

Level truncation analysis of exact solutions in open string field theory

T. Takahashi (Nara Women's Univ.)

1. Introduction
2. Schnabl solution
3. Vacuum energy
4. Level truncation analysis
5. Summary and discussion

hep-th/0710.****

理研シンポジウム 「弦の場の理論 07」

October 6, 2007

1. Introduction

「弦の場の理論は弦理論の非摂動論的定式化を与える」

と知っている人がいた

2000年 Sen-Zwiebach

”Tachyon condensation in string field theory

以降、盛んに研究され、様々な進展があった

(cf. 1987年 LCSFT における Yoneya 解)

2005年 Schnabl 解の構成

それでは、現在、我々は SFT を使って弦理論の非摂動論的真空を解析できる状況にあるのだろうか？

タキオン凝縮解、マージナル変形解、これらは CFT から予想される真空にすぎない

非摂動論的解析を行うためには、まだ、SFT に対する理解、SFT に関する技術が欠けている

(例えば、計算機で計算するための理解なり技術)


2000 年以降の結果を通じて、SFT への理解を深めることが、次の段階への重要な課題となるのではないか

ここでは、 Schnabl 解について再検討する

- ・ Schnabl 解は SFT のゲージ対称性と関係する
- ・ このゲージ対称性は SFT に固有の特徴である

そして、一つの批判をしたい

「 SFT の運動方程式は本当に解けたのか？」

- 
- ✓ 1. Introduction
 2. Schnabl solution
 3. Vacuum energy
 4. Level truncation analysis
 5. Summary and discussion

2. Schnabl 解

作用

$$S[\Psi] = \frac{1}{g^2} \int \left(\frac{1}{2} \Psi * Q_B \Psi + \frac{1}{3} \Psi * \Psi * \Psi \right)$$

運動方程式

$$Q_B \Psi + \Psi * \Psi = 0$$

2. Schnabl 解

表示 1

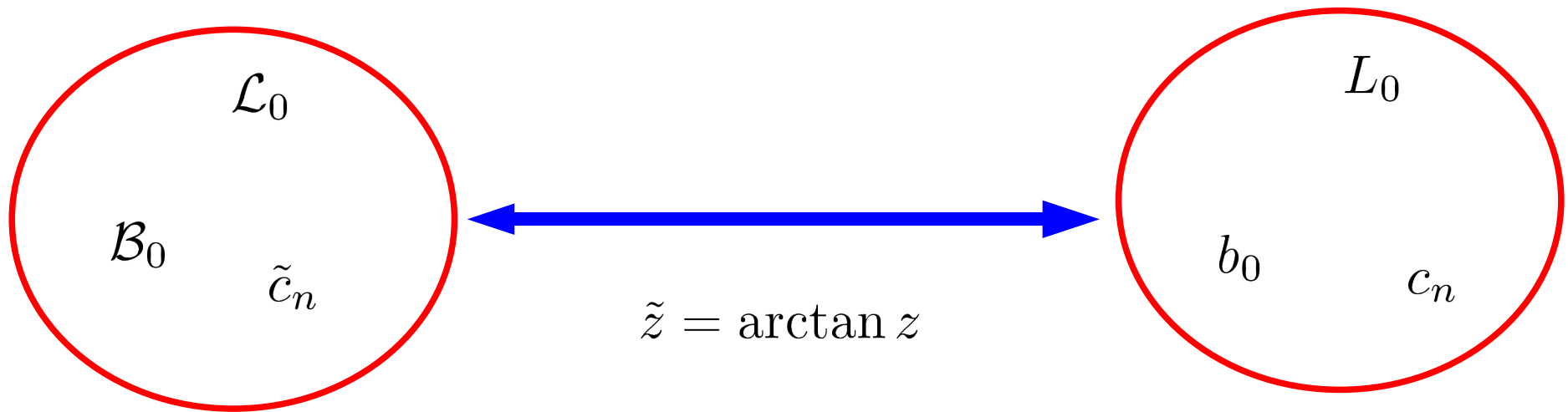
$$\begin{aligned}\Psi_0 &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=-1,1,3,5,\dots} \frac{\pi^p}{2^{n+2p+1}n!} (-1)^n B_{n+p+1} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_{-p} |0\rangle \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{p,q=-1 \\ p+q \text{ odd}}} \frac{\pi^{p+q}}{2^{n+2(p+q)+3}n!} (-1)^{n+q} B_{n+p+q+2} (\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_{-p} \tilde{c}_{-q} |0\rangle \\ &= \frac{2}{\pi} |0\rangle + \frac{1}{2\pi} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger) \tilde{c}_1 |0\rangle - \frac{1}{2\pi} (\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) \tilde{c}_1 \tilde{c}_0 |0\rangle + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_0 &= \oint \frac{dz}{2\pi i} (1+z^2) \arctan z T(z) \\
&= L_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{k+1}}{4k^2-1} L_{2k} \\
&= L_0 + \frac{2}{3}L_2 - \frac{2}{15}L_4 + \frac{2}{35}L_6 + \dots
\end{aligned}$$

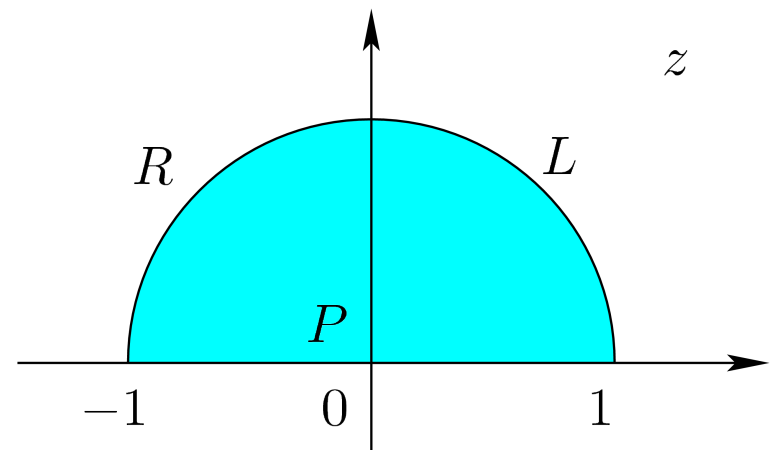
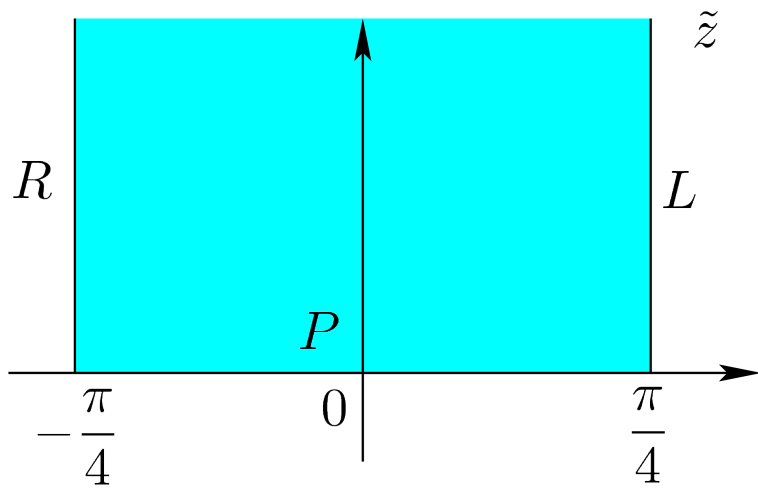
$$\begin{aligned}
\mathcal{B}_0 &= \oint \frac{dz}{2\pi i} (1+z^2) \arctan z b(z) \\
&= b_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{k+1}}{4k^2-1} b_{2k} \\
&= b_0 + \frac{2}{3}b_2 - \frac{2}{15}b_4 + \frac{2}{35}b_6 + \dots
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_0 = \{Q_B, \mathcal{B}_0\}$$

$$\tilde{c}_n = \oint \frac{dz}{2\pi i} \frac{1}{(1+z^2)^2} (\arctan z)^{n-2} c(z)$$



sliver frame



表示 1 の導出について

まず、次の ansatz をおく

$$\Psi_0 = \sum_{n,p} f_{n,p} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_p |0\rangle + \sum_{n,p,q} f_{n,p,q} (\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_p \tilde{c}_q |0\rangle$$

これを方程式に代入し、係数 $f_{n,p}$, $f_{n,p,q}$ に関する方程式を解く

このとき

$$\left[\mathcal{L}_0, \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger \right] = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger \quad \left[\mathcal{L}_0, \mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger \right] = \mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger$$

$$\left[\mathcal{L}_0, \tilde{c}_n \right] = -n \tilde{c}_n$$

の関係式より

表示 1 の導出について

まず、次の ansatz をおく

$$\Psi_0 = \sum_{n,p} f_{n,p} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_p |0\rangle + \sum_{n,p,q} f_{n,p,q} (\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_p \tilde{c}_q |0\rangle$$

これを方程式に代入し、係数 $f_{n,p}$, $f_{n,p,q}$ に関する方程式を解く

\mathcal{L}_0 に関するレベル

$$n - p + 1$$

の状態

\mathcal{L}_0 に関するレベル

$$1 + n - p - q + 1$$

の状態

レベル0

$$\Psi_0 = f_{0,1} \tilde{c}_1 |0\rangle$$

運動方程式に代入すると

$$f_{0,1} - \frac{\pi}{2} f_{0,1}^2 = 0$$

したがって、解は

$$f_{0,1} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{2}{\pi}$$

一般のレベル

Schnabl ゲージ $\mathcal{B}_0\Psi = 0$ 条件を課すと、運動方程式は

$$\mathcal{L}_0\Psi + \mathcal{B}_0(\Psi * \Psi) = 0$$

$$(\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_{p_1} \tilde{c}_{p_2} \cdots \tilde{c}_{p_N} |0\rangle, \quad (\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger)(\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_{q_1} \tilde{c}_{q_2} \cdots \tilde{c}_{q_M} |0\rangle$$

これらの状態の線形結合はスター積と Q_B の作用で閉じる

一般のレベル

Schnabl ゲージ $\mathcal{B}_0\Psi = 0$ 条件を課すと、運動方程式は

$$\mathcal{L}_0\Psi + \mathcal{B}_0(\Psi * \Psi) = 0$$

ψ_1 … レベル $h_1 + 1$ の状態

ψ_2 … レベル $h_2 + 1$ の状態

ならば、

$\psi_1 * \psi_2$ … レベル $h + 1 \geq h_1 + h_2 + 1$ の状態の和

また、 $\mathcal{B}_0\psi_1 = \mathcal{B}_0\psi_2 = 0$ ならば

$$\mathcal{B}_0(\psi_1 * \psi_2) = \frac{\pi}{4}(B_1^R\psi_1 * \psi_2 - (-1)^{\text{gh}(\psi_1)}\psi_1 * B_1^L\psi_1)$$

$B_1^R\psi_1, B_1^L\psi_2$ … レベル $h_1 + 2, h_2 + 2$ の状態

一般のレベル

Schnabl ゲージ $\mathcal{B}_0\Psi = 0$ 条件を課すと、運動方程式は

$$\mathcal{L}_0\Psi + \mathcal{B}_0(\Psi * \Psi) = 0$$

レベル $h+1$ の状態について見ると

方程式に効くのは、
 $(h_1 + 1) + (h_2 + 1) \leq h + 1$
をみたす状態のみ

$$\sum_i t_{i,k}^h \phi_i^h + \sum_{\substack{i,j \\ h_1+h_2+2 \leq h+1}} d_{i,j,k}^{h_1,h_2} \phi_i^{h_1} \phi_j^{h_2} = 0$$

低いレベルから逐一、方程式を解くことができる！

タキオン真空解

$f_{0,1} = \frac{2}{\pi}$ の場合

$$f_{1,1} = \frac{1}{2\pi}, \quad f_{2,1} = \frac{1}{24\pi}, \quad f_{0,-1} = \frac{\pi}{48}, \dots$$

(trivial) pure gauge 解

$f_{0,1} = 0$ の場合

$$f_{1,1} = -\frac{1}{\pi}\beta, \quad f_{2,1} = -\frac{1}{2\pi}\beta^2, \quad f_{0,-1} = -\frac{1}{4\pi}\beta^2, \quad f_{3,1} = \frac{1}{8\pi}\beta^2 - \frac{1}{4\pi}\beta^3 \dots$$

(β ... free parameter)

表示 2

$$\Psi = \left\{ \begin{array}{l} \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\psi_{N+1} - \sum_{n=0}^N \partial_n \psi_n \right] \\ - \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \end{array} \right. \left(= \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\lambda^{N+1} \psi_N - \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \right] \right)$$

と書かれることもある

$$\psi_n = \frac{2}{\pi} U_{n+2}^\dagger U_{n+2} \left[(\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) \tilde{c} \left(-\frac{\pi}{4} n \right) \tilde{c} \left(\frac{\pi}{4} n \right) + \frac{\pi}{2} \left(\tilde{c} \left(-\frac{\pi}{4} n \right) + \tilde{c} \left(\frac{\pi}{4} n \right) \right) \right] |0\rangle$$

$$U_n = \left(\frac{2}{n} \right)^{\mathcal{L}_0}$$

$$\Psi = - \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \quad \text{を運動方程式に代入すると}$$

$$Q_B \Psi * \Psi * \Psi = - \lambda Q_B \partial_0 \psi_0 +$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{= 0}$

$$+ \sum_{N=0}^{\infty} \lambda^{N+2} \left(-Q_B \partial_{N+1} \psi_{N+1} + \sum_{n=0}^N \partial_n \psi_n * \partial_{N-n} \psi_{N-n} \right)$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{= 0}$

$$\Rightarrow Q_B \Psi + \Psi * \Psi = 0$$

任意の λ に対して運動方程式をみたす

$$\Psi = - \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \quad \text{を表示 1 の基底で展開すると}$$

$$\begin{aligned} \Psi = & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p \geq -1, p: \text{odd}} \sum_{n,p} \frac{(-1)^n \pi^p}{n! 2^{n+2p+1}} f_{n+p+1} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_p |0\rangle \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p,q \geq -1, p+q: \text{odd}} \frac{(-1)^{n+p} \pi^{p+q}}{n! 2^{n+2(p+q)+3}} f_{n+p+q+2} (\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_p \tilde{c}_q |0\rangle \end{aligned}$$

$$f_n = -n \lambda \text{Li}(\lambda) - \delta_{n,0} \lambda$$

表示 1 と比較して

$$\beta = \frac{\lambda}{\lambda - 1} \quad \text{の pure gauge 解であることがわかる}$$

ただし $\lambda \neq 1$

$\lambda = 1$ の場合

表示 1 と表示 2 は Euler-Maclaurin 展開によって関係づく

$$\sum_{n=0}^N f'(n) = \sum_{n=0}^N \frac{B_n}{n!} \left(f^{(n)}(N+1) - f^{(n)}(0) \right) - \frac{(-1)^N}{N!} \int_0^{N+1} dt B_N(t - [t]) f^{(N+1)}(t)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^N \partial_n \psi_n &= \sum_{n=0}^N \frac{B_n}{n!} \left((\partial_{N+1})^n \psi_{N+1} - (\partial_0)^n \psi_0 \right) + \dots \\ &\rightarrow \left[\psi_{N+1} - \sum_{n=0}^N \frac{B_n}{n!} (\partial_0)^n \psi_0 \right] \quad (N \rightarrow \infty) \end{aligned}$$

ただし、剰余項は $N \rightarrow \infty$ で 0 とし

また $\psi_n = \psi_\infty + O(n^{-3})$ を使った

$$\begin{aligned}
\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\psi_{N+1} - \sum_{n=0}^N \partial_n \psi_n \right] &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{n!} (\partial_0)^n \psi_0 \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p \geq -1, p: \text{odd}} \sum_{n,p} \frac{(-1)^n \pi^p}{n! 2^{n+2p+1}} B_{n+p+1} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_p |0\rangle \\
&+ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p,q \geq -1, p+q: \text{odd}} \frac{(-1)^{n+p} \pi^{p+q}}{n! 2^{n+2(p+q)+3}} B_{n+p+q+2} (\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_p \tilde{c}_q |0\rangle
\end{aligned}$$

この展開は、表示 1 のタキオン真空解に一致する！

表示 2 のまとめ

$$\Psi = \left\{ \begin{array}{l} \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\psi_{N+1} - \sum_{n=0}^N \partial_n \psi_n \right] \\ - \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \end{array} \right.$$

この項があっても
運動方程式をみたす？

・ 表示 1 のタキオン真空解
に一致する

- ・ 任意の λ について運動方程式をみたす
- ・ $\lambda \neq 1$ のとき表示 1 の pure gauge 解に一致する

表示 3 Fock 表示

$$\Psi = t c_1 |0\rangle + u L_{-2} c_1 |0\rangle + w b_{-2} c_0 c_1 |0\rangle + \dots$$

cf.) LCSFT における Yoneya 解は Fock 表示が
なかった (難しかった)

$$\psi_n = \frac{2}{\pi} U_{n+2}^\dagger U_{n+2} \left[(\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) \tilde{c} \left(-\frac{\pi}{4} n \right) \tilde{c} \left(\frac{\pi}{4} n \right) + \frac{\pi}{2} \left(\tilde{c} \left(-\frac{\pi}{4} n \right) + \tilde{c} \left(\frac{\pi}{4} n \right) \right) \right] |0\rangle$$

$$\left(U_n = \left(\frac{2}{n} \right)^{\mathcal{L}_0} \right)$$

$$U_r \tilde{c}(\tilde{z}) U_r^{-1} = \frac{r}{2} \tilde{c} \left(\frac{2}{r} \tilde{z} \right), \quad \{\mathcal{B}_0, \tilde{c}(\tilde{z})\} = \tilde{z}, \quad \mathcal{L}_0 |0\rangle = \mathcal{B}_0 |0\rangle = 0$$

を使って計算すると

$$\psi_{n-2} = \frac{1}{\pi} U_n^\dagger \left[\frac{n}{\pi} \mathcal{B}_0^\dagger \tilde{c} \left(-\frac{\pi}{2} \frac{n-2}{n} \right) \tilde{c} \left(\frac{\pi}{2} \frac{n-2}{n} \right) + \tilde{c} \left(\frac{\pi}{2} \frac{n-2}{n} \right) + \tilde{c} \left(-\frac{\pi}{2} \frac{n-2}{n} \right) \right] |0\rangle$$

$$\tilde{c}(x) = \cos^2 x c(\tan x) = \cos^2 x \sum_{-\infty}^{\infty} c_n (\tan x)^{-n+1}$$

$$\mathcal{B}_0^\dagger = b_0 + \frac{2}{3} b_{-2} - \frac{2}{15} b_{-4} + \frac{2}{35} b_{-6} + \dots$$

$$U_n^\dagger = \dots e^{u_6 L_{-6}} e^{u_4 L_{-4}} e^{u_2 L_{-2}} \left(\frac{2}{n} \right)^{\mathcal{L}_0} \quad u_2 = -\frac{n^2 - 4}{3n^2}, \quad u_4 = \frac{n^4 - 16}{30n^4}, \dots$$

$$\psi_n = \frac{2}{\pi} U_{n+2}^\dagger U_{n+2} \left[(\mathcal{B}_0 + \mathcal{B}_0^\dagger) \tilde{c} \left(-\frac{\pi}{4} n \right) \tilde{c} \left(\frac{\pi}{4} n \right) + \frac{\pi}{2} \left(\tilde{c} \left(-\frac{\pi}{4} n \right) + \tilde{c} \left(\frac{\pi}{4} n \right) \right) \right] |0\rangle$$

$$\left(U_n = \left(\frac{2}{n} \right)^{\mathcal{L}_0} \right)$$

$$U_r \tilde{c}(\tilde{z}) U_r^{-1} = \frac{r}{2} \tilde{c} \left(\frac{2}{r} \tilde{z} \right), \quad \{\mathcal{B}_0, \tilde{c}(\tilde{z})\} = \tilde{z}, \quad \mathcal{L}_0 |0\rangle = \mathcal{B}_0 |0\rangle = 0$$

を使って計算すると

$$\psi_{n-2} = \frac{1}{\pi} U_n^\dagger \left[\frac{n}{\pi} \mathcal{B}_0^\dagger \tilde{c} \left(-\frac{\pi}{2} \frac{n-2}{n} \right) \tilde{c} \left(\frac{\pi}{2} \frac{n-2}{n} \right) + \tilde{c} \left(\frac{\pi}{2} \frac{n-2}{n} \right) + \tilde{c} \left(-\frac{\pi}{2} \frac{n-2}{n} \right) \right] |0\rangle$$

$$= x_n c_1 |0\rangle + y_n L_{-2} c_1 |0\rangle + z_n b_{-2} c_0 c_1 |0\rangle + \dots$$

$$x_n = - \left[\frac{n}{\pi} \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right], \quad y_n = \dots, \dots$$

$$\psi_{n-2} = x_n c_1 |0\rangle + y_n L_{-2} c_1 |0\rangle + z_n b_{-2} c_0 c_1 |0\rangle + \dots$$

$$x_n = - \left[\frac{n}{\pi} \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right], \quad y_n = \dots, \dots$$

$$= \frac{2\pi^3}{3n^3} - \frac{16\pi^5}{45n^5} + \frac{82\pi^7}{945n^7} + O\left(\frac{1}{n^7}\right)$$

一般に、すべての係数が $O\left(\frac{1}{n^3}\right)$ として振る舞う

したがって

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \psi_N = 0$$

表示2は運動方程式を
みたす

$$\Psi = \begin{cases} \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\psi_{N+1} - \sum_{n=0}^N \partial_n \psi_n \right] \\ - \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \end{cases}$$

$$\Psi_\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\lambda^{N+1} \psi_N - \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \right]$$



$$\Psi_\lambda = \cancel{\lambda^{N+1} \psi_N} - \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n$$

$$= t(\lambda) c_1 |0\rangle + u(\lambda) c_{-1} |0\rangle$$

$$+ v(\lambda) (\alpha_{-1} \cdot \alpha_{-1}) c_1 |0\rangle + w(\lambda) b_{-2} c_0 c_1 |0\rangle + \dots$$

$$t(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\frac{n}{\pi} \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

$$u(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\left(\frac{4}{n\pi} - \frac{n}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{n} \right) \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

$$v(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\left(\frac{2}{3n\pi} - \frac{n}{6\pi} \right) \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

$$w(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(\frac{8}{3n\pi} - \frac{2n}{3\pi} + \frac{n^2}{3\pi^2} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

$|\lambda| \leq 1$ において、絶対収束する

$|\lambda| > 1$ には意味があるのか？

Schnabl 解のまとめ

⇨ Schnabl 解には3つの表示がある

表示 1. \mathcal{L}_0 固有状態による展開表式

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=-1,1,3,5,\dots} \frac{\pi^p}{2^{n+2p+1} n!} (-1)^n B_{n+p+1} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_{-p} |0\rangle + \dots$$

Euler-Maclaurin 展開によって関係づく

表示 2. wedge 状態による展開表式

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\psi_{N+1} - \sum_{n=0}^N \partial_n \psi_n \right]$$

特に

第1項の係数が決まる

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \psi_N = 0$$

表示 3. Fock 表示


$$t c_1 |0\rangle + u L_{-2} c_1 |0\rangle + w b_{-2} c_0 c_1 |0\rangle + \dots$$

第1項は Fock 表示
には効かない

3. Vacuum energy

⇨ 表示 1.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=-1,1,3,5,\dots} \frac{\pi^p}{2^{n+2p+1} n!} (-1)^n B_{n+p+1} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_{-p} |0\rangle + \dots$$

\mathcal{L}_0 レベル切断による評価 (Schnabl '05)

level	vac. energy		level	vac. energy
$n = 0$	-1.3333	Padé 近似 	$n = 0$	-1.3333
$n = 2$	-1.0015		$n = 2$	-0.99501646
$n = 4$	-0.98539		$n = 4$	-1.00100097
$n = 6$	-1.0327		$n = 6$	-1.00032831
$n = 8$	-1.3054		$n = 8$	-1.00042520
$n = 10$	6.7582		$n = 10$	-1.00003423
$n = 12$	256.34		$n = 12$	-0.99999846
$n = 14$	-21575.		$n = 14$	-0.99999945

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad \text{が与えられたとき}$$

Padé 近似とは

$$A(x) = \frac{P_L(x)}{Q_M(x)}$$

$$P_L(x) = p_0 + p_1x + \cdots + p_Lx^L$$

$$Q_M(x) = 1 + q_1x + \cdots + q_Mx^M$$

$$a_0 = p_0$$

$$a_1 + 0q_1 = p_1$$

$$a_2 + a_1q_1 + a_0q_2 = p_2$$

$$\vdots$$

$$a_L + a_{L-1}q_1 + \cdots + a_0q_L = p_L$$

$$a_{L+1} + a_Lq_1 + \cdots + a_{L-M+1}q_M = 0$$

$$\vdots$$

$$a_{L+M} + a_{L+M-1}q_1 + \cdots + a_Lq_M = 0$$

3. Vacuum energy

⇨ 表示 1.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=-1,1,3,5,\dots} \frac{\pi^p}{2^{n+2p+1} n!} (-1)^n B_{n+p+1} (\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_0^\dagger)^n \tilde{c}_{-p} |0\rangle + \dots$$

\mathcal{L}_0 レベル切断による評価 (Schnabl '05)

level	vac. energy		level	vac. energy
$n = 0$	-1.3333	Padé 近似 →	$n = 0$	-1.3333
$n = 2$	-1.0015		$n = 2$	-0.99501646
$n = 4$	-0.98539		$n = 4$	-1.00100097
$n = 6$	-1.0327		$n = 6$	-1.00032831
$n = 8$	-1.3054		$n = 8$	-1.00042520
$n = 10$	6.7582		$n = 10$	-1.00003423
$n = 12$	256.34		$n = 12$	-0.99999846
$n = 14$	-21575.		$n = 14$	-0.99999945

⇨ 表示 2. $\Psi = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\psi_N - \sum_{n=0}^N \partial_n \psi_n \right]$

Schnabl '05

$$V(\Psi) = 2\pi^2 \times \frac{1}{6} \langle \Psi, Q_B \Psi \rangle = -1 \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \langle \psi_N, Q_B \psi_N \rangle = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi^2}$$

Okawa '06, Fuchs-Kroyter '06

$$V(\Psi) = 2\pi^2 \times \left(\frac{1}{2} \langle \Psi, Q_B \Psi \rangle + \frac{1}{3} \langle \Psi, \Psi * \Psi \rangle \right) = -1$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \langle \psi_N, \psi_N * \psi_N \rangle = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

第 1 項 ψ_∞ が重要な寄与
を与える！

⇨ 表示 3. $t c_1 |0\rangle + u L_{-2} c_1 |0\rangle + w b_{-2} c_0 c_1 |0\rangle + \dots$

L_0 レベル切断による評価 (Schnabl '05)

$$V(\Psi) = 2\pi^2 \times \frac{1}{6} \langle \Psi, Q_B \Psi \rangle$$

第 1 項の寄与が全くない!

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \psi_N = 0$$

level	vac. energy
$n = 0$	-1.007766
$n = 2$	-1.007815
$n = 4$	-1.004499
$n = 6$	-1.003217
$n = 8$	-1.002556
$n = 10$	-1.002130

相互作用項を入れない評価で正しい結果が得られる?

運動方程式をみたすためには第 1 項の寄与が重要だと指摘されているにもかかわらず

相互作用項を入れた場合、レベル切断法による結果はどうなるのか?

4. Level truncation analysis

$$\Psi_\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\lambda^{N+1} \psi_N - \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \right]$$

$\lambda = 1$ の場合 … タキオン真空解

$\lambda \neq 1$ の場合 … 自明な pure gauge 解

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \lambda^{N+1} \psi_N = \begin{cases} \psi_\infty & (\lambda = 1) \\ 0 & (|\lambda| < 1) \end{cases}$$

表示2では、第1項はタキオン真空解と自明な解を区別する上でも重要な項である

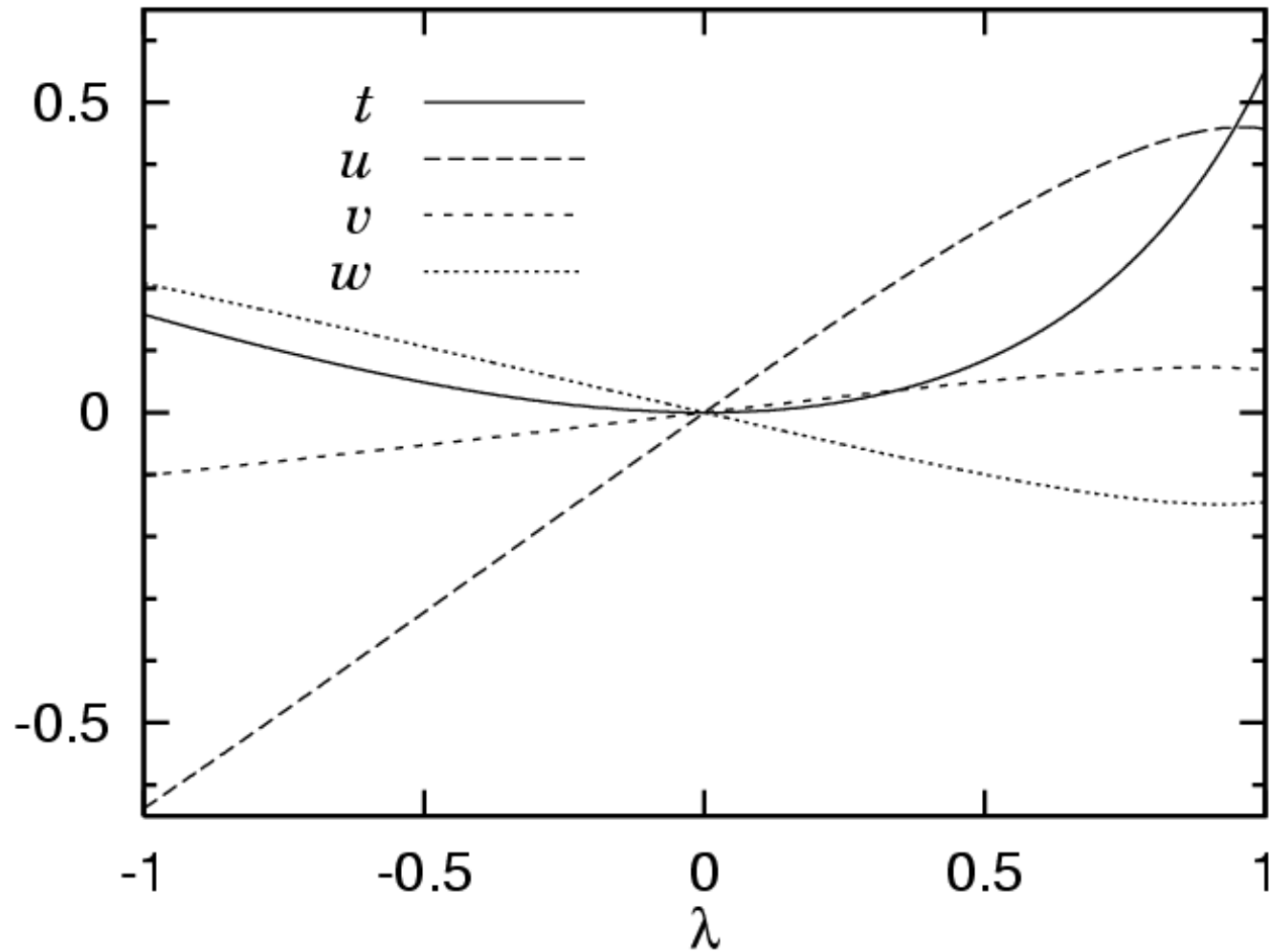
$$\Psi_\lambda = t(\lambda) c_1 |0\rangle + u(\lambda) c_{-1} |0\rangle \\ + v(\lambda) (\alpha_{-1} \cdot \alpha_{-1}) c_1 |0\rangle + w(\lambda) b_{-2} c_0 c_1 |0\rangle + \dots$$

$$t(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\frac{n}{\pi} \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

$$u(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\left(\frac{4}{n\pi} - \frac{n}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{n} \right) \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

$$v(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\left(\frac{2}{3n\pi} - \frac{n}{6\pi} \right) \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

$$w(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(\frac{8}{3n\pi} - \frac{2n}{3\pi} + \frac{n^2}{3\pi^2} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$



成分場の値は連続的に変化する

特に、 $\lambda = 1$ においても値は飛ばない！

最も時間がかかるのは、ポテンシャルをつくること

3 string vertex

$$\langle V_3 | = \langle 0 | e^E, \quad E = \frac{1}{2} \sum_{\substack{r,s=1,2,3 \\ n,m \geq 0}} \bar{N}_{nm}^{rs} \alpha_n^{(r)}{}_{\mu} \alpha_m^{(s)\mu}$$

状態

$$|\psi_1\rangle_r = \alpha_{-n_1}^{(r)\mu_1} \alpha_{-n_2}^{(r)\mu_2} \cdots \alpha_{-n_N}^{(r)\mu_N} |0\rangle_r$$

Neumann 係数の表は、
予め用意しておく

状態の表も用意しておく

計算すべき量は

$$\langle V_3 | |\psi_1\rangle_1 |\psi_2\rangle_2 |\psi_3\rangle_3$$

例

$$\langle V_3 | \alpha_{-n}^{(1)\mu} |0\rangle_1 \alpha_{-m}^{(2)\nu} |0\rangle_2 |0\rangle_3 = \bar{N}_{nm}^{12} \eta^{\mu\nu}$$

$$\alpha_{-n}^{(r)\mu} \Rightarrow \alpha_I, \quad I \sim (-n, r, \mu) \quad \text{と略記すると}$$

$$\langle V_3 | \alpha_I \alpha_J |0\rangle = \bar{N}_{IJ} = \overline{\alpha_I \alpha_J}$$

$$\langle V_3 | \alpha_{I_1} \alpha_{I_2} \alpha_{I_3} \alpha_{I_4} \cdots \alpha_{I_N} |0\rangle = \overline{\alpha_{I_1} \alpha_{I_2} \alpha_{I_3} \alpha_{I_4} \cdots \alpha_{I_N}}$$

$$+ \overline{\alpha_{I_1} \alpha_{I_2} \alpha_{I_3} \alpha_{I_4} \cdots \alpha_{I_N}} + \overline{\alpha_{I_1} \alpha_{I_2} \alpha_{I_3} \alpha_{I_4} \cdots \alpha_{I_N}} + \cdots$$

組合せをとるのに時間がかかる！

```

(* matter state *)
eta[0,r_]:=state[{}];
eta[1,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r]}];
eta[2,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r]}];
eta[3,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-3, a[r], r]}];
eta[4,r_]:= state[{A[-2, a[r], r], A[-2, a[r], r]}];
eta[5,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r]}];
eta[6,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-4, a[r], r]}];
eta[7,r_]:= state[{A[-2, a[r], r], A[-3, a[r], r]}];
eta[8,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-2, b[r], r]}];
eta[9,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-5, a[r], r]}];
eta[10,r_]:= state[{A[-2, a[r], r], A[-4, a[r], r]}];
eta[11,r_]:= state[{A[-3, a[r], r], A[-3, a[r], r]}];
eta[12,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-3, b[r], r]}];
eta[13,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-2, b[r], r]}];
eta[14,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-2, b[r], r]}];
eta[15,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-1, c[r],
r]}];
eta[16,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-6, a[r], r]}];
eta[17,r_]:= state[{A[-2, a[r], r], A[-5, a[r], r]}];
eta[18,r_]:= state[{A[-3, a[r], r], A[-4, a[r], r]}];
eta[19,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-4, b[r], r]}];
eta[20,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-3, b[r], r]}];
eta[21,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-3, b[r], r]}];
eta[22,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-2, b[r], r]}];
eta[23,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-2, c[r],
r]}];
eta[24,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-7, a[r], r]}];
eta[25,r_]:= state[{A[-2, a[r], r], A[-6, a[r], r]}];
eta[26,r_]:= state[{A[-3, a[r], r], A[-5, a[r], r]}];
eta[27,r_]:= state[{A[-4, a[r], r], A[-4, a[r], r]}];
eta[28,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-5, b[r], r]}];
eta[29,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-4, b[r], r]}];
eta[30,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-4, b[r], r]}];
eta[31,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-3, b[r], r], A[-3, b[r], r]}];
eta[32,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-3, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-3, b[r], r]}];
eta[33,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-3, b[r], r]}];
eta[34,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-3, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-2, b[r], r]}];
eta[35,r_]:= state[{A[-2, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-2, b[r], r]}];
eta[36,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-3, c[r],
r]}];

```



```

eta[37,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r], A[-2, c[r], r], A[-2, c[r],
r]}}];
eta[38,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-2, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-2, c[r],
r]}}];
eta[39,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-1, c[r], r],
A[-1, d[r], r], A[-1, d[r], r]}}];
eta[40,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-8, a[r], r]}}];
eta[41,r_]:= state[{A[-2, a[r], r], A[-7, a[r], r]}}];
eta[42,r_]:= state[{A[-3, a[r], r], A[-6, a[r], r]}}];
eta[43,r_]:= state[{A[-4, a[r], r], A[-5, a[r], r]}}];
eta[44,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-6, b[r], r]}}];
eta[45,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-5, b[r], r]}}];
eta[46,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-5, b[r], r]}}];
eta[47,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-3, b[r], r], A[-4, b[r], r]}}];
eta[48,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-3, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-4, b[r], r]}}];
eta[49,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-4, b[r], r]}}];
eta[50,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-4, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-2, b[r], r]}}];
eta[51,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-3, b[r], r], A[-3, b[r], r]}}];
eta[52,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-3, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-3, b[r], r]}}];
eta[53,r_]:= state[{A[-2, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-2, b[r], r], A[-3, b[r], r]}}];
eta[54,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-4, c[r],
r]}}];
eta[55,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r], A[-2, c[r], r], A[-3, c[r],
r]}}];
eta[56,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-2, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-3, c[r],
r]}}];
eta[57,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-2, b[r], r], A[-2, c[r], r], A[-2, c[r],
r]}}];
eta[58,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-2, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-2, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-2, c[r],
r]}}];
eta[59,r_]:= state[{A[-1, a[r], r], A[-1, a[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, b[r], r], A[-1, c[r], r], A[-1, c[r], r],
A[-1, d[r], r], A[-2, d[r], r]}}];

```


N11={{-5/27, 0, 32/729, 0, -416/19683, 0, 2272/177147, 0, -125728/14348907, 0, 2493728/387420489, 0}, {0, 13/486, 0, -256/19683, 0, 1408/177147, 0, -8704/1594323, 0, 1560448/387420489, 0, -10875136/3486784401}, {32/729, 0, -893/59049, 0, 1504/177147, 0, -26848/4782969, 0, 4710752/1162261467, 0, -10794080/3486784401, 0}, {0, -256/19683, 0, 5125/708588, 0, -22784/4782969, 0, 443392/129140163, 0, -9135872/3486784401, 0, 195868160/94143178827}, {-416/19683, 0, 1504/177147, 0, -8233/1594323, 0, 463712/129140163, 0, -9362144/3486784401, 0, 66039200/31381059609, 0}, {0, 1408/177147, 0, -22784/4782969, 0, 2549053/774840978, 0, -2848256/1162261467, 0, 180396928/94143178827, 0, -35467375360/22876792454961}, {2272/177147, 0, -26848/4782969, 0, 463712/129140163, 0, -21022469/8135830269, 0, 186512864/94143178827, 0, -12069948320/7625597484987, 0}, {0, -8704/1594323, 0, 443392/129140163, 0, -2848256/1162261467, 0, 156495181/83682825624, 0, -11358919168/7625597484987, 0, 27978269696/22876792454961}, {-125728/14348907, 0, 4710752/1162261467, 0, -9362144/3486784401, 0, 186512864/94143178827, 0, -106248589157/68630377364883, 0, 86165751136/68630377364883, 0}, {0, 1560448/387420489, 0, -9135872/3486784401, 0, 180396928/94143178827, 0, -11358919168/7625597484987, 0, 826256220013/686303773648830, 0, -1853441762560/1853020188851841}, {2493728/387420489, 0, -10794080/3486784401, 0, 66039200/31381059609, 0, -12069948320/7625597484987, 0, 86165751136/68630377364883, 0, -7001964771893/6794407359123417, 0}, {0, -10875136/3486784401, 0, 195868160/94143178827, 0, -35467375360/22876792454961, 0, 27978269696/22876792454961, 0, -1853441762560/1853020188851841, 0, 503809599045733/600378541187996484}};

(27*sqrt[3]*pi^2*t[0]^3)/32 - 208.3411233307483*t[0]^2*t[1] +
1793.2769282246632*t[0]*t[1]^2 - 4790.073936792874*t[1]^3 -
(3*sqrt[3]*pi^2*t[0]^2*t[2])/2 + 246.92281283644238*t[0]*t[1]*t[2] -
1062.6826241331337*t[1]^2*t[2] + (2*pi^2*t[0]*t[2]^2)/sqrt[3] -
54.8717361858761*t[1]*t[2]^2 - (33*sqrt[3]*pi^2*t[0]^2*t[3])/32 +
169.75943382505415*t[0]*t[1]*t[3] - 730.5943040915294*t[1]^2*t[3] -
(3*pi^2*t[0]*t[2]*t[3])/sqrt[3] + 82.30760427881413*t[1]*t[2]*t[3] +
(94*pi^2*t[2]^2*t[3])/(81*sqrt[3]) + (19*pi^2*t[0]*t[3]^2)/(32*sqrt[3]) -
16.290046680181966*t[1]*t[3]^2 + (703*pi^2*t[2]*t[3]^2)/(162*sqrt[3]) -
(pi^2*t[3]^3)/(32*sqrt[3]) + 1080.2873061594355*t[0]^2*t[4] -
26791.125192753992*t[0]*t[1]*t[4] + 135331.28071281518*t[1]^2*t[4] -
1280.3405110037754*t[0]*t[2]*t[4] + 15876.222336446812*t[1]*t[2]*t[4] +
284.5201135563945*t[2]^2*t[4] - 880.2341013150954*t[0]*t[3]*t[4] +
10914.902856307184*t[1]*t[3]*t[4] - 426.7801703345917*t[2]*t[3]*t[4] +
84.46690871205463*t[3]^2*t[4] + 143023.99328309618*t[0]*t[4]^2 -
1.393589737847744*^6*t[1]*t[4]^2 - 84754.95898257551*t[2]*t[4]^2 -
58269.03430052067*t[3]*t[4]^2 + 5.229317030647291*^6*t[4]^3 +
120.37487125776565*t[0]^2*t[5] - 222.68779602101358*t[0]*t[1]*t[5] -
630.1612443642814*t[1]^2*t[5] - 142.66651408327783*t[0]*t[2]*t[5] +
131.96313838282288*t[1]*t[2]*t[5] + 31.703669796283965*t[2]^2*t[5] -
98.08322843225349*t[0]*t[3]*t[5] + 90.7246576381907*t[1]*t[3]*t[5] -
47.55550469442594*t[2]*t[3]*t[5] + 9.4120269707718*t[3]^2*t[5] -
3701.132477179436*t[0]*t[4]*t[5] + 55461.7867430676*t[1]*t[4]*t[5] +
2193.2636901804062*t[2]*t[4]*t[5] + 1507.8687869990295*t[3]*t[4]*t[5] -
433213.40817791724*t[4]^2*t[5] + 2832.143694638233*t[0]*t[5]^2 -
9057.912334201059*t[1]*t[5]^2 - 1678.3073746004336*t[2]*t[5]^2 -
1153.8363200377983*t[3]*t[5]^2 + 34140.68725186707*t[4]*t[5]^2 +
3749.8421199006307*t[5]^3 + 148.1536877018654*t[0]^2*t[6] -
1602.2546966275816*t[0]*t[1]*t[6] + 6777.269104913317*t[1]^2*t[6] -
175.58955579480346*t[0]*t[2]*t[6] + 949.4842646681961*t[1]*t[2]*t[6] +
39.019901287734115*t[2]^2*t[6] - 120.71781960892739*t[0]*t[3]*t[6] +
652.770431959385*t[1]*t[3]*t[6] - 58.52985193160115*t[2]*t[3]*t[6] +
11.584033194796062*t[3]^2*t[6] + 9218.45167922718*t[0]*t[4]*t[6] -
107470.20182635935*t[1]*t[4]*t[6] - 5462.786180282774*t[2]*t[4]*t[6] -
3755.665498944406*t[3]*t[4]*t[6] + 568023.7292453605*t[4]^2*t[6] +
2385.091466212748*t[0]*t[5]*t[6] - 10492.379197195245*t[1]*t[5]*t[6] -
1413.38753553348*t[2]*t[5]*t[6] - 971.7039306792676*t[3]*t[5]*t[6] +
45171.89632345532*t[4]*t[5]*t[6] + 17327.445527292737*t[5]^2*t[6] +
1557.5443930687197*t[0]*t[6]^2 - 6844.1388585862005*t[1]*t[6]^2 -
922.9892699666486*t[2]*t[6]^2 - 634.5551231020709*t[3]*t[6]^2 +
32474.727667340816*t[4]*t[6]^2 + 8274.663392376136*t[5]*t[6]^2 +
4037.0878391303936*t[6]^3 + 0.*t[0]*t[2]*t[7] +
277.4748536016648*t[1]*t[2]*t[7] + 0.*t[0]*t[3]*t[7] +
277.4748536016648*t[1]*t[3]*t[7] + 0.*t[2]*t[3]*t[7] -
2877.5170003135604*t[2]*t[4]*t[7] - 2877.5170003135604*t[3]*t[4]*t[7] +
493.2886286251819*t[2]*t[5]*t[7] + 493.2886286251819*t[3]*t[5]*t[7] +
215.81377502351708*t[2]*t[6]*t[7] + 215.81377502351708*t[3]*t[6]*t[7] -
554.9497072033296*t[0]*t[7]^2 + 2343.1209859696146*t[1]*t[7]^2 +
554.9497072033296*t[3]*t[7]^2 - 21357.570624549542*t[4]*t[7]^2 -
959.1723334378537*t[5]*t[7]^2 - 1863.534819250687*t[6]*t[7]^2 +
123.46140641822119*t[0]^2*t[8] - 2125.3652482662674*t[0]*t[1]*t[8] +
8515.686998742887*t[1]^2*t[8] - 109.7434723717522*t[0]*t[2]*t[8] +
944.6067770072301*t[1]*t[2]*t[8] + 82.30760427881413*t[0]*t[3]*t[8] -
708.4550827554224*t[1]*t[3]*t[8] - 63.67831112928832*t[2]*t[3]*t[8] -
119.0581189465151*t[3]^2*t[8] + 15876.222336446812*t[0]*t[4]*t[8] -
160392.62899296614*t[1]*t[4]*t[8] - 7056.098816198584*t[2]*t[4]*t[8] +
5292.074112148937*t[3]*t[4]*t[8] + 825830.9557616259*t[4]^2*t[8] +
131.96313838282288*t[0]*t[5]*t[8] + 746.8577710984075*t[1]*t[5]*t[8] -
58.650283725699055*t[2]*t[5]*t[8] + 43.98771279427429*t[3]*t[5]*t[8] -
32866.24399589191*t[4]*t[5]*t[8] + 5367.651753600627*t[5]^2*t[8] +
949.4842646681961*t[0]*t[6]*t[8] - 8032.318939156525*t[1]*t[6]*t[8] -

$$\Psi_\lambda = t(\lambda) c_1 |0\rangle + u(\lambda) c_{-1} |0\rangle \\ + v(\lambda) (\alpha_{-1} \cdot \alpha_{-1}) c_1 |0\rangle + w(\lambda) b_{-2} c_0 c_1 |0\rangle + \dots$$

$$t(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\frac{n}{\pi} \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

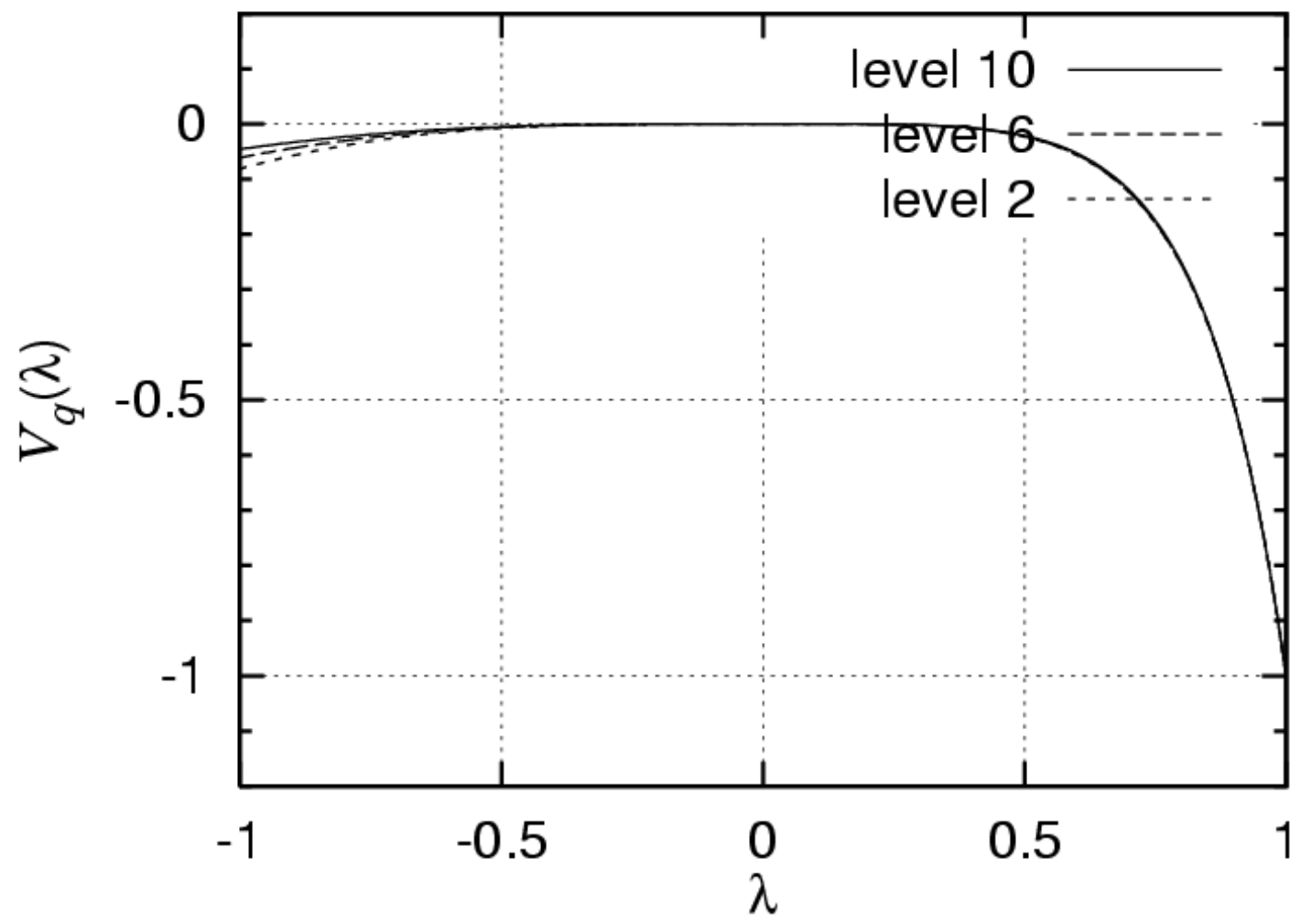
$$u(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\left(\frac{4}{n\pi} - \frac{n}{\pi} \sin \left(\frac{\pi}{n} \right) \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

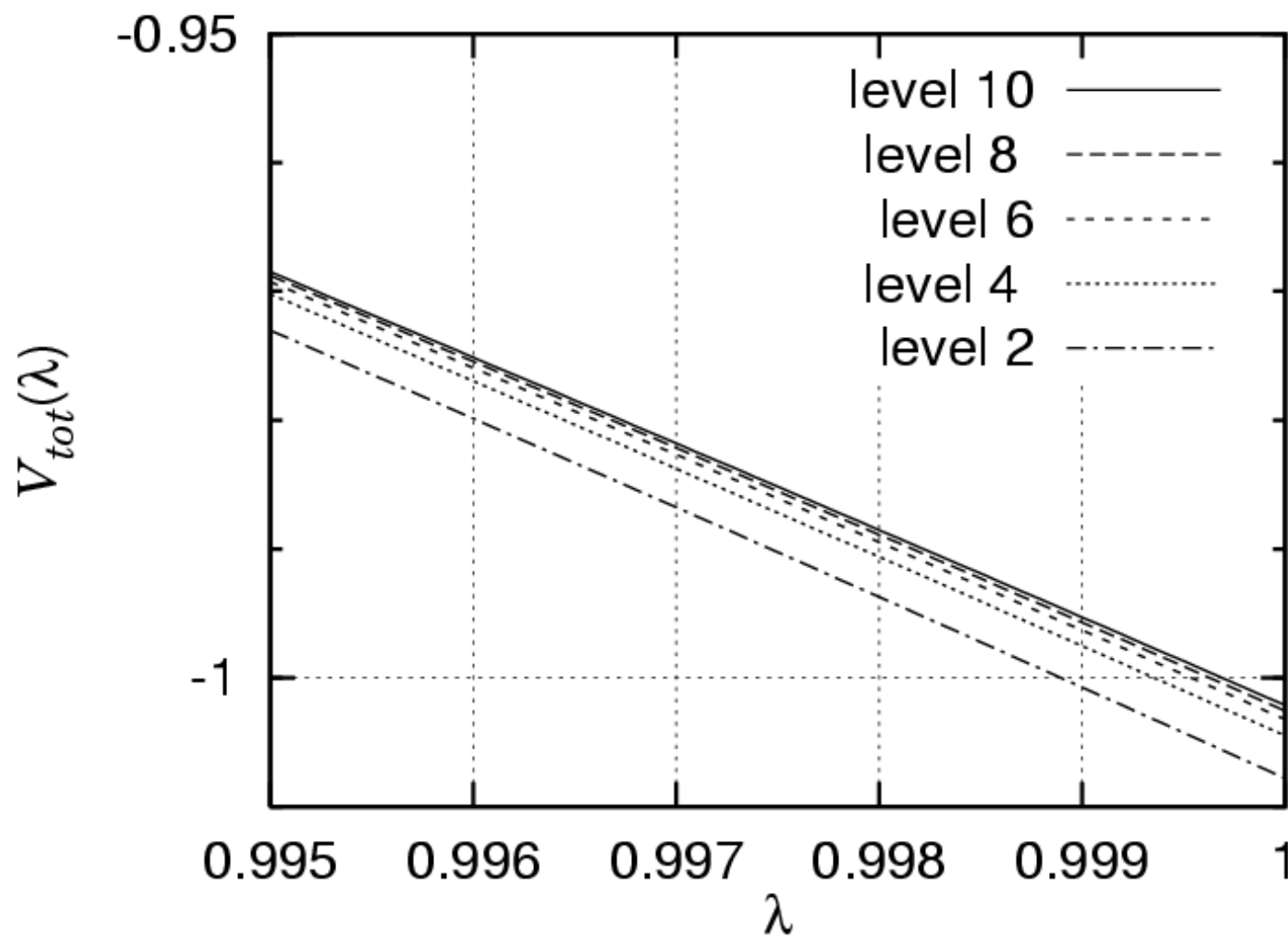
$$v(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\left(\frac{2}{3n\pi} - \frac{n}{6\pi} \right) \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(-1 + \frac{n}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

$$w(\lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \lambda^{n-1} \frac{d}{dn} \left[\sin^2 \left(\frac{\pi}{n} \right) \left(\frac{8}{3n\pi} - \frac{2n}{3\pi} + \frac{n^2}{3\pi^2} \sin \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right) \right]$$

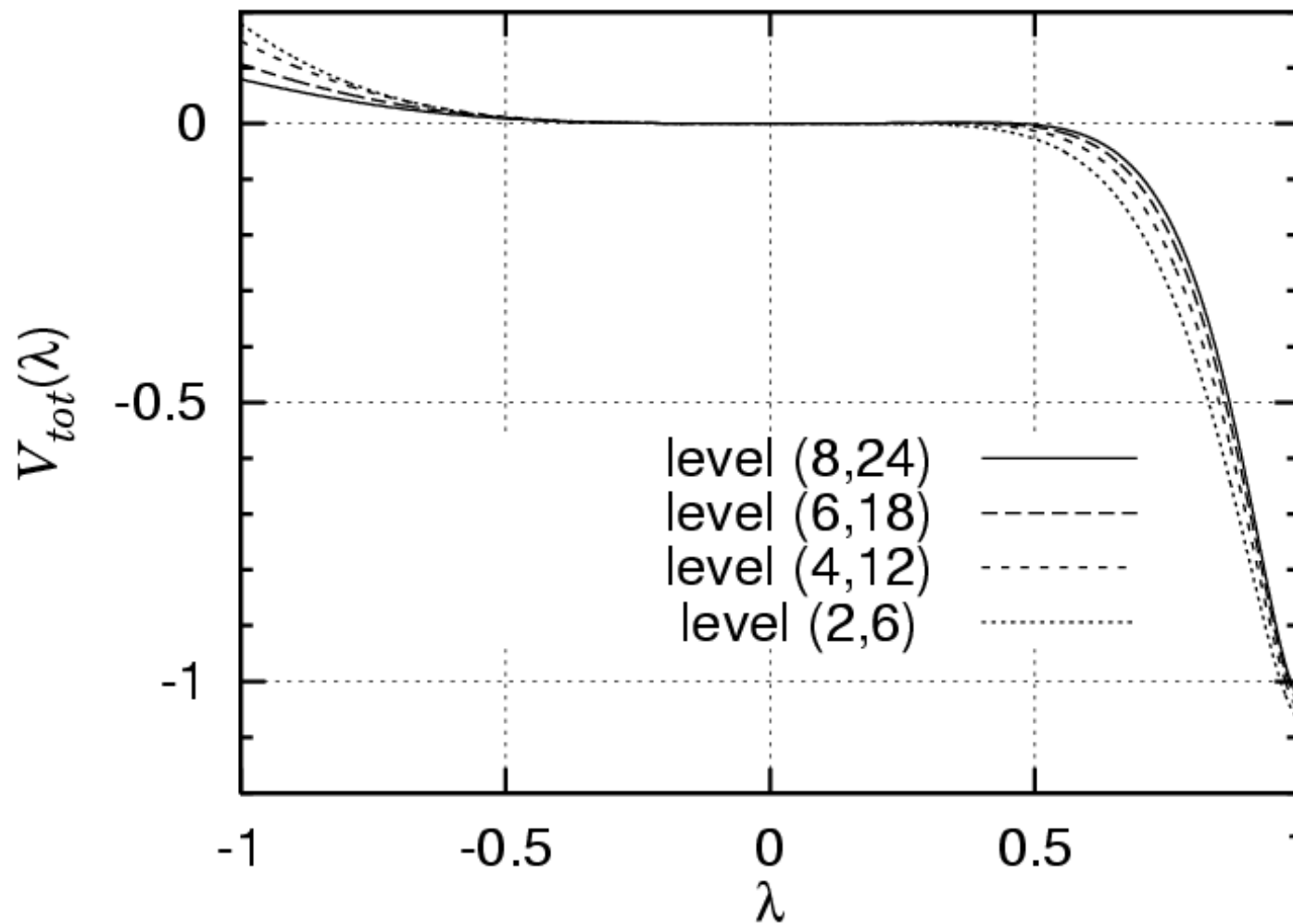
$$V(\Psi) = 2\pi^2 \times \left(\frac{1}{2} \langle \Psi, Q_B \Psi \rangle + \frac{1}{3} \langle \Psi, \Psi * \Psi \rangle \right)$$

運動項のみによる計算

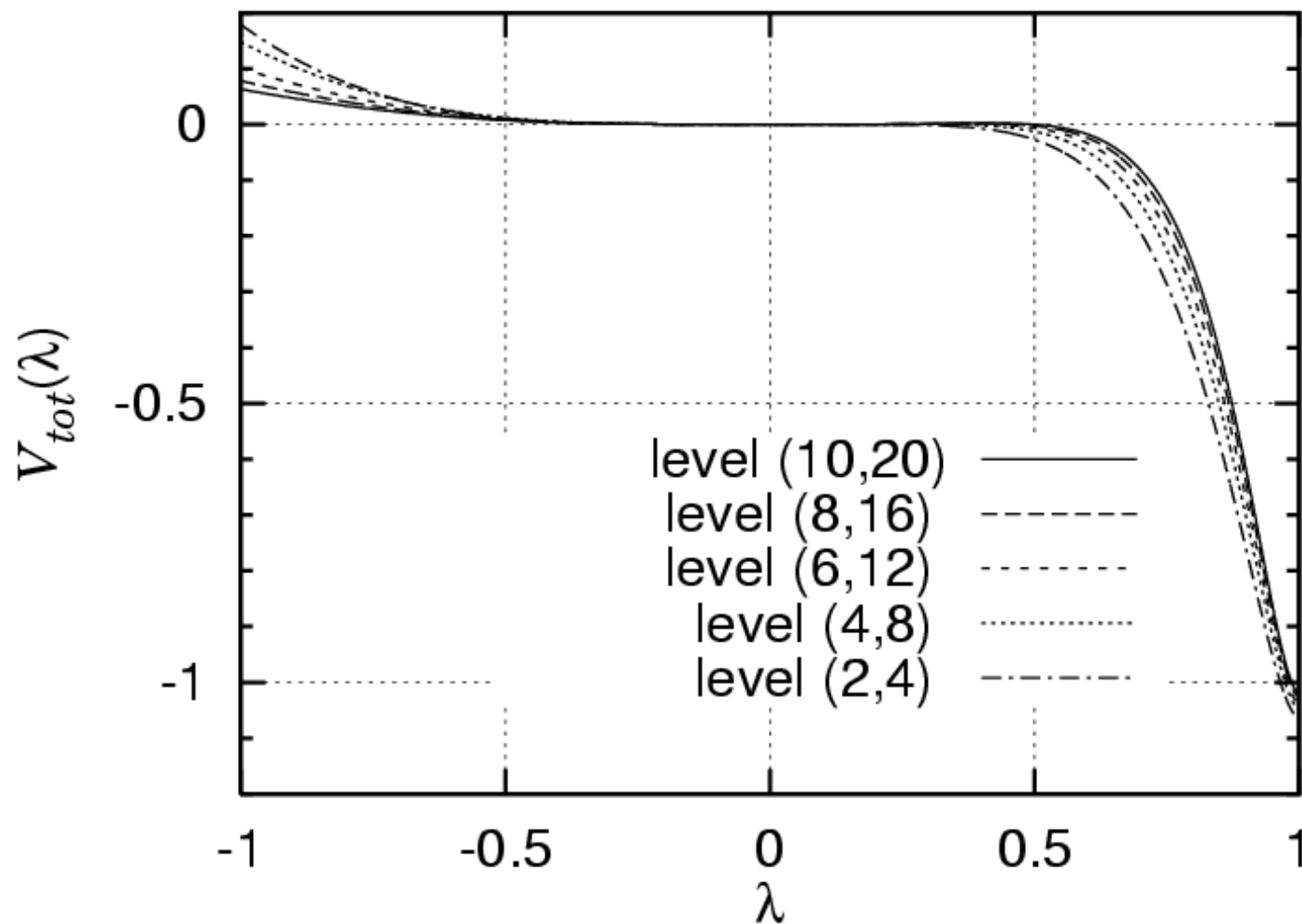




相互作用項まで含む計算 レベル(L, 3L)



相互作用項まで含む計算 レベル(L, 2L)



5. Summary and discussion

- ⇒ Schnabl 解はレベル切断法による計算において非常に良い振舞いをする
 - ・ 相互作用項を含む場合
 - ・ $-1 \leq \lambda < 1$ の場合
 - ・ $\lambda = -1$ の解は trivial pure gauge 解だろう

- ⇒ 第 1 項は必ずしも必要な項ではないのではないか

$$\Psi_\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\lambda^{N+1} \psi_N - \sum_{n=0}^N \lambda^{n+1} \partial_n \psi_n \right]$$

重要なのは“極限操作”

数値計算の結果は

$$\Psi_\lambda = \lim_{L \rightarrow \infty} \varphi_L$$

という表示でも厳密解を与えていることを示しているのではないだろうか

◇ なぜ、 N や L の極限をとるべきなのか、理解すべき

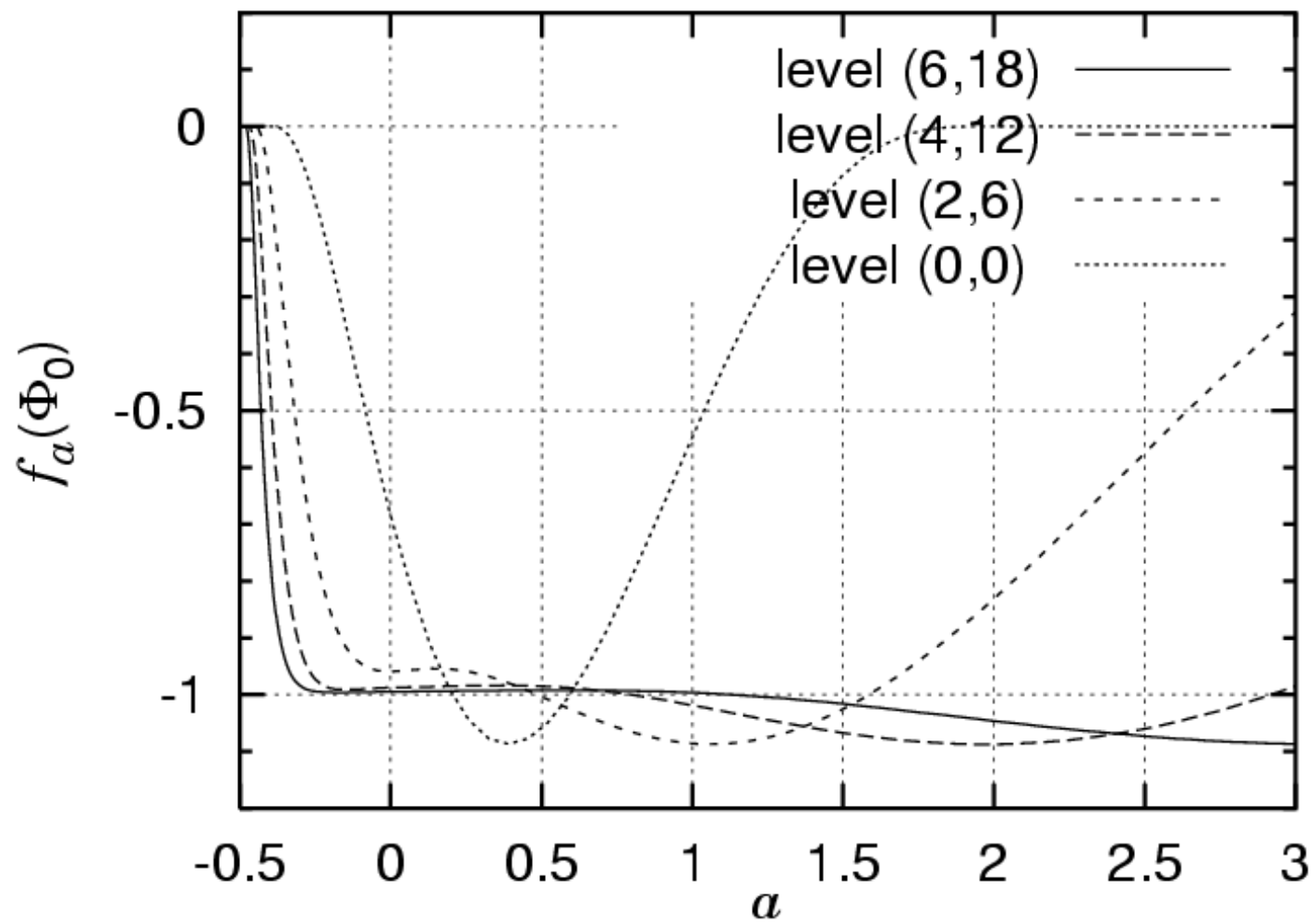
注：表示 1 では真空エネルギーは発散していた
→ 真空エネルギーは条件収束

$$\Psi = Q_L(e^h - 1) |I\rangle - C_L((\partial h)^2 e^h) |I\rangle$$

Takahashi-Tanimoto (02)
Kishimoto-Takahashi (02)
Takahashi-Zeze (03)
Igarashi-Itoh-Katsumata-T.T-Zeze (05)
Kishimoto-Takahashi (05)

$$V \sim \langle I | C_L Q_B C_L | I \rangle$$

不定量 ($\infty \times 0$) のため計算不可
どんな値にも収束させられる (条件収束)
 N, L に対応する“正則化”がわからない



Takahashi (03)

SFT をうまく定義するためには、何らかの“正則化”が必要であるが、それはまだ理解されていない

(例えば、尊重すべき“対称性”は何か?)

しかし、Schnabl 解にみられる“正則化”が何かヒントを与えているように思える

それが明らかになれば、弦理論の真空の解析に弦の場の理論が真に威力を発揮するはずである