Boundary states as exact solutions of (vacuum) closed string field theory

岸本　功

(東大理)

共同研究者：松尾泰, 渡辺英徳

hep-th/0306189

Introduction

- String field theory再び
- Senの予想
- 主に<u>Witten型</u>の<u>*開弦*</u>の場の理論

$$S = \frac{1}{2}\Psi \bullet Q_B \Psi + \frac{1}{3}\Psi \bullet \Psi \bigstar \Psi$$

この解：非摂動真空
〜D-braneが消えている

- VSFT conjecture [Rastelli-Sen-Zwiebach]

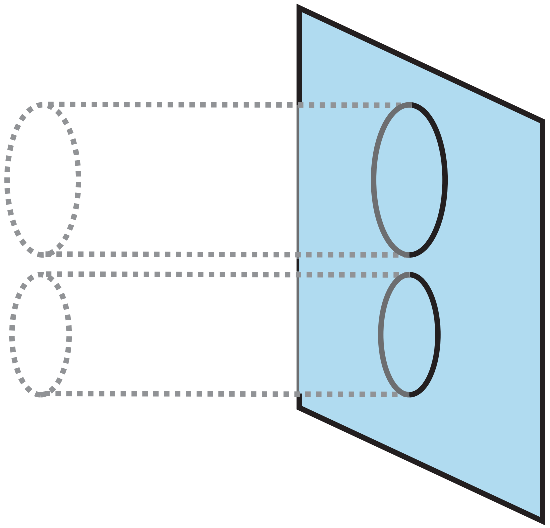
$$S = \frac{1}{2}\Psi \bullet Q \Psi + \frac{1}{3}\Psi \bullet \Psi \bigstar \Psi$$

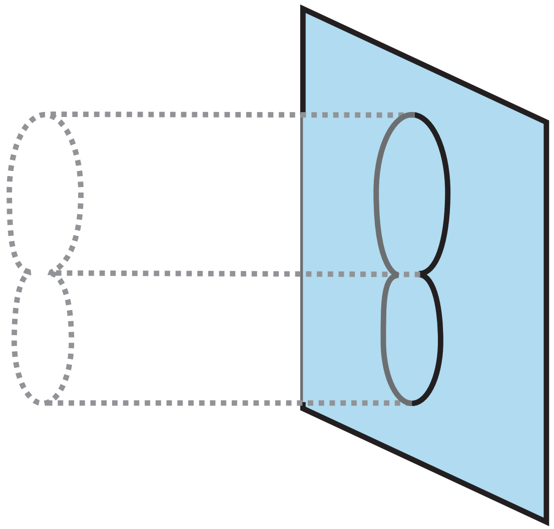
この解：sliver, butterfly,…
〜D-brane

- ところが　D-brane〜boundary state　は *<u>closed </u>*stringの言葉で書かれている。

⇒　openよりもclosed の弦の場の理論の枠内で考えるのが自然？

Boundary stateを***<u>閉弦</u>***の場の理論の「解」として解釈できるか？　　$|B\rangle * |B\rangle \sim |B\rangle$　(?)





HIKKOの閉弦の場の理論

- ここではHIKKO(畑-伊藤-九後-国友-小川)
  Phys.Rev.D35(1987)1318　による定式化を使う。
- 作用

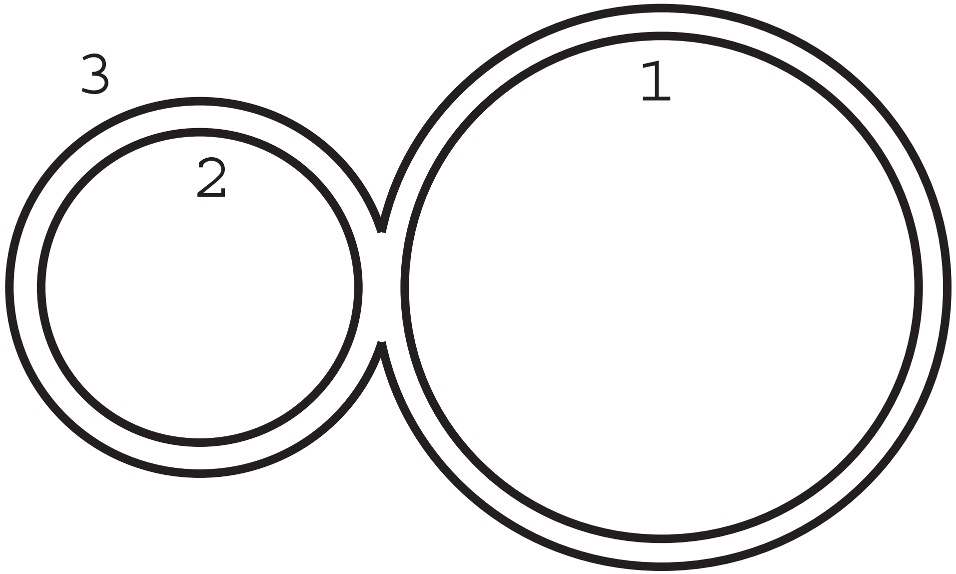
$$S = \frac{1}{2}\Phi \bullet Q_B \Phi + \frac{1}{3}\Phi \bullet \Phi * \Phi$$

- 相互作用はlight-cone型 (しかし共変)
- 3次で終わる！
- αパラメータが入っている。

HIKKOの＊積

- 相互作用項は 3-string vertex （＊積）で与えられる：

$$\left|\Phi_1 * \Phi_2\right\rangle := \left\langle\Phi_1\right|\left\langle\Phi_2\right|\left|V(1,2,3)\right\rangle$$



具体的にNeumann係数を用いて振動子表示が与えられている：

$$\left|V(1,2,3)\right\rangle = \delta(1,2,3)\left[\mu(1,2,3)\right]^2 p_{123}\prod\left(1+\frac{w_I\bar{c}_0^{(r)}}{\sqrt{2}}\right)\exp F(1,2,3)\left|p_r,\alpha_r\right\rangle,$$

$$F(1,2,3)=\sum \tilde{N}^{rs}_{mn}\left(\frac{1}{2}a^{(\pm)(r)}_{-m}a^{(\pm)(s)}_{-n}+\sqrt{m}\alpha_r c^{(\pm)(r)}_{-m}\left(\sqrt{n}\alpha_s\right)^{-1}\bar{c}^{(\pm)(s)}_{-n}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\sum \tilde{N}^{r}_{n}a^{(\pm)(r)}_{-n}P-\frac{\tau_0}{4\alpha_1\alpha_2\alpha_3}P^2,\cdots$$

Neumann係数はαの比に依存するが、あらわに知っているもので、

さまざまな関係式を導ける。

※　light-cone SFTのNeumann係数の知識を流用できる。

[Green-Schwarz,NPB218(1983)43,...]

Boundary state の∗積

- Boundary state (Dp-brane)

$$\sqrt{\pi}X^i(\sigma)|B\rangle = x^i|B\rangle, \qquad \text{: Dirichlet方向}$$

$$(P_\mu(\sigma) - F_{\mu\nu}X'^\nu(\sigma))|B\rangle = 0 \quad \text{: Nuemann方向,}$$

$$\pi_c(\sigma)|B\rangle = \pi_{\bar{c}}(\sigma)|B\rangle = 0 \qquad \text{: ghost}$$

- Physicalなセクターになるようにghost zeromodeを調整し、αを割り当てる :

$$|\Phi_B\rangle = \exp\left(\sum\left(-a_{-n}^{(+)}Oa_{-n}^{(-)} + c_{-n}^{(+)}\bar{c}_{-n}^{(-)} + c_{-n}^{(-)}\bar{c}_{-n}^{(+)}\right)\right)\bar{c}_0\,|p_\mu = 0, x^i, \alpha\rangle,$$

$$O = (1+F)^{-1}(1-F)\text{ : 定数直交行列}$$

$$\left(e^{-\lambda_1 a^\dagger}\left|\Phi_B(\alpha_1)\right\rangle\right)*\left(e^{-\lambda_2 a^\dagger}\left|\Phi_B(\alpha_2)\right\rangle\right)$$ **の計算は**

$$\int\left\langle -p_{1,}-\alpha_1\right|\bar{c}_0^{(1)}\left\langle -p_2,-\alpha_2\right|\bar{c}_0^{(2)} e^{\frac{1}{2}aMa+\lambda^\theta a} e^{cM_g\bar{c}}\left|V(1,2,3)\right\rangle$$

$$=[\mu(1,2,3)]^2\det{}^{-1/2}\left(1-MN\right)\det(1+N_g M_g)$$

$$\times p\oint\frac{d\theta_1}{2\pi}\frac{d\theta_2}{2\pi}e^{E_m}\left(\frac{\partial}{\partial\bar{c}_0}+\cdots\right)e^{E_g}\bar{c}_0\left|p_1+p_2,\alpha_1+\alpha_2\right\rangle$$

$$E_m=\frac{1}{2}a^\dagger\tilde{N}^{33}a^\dagger+\frac{1}{2}\tilde{N}^3(a^{(+)\dagger}+a^{(-)\dagger})P-\frac{\tau_0}{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}P^2$$

$$+\frac{1}{2}(a^\dagger\tilde{N}^{3\bullet}+P\tilde{N}^\bullet/2)M(1-NM)^{-1}(\tilde{N}^{\bullet 3}a^\dagger+\tilde{N}^\bullet P/2)$$

$$+\frac{1}{2}\lambda^\theta(1-NM)^{-1}(\tilde{N}^{\bullet 3}a^\dagger+\tilde{N}^\bullet P/2)+\frac{1}{2}\lambda^\theta N(1-MN)^{-1}\lambda^\theta,$$

$E_g=\cdots,$ **を** $[M,N]=0,\ \ M^2=1$ **に注意して整理すればよい。**

Φ_Bの満たす式

$$\left|\Phi_B(\alpha_1)*\Phi_B(\alpha_2)\right\rangle = c_B \left|\Phi_B(\alpha_1+\alpha_2)\right\rangle,$$

$$c_B = V_{d-p-1}\,\mu(1,2,3)^2\left[\det(1-(\tilde{N}^{33})^2)\right]^{-\frac{d-2}{2}}\frac{\partial}{\partial \bar{c}_0}$$

- 定義に従って左辺の＊積を計算して示した。
- 形式的にはopenのVSFTの運動方程式に酷似。

⇒ これをclosed版のVSFTの運動方程式とみなそう！

→ その「厳密解」が `boundary state (D-brane)’

Fluctuations

- 「厳密解」のまわりのvariation:

$$\delta\left|\Phi_B(\alpha_1)\right\rangle * \left|\Phi_B(\alpha_2)\right\rangle + \left|\Phi_B(\alpha_1)\right\rangle * \delta\left|\Phi_B(\alpha_2)\right\rangle = c_B \delta\left|\Phi_B(\alpha_1+\alpha_2)\right\rangle$$

これをD-brane**上の励起の「運動方程式」とみなそう。**

⇒ **特に**tachyon**型、**vector**型の「解」を**

＊積をあらわに計算して求めた。

※open**の**VSFT**で**[Hata-Kawano (2001)]**がやった計算の類似**

- tachyon型の解

$$\delta_T \left|\Phi_B(\alpha)\right\rangle = \oint \frac{d\sigma}{2\pi} e^{ik_\mu \sqrt{\pi} X^\mu(\sigma)} \left|\Phi_B(\alpha)\right\rangle,$$

$$k_\mu G^{\mu\nu} k_\nu = 2,$$ ：open string tachyonのon-shell条件

$$G^{\mu\nu} = \left[(1+F)^{-1} \eta (1-F)^{-1}\right]^{\mu\nu}$$ ：open string metric

※　tachyon massはNeumann行列を正則化することで得られる：

$$\exp\left[\lim_{L\to\infty}\left(\sum_{m=1}^{L}\frac{1}{m} - \sum_{p=1}^{2L}\frac{1}{p}\right)\frac{1}{2}k_\mu G^{\mu\nu} k_\nu\right] = \frac{1}{2}$$

- vector型の解

$$\delta_V \left|\Phi_B(\alpha)\right\rangle = \oint \frac{d\sigma}{2\pi} \zeta_\nu \sqrt{\pi}\partial_\sigma X^\nu(\sigma) e^{ik_\mu\sqrt{\pi}X^\mu(\sigma)} \left|\Phi_B(\alpha)\right\rangle,$$

$k_\mu G^{\mu\nu} k_\nu = 0,$ ：massless vectorのon-shell条件

※ transversality 条件 $\zeta \bullet k = 0$ は出てこなかった。
しかし、上式は通常のvectorのゲージ変換 $\zeta_\mu \to \zeta_\mu + \varepsilon k_\mu$
のもとで不変になっている。

以上、特にαの比によらず成り立つ関係式。

Discussion

- openのVSFTの類似として素朴に考えられるのは…

HIKKO型のclosed SFT： $S=\frac{1}{2}\Phi\bullet Q\Phi+\frac{1}{3}\Phi\bullet\Phi*\Phi$

特に $Q=\alpha^2\frac{\partial}{\partial\overline{c}_0}$ のとき「closed版VSFT」作用。

その解 (D-brane)： $\hat{\Phi}_B=\int d\alpha\, f(\alpha)\Phi_B(\alpha),$

⇒ そのまわりで展開 $Q_{\mathrm{new}}=\alpha^2\frac{\partial}{\partial\overline{c}_0}+2\hat{\Phi}_B*$

$Q_{\mathrm{new}}\delta\Phi=0$ の解： $\delta_T\hat{\Phi}_B,\delta_V\hat{\Phi}_B,\cdots$

- もともとのHIKKOの作用： $Q = Q_B^{\text{closed}}$

  〜重力の理論　との関係は？

  ※「VSFT」ではQ: pure ghostでclosedのpropagatorがあらわには入っていない。

- pre-geometrical [HIKKO (1986)], Hashimoto-Hata (1997) ,

  open-closed [Asakawa-Kugo-Takahashi (1998)] との関係？

$$S^{\text{pre}} = \frac{1}{3}\Phi \bullet \Phi * \Phi,$$

$$S^{\text{HH}} = \frac{1}{2}\Phi \bullet Q_B^{\text{closed}}\Phi + \frac{1}{3}\Phi \bullet \Phi * \Phi + B(F) \bullet \Phi + I(F),$$

$$S^{\text{open-closed}} = S[\Psi, \Phi]$$

- **別の定式化：** Non-polynomial**型の** closed SFT [Saadi-Zwiebach] **では…**

⇒ 3-string vertex [Kugo-Suehiro]**の場合、** HIKKO**型と同様な式が成立：**

$$\left|\Phi_B * \Phi_B\right\rangle = C c_0^{+} b_0^{-} \left|\Phi_B\right\rangle,$$

$$C = V_{d-p-1} \lim_{L\to\infty} \det{}_L^{-d/2}\left(1 - M_0^2\right) \det{}_L\left(1 - X_0^2\right) \left(2\pi\right)^{Ld} \left(\delta(0)\right)^{2L(d-2)}$$

4-string vertex**以上は？**

- super**の場合の**boundary state**は？**

Appendix

HIKKOのconventionを読み直すと、、、

$$\left|\Phi_B\right\rangle$$

$$\sim c_0^- b_0^+ \left|B\right\rangle = e^{-\sum_{n\geq 1}\frac{1}{n}\alpha_{-n} O \tilde{\alpha}_{-n}} e^{\sum_{n\geq 1}(c_{-n}\tilde{b}_{-n}+\tilde{c}_{-n}b_{-n})} c_0^- c_1 \tilde{c}_1 \left| p_\mu = 0, x^i \right\rangle,$$

ここで　$Q_B\left|B\right\rangle = 0.$

ＬＰＰのconventionで読み替えると

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\boldsymbol{c}}_0}\Phi_{\boldsymbol{B}}(\alpha)\bullet\Phi(\alpha_3)$$

$$\sim 2\pi\delta(\alpha+\alpha_3)\left\langle \boldsymbol{I}[\boldsymbol{c}_0^+\boldsymbol{b}_0^-\Phi_{\boldsymbol{B}}]\Phi\right\rangle = 2\pi\delta(\alpha+\alpha_3)\left\langle \boldsymbol{I}[\Phi]\boldsymbol{B}\right\rangle,$$

$$\left(\Phi_{\boldsymbol{B}}(\alpha_1)*\Phi_{\boldsymbol{B}}(\alpha_2)\right)\bullet\Phi(\alpha_3)$$

$$\sim 2\pi\delta(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)\left\langle \boldsymbol{h}_1[\boldsymbol{b}_0^-\Phi_{\boldsymbol{B}}]\boldsymbol{h}_2[\boldsymbol{b}_0^-\Phi_{\boldsymbol{B}}]\boldsymbol{h}_3[\boldsymbol{b}_0^-\rho\Phi]\right\rangle$$

$$= 2\pi\delta(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)\left\langle \boldsymbol{h}_1[\boldsymbol{b}_0^+\boldsymbol{B}]\boldsymbol{h}_2[\boldsymbol{b}_0^+\boldsymbol{B}]\boldsymbol{h}_3[\boldsymbol{b}_0^-\rho\Phi]\right\rangle.$$

ここで $f(\alpha)$ は

$$\int_0^{\alpha} \boldsymbol{d}\alpha_1 \mathbf{V}_{\boldsymbol{d}-\boldsymbol{p}-1} \mathbf{c}(-\alpha_1/\alpha)\, \boldsymbol{f}(\alpha_1)\, \boldsymbol{f}(\alpha-\alpha_1) = -\alpha^2 \boldsymbol{f}(\alpha)$$

$$\mathbf{c}(\beta) = \left[\mu(1,2,3)\right]^2 \det{}^{-(\boldsymbol{d}-2)/2}(1-(\tilde{\boldsymbol{N}}^{33})^2), \qquad \beta = \alpha_1/\alpha_3$$

の解。