

マージナル変形された背景上での弦の場の理論のゲージ不変量の数値解析

岸本 功 (新潟大教育) Isao Kishimoto and Tomohiko Takahashi, arXiv:1306.6532 (PTEP); arXiv:1307.1203 (PTEP).

研究概要

identity-based marginal solution [Takahashi-Tanimoto(2001)]
 $\Psi_0 = - \int_{C_{\text{left}}} \frac{dz}{2\pi i} \frac{i}{2\sqrt{\alpha'}} F(z)c(z)\partial X^{25}(z)I + \frac{1}{4} \int_{C_{\text{left}}} \frac{dz}{2\pi i} F(z)^2 c(z)I \quad F(z) = -x(1+z^{-2})$

周りの理論: $Q' = Q_B + \frac{x}{\sqrt{2}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n (\alpha_{-n-1}^{25} + \alpha_{-n+1}^{25}) + \frac{x^2}{4} (2c_0 + c_{-2} + c_2)$

で Siegel (Landau) gauge の数値解 Φ_x を構成

vacuum energy, gauge invariant overlap (GIO) を評価

$$V[\Phi] = 2\pi^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Phi, Q' \Phi \rangle + \frac{1}{3} \langle \Phi, \Phi * \Phi \rangle \right) \quad O_c(\Phi) = \langle I|V(i)|\Phi \rangle, \quad V_m \sim \partial X^0(i)\partial X^0(-i)$$

$$O_k(\Phi) = \langle I|V(i)|\Phi \rangle, \quad V_m \sim e^{\frac{1}{2}k(X^{25}(i)-X^{25}(-i))}$$



K'Bc 代数による dressed B_0 -gauge の解析解: $\Phi_T = \frac{1}{\sqrt{1+K^2}}(c + cK'Bc) \frac{1}{\sqrt{1+K^2}}$

[Inatomi-Kishimoto-Takahashi(2012)] の場合と同一の結果

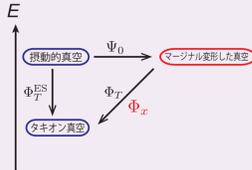
$$V[\Phi_T] = -1 \quad O_c(\Phi_T) = 1, \quad O_k(\Phi_T) = e^{-4ix}$$



tachyon vacuum のゲージ非依存性の確認

identity-based marginal solution Ψ_0 の vacuum energy はゼロであることと整合

$$V[\Phi_T^{\text{ES}}] = -1$$



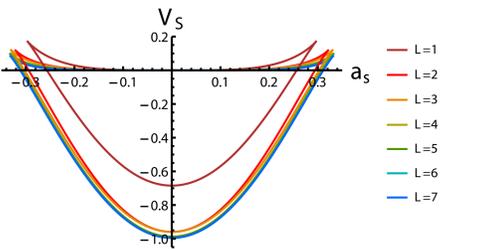
identity-based marginal solution Ψ_0 の GIO の直接計算と整合

$$O_c(\Phi_T^{\text{ES}}) = 1, \quad O_k(\Phi_T^{\text{ES}}) = 1 \quad O_c(\Psi_0) = 0, \quad O_k(\Psi_0) = 1 - e^{-4ix}$$

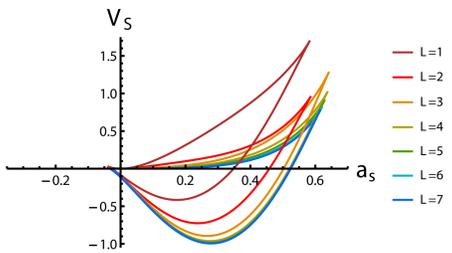
M-branch, V-branch の数値的振る舞いも調べた

massless field の定数モードの値に有限な上限があるようだ

$$\Phi_x = t_0 c_1 |0\rangle + a_s \alpha_{-1}^{25} c_1 |0\rangle + \dots$$

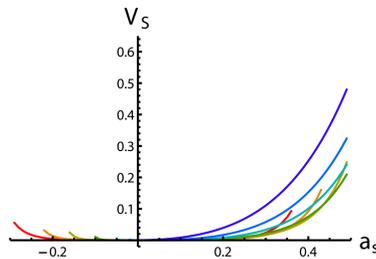


Q_B の理論での M, V-branch [Sen-Zwiebach(2000), KMOSY(2012)]
 レベルを上げると M-branch は次第に平坦になるが $|a_s|$ に限界がある。

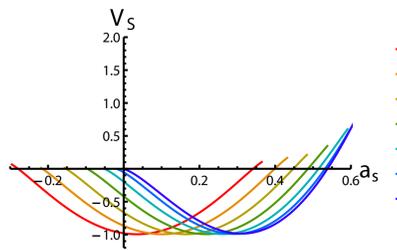


Q' ($x = -1$) の理論での M, V-branch
 Q_B ($x = 0$) の理論の場合と比べて、全体として右にずれた形

Q' の理論における M-branch と V-branch

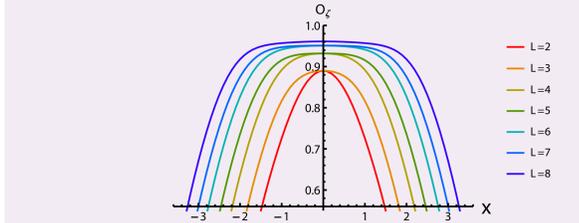


L=6 で M-branch の x を変えていくときの様子

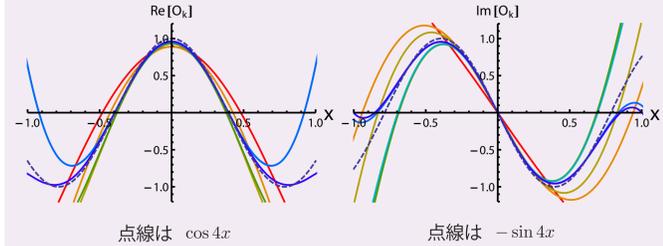


L=6 で V-branch の x を変えていくときの様子
 最小値をとる点は $|x|$: 大で右にずれていく

Gauge Invariant Overlaps (GIO)



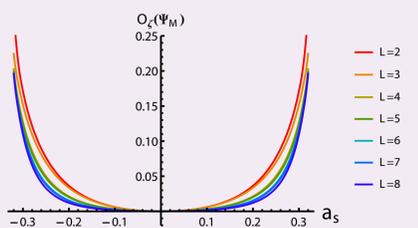
レベル L を上げると全ての x で $O_c(\Phi_x) = 1$ に近づく傾向がある



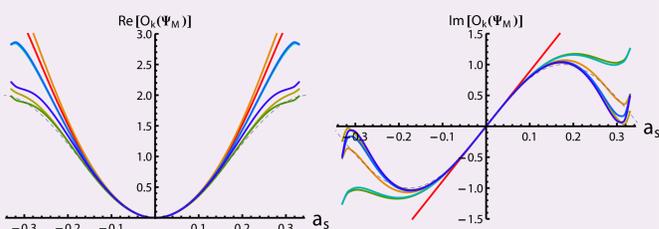
レベル L を上げると全ての x で $O_k(\Phi_x) = e^{-4ix}$ に近づく傾向がある

数値解 Φ_x は解析解 Φ_T とゲージ同値なタキオン真空に対応する

Q_B の理論における M-branch の GIO



Ψ_M は Siegel ゲージの M-branch の数値解



点線は $1 - \cos(\frac{4x}{\sqrt{2}} a_s)$ 点線は $\sin(\frac{4x}{\sqrt{2}} a_s)$

$$O_V(\Psi_M(a_s)) \approx O_V(\Psi_0(x = (\pi/\sqrt{2})a_s)) \quad (?)$$

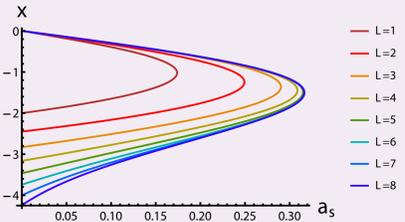
$$|a_s| \lesssim 0.3$$

$$\Psi_0 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} x \alpha_{-1}^{25} c_1 |0\rangle + \dots$$

identity-based marginal solution Ψ_0 の GIO の「解析的」計算結果

$$O_c(\Psi_0) = 0, \quad O_k(\Psi_0) = 1 - e^{-4ix}$$

$|a_s|$ の上限について

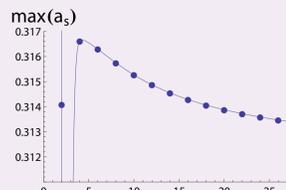


Q' の理論での Siegel gauge のタキオン真空解 Φ_x の a_s の値
 レベル L を上げると a_s に有限な最大値があるグラフに近づく傾向がある

$$\Phi_0 = \sum_{m \geq 0} a_s^{(m)} (\alpha_{-1}^{25})^{2m} c_1 |0\rangle + \dots \quad Q_B (x=0) \text{ の理論での Siegel gauge の解}$$

L=2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26 の数値解のデータを用いる [I.K.-T.T., I.K.(2009-2010)]

$$a_s = e^{-1x^2} \sum_{m \geq 0} a_s^{(m)} \left(\sqrt{2}mx - \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right)^{2m+1} \right) \quad \text{Siegel gauge の解の } a_s \text{ の } x \text{ 依存性 (} L = \infty \text{ の関係式)}$$



各レベルまでのデータを用いて関数の最大値を評価

実際は $\sum_{k=0}^{13} \frac{c_k}{L^k}$ の形でフィットしたもの $\rightarrow L = \infty: \max(a_s) = 0.3118$

レベルトランケーションによる数値解の構成

$$\text{ゲージ固定した運動方程式: } P_1 \Phi = 0, \quad P_2(Q' \Phi + \Phi * \Phi) = 0$$

$$\text{Siegel gauge の場合の projection: } P_1 = P_2 = c_0 b_0$$

ニュートン法による逐次近似:

$$P_1 \Phi_{(n+1)} = 0, \quad P_2(Q' \Phi_{(n+1)} + \Phi_{(n+1)} * \Phi_{(n+1)} + \Phi_{(n+1)} * \Phi_{(n)}) = P_2(\Phi_{(n)} * \Phi_{(n)})$$

レベルトランケーション近似をすれば有限次元の連立線形方程式に帰着
 最初の弦場 $\Phi_{(0)}$ を適当に選び n: 大で数値的に収束すればそれが数値解

弦場の基底の数を consistent 対称性を課してできるだけ減らす

弦場の基底の一般形:

$$L_{-n_1}^{(m)'} L_{-n_2}^{(m)'} \dots L_{-n_l}^{(m)'} \alpha_{-m_1}^{25} \alpha_{-m_2}^{25} \dots \alpha_{-m_a}^{25} b_{-k_1} b_{-k_2} \dots b_{-k_l} c_{-l_1} c_{-l_2} \dots c_{-l_b} c_1 |0\rangle,$$

$$n_1 \geq \dots \geq n_l \geq 2, \quad m_1 \geq \dots \geq m_a \geq 1, \quad k_1 > \dots > k_b \geq 1, \quad l_1 > \dots > l_b \geq 0,$$

$$n_1 + \dots + n_l + m_1 + \dots + m_a + k_1 + \dots + k_b + l_1 + \dots + l_b + a = \text{even}$$

レベル: $L = n_1 + n_2 + \dots + n_l + m_1 + m_2 + \dots + m_a + k_1 + k_2 + \dots + k_b + l_1 + l_2 + \dots + l_b$

レベル L の計算では弦場を最大レベル L までの基底で展開する
 相互作用項 (弦場の * 積) では 3 つの弦場のレベルの和は最大 3L までとる
 $\rightarrow (L, 3L)$ 近似

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
N _L	1	2	6	12	29	56	118	218	420
M _L	1	2	5	9	20	37	75	135	255
L	9	10	11	12	13	14	15	16	...
N _L	745	1348	2307	3985	6614	11011	17799	28764	...
M _L	446	797	1351	2315	3817	6317	10161	16346	...

N_L: レベル L の計算での基底の数

M_L: レベル L の計算でのゲージ条件を課した後の基底の数