Developments in Moyal String Field Theory II

Itzhak Bars (USC), ○岸本 功, 松尾 泰 (東大理)

PRD67,066002(2003) [hep-th/0211131]
hep-th/0302151
hep-th/0303nnn(to appear)

Contents

- MSFTによるamplitudeの計算 [BKM1]
  - 非可換座標ξでの表示
  - フーリエ変換した座標での表示
- Splitting limitでの解析 [BKM2]
  - splitting limitでの厳密解
  - 中点の補正
- まとめ

MSFTによるamplitudeの計算

MSFTの作用:
からFeynman則を考える。

$$S=-\int d^d\bar{x}\,\mathrm{Tr}\left(\frac{1}{2}A\bigstar(L_0-1)A+\frac{1}{3}A\bigstar A\bigstar A\right)$$

<u>*external state*</u> : monoid element (Gaussian)を考えれば十分

$$A_{p,\mathcal{N},M,\lambda}(\xi)=\mathcal{N}e^{ip\bar{x}}e^{-\bar{\xi}M\xi-\bar{\xi}\lambda}e^{-\bar{\xi}^{gh}M^{gh}\xi^{gh}-\bar{\xi}^{gh}\lambda^{gh}}.$$

（必要に応じて λ で適当に微分すればよい）

特に perturbative vacuumは $c_1|\Omega\rangle \quad\leftrightarrow\quad A_0(\xi)=e^{-\bar{\xi}M_0\xi}e^{-\bar{\xi}^{gh}\varepsilon M_0^{gh}\xi^{gh}}$

<u>*τ-evolved monoid element*</u> （プロパゲータがくっついたとき）

$$e^{-\tau L_0}\left(\mathcal{N}e^{ip\bar{x}}e^{-\bar{\xi}M\xi-\bar{\xi}\lambda}e^{-\bar{\xi}^{gh}M^{gh}\xi^{gh}-\bar{\xi}^{gh}\lambda^{gh}}\right)=\mathcal{N}(\tau)e^{ip\bar{x}}e^{-\bar{\xi}M(\tau)\xi-\bar{\xi}\lambda(\tau)}e^{-\bar{\xi}^{gh}M^{gh}(\tau)\xi^{gh}-\bar{\xi}^{gh}\lambda^{gh}(\tau)},$$

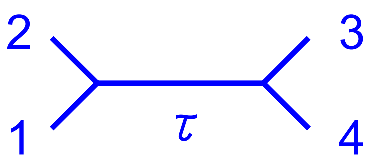
$M(\tau)=\left[\sinh\tau\tilde{\kappa}+\left(\sinh\tau\tilde{\kappa}+M_0M^{-1}\cosh\tau\tilde{\kappa}\right)^{-1}\right]\left(\cosh\tau\tilde{\kappa}\right)^{-1}M_0,\cdots$ 　　これも再びGaussian

Vertex： Moyal積をとる「非可換空間」上の場の理論

$$A_1(\xi)\star A_2(\xi), \qquad A_1(\xi)\star A_2(\xi)\star A_3(\xi), \cdots$$

Gaussian同士のMoyal積もGaussian

例：4-tachyon amplitude



$$= \int d^d \bar{x}\ \mathrm{Tr}\left(e^{-\tau L_0} \left(A_1 \star A_2\right) \star A_3 \star A_4 \right)$$

$$\sim \delta^d(p_1+p_2+p_3+p_4) \frac{\det\left(1-\left(\frac{t\bar{t}-1}{1+3t\bar{t}} e^{-\kappa_e \tau}\right)^2\right) \det\left(1-\left(\frac{\bar{t}t-1}{1+3\bar{t}t} e^{-\kappa_o \tau}\right)^2\right)}{\left[\det\left(1-\left(\frac{t\bar{t}-1}{3+t\bar{t}} e^{-\kappa_e \tau}\right)^2\right) \det\left(1-\left(\frac{\bar{t}t-1}{3+\bar{t}t} e^{-\kappa_o \tau}\right)^2\right)\right]^{d/2}}$$

$$\times \exp\left(-\frac{1}{2}(p_1+p_2)^2 \left(\tau+\alpha(\tau)\right) + (p_1+p_3)^2 \beta(\tau) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{4} p_i^2 \gamma(\tau) \right), \qquad t = \kappa_e^{1/2} T \kappa_o^{-1/2}, \cdots$$

フーリエ変換した座標（η）では…

External state：

$$\tilde{A}(\eta)=\int\frac{d^{2Nd}\xi}{(2\pi)^{2Nd}}d^{4N}\xi^{gh}e^{-i\bar{\xi}\eta}e^{\bar{\xi}^{gh}\eta^{gh}}A_{p,\mathcal{N},M,\lambda}(\xi)$$

も再びGaussian

Vertex：

$$\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{i<j}\bar{\eta}_i\sigma\eta_j-\frac{1}{2}\sum_{i<j}\bar{\eta}_i^{gh}\Sigma\eta_j^{gh}\right)\delta^{2Nd}(\eta_1+\cdots+\eta_n)\delta^{4N}(\eta_1^{gh}+\cdots+\eta_n^{gh})$$

Moyal積からくるphase factorがつく。←非可換場の理論と同様

Propagator：

$$\Delta(\eta,\eta',\tau,p):=\int\frac{d^{2Nd}\xi}{(2\pi)^{2Nd}}d^{4N}\xi^{gh}(e^{-i\bar{\xi}\eta}e^{\bar{\xi}^{gh}\eta^{gh}})e^{-\tau L_0(p)}(e^{i\bar{\xi}\eta'}e^{-\bar{\xi}^{gh}\eta'^{gh}})$$

※「普通」の非可換場の理論と違って$\eta-\eta'$の関数ではないがGaussian

1-loop vacuum amplitude:

$$\int d^d p\,\mathrm{Tr}e^{-\tau L_0}=\int d^d p\int d^{2Nd}\eta d^{4N}\eta^{gh}\Delta(\eta,\eta,\tau,p)$$

$$=(2\pi)^{\frac{d}{2}}\tau^{-\frac{d}{2}}\prod_{e>0}\left(1-e^{-\tau\kappa_e}\right)^{-(d-2)}\prod_{o>0}\left(1-e^{-\tau\kappa_o}\right)^{-(d-2)}$$

※ $\kappa_e=e,\kappa_o=o,N=\infty$ で正しいスペクトラムを再現。

Splitting limitでの解析

N:有限でも運動方程式： $(L_0 - 1)A + A \bigstar A = 0$

をそのまま解くことは難しい（∵Moyal積の非線形方程式）が、

splitting limit：$\kappa_e = \kappa_o$ では厳密に解ける。 実際

$$(L_0 - 1)A = \mathcal{L}_0 \bigstar A + A \bigstar \mathcal{L}_0 + \gamma A,$$

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{e>0} \kappa_e (\beta_{-e} \bigstar \beta_e + \beta^b_{-e} \bigstar \beta^c_e + \beta^c_{-e} \bigstar \beta^b_e) - \nu,$$

$$\gamma \sim \frac{w_e w_{e'}}{1 + \bar{w} w} (\text{oscillators})_{ee'}, \nu = \frac{1}{2} - \frac{d-2}{4} \left(\sum_{e>0} \kappa_e - \sum_{o>0} \kappa_o \right)$$

と書き直せるが splitting limitではw_e=0よりγの項が消える！

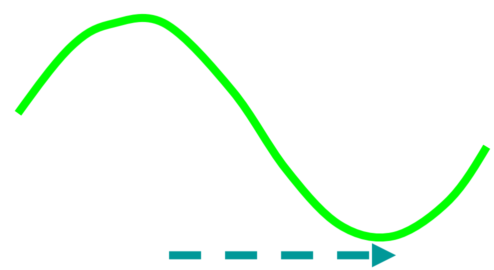
- splitting limitでのe.o.m. $\mathcal{L}_0 \star A + A \star \mathcal{L}_0 + A \star A = 0$

の厳密解: $A_P = -2\mathcal{L}_0 \star P, \quad P \star P = P, P \star \mathcal{L}_0 = \mathcal{L}_0 \star P.$

特にP＝butterfly

$$A_B = 2^{N(d-2)} e^{-\bar{x}_e \frac{\kappa_e}{2} x_e - \bar{p}_e \frac{2}{\kappa_e} p_e} e^{-i x_e^b \kappa_e x_e^c - i p_e^b \frac{4}{\kappa_e} p_e^c} \sim |0\rangle\langle 0|$$

の場合の解のまわりでは元のtachyon mass^2 -2ν が 2ν にシフトする:
``tachyon vacuum (!?)''



$$A^{(0)} = -2\mathcal{L}_0 \star A_{P=A_B} = \nu A_B$$

※VSFTのe.o.m.(matter部分) $A * A = A$ はMoyalのoscillatorを無視したもの。
⇒ $-2\mathcal{L}_0$ を 1 とするとVSFTの解:Projector

- splitting limitからのズレ(中点の自由度の効果):

γ項を摂動的に扱うと

$$\mathcal{L}_0{}'\star A^{(k)}+A^{(k)}\star\mathcal{L}_0{}'=-\gamma A^{(k-1)}-\sum_{l=1}^{k-1}A^{(l)}\star A^{(k-l)},$$

$$\mathcal{L}_0{}'=\mathcal{L}_0+A^{(0)}=\mathcal{L}_0+2\nu A_B,$$

を解いて解 $A=A^{(0)}+A^{(1)}+A^{(2)}+\cdots$ を求めればよい。

- 摂動の1次では: $A^{(1)}=\dfrac{d-2}{4}\delta A_B+\cdots,\quad \delta=\dfrac{\sum_{e>0}\kappa_e w_e{}^2}{1+\bar{w}w}$

open string limit: κ_e=e, κ_o=o,N=∞で発散。

⇒素朴にはsplitting limitからの摂動としては扱えない！

まとめ

- MSFTで摂動的なamplitudeを計算するFeynman則を与えた。
  - 非可換空間上の場の理論と類似。
  - 最後にopen string limitをとると正しいamplitudeを再現する（はず）。

- MSFTのsplitting limitにおいて非摂動的な解が得られた。
  - 非可換ソリトン、VSFTに類似。
  - open string limitではγ項が無視できない。