閉弦の場の理論における境界状態II

○岸本功，松尾泰，渡辺英徳

（東大理）

hep-th/0306189

(+ work in progress)

HIKKOの＊積

- 相互作用項は 3-string vertex （＊積）で定まる:

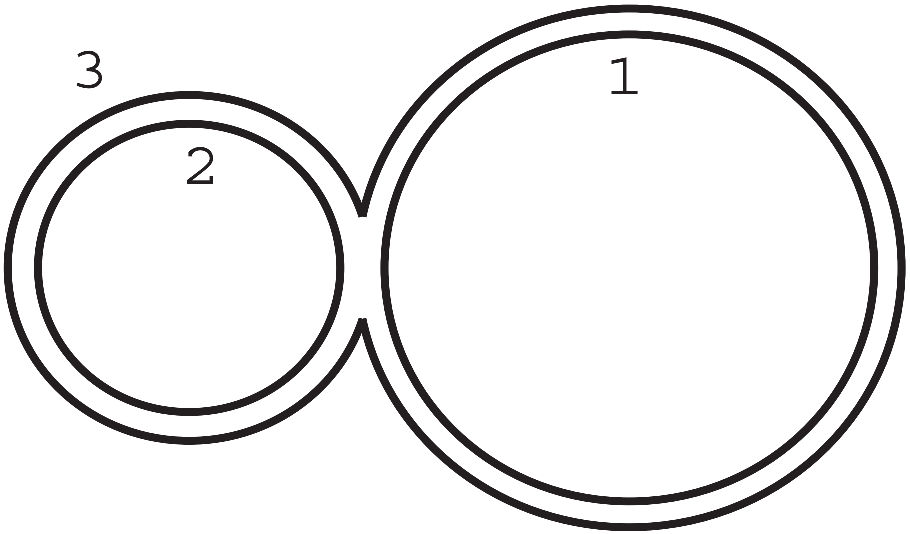
$$\left|\Phi_1 * \Phi_2\right\rangle := \left\langle\Phi_1\right|\left\langle\Phi_2\right|\left|V(1,2,3)\right\rangle$$

ノイマン係数を用いてあらわな振動子表示が与えられている:

$$\left|V(1,2,3)\right\rangle = \delta(1,2,3)\left[\mu(1,2,3)\right]^2 p_{123}\prod\left(1+\frac{w_I\bar{c}_0^{(r)}}{\sqrt{2}}\right)\exp F(1,2,3)\left|p_r,\alpha_r\right\rangle,$$

$$F(1,2,3) = \sum_{n,m\geq 1,r,s=1,2,3,\pm}\tilde{N}_{mn}^{rs}\left(\frac{1}{2}a_{-m}^{(\pm)(r)}a_{-n}^{(\pm)(s)} + \sqrt{m}\alpha_r c_{-m}^{(\pm)(r)}\left(\sqrt{n}\alpha_s\right)^{-1}\bar{c}_{-n}^{(\pm)(s)}\right)$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{n\geq 1,r=1,2,3,\pm}\tilde{N}_n^r a_{-n}^{(\pm)(r)}P - \frac{\tau_0}{4\alpha_1\alpha_2\alpha_3}P^2,\cdots$$



$|\alpha_1|+|\alpha_2|=|\alpha_3|$

の場合の接続条件

ここでは特にΦ_1, Φ_2としてD$\boldsymbol{p}$−braneを表す「境界状態」を考える。

具体的に振動子で書くと

$$\left|\Phi_B\right\rangle = \exp\left(\sum_{n\geq 1}\left(-\boldsymbol{a}_{-n}^{(+)}\boldsymbol{O}\boldsymbol{a}_{-n}^{(-)} + \boldsymbol{c}_{-n}^{(+)}\overline{\boldsymbol{c}}_{-n}^{(-)} + \boldsymbol{c}_{-n}^{(-)}\overline{\boldsymbol{c}}_{-n}^{(+)}\right)\right)\overline{\boldsymbol{c}}_0\left|\boldsymbol{p}_\mu = 0, \boldsymbol{x}^i, \alpha\right\rangle,$$

$\boldsymbol{O} = (1+\boldsymbol{F})^{-1}(1-\boldsymbol{F})$:定数直交行列

「境界状態」の＊積の計算

- 境界状態のようなGaussian同士の＊積は、3-string vertexもGaussianなのでGauss積分で「計算」できる:

matter非零モード の部分は

$$\exp\left(\frac{1}{2}aMa+\lambda a\right)\exp\left(\frac{1}{2}a^{\dagger}Na^{\dagger}+\mu a^{\dagger}\right)|0\rangle$$

$$=\det{}^{-\frac{1}{2}}(1-MN)\exp\left(\frac{1}{2}\lambda N(1-MN)^{-1}\lambda+\frac{1}{2}\mu M(1-NM)^{-1}\mu+\lambda(1-NM)^{-1}\mu\right)$$

$$\times\exp\left[(\lambda N+\mu)(1-MN)^{-1}a^{\dagger}+\frac{1}{2}a^{\dagger}N(1-MN)^{-1}a^{\dagger}\right]|0\rangle$$

fermionicゴースト部分も同様の式が成立。

あとはこれをどれだけ簡単化あるいはあらわにするかという問題。

N はノイマン係数で具体的に与えられる行列

M は境界状態で決まる行列で $M^2 = 1$

N と M は可換

$\alpha_1 \alpha_2 > 0$ の場合 $\left(1 - N^2\right)^{-1}$ が存在 [Green-Schwarz,...]

に注意して計算した結果:

$$\boxed{\begin{aligned}&\left|\Phi_B(\alpha_1) * \Phi_B(\alpha_2)\right\rangle = c_B \left|\Phi_B(\alpha_1 + \alpha_2)\right\rangle, \\ &c_B = V_{d-p-1}\,\mu(1,2,3)^2 \left[\det(1 - (\tilde{N}^{33})^2)\right]^{-\frac{d-2}{2}} \frac{\partial}{\partial \bar{c}_0}\end{aligned}}$$

fluctuationの計算

「厳密解」のまわりの励起の「運動方程式」:

$$\delta|\Phi_B(\alpha_1)\rangle * |\Phi_B(\alpha_2)\rangle + |\Phi_B(\alpha_1)\rangle * \delta|\Phi_B(\alpha_2)\rangle = c_B \delta|\Phi_B(\alpha_1+\alpha_2)\rangle$$

を解こう！

tachyon型およびvector型のansatz

$$\delta_T|\Phi_B(\alpha)\rangle = \oint \frac{d\sigma}{2\pi} e^{ik_\mu\sqrt{\pi}X^\mu(\sigma)}|\Phi_B(\alpha)\rangle,$$

$$\delta_V|\Phi_B(\alpha)\rangle = \oint \frac{d\sigma}{2\pi} \zeta_\nu\sqrt{\pi}\partial_\sigma X^\nu(\sigma) e^{ik_\mu\sqrt{\pi}X^\mu(\sigma)}|\Phi_B(\alpha)\rangle,$$

を代入して計算。（Gaussian公式のλに依存した部分を整理。）

$\delta_T \Phi_B, \quad \delta_V \Phi_B$ のon−shell条件はそれぞれ

$$k_\mu G^{\mu\nu} k_\nu = 2, \qquad k_\mu G^{\mu\nu} k_\nu = 0$$ となる。

ここで $G^{\mu\nu} = \left[(1+F)^{-1} \eta (1-F)^{-1} \right]^{\mu\nu}$: open string metric

※ openの tachyon massはノイマン行列を正則化することで得られる。

$$\exp\left[\lim_{L\to\infty} \left(\sum_{m=1}^{L} \frac{1}{m} - \sum_{p=1}^{2L} \frac{1}{p} \right) \frac{1}{2} k_\mu G^{\mu\nu} k_\nu \right] = \frac{1}{2}$$

$$: \quad (1-N^2)^{-1} = \left(\tilde{N}^{\bullet 3} \tilde{N}^{3\bullet} \right)^{-1}$$

が存在するように正則化して評価した。

「境界状態」の＊積(他の場合)

- Witten型(non-polynomial型の3弦部分)、HIKKO型でαが異符号の場合、 の＊積は？

前と同様な計算でできて結果はともに

$$\left|\Phi_B * \Phi_B\right\rangle = V_{d-p-1} \det{}^{-\frac{d}{2}}\left(1-\left(\tilde{N}^{33}\right)^2\right)\det\left(1-\left(\tilde{N}_g^{33}\right)^2\right)\left(\delta(0)\right)^r c_0^+ b_0^- \left|\Phi_B\right\rangle$$

$$r \sim \dim\ker\left(\tilde{N}^{\cdot 3}\tilde{N}^{3\cdot}\right) = \infty$$

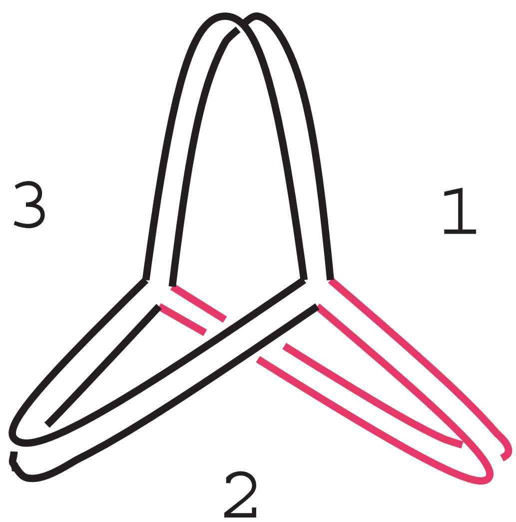
※Gaussian公式で$\left(1-MN\right)^{-1}$ がこの場合存在せず修正が必要。

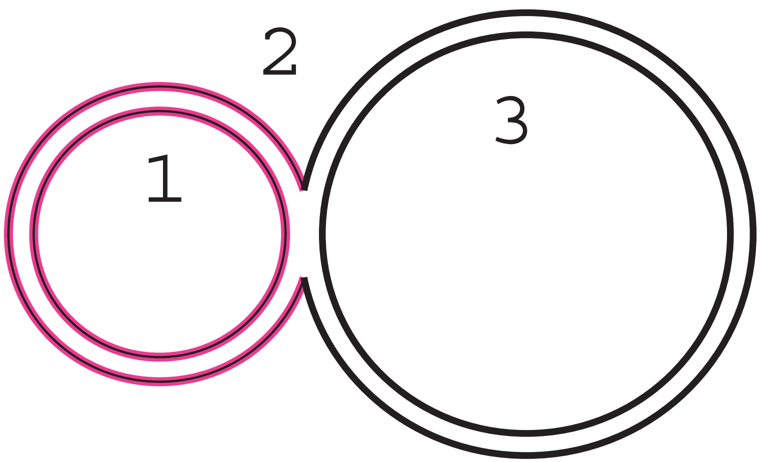
→ rankが落ちている部分から $\left(\delta(0)\right)^r$ の発散の寄与がでる。

※ ノイマン係数の関係式 $\sum_{t=1}^{3}\sum_{l\geq 1}\tilde{N}^{rt}_{ml}\tilde{N}^{ts}_{ln}=\delta^{rs}\delta_{mn},\ldots$

[Yoneya(1987)] が本質的。

※δ(0) の∞乗の発散は直観的には
２つの弦の重なりの部分からくる。





Discussion

- closed版のVSFT(?)

境界状態が満たす式はVSFTの運動方程式に似ている:

$$\Phi_B * \Phi_B = (\ldots)\frac{\partial}{\partial \bar{c}_0}\Phi_B \qquad \leftrightarrow \qquad \Psi \bigstar \Psi = -c(\pi/2)\Psi$$

⇒　closed版VSFTの「作用」を書くとすれば

HIKKO型closed SFT :　$S = \frac{1}{2}\Phi \bullet Q\Phi + \frac{1}{3}\Phi \bullet \Phi * \Phi$　で　$Q = \alpha^2 \frac{\partial}{\partial \bar{c}_0}$

境界状態の関係式を使って素朴に「解」を作ると

α 依存性が特異になる。(reality条件も満たすには　$\alpha \to +0$　極限?)

一般の背景で、HIKKOの＊積のもと（αが同符号なら）

$$\left(L_n-\tilde{L}_{-n}\right)\left|\Phi_{B_a}\right\rangle=0,\qquad a=1,2$$

$$\Rightarrow\qquad \left(L_n-\tilde{L}_{-n}\right)\left|\Phi_{B_1}*\Phi_{B_2}\right\rangle=0$$

となり、非線形な「運動方程式」

$$\left|\Phi_B*\Phi_B\right\rangle=(\ldots)c_0^+b_0^-\left|\Phi_B\right\rangle$$

は境界状態のCardy条件に対応しているようにみえる。

一般に言えるか？

- 超弦の場合は？