Marginal Deformations and Classical Solutions in Open Superstring Field Theory

高工研, 奈良女大理[A]　○岸本 功, 高橋智彦[A]

ref. hep-th/0506240

Introduction

- 弦の場の理論:弦理論の非摂動的定式化の一つ。
- 特にボゾニック弦の場合(開弦、閉弦ともに)、タキオン凝縮などを調べるのにレベルトランケーションや古典解を用いて、盛んに研究されている。
- 超弦の場合も同様な研究がいくつかあるが、ボゾニック弦ほどは研究が進んでいない。

⇓

- ここでは手始めとしてBrekovitsの開弦の<u>超弦の場の理論</u>の枠組みでmarginalな変形に対応する古典解を構成し、その性質を調べる。

Open Superstring Field Theory

- Berkovitsのopen super SFTのNS(+) セクターの作用:

WZW type

$$
\begin{aligned}
&S[\Phi]\\
&=\frac{1}{2g^2}\langle\langle(e^{-\Phi}Q_{\mathrm{B}}e^{\Phi})(e^{-\Phi}\eta_0 e^{\Phi})-\int_0^1 dt(e^{-t\Phi}\partial_t e^{t\Phi})\{(e^{-t\Phi}Q_{\mathrm{B}}e^{t\Phi}),(e^{-t\Phi}\eta_0 e^{t\Phi})\}\rangle\rangle\\
&=-\frac{1}{g^2}\int_0^1 dt\langle\langle(\eta_0\Phi)(e^{-t\Phi}Q_{\mathrm{B}}e^{t\Phi})\rangle\rangle\\
&=-\frac{1}{g^2}\sum_{M,N=0}^{\infty}\frac{(-1)^M}{(M+N+2)(M+N+1)M!N!}\langle\langle(\eta_0\Phi)\Phi^M(Q_{\mathrm{B}}\Phi)\Phi^N\rangle\rangle\,.
\end{aligned}
$$

[Berkovits-Okawa-Zwiebach(2004)]

弦場 Φ： ghost数 0, picture数 0, Grassmann even,

$X^\mu,\psi^\mu,b,c,\phi,\xi,\eta\quad(\beta=e^{-\phi}\partial\xi,\gamma=\eta e^{\phi})$ で記述。

$$Q_{\mathrm{B}}=\oint\frac{dz}{2\pi i}(c(T^{\mathrm{m}}-\tfrac{1}{2}(\partial\phi)^2-\partial^2\phi+\partial\xi\eta)+bc\partial c+\eta e^{\phi}G^{\mathrm{m}}-\eta\partial\eta e^{2\phi}b)(z)$$

$$\eta_0=\oint\frac{dz}{2\pi i}\eta(z)$$

- 作用の変分: $$\delta S = \frac{1}{g^2}\langle\langle e^{-\Phi}\delta e^{\Phi}\,\eta_0(e^{-\Phi}Q_{\mathrm{B}}e^{\Phi})\rangle\rangle$$
- 運動方程式: $$\eta_0(e^{-\Phi}Q_{\mathrm{B}}e^{\Phi}) = 0$$
- ゲージ変換: $$\delta e^{\Phi} = Q_{\mathrm{B}}\Lambda_0 * e^{\Phi} + e^{\Phi} * \eta_0\Lambda_1$$
- 古典解 Φ_0 のまわりの作用 :

$$S[\Phi] = S[\Phi_0] + S'[\Phi'] \qquad (\ e^{\Phi} = e^{\Phi_0}e^{\Phi'}\ )$$

ただし $$S'[\Phi'] = S[\Phi']|_{Q_{\mathrm{B}}\to Q'_{\mathrm{B}}}$$

新しいBRST operatorは Q'_{B} derivation:

$$Q'_{\mathrm{B}}A = Q_{\mathrm{B}}A + e^{-\Phi_0}Q_{\mathrm{B}}e^{\Phi_0} * A - (-1)^{|A|}A * e^{-\Phi_0}Q_{\mathrm{B}}e^{\Phi_0}$$

$$Q'^2_{\mathrm{B}} = 0,\ \{Q'_{\mathrm{B}}, \eta_0\} = 0$$ をみたす。

A Class of Classical Solutions

- 運動方程式の解:

$$\Phi_0 = -\tilde{V}_L(F)I$$

$$\tilde{V}_L(F) \equiv \int_{C_{\mathrm{left}}} \frac{dz}{2\pi i} F(z)\tilde{v}(z), \quad F(-1/z) = z^2 F(z), \quad \tilde{v}(z) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} c\xi e^{-\phi}\psi(z),$$

$|I\rangle$: identity string field

実際、計算すると $e^{-\Phi_0} Q_{\mathrm{B}} e^{\Phi_0} = -V_L(F)I + \frac{1}{4} C_L(F^2)I$

$$V_L(F) \equiv \int_{C_{\mathrm{left}}} \frac{dz}{2\pi i} F(z)v(z), \quad v(z) = \frac{i}{2\sqrt{\alpha'}} c\partial X(z) + \frac{1}{\sqrt{2}} \eta e^{\phi}\psi(z), \quad C_L(F^2) \equiv \int_{C_{\mathrm{left}}} \frac{dz}{2\pi i} F(z)^2 c(z).$$

$\eta_0|I\rangle = 0$ に注意する。 ➡ $\eta_0(e^{-\Phi_0} Q_{\mathrm{B}} e^{\Phi_0}) = 0$

- この解 $\Phi_0 = -\tilde{V}_L(F) I$ における作用の値（vacuum energy）が厳密に零になっている。

実際、F を tFとすると　$\eta_0(e^{-t\Phi_0} Q_{\mathrm{B}} e^{t\Phi_0}) = 0$　をみたす。
したがって作用の値は

$$S[\Phi_0] \;=\; \frac{1}{g^2} \int_0^1 dt \langle\!\langle \Phi_0 \, \eta_0(e^{-t\Phi_0} Q_{\mathrm{B}} e^{t\Phi_0}) \rangle\!\rangle = 0.$$

※　ここで作用としてBerkovits-Okawa-Zwiebachの表現を使った。
※　この証明はボゾニック SFTよりも直接的。

- この解 $\Phi_0 = -\tilde{V}_L(F) I$ はwell-definedなoscillator表現をもつ。
（oscillator表現の各項の係数は有限である。）

- この解のまわりのBRST operator:

$$
\begin{aligned}
Q'_{\mathrm{B}} &= Q_{\mathrm{B}} - V_L(F) - V_R(F) + \frac{1}{4}(C_L(F^2) + C_R(F^2)) \\
&= e^{\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}(X_L(F)+X_R(F))} Q_{\mathrm{B}}\, e^{-\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}(X_L(F)+X_R(F))},
\end{aligned}
$$

$$
X_{L/R}(F) \equiv \int_{C_{\mathrm{left/right}}} \frac{dz}{2\pi i} F(z) X(z).
$$

したがって $[X_{\mathrm{L/R}}(F), \eta_0] = 0$ に注意すると、場の再定義

$$
\Phi'' = e^{-\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}(X_L(F)+X_R(F))}\Phi' = e^{-\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}X_L(F)I} * \Phi' * e^{\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}X_L(F)I}
$$

により元の作用の形に戻る:

$$
S[\Phi] = \underset{\substack{\shortparallel \\ 0}}{S[\Phi_0]} + S'[\Phi'] = S[\Phi''].
$$

$$
(\; e^{\Phi} = e^{\Phi_0} e^{\Phi'} \;)
$$

Chan–Paton因子 i,j を導入するとこの場の再定義は次のようになる:

$$
\begin{aligned}
\Phi''_{ij} &= e^{-\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}X_L(F_i)I} * \Phi'_{ij} * e^{\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}X_L(F_j)I} \\
&= e^{-\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}(X_L(F_i)+X_R(F_j))}\Phi'_{ij} = e^{-\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}(f_i-f_j)\hat{x}+\cdots}\Phi'_{ij}
\end{aligned}
$$

$$
f_i = \int_{C_{\mathrm{left}}}\frac{dz}{2\pi i}F_i(z) = -\int_{C_{\mathrm{right}}}\frac{dz}{2\pi i}F_i(z), \qquad X(z) = \hat{x} + \cdots .
$$

つまり、momentum shift: $p \ \to \ p - \frac{1}{2\sqrt{\alpha'}}(f_i - f_j)$ を引き起こす。

これはbackground Wilson lineの効果に対応している。

※この解は<u>localには</u>pure gaugeの形にかける:

$$
e^{\Phi_0} = \exp\left\{Q_{\mathrm{B}}\left(-\frac{1}{2\sqrt{\alpha'}}\Omega_L(F)I\right)\right\} * \exp\left\{\eta_0\left(-\frac{i}{2\sqrt{\alpha'}}\xi_0 X_L(F)I\right)\right\},
$$

$$
\Omega_L(F) \equiv \int_{C_{\mathrm{left}}}\frac{dz}{2\pi i}F(z)\, i\, c\xi\partial\xi e^{-2\phi}\, X(z),
$$

X方向がcompact化されている場合は非自明になる。

Generalization

- 前の解を再度、見直してみると U(1) supercurrent

$$\mathrm{J}(z,\theta)=\psi(z)+\theta\frac{i}{\sqrt{2\alpha'}}\partial X(z)$$ を使って構成していた。

⬇

適当なLie群Gに付随したsupercurrentに一般化できることがわかる。

$$\mathrm{J}^a(z,\theta)=\psi^a(z)+\theta J^a(z) \qquad (a=1,\cdots,\mathrm{dim}G)$$

s.t.

$$\begin{aligned}
\psi^a(y)\psi^b(z) &\sim \frac{1}{y-z}\frac{1}{2}\Omega^{ab}\,,\\
J^a(y)\psi^b(z) &\sim \frac{1}{y-z}f^{ab}{}_c\psi^c(z)\,,\\
J^a(y)J^b(z) &\sim \frac{1}{(y-z)^2}\frac{1}{2}\Omega^{ab}+\frac{1}{y-z}f^{ab}{}_cJ^c(z)\,,
\end{aligned}$$

ただし

$$f^{ab}{}_c=-f^{ba}{}_c, \qquad f^{ab}{}_df^{cd}{}_e+f^{bc}{}_df^{ad}{}_e+f^{ca}{}_df^{bd}{}_e=0,$$
$$\Omega^{ab}=\Omega^{ba}\,, \qquad f^{ab}{}_c\Omega^{cd}+f^{ad}{}_c\Omega^{cb}=0\,.$$

∃ Ω_{ab} s.t. $\Omega^{ac}\Omega_{cb}=\delta^a_b$ とするとmatter super Virasoro operatorは Sugawara formにかける:

$$T^{\rm m}(z) \;=\; \Omega_{ab}:(J^aJ^b+\partial\psi^a\psi^b):(z)+\frac{2}{3}\Omega_{ad}\Omega_{be}f^{de}{}_c:(J^a:\psi^b\psi^c:+\psi^a:(\psi^bJ^c-J^b\psi^c):):(z),$$

$$G^{\rm m}(z) \;=\; 2\Omega_{ab}:J^a\psi^b:(z)+\frac{4}{3}\Omega_{ad}\Omega_{be}f^{de}{}_c:\psi^a:\psi^b\psi^c::(z)\,,$$

central chargeは $c^{\rm m}=\frac{3}{2}{\rm dim}G-f^{ac}{}_df^{bd}{}_c\Omega_{ab}.$ [Mohammedi(1994)]

ここではsuper SFTのために $c^{\rm m}=15$ と仮定する。

このとき、前と同様に $\eta_0(e^{-\Phi_0}Q_{\rm B}e^{\Phi_0})=0$ の解を構成できる:

$$\Phi_0=-\tilde{V}^a_L(F_a)I\,,$$

$$\tilde{V}^a_L(F_a)\equiv\int_{C_{\rm left}}\frac{dz}{2\pi i}F_a(z)\tilde{v}^a(z),\quad F_a(-1/z)=z^2F_a(z)\,,$$

$$\tilde{v}^a(z)\equiv\frac{1}{\sqrt{2}}c\xi e^{-\phi}\psi^a(z)\,,$$

これはカレント J^a によるmarginalな変形に対応している。

- GSO(−) セクターへの拡張

non-BPS brane上のsuper SFT: [Berkovits,Berkovits-Sen-Zwiebach(2000)]

$$S[\hat{\Phi}] = -\frac{1}{2g^2}\int_0^1 dt\,\mathrm{Tr}\langle\langle(\hat{\eta}_0\hat{\Phi})(e^{-t\hat{\Phi}}\hat{Q}_{\mathrm{B}}e^{t\hat{\Phi}})\rangle\rangle\,,$$

$$\hat{Q}_{\mathrm{B}} = Q_{\mathrm{B}}\otimes\sigma_3, \qquad \hat{\eta}_0 = \eta_0\otimes\sigma_3\,,$$

$$\hat{\Phi} = \Phi_+\otimes 1 + \Phi_-\otimes\sigma_1\,,$$

ここで Φ_+ : GSO(+), Φ_- : GSO(−).

運動方程式: $\hat{\eta}_0(e^{-\hat{\Phi}}\hat{Q}_{\mathrm{B}}e^{\hat{\Phi}}) = 0\,.$

ある方向をcriticalな半径 $\sqrt{2\alpha'}$ に S^1 でコンパクトwith the critical radius
SU(2) supercurrentが得られる。
したがって, 前の一般化を用いて同様にGSO(+) と GSO(−) の両方のセクターを持つ解を構成できる。その一つが
non-BPS Dp brane → D(p-1)-anti D(p-1) [Sen(1998)]
をあらわすmarginalな変形に対応する。[I.Kishimoto-T.Takahashi (to appear)].

Summary and Discussion

- BerkovitsのOpen super SFTのあるクラスの厳密解を構成した。そこではvacuum energyが消えている。
- この解はbackground Wilson lineに対応している。これはRamond sectorを含めてもいえる。
- BerkovitsのOpen super SFTでglobal space-time SUSY変換を同定し、我々の解はその変換で不変であることを示した。
- 我々の構成法は、supercurrent代数を用いてより一般のmarginalな変形に対応した解に拡張できる。
- S^1 コンパクト化してcriticalな半径で生じるSU(2) supercurrent を用いて、GSO(−)セクターをもつ解も構成できる。

- 我々の解はボゾニックSFTの“marginal solution” [Takahashi-Tanimoto(2001)] の超弦への自然な拡張である:

$$\Psi_0 = -V_L^a(F_a)I - \frac{1}{4}g^{ab}C_L(F_aF_b)I,\quad V_L^a(f) \equiv \int_{C_{\rm left}} \frac{dz}{2\pi i}\frac{1}{\sqrt{2}}f(z)cJ^a(z)$$

$$\Downarrow$$

$$e^{-\Phi_0}Q_{\rm B}e^{\Phi_0} = -V_L^a(F_a)I + \frac{1}{8}\Omega^{ab}C_L(F_aF_b)I,$$

$$V_L^a(f) \equiv \int_{C_{\rm left}} \frac{dz}{2\pi i}\frac{1}{\sqrt{2}}f(z)(cJ^a + \eta e^{\phi}\psi^a)(z)$$

- non-BPS D9 brane上のタキオン凝縮に対応するボゾニックSFTの“universal solution”の超弦への拡張は？
- このような“universal solution” が構成できたとすると potential heightの評価はうまくできるか？
- 特に $\langle I|(\cdots)|I\rangle$ のような量の計算で無矛盾な正則化ができるか？
- ….