単位弦場に基づく解のまわりの開弦の場の理論の真空構造

理研，奈良女大理[A]　岸本功，高橋智彦[A]

I.Kishimoto, T. Takahashi,
"Vacuum Structure around Identity-Based Solutions"
PTP122(2009)385[arXiv:0904.1095]

開弦の場の理論の非摂動論的真空

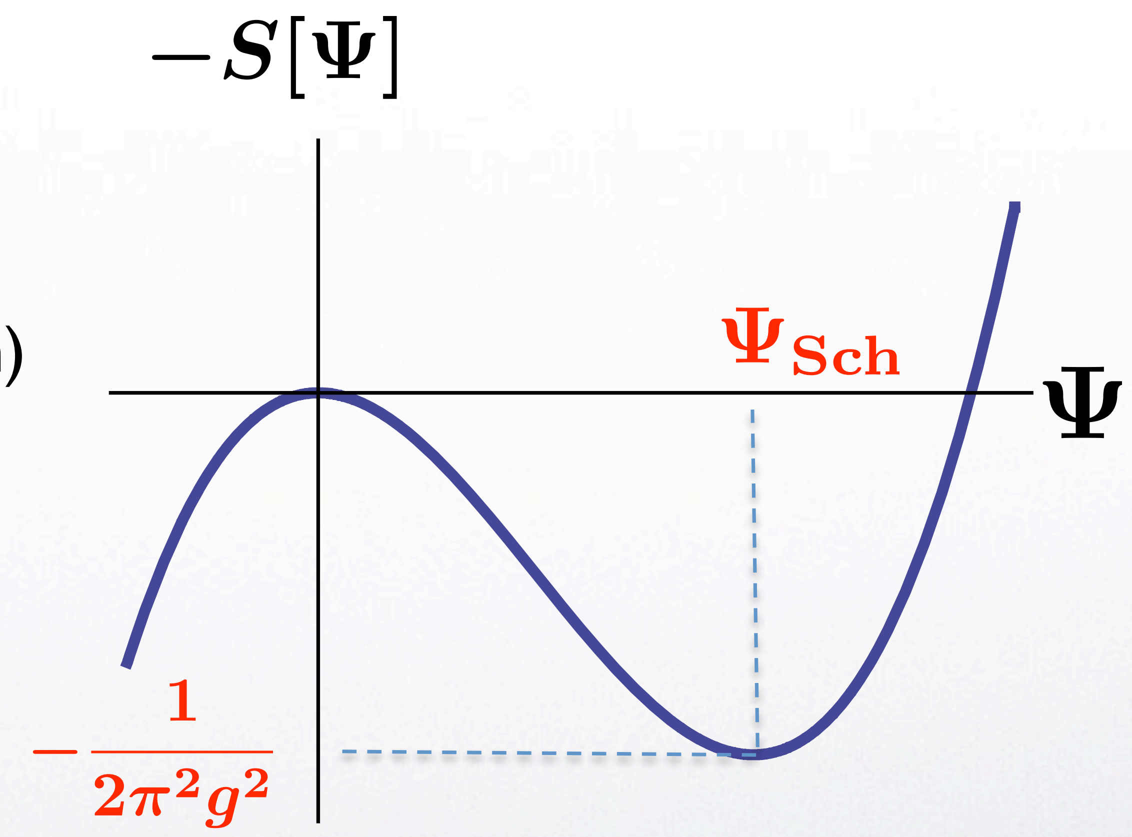
Schnabl解(2005) Ψ_{Sch}

作用：

$$S[\Psi_{\mathrm{Sch}}] = \frac{1}{2\pi^2 g^2}$$

(D-brane tension)

[Schnabl(2005), Okawa, Fuchs-Ktoyter(2006)]



gauge invariant overlap:

$$\mathcal{O}_V(\Psi_{\mathrm{Sch}}) = \frac{1}{2\pi}\langle B|c_0^-|\Phi_V\rangle$$

[Ellwood, Kawano-I.K.-Takahashi(2008)]

(境界状態)

TT解（1）

Schnabl以前の解析解: “identity-based”解 [Takahashi-Tanimoto(2002)]

$$\Psi_0 = Q_L(e^h - 1)\mathcal{I} - C_L((\partial h)^2 e^h)\mathcal{I}$$

$$Q_L(f) \equiv \int_{C_{\rm left}} \frac{dz}{2\pi i} f(z) j_{\rm B}(z) \qquad C_L(f) \equiv \int_{C_{\rm left}} \frac{dz}{2\pi i} f(z) c(z)$$

identity state:

$$|\mathcal{I}\rangle = \cdots e^{-\frac{1}{2^{k-1}}L_{-2^k}} \cdots e^{-\frac{1}{8}L_{-16}} e^{-\frac{1}{4}L_{-8}} e^{-\frac{1}{2}L_{-4}} e^{L_{-2}} |0\rangle$$

特に $$h(z) = -\log(1 - Z(a))^2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} Z(a)^n (z^{2n} + z^{-2n})$$

$a \geq -1/2$ の場合を考える

TT解（2）

形式的にはpure gaugeの形：

$$\Psi_0 = \exp(q_L(h)\mathcal{I}) Q_{\mathrm{B}} \exp(-q_L(h)\mathcal{I})$$

しかし…　$\exp(\pm q_L(h)\mathcal{I}) = \exp(\pm q_L(h))\mathcal{I}$

$a = -1/2$　ではill-defined

→　非自明な解？

ただし　$S[\Psi_0]$,　$\mathcal{O}_V(\Psi_0)$　の直接計算は困難

TT解まわりの理論

$$S_a[\Phi] = S[\Psi_0 + \Phi] - S[\Psi_0] = -\frac{1}{g^2}\left[\frac{1}{2}\langle\Phi, Q'\Phi\rangle + \frac{1}{3}\langle\Phi, \Phi * \Phi\rangle\right]$$

$$\begin{aligned} Q' &= (1+a)Q_{\mathrm{B}} + \frac{a}{2}(Q_2 + Q_{-2}) + 4aZ(a)c_0 - 2aZ(a)^2(c_2 + c_{-2}) \\ &\quad -2a(1-Z(a)^2)\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n Z(a)^{n-1}(c_{2n} + c_{-2n}) \end{aligned}$$

Q' のコホモロジー： [I.K.-Takahashi(2002)]

$a > -1/2$ Q_{B} と同じ → Ψ_0 :pure gauge

$a = -1/2$ （#gh=1では）自明 → Ψ_0 :非摂動論的真空（？）

TT解まわりの理論の古典解

運動方程式： $Q'\Phi + \Phi * \Phi = 0$

Siegelゲージの数値解をレベルトランケーションで構成：

$$c_0 b_0 (c_0 L(a)\Phi^{(n+1)} + \Phi^{(n)} * \Phi^{(n+1)} + \Phi^{(n+1)} * \Phi^{(n)} - \Phi^{(n)} * \Phi^{(n)}) = 0$$

$$L(a) \;=\; \{b_0, Q'\} = (1+a)L_0 + \frac{a}{2}(L_2 + L_{-2}) + a(q_2 - q_{-2}) + 4(1 + a - \sqrt{1+2a})$$

により $\Phi^{(n)} \mapsto \Phi^{(n+1)}$ が定まり、収束するまで繰り返す。

得られた解に対し、ポテンシャルの高さ、gauge invariant overlapを評価

$$f_a(\Phi) = 2\pi^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Phi, c_0 L(a) \Phi \rangle + \frac{1}{3} \langle \Phi, \Phi * \Phi \rangle \right) \qquad \mathcal{O}_V(\Phi) = 2\pi \langle \hat{\gamma}(1_c, 2) | \Phi_V \rangle_{1_c} | \Phi \rangle_2$$

安定解の構成

$a = 0 \ (Q' = Q_{\mathrm{B}})$ の解を構成

$$\Phi^{(0)} = \frac{64}{81\sqrt{3}} c_1 |0\rangle \longrightarrow \Phi_1|_{a=0}$$ 従来の非摂動論的真空解

(0,0)近似の非自明解

[Sen-Zwiebach(1999), Moeller-Taylor(2000), Gaiotto-Rastelli(2002)]

$a = \epsilon \ (0 < |\epsilon| \ll 1)$ の解を構成

$$\Phi^{(0)} = \Phi_1|_{a=0} \longrightarrow \Phi_1|_{a=\epsilon}$$ ある配位に収束

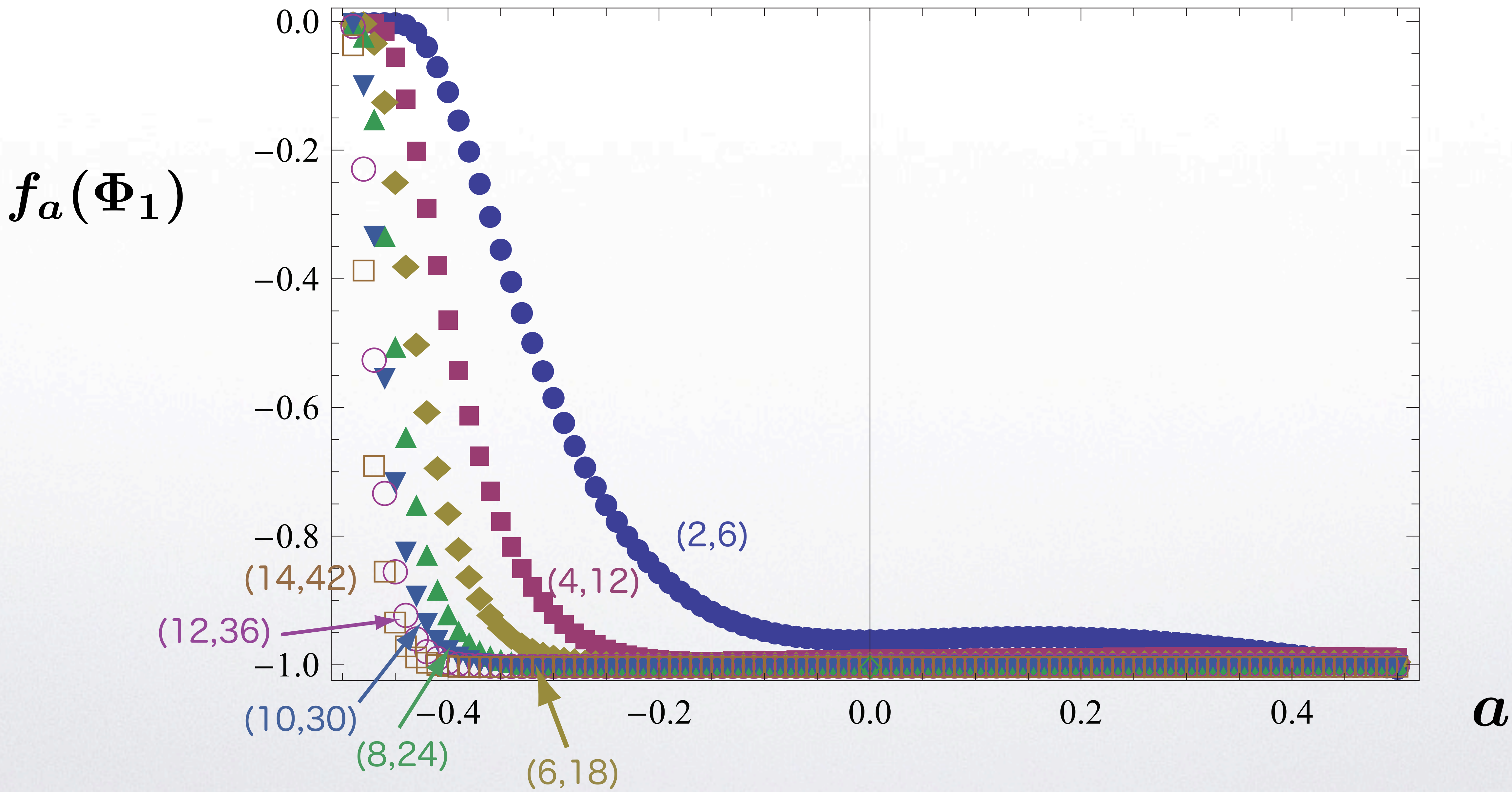
$a = 2\epsilon$ の解を構成

$$\Phi^{(0)} = \Phi_1|_{a=\epsilon} \longrightarrow \Phi_1|_{a=2\epsilon}$$ ある配位に収束

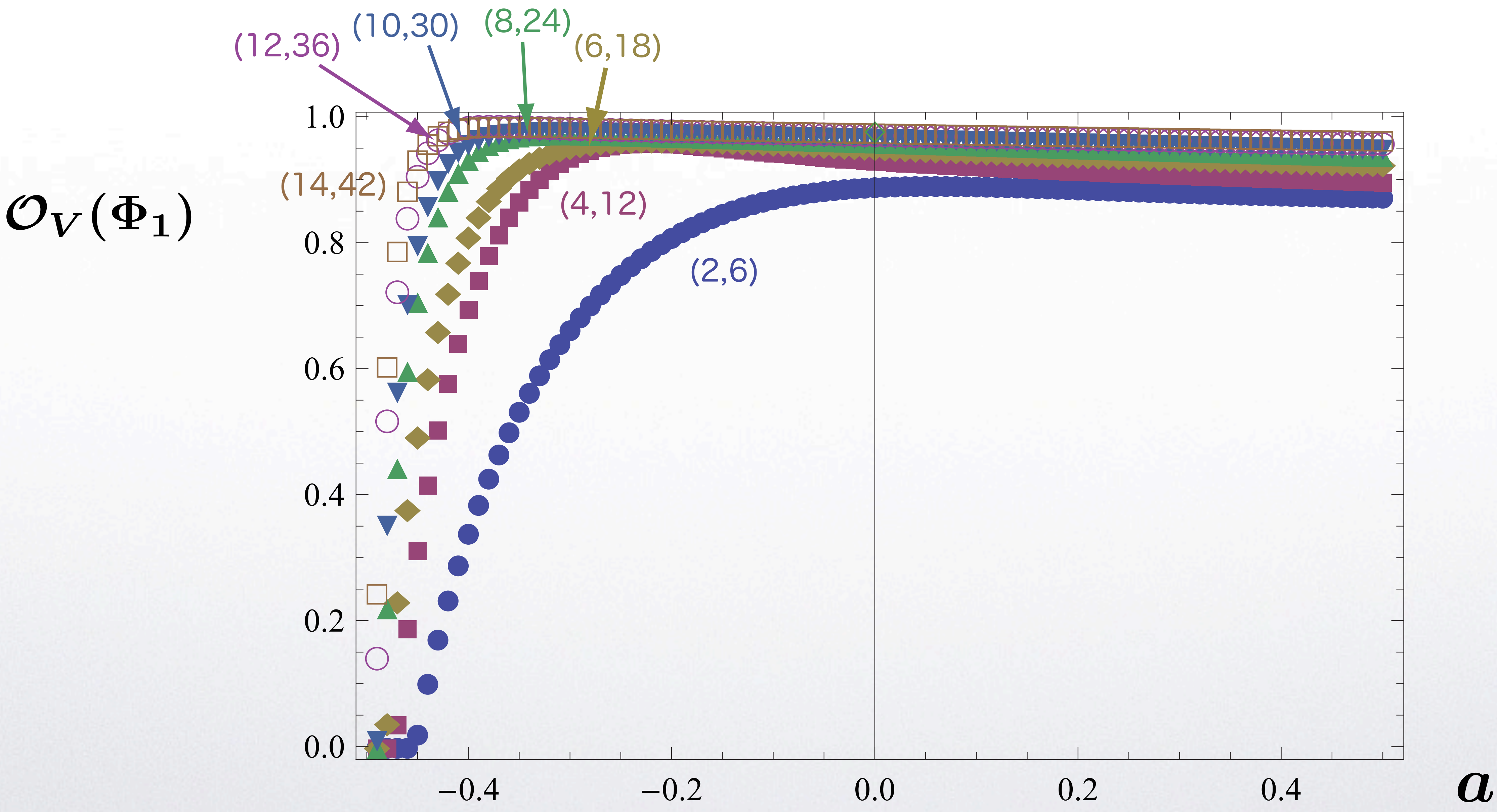
$\vdots$

ポテンシャルの高さ（1）

[cf. Takahashi(2003)]



Gauge invariant overlap (I)



不安定解の構成

$a = -1/2$ の解を構成

$$\Phi^{(0)} = -\frac{32}{27\sqrt{3}} c_1 |0\rangle \longrightarrow \Phi_2|_{a=-1/2}$$ ある配位に収束

(0,0)近似の非自明解

$a = -1/2 + \epsilon \ (0 < \epsilon \ll 1)$ の解を構成

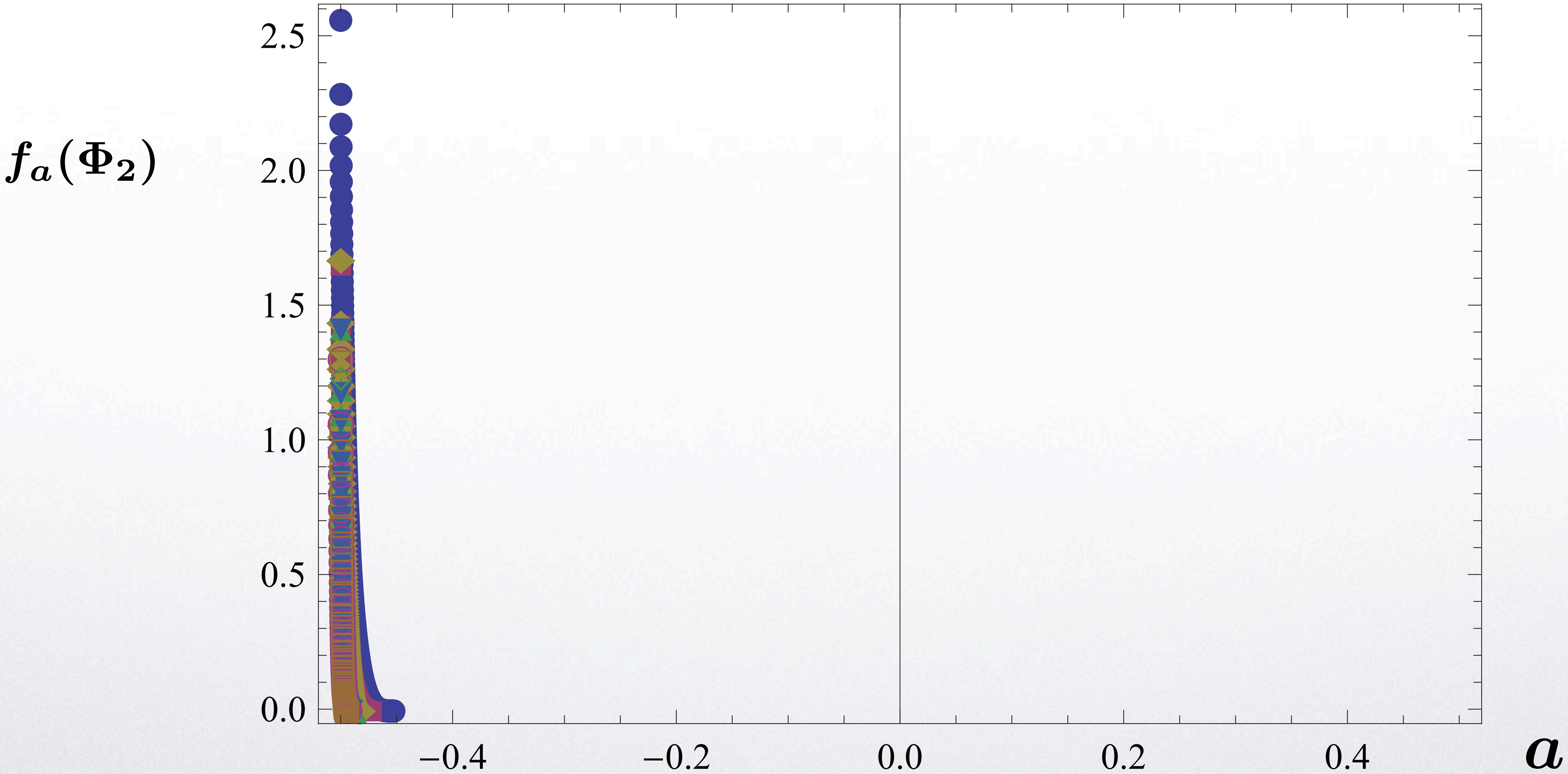
$$\Phi^{(0)} = \Phi_2|_{a=-1/2} \longrightarrow \Phi_2|_{a=-1/2+\epsilon}$$ ある配位に収束

$a = -1/2 + 2\epsilon$ の解を構成

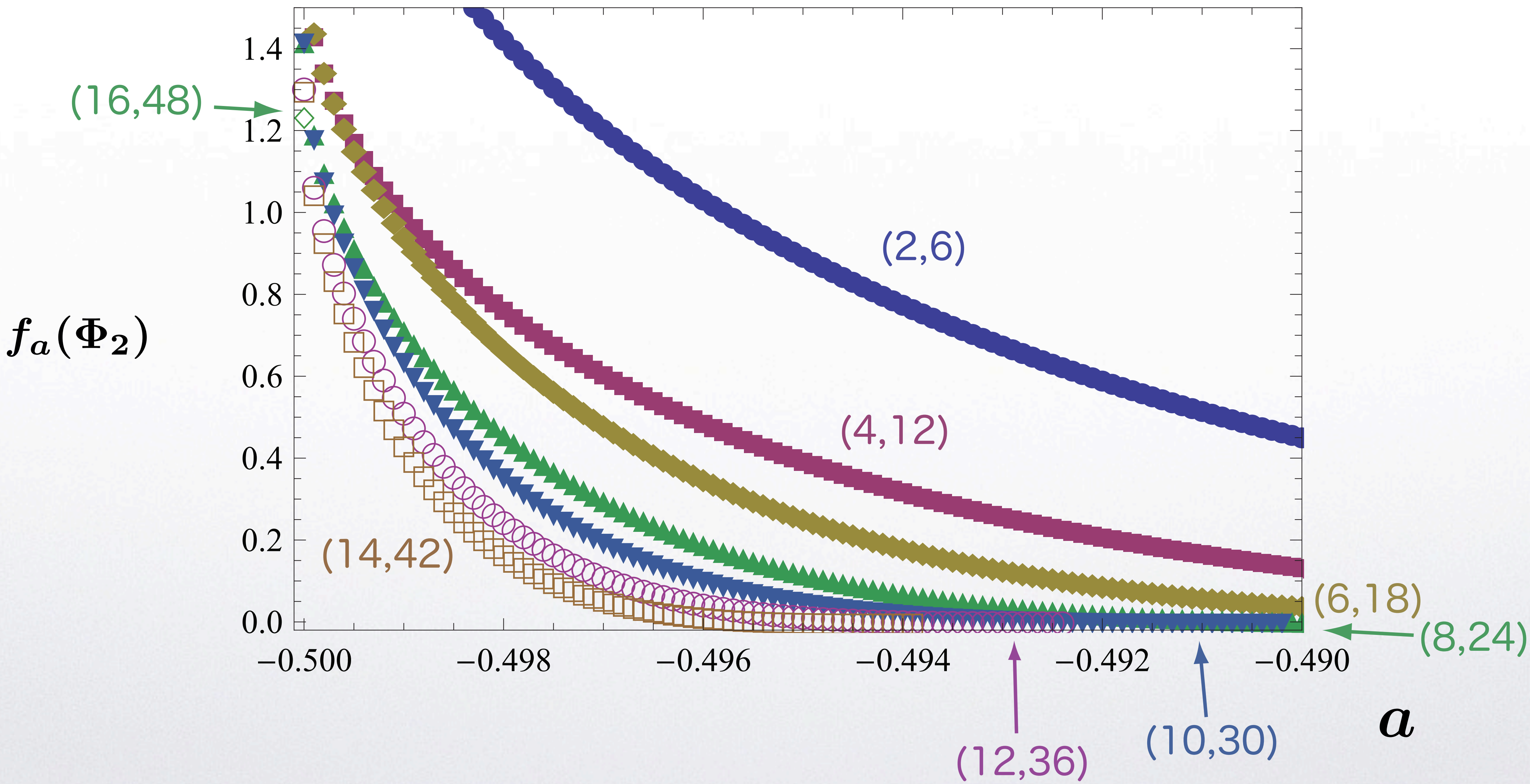
$$\Phi^{(0)} = \Phi_2|_{a=-1/2+\epsilon} \longrightarrow \Phi_2|_{a=-1/2+2\epsilon}$$ ある配位に収束

$$\vdots$$

ポテンシャルの高さ（2）

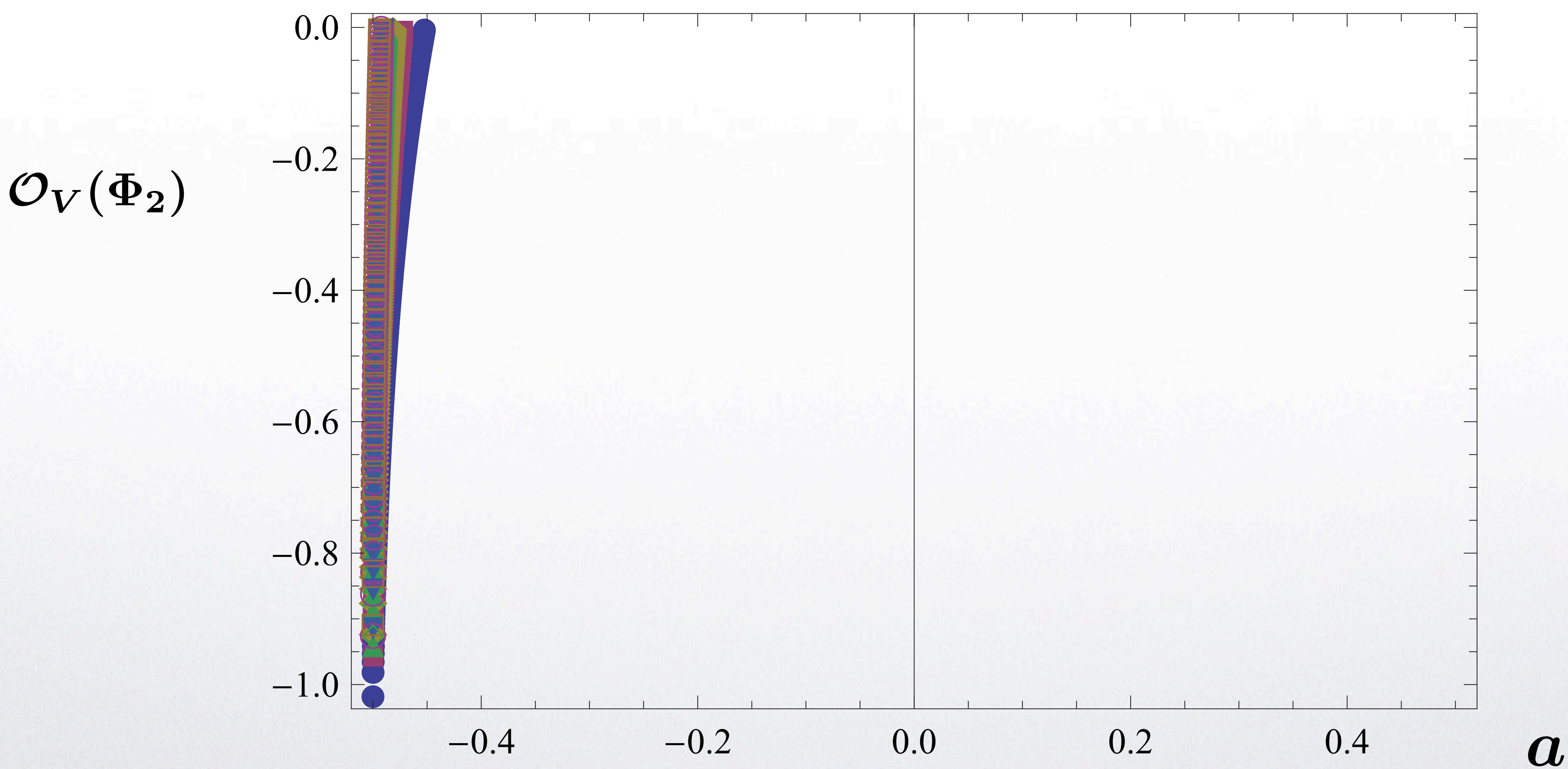


ポテンシャルの高さ（2）

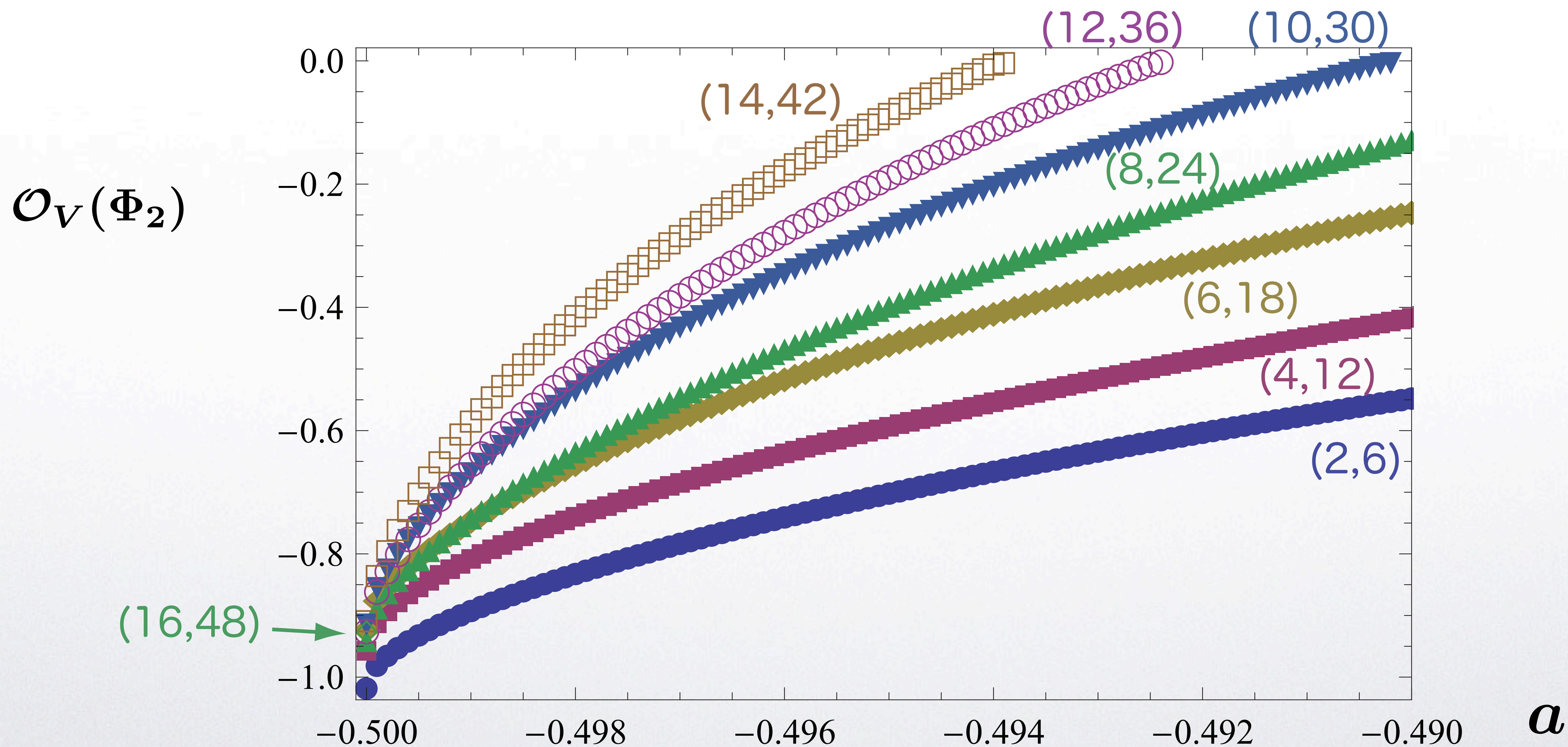


(16,48)
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
$f_a(\Phi_2)$
(2,6)
(4,12)
(14,42)
(6,18)
(8,24)
−0.500
−0.498
−0.496
−0.494
−0.492
−0.490
a
(12,36)
(10,30)

Gauge invariant overlap (2)



Gauge invariant overlap (2)



a=−1/2での値

[cf. Zeze(2003), Drukker-Okawa(2005)]

(L,3L)	$f_a(\Phi_2)$	$\mathcal{O}_V(\Phi_2)$
(0,0)	2.3105795	−1.0748441
(2,6)	2.5641847	−1.0156983
(4,12)	1.6550774	−0.9539832
(6,18)	1.6727496	−0.9207572
(8,24)	1.4193393	−0.9377548
(10,30)	1.4168893	−0.9110994
(12,36)	1.3035715	−0.9237917
(14,42)	1.2986472	−0.9056729
(16,48)	1.2357748	−0.9229035

特に $F_N(L)=\sum_{n=0}^{N}\frac{a_n}{(L+1)^n}$

を用いて外挿すると

(L,3L)	Extrapolation of $f_a(\Phi_2)$
(4∞,12∞)	0.98107
(4∞+2,12∞+6)	0.98146

a=−1/2での値

[cf. Zeze(2003), Drukker-Okawa(2005)]

(L,3L)	$f_a(\Phi_2)$	$\mathcal{O}_V(\Phi_2)$
(0,0)	2.3105795	−1.0748441
(2,6)	2.5641847	−1.0156983
(4,12)	1.6550774	−0.9539832
(6,18)	1.6727496	−0.9207572
(8,24)	1.4193393	−0.9377548
(10,30)	1.4168893	−0.9110994
(12,36)	1.3035715	−0.9237917
(14,42)	1.2986472	−0.9056729
(16,48)	1.2357748	−0.9229035

(18,54) 1.2310583

2.3105795397154785609031280024794341443
1.2387583677192679517233345198867766612
1.2221495296185326488030975511378528608
1.2310788266003449087458015975826697286
1.2310582659850745165146593262939234137
1.2310582617305556082237805171075706312
1.2310582617305545728107057934508361541

特に $F_N(L)=\sum_{n=0}^{N}\frac{a_n}{(L+1)^n}$

を用いて外挿すると

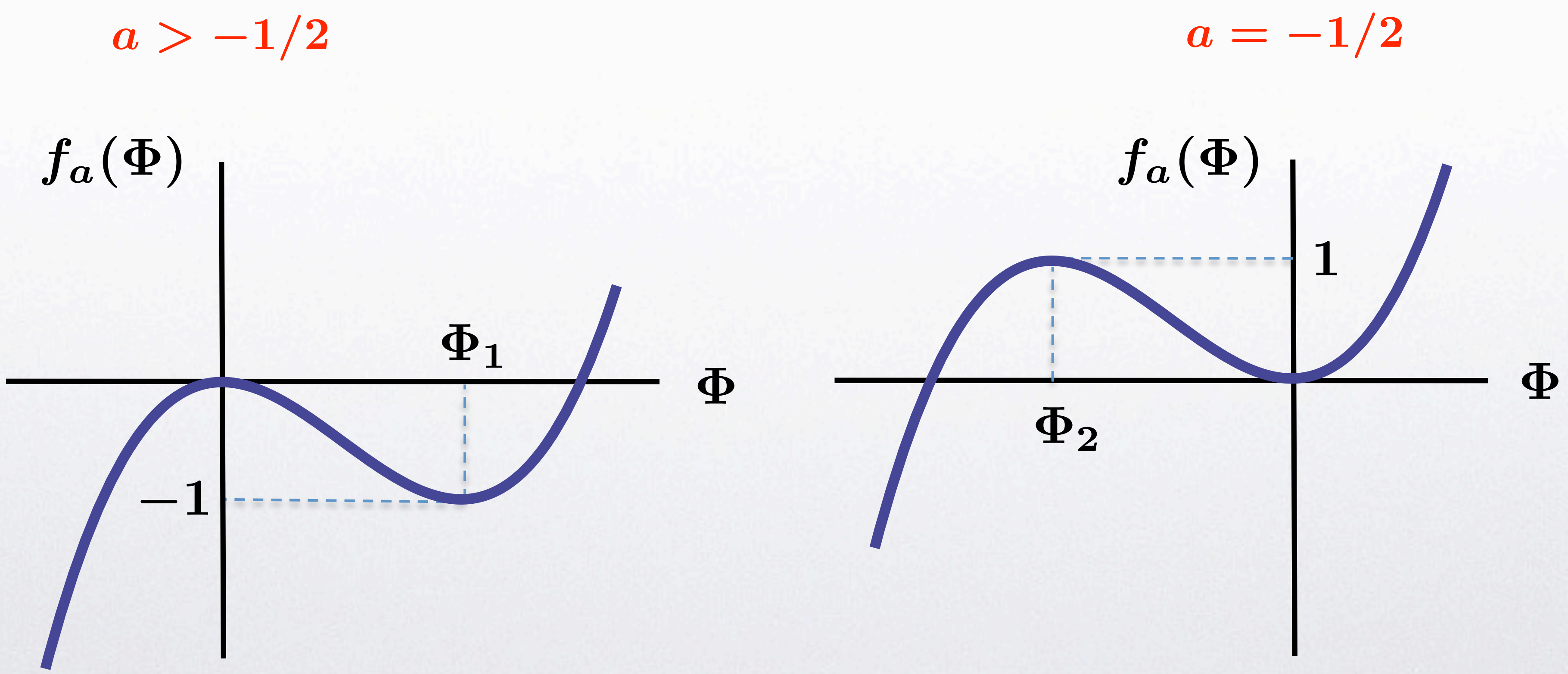
(L,3L)	Extrapolation of $f_a(\Phi_2)$
(4∞,12∞)	0.98107
(4∞+2,12∞+6)	0.98146

0.986803

まとめと展望（1）

- TT解まわりの理論の数値解を構成し、ポテンシャルの高さとgauge invariant overlapを評価した。

- 数値計算の結果から示唆されるTT解まわりの理論の真空構造：



まとめと展望（2）

- 今回の数値計算の結果は、従来のTT解の解釈と整合する：

$a > -1/2$ ⟹ Ψ_0 :pure gauge

$a = -1/2$ ⟹ Ψ_0 :非摂動論的真空

- TT解 (a=−1 / 2) はSchnabl解と同等である可能性がある。そうだとすると、非摂動論的真空に対する別のアプローチを与える。
- しかしidentity-based解は “singular” ？
- そもそもregularな解、あるいは弦の場の空間の定義？
- ……