identity-based 解に対するゲージ不変オーバーラップ

岸本　功　（新潟大学）

I.K. and T. Takahashi, PTEP(2013)093B07 [arXiv: 1307.1293]

+ Inatomi-I.K.-Takahashi(2012), I.K.-Takahashi(2005)+ ...

2013年11月2日(土)

第18回新潟・山形合宿＠国立那須甲子青少年自然の家

目次

- 弦の場の理論(SFT)の古典解(review,'05〜'13)
- identity-based marginal解('01,'05)の新表式
- ゲージ不変オーバーラップ(GIO)の評価
- まとめと展望

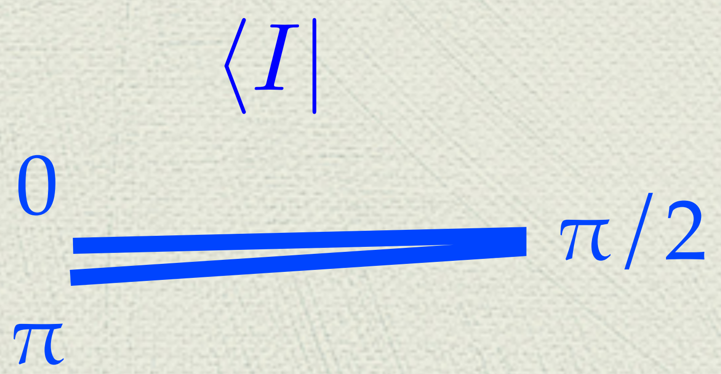
bosonic cubic SFT

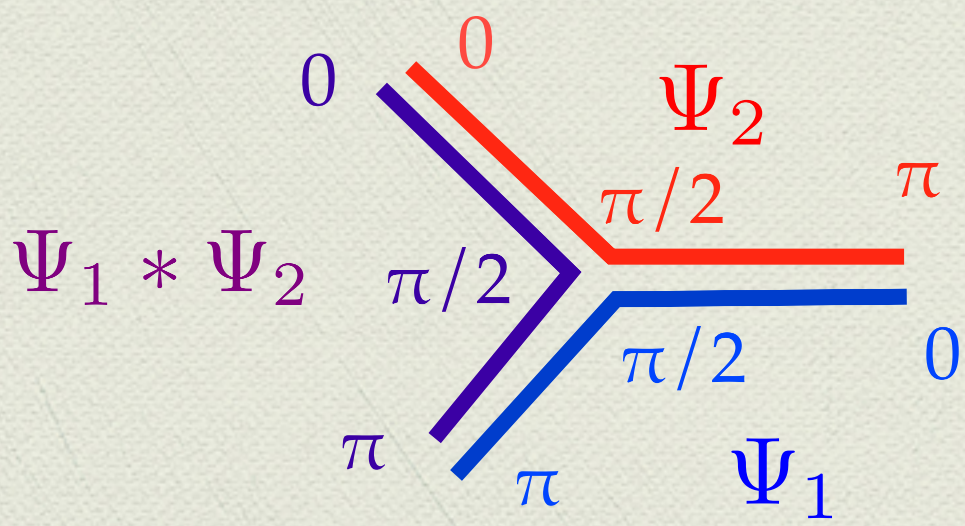
$$S[\Psi;\, Q_B] = \int \left(\frac{1}{2} \Psi * Q_B \Psi + \frac{1}{3} \Psi * \Psi * \Psi \right)$$

kinetic term: Kato-Ogawa's BRST charge

contraction with the identity state

interaction: star product





equation of motion (EOM) : $Q_B \Psi + \Psi * \Psi = 0$

open string field ...

$$|\Psi\rangle = t(x)c_1|0\rangle + A_\mu(x)\alpha^\mu_{-1}c_1|0\rangle + iB(x)c_0|0\rangle + \cdots$$

弦場：（点粒子の）場を無限個含んでいる

SFTのEOM: 無限個の場に対する無限個の連立非線形方程式！

↓ 一般には解くのは非常に難しそう...

スター積に関する単位元(identity state)を用いると計算が単純化

（〜CFTのOPEの計算）→ identity-based解

wedge stateを含む数個の弦場で代数が閉じるものを使う

→ *KBc*代数を用いた解 (wedge-based解)

弦場におけるKBc代数

- Schnabl(2005): tachyon solution using sliver frame
- Okawa(2006): notation simplified, a class of solutions

$$\boxed{\begin{aligned} &Bc + cB = 1, \quad B^2 = 0, \quad c^2 = 0 \\ &Q_{\mathrm{B}} B = K, \quad Q_{\mathrm{B}} K = 0, \quad Q_{\mathrm{B}} c = cKc \\ &BK = KB \end{aligned}}$$

$$B \equiv \frac{\pi}{2} B_1^L I, \quad K \equiv \frac{\pi}{2} K_1^L I, \quad c \equiv \frac{1}{\pi} c(1) I$$

Erler-Schnablのタキオン真空解

$$\Phi_T^{\mathrm{S}} = e^{-\frac{1}{2}K} c \frac{K}{1-e^{-K}} Bc\, e^{-\frac{1}{2}K}$$ Schnabl '05

$$\Phi_T^{\mathrm{ES}} = \frac{1}{\sqrt{1+K}}(c + cKBc)\frac{1}{\sqrt{1+K}}$$ Erler-Schnabl '09

$$S[\Phi_T^{\mathrm{S}}; Q_B] = S[\Phi_T^{\mathrm{ES}}; Q_B] = \frac{1}{2\pi^2}$$: − energy=D-brane tension

homotopy operatorの存在 → 解の周りで物理的自由度なし

タキオンが凝縮し、**D-braneが消滅**した真空を表している！

Berkovits' WZW-type SSFT

- SSFT action in the NS sector without GSO projection

non-BPS D-brane

$$S[\Phi] = -\int_0^1 dt\, \mathrm{Tr}\left[\left(\hat{\eta}(e^{-\Phi(t)}\partial_t\, e^{\Phi(t)})\right)(e^{-\Phi(t)}\hat{Q}e^{\Phi(t)})\right]$$

$$\Phi(0) = 0,\ \Phi(1) = \Phi,\ \mathrm{Tr}\, A \equiv \frac{1}{2}\mathrm{tr}\langle I|A\rangle,\quad \hat{\eta} = \eta_0\sigma_3,\ \hat{Q} = Q_B\sigma_3$$

expanded in the **large** Hilbert space

Chan-Paton factor

$\beta = e^{-\phi}\partial\xi,\quad \gamma = \eta\, e^{\phi}$ （ ξ_0 を含む)

EOM: $\hat{\eta}(e^{-\Phi}\hat{Q}e^{\Phi}) = 0$

Erlerのタキオン真空解('13版)

$$e^{\Phi_T^{\mathrm{E}}} = 1 - c\frac{B}{1+K} + q\left(\zeta + (\hat{Q}\zeta)\frac{B}{1+K}\right)$$

nonzero定数

$$\zeta = \gamma^{-1}c \qquad \gamma^{-1}(z) \equiv e^{-\phi}\xi(z)$$

in the large Hilbert space

*KBc*代数のsuperへの拡張を使って計算

$$S[\Phi_T^{\mathrm{E}}] = \frac{1}{2\pi^2}$$ ： − energy=D-brane tension

homotopy operatorの存在 → 解の周りで物理的自由度なし

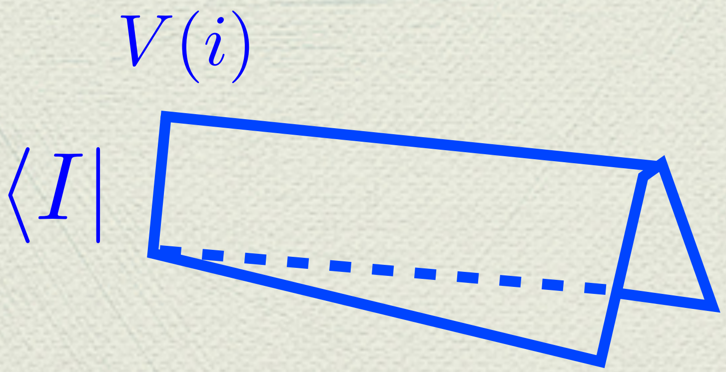
non-BPS D-braneが消滅した真空

※ 実はmodified cubic SSFTでErler('07)の(GSO(+)の)解も知られている。

Gauge Invariant Overlap(GIO)

$$O_V(\Psi) = \langle I|V(i)|\Psi\rangle$$ ：ゲージ不変量

on-shell closed string vertex



$$O_V(Q_\phi \Lambda) = 0$$

ϕにおける無限小ゲージ変換の形

$$Q_\phi \Lambda = Q_B \Lambda + \phi * \Lambda - (-1)^{|\Lambda|} \Lambda * \phi$$

ϕがEOMの解ならその周りのBRST chargeを表す

identity-based marginal解

$$\Psi_0 = -V_L^a(F_a)I - \frac{1}{4}g^{ab}C_L(F_aF_b)I$$ [Takahashi-Tanimoto '01, KT '05]

$$V_L^a(f) = \int_{C_{\rm left}} \frac{dz}{2\pi i}\frac{1}{\sqrt{2}}f(z)\,c\,j^a(z), \qquad C_L(f) = \int_{C_{\rm left}}\frac{dz}{2\pi i}f(z)\,c(z)$$

次元1のmatter current (Lie代数に対応するOPEを満たす)

$F_a(-1/z) = z^2F_a(z)$ を満たす単位円周上の関数

$$f_a = \int_{C_{\rm left}}\frac{dz}{2\pi i}F_a(z)$$ ：marginal deformation parameterに対応

※関数 $F_a(z)$ のうち、この積分値以外は**redundant**（ゲージ変換で変わる）

identity-based marginal解
周りの理論

$\Psi = \Psi_0 + \Phi$ として作用を展開：

$$S[\Psi; Q_B] = S[\Psi_0; Q_B] + S[\Phi; Q_{\Psi_0}]$$

定数(=0)　　**kinetic termのみ変化**

$$Q_B \to Q_{\Psi_0}$$

$$Q_{\Psi_0} = Q_B - V^a(F_a) - \frac{1}{4} g^{ab} C(F_a F_b)$$

$$V^a(f) = \oint \frac{dz}{2\pi i} \frac{1}{\sqrt{2}} f(z)\, c j^a(z), \qquad C(f) = \oint \frac{dz}{2\pi i} f(z)\, c(z)$$

marginal変形された背景上での タキオン真空解

Erler-Schnabl解で $K = Q_B B \to K' = Q_{\Psi_0} B$

$$\Phi_T = \frac{1}{\sqrt{1+K'}}(c + cK'Bc)\frac{1}{\sqrt{1+K'}}$$

⇒ $Q_{\Psi_0}\Phi_T + \Phi_T * \Phi_T = 0$ を満たす[IKT '12]

marginal変形された理論の解の周りでさらに展開すると

$$S[\Phi_T + \Phi'; Q_{\Psi_0}] = S[\Phi_T; Q_{\Psi_0}] + S[\Phi'; Q'_{\Phi_T}]$$

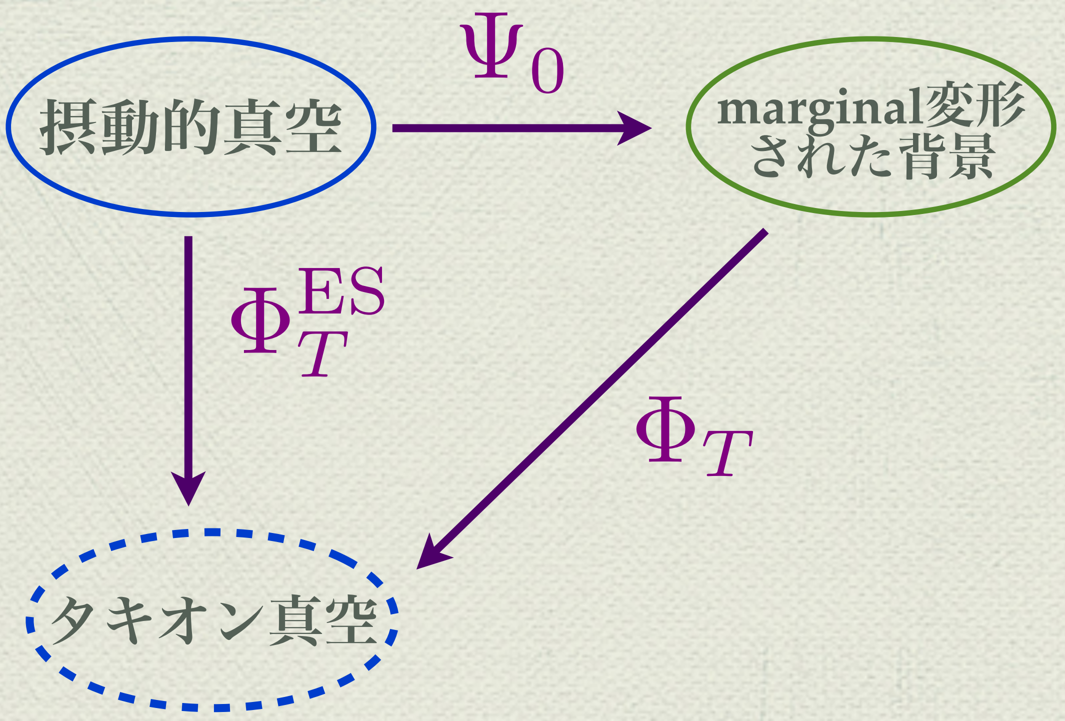
$$Q'_{\Phi_T}\Xi = Q_{\Psi_0}\Xi + \Phi_T * \Xi - (-1)^{|\Xi|}\Xi * \Phi_T$$

marginal変形された背景上でのタキオン真空解

関数$F_a(z)$の具体形に依らずタキオン真空(D-braneの消滅)の性質を持つ：

$$\boldsymbol{S[\Phi_T; Q_{\Psi_0}] = \frac{1}{2\pi^2}(= S[\Phi_T^{\mathrm{ES}}; Q_B])}$$

– energy=D-brane tension



解周りでは物理的自由度がない：

解周りのBRST cohomologyがtrivial

(**homotopy operator**の存在)

$$\boldsymbol{\{Q'_{\Phi_T}, \hat{A}\} = 1}$$

$$\boldsymbol{\hat{A}\,\Xi = \frac{1}{2}(A * \Xi + (-1)^{|\Xi|}\Xi * A), \quad A = \frac{B}{1+K'}}$$

identity-based marginal解とその周りのタキオン真空解の満たす運動方程式

$Q_B\Psi_0 + \Psi_0 * \Psi_0 = 0$: 元々の運動方程式

$Q_{\Psi_0}\Phi_T + \Phi_T * \Phi_T = 0$: Ψ_0 周りの理論の運動方程式

$\longleftrightarrow \quad Q_B\Phi_T + \Psi_0 * \Phi_T + \Phi_T * \Psi_0 + \Phi_T * \Phi_T = 0$

これらの式を足すと...

$$Q_B(\Psi_0 + \Phi_T) + (\Psi_0 + \Phi_T) * (\Psi_0 + \Phi_T) = 0$$

$\Rightarrow \quad \Psi_0 + \Phi_T$: 元々の運動方程式の解！

関数 $F_a(z) \rightarrow t\,F_a(z)$ とした $\Psi_T^t \equiv \Psi_0^t + \Phi_T^t$

も元々の運動方程式の解

パラメータtを含む解について

$$\Psi_T^t = \Psi_0^t + \Phi_T^t$$

$t \to 0$

$t \to 1$

$$\Psi_T^{t=0} = 0 + \Phi_T^{\mathrm{ES}}$$

$$\Psi_T^{t=1} = \Psi_0 + \Phi_T$$

$$Q_B \Psi_T^t + \Psi_T^t * \Psi_T^t = 0$$

t で微分

$$Q_{\Psi_T^t} \frac{d}{dt} \Psi_T^t = 0$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_T^t = Q_{\Psi_T^t} \Lambda_t$$

$$\begin{aligned} Q_{\Psi_T^t} \Xi &= Q_B \Xi + \Psi_T^t * \Xi - (-1)^{|\Xi|} \Xi * \Psi_T^t \\ &= Q_{\Psi_0^t} \Xi + \Phi_T^t * \Xi - (-1)^{|\Xi|} \Xi * \Phi_T^t = Q'_{\Phi_T^t} \Xi \end{aligned}$$

$\to$ このBRST cohomology はtrivial

identity-based marginal解の新表式とそのGIOの計算

t で0から1まで積分すると…

$$\Psi_0 = \Phi_T^{\mathrm{ES}} - \Phi_T + \int_0^1 Q_{\Psi_T^t} \Lambda_t \, dt$$

GIOの線形性・ゲージ不変性からゼロ!

$$O_V(\Psi_0) = O_V(\Phi_T^{\mathrm{ES}}) - O_V(\Phi_T)$$

ES '09, **IKT '12** の結果より計算できる！

例えば

$$j(z) = \frac{i}{\sqrt{2\alpha'}} \partial X^{25}(z)$$

$$V = \tilde{V} e^{ik_L X^{25}(i) + ik_R X^{25}(-i)}$$

の場合　$O_V(\Psi_0) = \left\{ 1 - \exp\left(i \frac{\pi w R}{\sqrt{\alpha'}} f \right) \right\} O_V(\Phi_T^{\mathrm{ES}})$

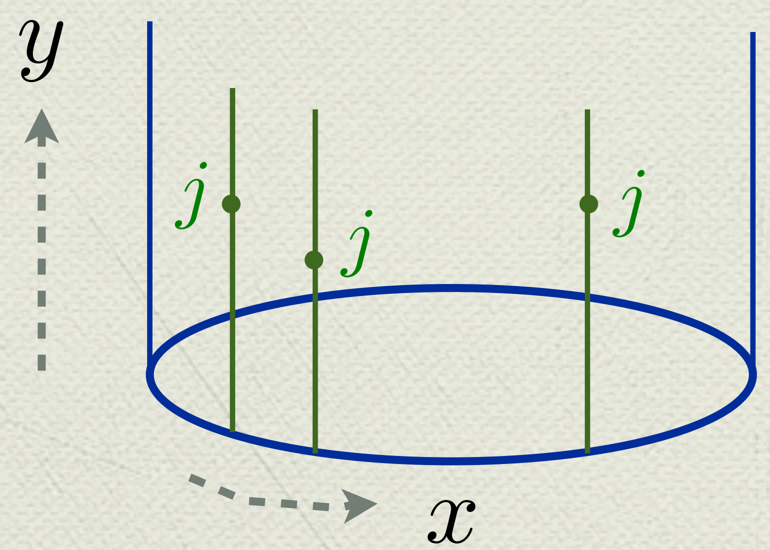
identity-based marginal解に対するGIOの一般表式

$$O_V(\Psi_0) = \frac{1}{\pi}\left\langle V(i\infty)c(\frac{\pi}{2})\left\{1 - e^{-\pi\mathcal{C}}\exp\left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dx\,\mathcal{J}(x)\right)\right\}\right\rangle_{C_\pi}$$

$$\mathcal{C} = \int_{-\infty}^{\infty} dy(-\pi)g^{ab}f_a(y)f_b(y)$$

$$\mathcal{J}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dy f_a(y)j^a(x+iy)$$

$$f_a(y) = \frac{F_a(\tan(iy+\frac{\pi}{4}))}{2\pi\sqrt{2}\cos^2(iy+\frac{\pi}{4})}$$



GIOの別表式への書き換え

関数 $F_a(z)$ のゲージ変換によるredundancyに着目し、次の形を考える：

$$F_a(z;\,s) = 2\lambda_a \frac{s(1-s^2)}{\arctan\left(\frac{2s}{1-s^2}\right)} \frac{\left(z+\frac{1}{z}\right)\frac{1}{z}}{1-s^2\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)+s^4}$$

$$\int_{C_{\mathrm{left}}} \frac{dz}{2\pi i} F_a(z;\,s) = \frac{2\lambda_a}{\pi}$$: パラメータs に依らない！

$s \to 0$

$$F_a(z;\,s) \to \lambda_a \left(z+\frac{1}{z}\right)\frac{1}{z}$$: IKT '12で具体的に計算したもの

$s \to 1$

$$F_a(z;\,s) \to 4\lambda_a \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\left(z^{2n+1}+\frac{1}{z^{2n+1}}\right)\frac{1}{z} = 4\lambda_a\left\{\delta(\theta)+\delta(\pi-\theta)\right\}$$

: open stringの端でのみnonzero → この極限をとると...

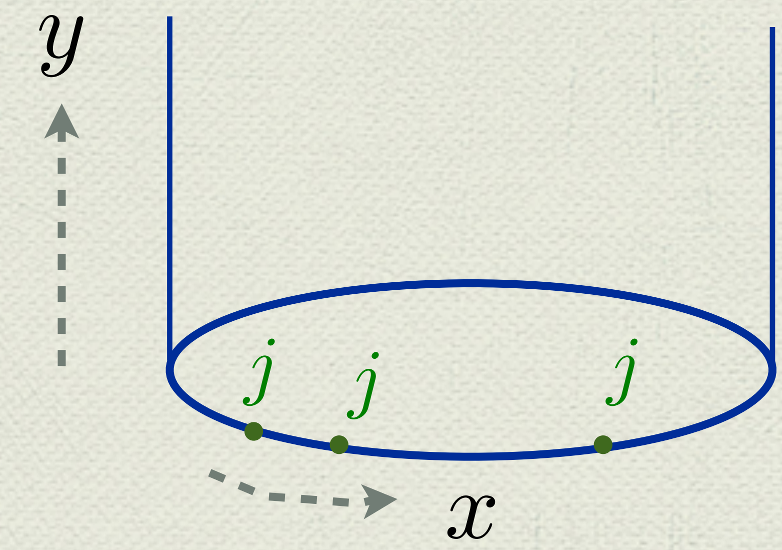
identity-based marginal解に対するGIOの別表式

$$O_V(\Psi_0) = \frac{1}{\pi}\left\langle V(i\infty)c(\frac{\pi}{2})\left\{1 - e^{-\pi\mathcal{C}}\exp\left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\lambda_a\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dx\, j^a(x)\right)\right\}\right\rangle_{C_\pi}$$

boundaryでの積分

$$\mathcal{C} = \lim_{s\to 1}\int_{-\infty}^{\infty} dy(-\pi)g^{ab}f_a(y;s)f_b(y;s)$$

この積分は発散（カレント同士のOPEを相殺）



wedge-based marginal解[Schnabl / KORZ '07, FKP / KO '07]
に対するGIOの表式の形[Ellwood '08, I.K.'08]と一致!

まとめと展望

- identity-based marginal解を「wedge-based解の差＋（変形された）BRST exact stateの積分」の形に書き直した。
- 新表式を用いてGIOの計算を実行でき、有限な値になることを示した。
- このGIOをwedge-based marginal解で知られている境界でのカレントの積分を用いた形でも表現できることを示した。
- 超弦の場の理論のidentity-based marginal解も同様にできる。
- identity-based解のvacuum energyについては？

超弦の場の理論の場合

identity-based marginal解[KT '05]：

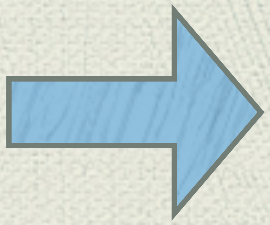
$$\Phi_J = -\tilde{V}_L^a(F_a)I, \qquad \tilde{V}_L^a(f) \equiv \int_{C_{\rm left}} \frac{dz}{2\pi i} f(z) \frac{-1}{\sqrt{2}} c\gamma^{-1}\psi^a(z)$$

identity-based marginal解周りの理論のタキオン真空解：

$$e^{\Phi_T} = 1 - c\frac{B}{1+K'} + q\left(\zeta + (\hat{Q}'\zeta)\frac{B}{1+K'}\right)$$

identity-based marginal解の新しい関係式：

$$e^{-\Phi_J}\hat{Q}e^{\Phi_J} = e^{-\Phi_T^{\rm E}}\hat{Q}e^{\Phi_T^{\rm E}} - e^{-\Phi_T}\hat{Q}'e^{\Phi_T} + \int_0^1 dt\, \hat{Q}_{\Phi_T^t}\Lambda_t$$



GIOの計算

$$O_V(\Phi_J) = O_V(\Phi_T^{\rm E}) - O_V(\Phi_T)$$

$$= \frac{1}{\pi}\left\langle \xi V_{-2}(i\infty)c(\frac{\pi}{2})\left\{1 - e^{-\pi\mathcal{C}}\exp\left(\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} du\, \mathcal{J}(u)\right)\right\}\right\rangle_{C_\pi}$$