Hybrid inflation model [Linde A 1994]

$$V(\sigma, \phi) = \frac{1}{4\lambda} (M^2 - \lambda\sigma^2)^2 + \frac{m^2}{2} \phi^2 + \frac{g^2}{2} \phi^2 \sigma^2$$

- DBI inflation model [Alishahiha M, Silverstein E, Tong D 2004]

$$L = -\frac{1}{f(\phi)} \left( \sqrt{1 - f(\phi) \dot{\phi}^2} - 1 \right) - V(\phi)$$