

SFTの20年と行く末

取りあえずは解けない難しい課題を
思い出しておこう

京大理: 畑 浩之

余談：只今、仮住まい中



5m²/人

はじめに

はじめに

Covariant & Gauge-invariant SFT は、弦理論の
“非摂動論的”解析に大きな役割を果たすものとして
期待され構築された('85 ~)。

はじめに

Covariant & Gauge-invariant SFT は、弦理論の“非摂動論的”解析に大きな役割を果たすものとして期待され構築された('85 ~)。

実際、それは Yang-Mills 理論や Einstein 理論の局所ゲージ対称性/一般座標不変性を包含する弦的ゲージ対称性を持つ美しいゲージ理論として構成された。

はじめに

Covariant & Gauge-invariant SFT は、弦理論の“非摂動論的”解析に大きな役割を果たすものとして期待され構築された('85 ~)。

実際、それは Yang-Mills 理論や Einstein 理論の局所ゲージ対称性/一般座標不変性を包含する弦的ゲージ対称性を持つ美しいゲージ理論として構成された。

しかし、その期待に反して SFT は長い間(少なくとも前世紀までは)“役立たず”の不遇の時を過ごしてきた。

はじめに

Covariant & Gauge-invariant SFT は、弦理論の“非摂動的”解析に大きな役割を果たすものとして期待され構築された('85 ~)。

実際、それは Yang-Mills 理論や Einstein 理論の局所ゲージ対称性/一般座標不変性を包含する弦的ゲージ対称性を持つ美しいゲージ理論として構成された。

しかし、その期待に反して SFT は長い間(少なくとも前世紀までは)“役立たず”の不遇の時を過ごしてきた。

Tachyon condensation の解析において、SFT は初めて面目躍如となったが、しかし、まだまだ当初の期待に応えているとは言えない。

続はじめに

続はじめに

このトークでは、SFT の 20 年の (個人的) 歴史と困難を振り返り、将来の SFT の大進展につなげたい。

続はじめに

このトークでは、SFT の 20 年の (個人的) 歴史と困難を振り返り、将来の SFT の大進展につなげたい。

[おことわり]

Superstring Field Theories については全く触れません。

全ての数式は **up to sign** (or up to factor) でのみ正しい。

SFTの歴史

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)
 - { ● BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83) }
 - { ● Batalin-Vilkovisky formalism ('83) }

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)
 - { ● BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83) }
 - { ● Batalin-Vilkovisky formalism ('83) }
- Covariant & Gauge Invariant Formulation of SFT ('85~)

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)
 - { ● BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83) }
 - { ● Batalin-Vilkovisky formalism ('83) }
- Covariant & Gauge Invariant Formulation of SFT ('85~)
 - Cubic SFT (Witten)
 - HIKKO (Hata-Itoh-Kugo-Kunitomo-Ogawa)
 - Non-Polynomial closed SFT (S-Z, K-K-S)

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)
 - { ● BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83) }
 - { ● Batalin-Vilkovisky formalism ('83) }
- Covariant & Gauge Invariant Formulation of SFT ('85~)
 - Cubic SFT (Witten)
 - HIKKO (Hata-Itoh-Kugo-Kunitomo-Ogawa)
 - Non-Polynomial closed SFT (S-Z, K-K-S)
- Boundary SFT (Witten, '92)

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)
 - { ● BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83) }
 - { ● Batalin-Vilkovisky formalism ('83) }
- Covariant & Gauge Invariant Formulation of SFT ('85~)
 - Cubic SFT (Witten)
 - HIKKO (Hata-Itoh-Kugo-Kunitomo-Ogawa)
 - Non-Polynomial closed SFT (S-Z, K-K-S)
- Boundary SFT (Witten, '92)
- Tachyon condensation in SFT ('99~)

SFT とは (プロの人達、すみません。)

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 \vec{x} に力学変数 φ
点 \vec{x} に点粒子を生成/消滅

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 \vec{x} に力学変数 φ

点 \vec{x} に点粒子を生成/消滅

↓ これを単純に弦に拡張すると

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 \vec{x} に力学変数 φ

点 \vec{x} に点粒子を生成/消滅

↓ これを単純に弦に拡張すると

弦場: $\Phi[\vec{X}(\sigma), t? \Rightarrow X^0(\sigma)?]$ ($\vec{X}(\sigma)$ の汎関数)

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 \vec{x} に力学変数 φ
点 \vec{x} に点粒子を生成/消滅

↓ これを単純に弦に拡張すると

弦場: $\Phi[\vec{X}(\sigma), t? \Rightarrow X^0(\sigma)?]$ ($\vec{X}(\sigma)$ の汎関数)

ひもの空間的配位 $\vec{X}(\sigma)$ 毎に力学変数 Φ
 $\vec{X}(\sigma)$ の形&位置を持った弦の生成/消滅

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 \vec{x} に力学変数 φ
点 \vec{x} に点粒子を生成/消滅

↓ これを単純に弦に拡張すると

弦場: $\Phi[\vec{X}(\sigma), t? \Rightarrow X^0(\sigma)?]$ ($\vec{X}(\sigma)$ の汎関数)

ひもの空間的配位 $\vec{X}(\sigma)$ 毎に力学変数 Φ
 $\vec{X}(\sigma)$ の形&位置を持った弦の生成/消滅

SFT action $S[\Phi]$ を構成して理論を記述したい?

Covariant & Gauge Inv. formulation

Covariant & Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの \Rightarrow Light-cone gauge SFT
($t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim)

Covariant & Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの \Rightarrow Light-cone gauge SFT
($t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim)

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 (\ni Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

Covariant & Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの \Rightarrow Light-cone gauge SFT
($t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim)

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 (\ni Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

以下では

Covariant & Gauge Invariant formulation of SFT

Covariant & Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの \Rightarrow Light-cone gauge SFT
($t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim)

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 (\ni Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

以下では

Covariant & Gauge Invariant formulation of SFT

- SFT 作用の構成は Batalin-Vilkovisky(BV) 形式に基づく

Covariant & Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの \Rightarrow Light-cone gauge SFT
($t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim)

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 (\ni Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

以下では

Covariant & Gauge Invariant formulation of SFT

- SFT 作用の構成は Batalin-Vilkovisky(BV) 形式に基づく
- SFT には BV 形式の要素が最初から自然と含まれる

Covariant & Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの \Rightarrow Light-cone gauge SFT
($t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim)

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 (\ni Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

以下では

Covariant & Gauge Invariant formulation of SFT

- SFT 作用の構成は Batalin-Vilkovisky(BV) 形式に基づく
- SFT には BV 形式の要素が最初から自然と含まれる
- 結局、時間座標 $t \Rightarrow X^0(\sigma)$ が最後まで問題

SFTの構成を顧みる

SFTの構成を顧みる

まず、

Covariant & Gauge invariant SFT がどのように構成されたのか、どのような問題があったのか、

を Batalin-Vilkovisky (BV) 形式の言葉を使って振り返ろう。

BV形式に基づいたSFTの構成: 準備

BV形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)) = I = (i, b_0)$
 b_0 : anti-ghost 0-mode

BV形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)) = I = (i, b_0)$

b_0 : anti-ghost 0-mode

弦座標積分: $\int \mathcal{D}X(\sigma) \mathcal{D}b(\sigma) \mathcal{D}c(\sigma) = \sum_I = \sum_i \int db_0$

BV形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)) = I = (i, b_0)$
 b_0 : anti-ghost 0-mode

弦座標積分: $\int \mathcal{D}X(\sigma) \mathcal{D}b(\sigma) \mathcal{D}c(\sigma) = \sum_I = \sum_i \int db_0$

String field: $\Phi[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Phi_I = b_0 \phi_i + \psi_i$

BV形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)) = I = (i, b_0)$
 b_0 : anti-ghost 0-mode

弦座標積分: $\int \mathcal{D}X(\sigma) \mathcal{D}b(\sigma) \mathcal{D}c(\sigma) = \sum_I = \sum_i \int db_0$

String field: $\Phi[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Phi_I = b_0 \phi_i + \psi_i$

SFT action: $S(\Phi) = S(\phi, \psi)$

BV形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)) = I = (i, b_0)$
 b_0 : anti-ghost 0-mode

弦座標積分: $\int \mathcal{D}X(\sigma) \mathcal{D}b(\sigma) \mathcal{D}c(\sigma) = \sum_I = \sum_i \int db_0$

String field: $\Phi[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Phi_I = b_0 \phi_i + \psi_i$

SFT action: $S(\Phi) = S(\phi, \psi)$

汎関数微分: $\frac{\delta}{\delta \Phi[X(\sigma), \dots]} = \frac{\partial}{\partial \Phi_I} = \frac{\partial}{\partial \phi_i} + b_0 \frac{\partial}{\partial \psi_i}$

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT の構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

SFT の構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2 = 0$$

SFTの構成: (古典)BV方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \frac{\partial S}{\partial \phi_i} \frac{\partial S}{\partial \psi_i} = 0$$

SFTの構成: (古典)BV方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \frac{\partial S}{\partial \phi_i} \frac{\partial S}{\partial \psi_i} = 0$$

BV 方程式は次の二つを保証する
(但し、古典レベル=経路積分測度を考えないで)

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \frac{\partial S}{\partial \phi_i} \frac{\partial S}{\partial \psi_i} = 0$$

BV 方程式は次の二つを保証する
(但し、古典レベル=経路積分測度を考えないで)

- Gauge invariance of SFT action $S(\Phi)$

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \frac{\partial S}{\partial \phi_i} \frac{\partial S}{\partial \psi_i} = 0$$

BV 方程式は次の二つを保証する
(但し、古典レベル=経路積分測度を考えないで)

- Gauge invariance of SFT action $S(\Phi)$
- Procedure of Gauge-Fixing and BRST invariance

SFTの構成: ゲージ不変性

SFTの構成: ゲージ不変性

▽ $\Lambda[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Lambda_I$ を用いて

$$\text{(弦的) 局所ゲージ変換: } \delta_\Lambda \Phi_I = \frac{\partial^2 S}{\partial \Phi_I \partial \Phi_J} \Lambda_J$$

を定義すると:

SFTの構成: ゲージ不変性

▽ $\Lambda[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Lambda_I$ を用いて

$$\text{(弦的) 局所ゲージ変換: } \delta_\Lambda \Phi_I = \frac{\partial^2 S}{\partial \Phi_I \partial \Phi_J} \Lambda_J$$

を定義すると:

$$\begin{aligned} \delta_\Lambda S(\Phi) &= \frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \delta_\Lambda \Phi_I = \frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \frac{\partial^2 S}{\partial \Phi_I \partial \Phi_J} \Lambda_J \\ &= \frac{1}{2} \Lambda_J \frac{\partial}{\partial \Phi_J} \underbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2}_{= 0 \text{ (BVeq)}} = 0 \end{aligned}$$

SFT の構成: Gauge-fixing and BRST inv.

SFT の構成: Gauge-fixing and BRST inv.

Gauge-fixed action: $\hat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = \mathbf{0})$ in Siegel gauge
一般のゲージ固定は $\psi_i = \frac{\partial \Upsilon(\phi)}{\partial \phi_i}$

SFT の構成: Gauge-fixing and BRST inv.

Gauge-fixed action: $\hat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = \mathbf{0})$ in Siegel gauge
一般のゲージ固定は $\psi_i = \frac{\partial \Upsilon(\phi)}{\partial \phi_i}$

BRST 変換: $\delta_B \phi_i = \left. \frac{\partial S(\phi, \psi)}{\partial \psi_i} \right|_{\psi=\mathbf{0}}$

SFT の構成: Gauge-fixing and BRST inv.

Gauge-fixed action: $\hat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = \mathbf{0})$ in Siegel gauge
一般のゲージ固定は $\psi_i = \frac{\partial \Upsilon(\phi)}{\partial \phi_i}$

BRST 変換: $\delta_B \phi_i = \left. \frac{\partial S(\phi, \psi)}{\partial \psi_i} \right|_{\psi=\mathbf{0}}$

• $\delta_B \hat{S}(\phi) = \frac{\partial \hat{S}(\phi)}{\partial \phi_i} \delta_B \phi_i = \left(\underbrace{\frac{\partial S}{\partial \phi_i} \frac{\partial S}{\partial \psi_i}}_{= 0 \text{ (BVe q)}} \right)_{\psi=\mathbf{0}} = 0$

SFT の構成: Gauge-fixing and BRST inv.

Gauge-fixed action: $\hat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = \mathbf{0})$ in Siegel gauge
一般のゲージ固定は $\psi_i = \frac{\partial \Upsilon(\phi)}{\partial \phi_i}$

BRST 変換: $\delta_B \phi_i = \left. \frac{\partial S(\phi, \psi)}{\partial \psi_i} \right|_{\psi=\mathbf{0}}$

⇓

- $\delta_B \hat{S}(\phi) = \frac{\partial \hat{S}(\phi)}{\partial \phi_i} \delta_B \phi_i = \left(\underbrace{\frac{\partial S}{\partial \phi_i} \frac{\partial S}{\partial \psi_i}}_{=0 \text{ (BVeq)}} \right)_{\psi=\mathbf{0}} = 0$

- $(\delta_B)^2 \phi \propto \frac{\partial \hat{S}(\phi)}{\partial \phi} : \text{(On-shell) Nilpotency}$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2} Q_{IJ} \Phi_I \Phi_J + V_{IJK}^{(3)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \\ + V_{IJKL}^{(4)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \Phi_L + \dots$$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2} Q_{IJ} \Phi_I \Phi_J + V_{IJK}^{(3)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \\ + V_{IJKL}^{(4)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \Phi_L + \dots$$

↓ BV 方程式: $(\partial S / \partial \Phi_I)^2 = 0$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2} Q_{IJ} \Phi_I \Phi_J + V_{IJK}^{(3)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \\ + V_{IJKL}^{(4)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \Phi_L + \dots$$

↓ BV 方程式: $(\partial S / \partial \Phi_I)^2 = 0$

- $Q_{IJ} Q_{JK} = 0$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2} Q_{IJ} \Phi_I \Phi_J + V_{IJK}^{(3)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \\ + V_{IJKL}^{(4)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \Phi_L + \dots$$

↓ BV 方程式: $(\partial S / \partial \Phi_I)^2 = 0$

- $Q_{IJ} Q_{JK} = 0 \Rightarrow Q = Q_B^{\text{Kato-Ogawa}}$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2} Q_{IJ} \Phi_I \Phi_J + V_{IJK}^{(3)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \\ + V_{IJKL}^{(4)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \Phi_L + \dots$$

↓ BV 方程式: $(\partial S / \partial \Phi_I)^2 = 0$

- $Q_{IJ} Q_{JK} = 0 \Rightarrow Q = Q_B^{\text{Kato-Ogawa}}$
- $Q_{II'} V_{I'JK}^{(3)} + Q_{JJ'} V_{IJ'K}^{(3)} + Q_{KK'} V_{IJK'}^{(3)} = 0$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2} \mathcal{Q}_{IJ} \Phi_I \Phi_J + V_{IJK}^{(3)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \\ + V_{IJKL}^{(4)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \Phi_L + \dots$$

↓ BV 方程式: $(\partial S / \partial \Phi_I)^2 = 0$

- $\mathcal{Q}_{IJ} \mathcal{Q}_{JK} = 0 \Rightarrow \mathcal{Q} = \mathcal{Q}_B^{\text{Kato-Ogawa}}$
- $\mathcal{Q}_{II'} V_{I'JK}^{(3)} + \mathcal{Q}_{JJ'} V_{IJ'K}^{(3)} + \mathcal{Q}_{KK'} V_{IJK'}^{(3)} = 0$
- $\sum \mathcal{Q}_{II'} V_{I'JKL}^{(4)} + \sum V_{IJP}^{(3)} V_{PKL}^{(3)} = 0$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2} \mathcal{Q}_{IJ} \Phi_I \Phi_J + V_{IJK}^{(3)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \\ + V_{IJKL}^{(4)} \Phi_I \Phi_J \Phi_K \Phi_L + \dots$$

↓ BV 方程式: $(\partial S / \partial \Phi_I)^2 = 0$

- $\mathcal{Q}_{IJ} \mathcal{Q}_{JK} = 0 \Rightarrow \mathcal{Q} = \mathcal{Q}_B^{\text{Kato-Ogawa}}$
- $\mathcal{Q}_{II'} V_{I'JK}^{(3)} + \mathcal{Q}_{JJ'} V_{IJ'K}^{(3)} + \mathcal{Q}_{KK'} V_{IJK'}^{(3)} = 0$
- $\sum \mathcal{Q}_{II'} V_{I'JKL}^{(4)} + \sum V_{IJP}^{(3)} V_{PKL}^{(3)} = 0$
- $\mathcal{Q} V^{(N)} + \sum_{M=3}^{N-1} \underbrace{V^{(N-M+2)} V^{(M)}} = 0$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 具体例

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 具体例

- Cubic Open SFT (Witten, '86)

$$V^{(3)} = \text{trivalent vertex diagram}$$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 具体例

- Cubic Open SFT (Witten, '86)

$$V^{(3)} = \begin{array}{c} | \\ \diagdown \quad \diagup \\ \hline \end{array}$$

- HIKKO Open SFT ('86)

$$V^{(3)} = \begin{array}{c} | \\ | \\ | \\ \hline \end{array}, \quad V^{(4)} = \int d\alpha \begin{array}{c} | \\ | \\ \hline \text{---} \\ \hline \end{array}$$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 具体例

- Cubic Open SFT (Witten, '86)

$$V^{(3)} = \text{trivalent vertex}$$

- HIKKO Open SFT ('86)

$$V^{(3)} = \text{trivalent vertex}, \quad V^{(4)} = \int d\alpha \text{quadrivalent vertex}$$

- HIKKO Closed SFT ('86)

$$V^{(3)} = \text{pair of circles}$$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

- Non-Polynomial Closed SFT (Saadi-Zwiebach, Kugo-Kunitomo-Suehiro, '89)

$$V^{(3)} = \text{Diagram},$$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

- Non-Polynomial Closed SFT (Saadi-Zwiebach, Kugo-Kunitomo-Suehiro, '89)

$$V^{(3)} = \text{Diagram 1}, \quad V^{(N=4, \dots, \infty)} = \int \dots \int d^{2N-6} \ell \text{Diagram 2}$$

The equation shows two diagrams representing vertices in a string field theory. The first diagram, $V^{(3)}$, is a circle with a vertical line through its center, colored with a gradient from purple to yellow. The second diagram, $V^{(N=4, \dots, \infty)}$, is a circle with a complex internal structure of colored lines (purple, blue, red, yellow) forming a network. A white speech bubble with black dots is positioned at the bottom center of this diagram.

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

- **Non-Polynomial Closed SFT** (Saadi-Zwiebach, Kugo-Kunitomo-Suehiro, '89)

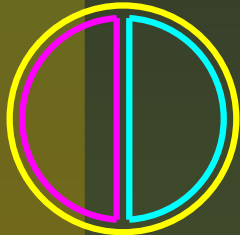

$$V^{(3)} = \text{Diagram 1}, \quad V^{(N=4, \dots, \infty)} = \int \dots \int d^{2N-6} \ell \text{Diagram 2}$$

The equation defines two types of vertices. The first vertex, $V^{(3)}$, is represented by a circle with a vertical line through its center, where the left half of the circle and the line are colored magenta and the right half is colored cyan. The second vertex, $V^{(N=4, \dots, \infty)}$, is represented by a circle containing a complex internal structure of colored lines (cyan, red, green, magenta) and a white oval with a horizontal ellipsis inside, all enclosed within a yellow outer boundary.

- **Boundary SFT** (Open SFT, '92) [番外]

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

- **Non-Polynomial Closed SFT** (Saadi-Zwiebach, Kugo-Kunitomo-Suehiro, '89)

$$V^{(3)} = \text{Diagram 1}, \quad V^{(N=4, \dots, \infty)} = \int \dots \int d^{2N-6} \ell \text{Diagram 2}$$



- **Boundary SFT** (Open SFT, '92) [番外]
SFT action is given implicitly as a solution to

$$dS = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\theta d\theta' \langle d\mathcal{O}(\theta) \{Q_B, \mathcal{O}(\theta')\} \rangle_\lambda$$

しかし、... 量子BV方程式

しかし、... 量子 BV 方程式

BV 方程式を満たす **Closed** SFT action (HIKKO, Non-polynomial) は正しい Loop 振幅を再現出来ない!
S-matrix Unitarity も破れる。

しかし、... 量子 BV 方程式

BV 方程式を満たす **Closed** SFT action (HIKKO, Non-polynomial) は正しい Loop 振幅を再現出来ない!
S-matrix Unitarity も破れる。

これを解決するには、**量子 BV 方程式** を満たすように SFT action を再構成する必要がある:

しかし、... 量子 BV 方程式

BV 方程式を満たす **Closed** SFT action (HIKKO, Non-polynomial) は正しい Loop 振幅を再現出来ない!
S-matrix Unitarity も破れる。

これを解決するには、**量子 BV 方程式** を満たすように SFT action を再構成する必要がある:

量子 BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2 = i\hbar \sum_I \frac{\partial^2 S}{\partial \Phi_I \partial \Phi_I}$$

続 量子 BV 方程式

$S(\Phi)$ が量子 BV 方程式を満たすとする。以前と同様に

$$\hat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = 0), \quad \delta_B \phi_i = \left. \frac{\partial S(\phi, \psi)}{\partial \psi_i} \right|_{\psi=0}$$

で gauge-fixed action および BRST 変換を定義して、

$$\text{SFT 経路積分: } \int \mathcal{D}\phi \exp \left(\frac{i}{\hbar} \hat{S}(\phi) \right)$$

を考えると、measure $\mathcal{D}\phi$ も含めた BRST 不変性

$$\delta_B \left\{ \frac{i}{\hbar} \hat{S}(\phi) + \ln \mathcal{D}\phi \right\} = 0$$

が成り立つ。

しかし、...

しかし、...

量子 BV 方程式の解は

$$S(\Phi) = \underbrace{S^{(0)}(\Phi)}_{\text{古典 BVeq の解}} + \hbar S^{(1)}(\Phi) + \hbar^2 S^{(2)}(\Phi) + \dots$$

古典 BVeq の解

という「 \hbar の無限級数」の形で与えられる。

しかし、...

量子 BV 方程式の解は

$$S(\Phi) = \underbrace{S^{(0)}(\Phi)}_{\text{古典 BVeq の解}} + \hbar S^{(1)}(\Phi) + \hbar^2 S^{(2)}(\Phi) + \dots$$

古典 BVeq の解

という「 \hbar の無限級数」の形で与えられる。



複雑すぎて役に立たない!!!

しかし、...

量子 BV 方程式の解は

$$S(\Phi) = \underbrace{S^{(0)}(\Phi)}_{\text{古典 BVeq の解}} + \hbar S^{(1)}(\Phi) + \hbar^2 S^{(2)}(\Phi) + \dots$$

古典 BVeq の解

という「 \hbar の無限級数」の形で与えられる。



複雑すぎて役に立たない!!!

なんとかしなくては....

(未だ何ともなっていない)

コメント：SFT=非局所相互作用の理論

コメント：SFT=非局所相互作用の理論

古典BV方程式の解 $S^{(0)}(\Phi)$ はエルミートであるのに、何故 S-matrix unitarity が破れるのか？

コメント：SFT=非局所相互作用の理論

古典BV方程式の解 $S^{(0)}(\Phi)$ はエルミートであるのに、何故 S-matrix unitarity が破れるのか？

相互作用 vertex $V^{(N)}$ が弦の重心座標 $x^\mu = \int_0^{2\pi} d\sigma X^\mu(\sigma)$ に関して**非局所相互作用**：

$$V^{(N)} \sim e^{(\partial/\partial x^\mu)^2}$$

[運動項は普通のヤツ: $Q_B \sim (\partial/\partial x^\mu)^2 + m^2$]

コメント：SFT=非局所相互作用の理論

古典 BV 方程式の解 $S^{(0)}(\Phi)$ はエルミートであるのに、何故 S-matrix unitarity が破れるのか？

相互作用 vertex $V^{(N)}$ が弦の重心座標 $x^\mu = \int_0^{2\pi} d\sigma X^\mu(\sigma)$ に関して非局所相互作用:

$$V^{(N)} \sim e^{(\partial/\partial x^\mu)^2}$$

[運動項は普通のヤツ: $Q_B \sim (\partial/\partial x^\mu)^2 + m^2$]

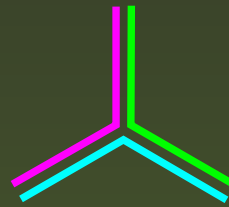


SFT は正準量子化法が適用できない理論。

コメント: Cubic SFT

Cubic SFT の場合:

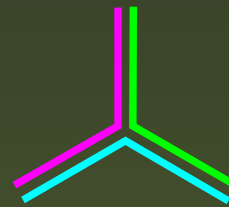
$$S_{\text{CSFT}} = \frac{1}{2} \Phi Q_B \Phi + \frac{1}{3!} \underbrace{V_{IJK}^{(3)}} \Phi_I \Phi_J \Phi_K$$



コメント: Cubic SFT

Cubic SFT の場合:

$$S_{\text{CSFT}} = \frac{1}{2} \Phi Q_B \Phi + \frac{1}{3!} \underbrace{V_{IJK}^{(3)}} \Phi_I \Phi_J \Phi_K$$



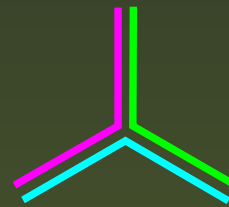
■ $t_{\text{中点}} = X^0(\frac{\pi}{2})$ について相互作用は局所的

⇒ $t_{\text{中点}}$ を時間座標として正準量子化 (ビミヨー?)

コメント: Cubic SFT

Cubic SFT の場合:

$$S_{\text{CSFT}} = \frac{1}{2} \Phi Q_B \Phi + \frac{1}{3!} \underbrace{V_{IJK}^{(3)}} \Phi_I \Phi_J \Phi_K$$



■ $t_{\text{中点}} = X^0(\frac{\pi}{2})$ について相互作用は局所的

⇒ $t_{\text{中点}}$ を時間座標として正準量子化 (ビミヨー?)

■ $\frac{\partial^2 S_{\text{CSFT}}}{\partial \Phi_I \partial \Phi_I} = 0$ という“証明”もある。

BV と戯れる

BV と戯れる

せっかく BV 形式をやったので、
もう少し遊んでみよう。

BV と戯れる: Anti-bracket と Delta-operator

BV と戯れる: Anti-bracket と Delta-operator

▽ $A(\phi, \psi)$ と ▽ $B(\phi, \psi)$ に対して

$$\text{Anti-bracket: } \{A, B\} \equiv \frac{\partial A}{\partial \phi_i} \frac{\partial B}{\partial \psi_i} - \frac{\partial A}{\partial \psi_i} \frac{\partial B}{\partial \phi_i}$$

$$\text{Delta-operator: } \Delta A \equiv \frac{\partial^2}{\partial \phi_i \partial \psi_i} A$$

を定義すると

BV と戯れる: Anti-bracket と Delta-operator

▽ $A(\phi, \psi)$ と ▽ $B(\phi, \psi)$ に対して

$$\text{Anti-bracket: } \{A, B\} \equiv \frac{\partial A}{\partial \phi_i} \frac{\partial B}{\partial \psi_i} - \frac{\partial A}{\partial \psi_i} \frac{\partial B}{\partial \phi_i}$$

$$\text{Delta-operator: } \Delta A \equiv \frac{\partial^2}{\partial \phi_i \partial \psi_i} A$$

を定義すると

- $\Delta^2 = 0$ (Nilpotency)
- $\Delta \{A, B\} = \{\Delta A, B\} + \{A, \Delta B\}$ (Leibniz rule)
- $\{A, \{B, C\}\} + \{B, \{C, A\}\} + \{C, \{A, B\}\} = 0$
(Jacobi identity)

BV と戯れる：BV 方程式のゲージ不変性

BV と戯れる: BV 方程式のゲージ不変性

ここでは、 $(i/\hbar)S \rightarrow S$ と Wick-rotate して

$$\text{量子 BV 方程式: } M(S) \equiv \Delta S + \frac{1}{2} \{S, S\} = 0$$

BV と戯れる: BV 方程式のゲージ不変性

ここでは、 $(i/\hbar)S \rightarrow S$ と Wick-rotate して

$$\text{量子 BV 方程式: } M(S) \equiv \Delta S + \frac{1}{2} \{S, S\} = 0$$

▽ $\epsilon(\phi, \psi)$ に対して作用 S の「微小ゲージ変換」を

$$\delta_\epsilon S = \Delta \epsilon + \{S, \epsilon\}$$

で与えると、 $M(S)$ は covariant に変換

$$\delta_\epsilon M(S) = \{M(S), \epsilon\}$$

BV と戯れる: BV 方程式のゲージ不変性

ここでは、 $(i/\hbar)S \rightarrow S$ と Wick-rotate して

$$\text{量子 BV 方程式: } M(S) \equiv \Delta S + \frac{1}{2} \{S, S\} = 0$$

▽ $\epsilon(\phi, \psi)$ に対して作用 S の「微小ゲージ変換」を

$$\delta_\epsilon S = \Delta \epsilon + \{S, \epsilon\}$$

で与えると、 $M(S)$ は covariant に変換

$$\delta_\epsilon M(S) = \{M(S), \epsilon\}$$

従って、

S が量子 BV eq の解 $\Rightarrow S + \delta_\epsilon S$ も解

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV

Yang-Mills

$$\begin{aligned} M(S) = \Delta S + \frac{1}{2} \{S, S\} &\leftrightarrow F = dA + A^2 \\ \delta_\epsilon S = \Delta \epsilon + \{S, \epsilon\} &\leftrightarrow \delta_\lambda A = dS + [A, \lambda] \\ [\delta_{\epsilon_1}, \delta_{\epsilon_2}] = \delta_{\{\epsilon_1, \epsilon_2\}} &\leftrightarrow [\delta_{\lambda_1}, \delta_{\lambda_2}] = \delta_{[\lambda_1, \lambda_2]} \\ \delta_\epsilon M = \{M, \epsilon\} &\leftrightarrow \delta_\lambda F = [F, \lambda] \\ \Delta^2 = 0 &\leftrightarrow d^2 = 0 \end{aligned}$$

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV

Yang-Mills

$$\begin{aligned} M(S) = \Delta S + \frac{1}{2} \{S, S\} &\leftrightarrow F = dA + A^2 \\ \delta_\epsilon S = \Delta \epsilon + \{S, \epsilon\} &\leftrightarrow \delta_\lambda A = dS + [A, \lambda] \\ [\delta_{\epsilon_1}, \delta_{\epsilon_2}] = \delta_{\{\epsilon_1, \epsilon_2\}} &\leftrightarrow [\delta_{\lambda_1}, \delta_{\lambda_2}] = \delta_{[\lambda_1, \lambda_2]} \\ \delta_\epsilon M = \{M, \epsilon\} &\leftrightarrow \delta_\lambda F = [F, \lambda] \\ \Delta^2 = 0 &\leftrightarrow d^2 = 0 \end{aligned}$$

SFT 作用 $S(\Phi)$ を **力学変数** とする理論を考えたくなる?

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV

Yang-Mills

$$\begin{aligned} M(S) = \Delta S + \frac{1}{2} \{S, S\} &\leftrightarrow F = dA + A^2 \\ \delta_\epsilon S = \Delta \epsilon + \{S, \epsilon\} &\leftrightarrow \delta_\lambda A = dS + [A, \lambda] \\ [\delta_{\epsilon_1}, \delta_{\epsilon_2}] = \delta_{\{\epsilon_1, \epsilon_2\}} &\leftrightarrow [\delta_{\lambda_1}, \delta_{\lambda_2}] = \delta_{[\lambda_1, \lambda_2]} \\ \delta_\epsilon M = \{M, \epsilon\} &\leftrightarrow \delta_\lambda F = [F, \lambda] \\ \Delta^2 = 0 &\leftrightarrow d^2 = 0 \end{aligned}$$

SFT 作用 $S(\Phi)$ を力学変数とする理論を考えたいくなる?

↑ “座標” に成り下がる

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV

Yang-Mills

$$\begin{aligned} M(S) = \Delta S + \frac{1}{2} \{S, S\} &\leftrightarrow F = dA + A^2 \\ \delta_\epsilon S = \Delta \epsilon + \{S, \epsilon\} &\leftrightarrow \delta_\lambda A = dS + [A, \lambda] \\ [\delta_{\epsilon_1}, \delta_{\epsilon_2}] = \delta_{\{\epsilon_1, \epsilon_2\}} &\leftrightarrow [\delta_{\lambda_1}, \delta_{\lambda_2}] = \delta_{[\lambda_1, \lambda_2]} \\ \delta_\epsilon M = \{M, \epsilon\} &\leftrightarrow \delta_\lambda F = [F, \lambda] \\ \Delta^2 = 0 &\leftrightarrow d^2 = 0 \end{aligned}$$

SFT 作用 $S(\Phi)$ を力学変数とする理論を考えたいくなる?

↑ “座標” に成り下がる

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

BV と戯れる：SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

この理論に対する要請

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

この理論に対する要請

- ゲージ不変性: $\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\} \Rightarrow \delta_\epsilon I(S) = 0$

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

この理論に対する要請

- ゲージ不変性: $\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\} \Rightarrow \delta_\epsilon I(S) = 0$
- 運動方程式: $\delta I(S) / \delta S = 0 \Rightarrow$ 量子 BV 方程式
 $\sim S_{\text{Chern-Simons}} = \int \text{tr} \left(AdA + \frac{2}{3} A^3 \right)$

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

この理論に対する要請

- ゲージ不変性: $\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\} \Rightarrow \delta_\epsilon I(S) = 0$
- 運動方程式: $\delta I(S) / \delta S = 0 \Rightarrow$ 量子 BV 方程式

$$\sim S_{\text{Chern-Simons}} = \int \text{tr} \left(AdA + \frac{2}{3} A^3 \right)$$

- “物理的自由度” の無い **Topological theory** であるべし。

この理論は BVeq の「ある古典解 S 」を作用とする SFT と等価であって欲しい \Rightarrow 物理的揺らぎは不要

BV と戯れる: Theory of Theories

こんな危なそうな試みに興味のある方は

BV と戯れる: Theory of Theories

こんな危なそうな試みに興味のある方は

- H. Hata,
“Theory of Theories’ approach to string theory,”
Phys. Rev. D **50**, 4079 (1994) [hep-th/9308001].
- H. Hata and B. Zwiebach,
“Developing the covariant Batalin-Vilkovisky
approach to string theory,”
Annals Phys. **229**, 177 (1994) [hep-th/9301097].

BV と戯れる: Theory of Theories

こんな危なそうな試みに興味のある方は

- H. Hata,
“Theory of Theories’ approach to string theory,”
Phys. Rev. D **50**, 4079 (1994) [hep-th/9308001].
- H. Hata and B. Zwiebach,
“Developing the covariant Batalin-Vilkovisky
approach to string theory,”
Annals Phys. **229**, 177 (1994) [hep-th/9301097].

Actional:
$$I(S) = \int \mathcal{D}\Phi e^{S(\bar{\Phi})} \Delta e^{S(\Phi)}$$

背景時空に依らないSFT定式化?

背景時空に依らないSFT定式化?

これまでに話した SFT (特に closed SFT) は、全て特定の背景時空 (平坦時空) の周りの理論であった。

背景時空に依らないSFT定式化?

これまでに話した SFT (特に closed SFT) は、全て特定の背景時空 (平坦時空) の周りの理論であった。

出来ることなら、Einstein-Hilbert action のような、背景時空に依らない SFT の定式化が欲しい!

背景時空に依らないSFT定式化?

背景時空に依らないSFT定式化?

通常の closed SFT は平坦背景時空 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ 周りの理論:

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\Phi Q_B \Phi + \frac{1}{3!}V_{IJK}^{(3)}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + \dots$$

背景時空に依らないSFT定式化?

通常の closed SFT は平坦背景時空 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ 周りの理論:

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\Phi Q_B \Phi + \frac{1}{3!}V_{IJK}^{(3)}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + \dots$$

$\because Q_B$ が $\eta_{\mu\nu}$ を陽に含む。

背景時空に依らないSFT定式化?

通常の closed SFT は平坦背景時空 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ 周りの理論:

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\Phi Q_B \Phi + \frac{1}{3!}V_{IJK}^{(3)}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + \dots$$

$\because Q_B$ が $\eta_{\mu\nu}$ を陽に含む。

- 弦場 Φ が含む graviton 場は平坦からの揺らぎ:

$$|\Phi\rangle = \alpha_{-1}^{\mu}\bar{\alpha}_{-1}^{\nu}|0\rangle h_{\mu\nu}(x) + \dots, \quad g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

背景時空に依らないSFT定式化?

通常の closed SFT は平坦背景時空 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ 周りの理論:

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\Phi Q_B \Phi + \frac{1}{3!}V_{IJK}^{(3)}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + \dots$$

$\because Q_B$ が $\eta_{\mu\nu}$ を陽に含む。

- 弦場 Φ が含む graviton 場は平坦からの揺らぎ:

$$|\Phi\rangle = \alpha_{-1}^{\mu}\bar{\alpha}_{-1}^{\nu}|0\rangle h_{\mu\nu}(x) + \dots, \quad g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

- $\delta_{\Lambda}\Phi_I = \frac{\partial^2 S}{\partial\Phi_I\partial\Phi_J}\Lambda_J = (Q_B)_{IJ}\Lambda_J + V_{IJK}^{(3)}\Phi_J\Lambda_K + \dots$

が含む(微小)一般座標変換も平坦時空周りのもの

続 背景時空に依らないSFT定式化?

しかし、

続 背景時空に依らないSFT定式化?

しかし、

- $V^{(N)}$ は弦座標の局所的な接続を表す δ -汎関数
⇒ 背景時空には依らないだらう。

続 背景時空に依らないSFT定式化?

しかし、

- $V^{(N)}$ は弦座標の局所的な接続を表す δ -汎関数
⇒ 背景時空には依らないだらう。

$V_{\text{HIKKO}}^{(3)} =$  の場合の“証明”は

H. Hata and M. Maeno, “General covariance in pregeometrical string field theory,” Nucl. Phys. B **364**, 85 (1991).

続 背景時空に依らないSFT定式化?

しかし、

- $V^{(N)}$ は弦座標の局所的な接続を表す δ -汎関数
⇒ 背景時空には依らないだらう。

$V_{\text{HIKKO}}^{(3)} =$  の場合の“証明”は

H. Hata and M. Maeno, “General covariance in pregeometrical string field theory,” Nucl. Phys. B **364**, 85 (1991).

- $V^{(N \geq 4)} = 0$ のSFTがあれば、BVeq の条件は
 $Q^2 = 0, \quad QV^{(3)} = 0, \quad \underbrace{V^{(3)}V^{(3)}} + \cancel{QV^{(4)}} = 0$

続 背景時空に依らないSFT定式化?

しかし、

- $V^{(N)}$ は弦座標の局所的な接続を表す δ -汎関数
⇒ 背景時空には依らないだらう。

$V_{\text{HIKKO}}^{(3)} =$  の場合の“証明”は

H. Hata and M. Maeno, “General covariance in pregeometrical string field theory,” Nucl. Phys. B **364**, 85 (1991).

- $V^{(N \geq 4)} = 0$ の SFT があれば、BVeq の条件は
 $Q^2 = 0, \quad QV^{(3)} = 0, \quad \underbrace{V^{(3)}V^{(3)}} + \cancel{QV^{(4)}} = 0$
⇒ $Q = 0$ (つまり、 $V^{(3)}$ のみ)としても OK!

Pre-geometrical SFT: まず、HIKKO closed SFT

Pre-geometrical SFT: まず、HIKKO closed SFT

まず、HIKKO closed SFT をまとめると、

$$S_{\text{HIKKO}} = \frac{1}{2} \Phi \cdot Q_B \Phi + \frac{1}{3!} \Phi \cdot (\Phi * \Phi)$$
$$\delta_\Lambda \Phi = Q_B \Lambda + \Phi * \Lambda \quad (\text{ゲージ変換})$$

ここに $*$ 積は

$$(\Phi * \Psi)_I \equiv V_{IJK}^{(3)} \Phi_J \Psi_K$$

BVeq の要請 (\Rightarrow ゲージ不変性):

- $Q_B(\Phi * \Psi) = (Q_B \Phi) * \Psi + \Phi * (Q_B \Psi)$ (Leibniz)
- $\Phi * (\Psi * \Xi) + \Psi * (\Xi * \Phi) + \Xi * (\Phi * \Psi) = 0$
(Jacobi-identity)

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_B \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_B \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

$$S_{\text{PG}} = \frac{1}{3!} \Psi \cdot (\Psi * \Psi), \quad \delta_\Lambda \Psi = \Psi * \Lambda$$

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_B \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

$$S_{\text{PG}} = \frac{1}{3!} \Psi \cdot (\Psi * \Psi), \quad \delta_\Lambda \Psi = \Psi * \Lambda$$

- 特定の背景時空に依存しない(だろう)。

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_B \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

$$S_{\text{PG}} = \frac{1}{3!} \Psi \cdot (\Psi * \Psi), \quad \delta_\Lambda \Psi = \Psi * \Lambda$$

- 特定の背景時空に依存しない(だろう)。
- 運動項 ($\Psi Q \Psi$) が無い \Rightarrow 運動も幾何も無い
 \Rightarrow Pre-geometrical SFT (元/原 幾何学的 SFT)

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_B \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

$$S_{\text{PG}} = \frac{1}{3!} \Psi \cdot (\Psi * \Psi), \quad \delta_\Lambda \Psi = \Psi * \Lambda$$

- 特定の背景時空に依存しない(だろう)。
- 運動項 ($\Psi \mathcal{Q} \Psi$) が無い \Rightarrow 運動も幾何も無い
 \Rightarrow Pre-geometrical SFT (元/原 幾何学的 SFT)

元の SFT with $\frac{1}{2} \Phi \mathcal{Q} \Phi$ 項との関係は?

Pre-geometrical SFT

PG-SFT において、弦場 Ψ の凝縮 $\Psi_0 = \langle \Psi \rangle$ が生じることにより、背景時空とその上の運動が発生する。

Pre-geometrical SFT

PG-SFT において、弦場 Ψ の凝縮 $\Psi_0 = \langle \Psi \rangle$ が生じることにより、背景時空とその上の運動が発生する。

- Ψ_0 は PG-SFT の古典解: $\Psi_0 * \Psi_0 = 0$

Pre-geometrical SFT

PG-SFT において、弦場 Ψ の凝縮 $\Psi_0 = \langle \Psi \rangle$ が生じることにより、背景時空とその上の運動が発生する。

- Ψ_0 は PG-SFT の古典解: $\Psi_0 * \Psi_0 = 0$
- 線形演算子 Q を $Q\Psi \equiv \Psi_0 * \Psi$ で定義すると EOM と Jacobi-id. を用いて
 - $Q^2 = 0$
 - $Q(\Psi * \Xi) = (Q\Psi) * \Xi + \Psi * (Q\Xi)$

Pre-geometrical SFT

PG-SFT において、弦場 Ψ の凝縮 $\Psi_0 = \langle \Psi \rangle$ が生じることにより、背景時空とその上の運動が発生する。

- Ψ_0 は PG-SFT の古典解: $\Psi_0 * \Psi_0 = 0$
- 線形演算子 Q を $Q\Psi \equiv \Psi_0 * \Psi$ で定義すると EOM と Jacobi-id. を用いて
 - $Q^2 = 0$
 - $Q(\Psi * \Xi) = (Q\Psi) * \Xi + \Psi * (Q\Xi)$
- Ψ_0 からの揺らぎ Φ ($\Psi = \Psi_0 + \Phi$) を用いて
$$S_{\text{PG}} = \frac{1}{2}\Phi \cdot Q\Phi + \frac{1}{3!}\Phi \cdot (\Phi * \Phi)$$
$$\delta_\Lambda \Phi = Q\Lambda + \Phi * \Lambda$$

Pre-geometrical SFT

詳細、特に $\mathcal{Q} = Q_B^{\text{Kato-Ogawa}}$ となるような
PG-SFT 古典解 Ψ_0 の構成については、

H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa,
“PREGEOMETRICAL STRING FIELD THEORY: CREATION OF
SPACE-TIME AND MOTION,” *Phys. Lett. B* **175**, 138 (1986).

(但し、HIKKO closed SFT は量子論的に不完全ではあるのだが..)

Pre-geometrical SFT

詳細、特に $\mathcal{Q} = Q_B^{\text{Kato-Ogawa}}$ となるような
PG-SFT 古典解 Ψ_0 の構成については、

H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa,
“PREGEOMETRICAL STRING FIELD THEORY: CREATION OF
SPACE-TIME AND MOTION,” *Phys. Lett. B* **175**, 138 (1986).

(但し、HIKKO closed SFT は量子論的に不完全ではあるのだが..)

しかし、この考え方が具体的にどのように役立つか？

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

- SFT の BV 構成

⇒ 簡潔な Closed SFT の定式化が必要

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

- SFT の BV 構成

⇒ 簡潔な Closed SFT の定式化が必要

- 背景時空に依らない定式化

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

- SFT の BV 構成

⇒ 簡潔な Closed SFT の定式化が必要

- 背景時空に依らない定式化

- SFT 作用 S を力学変数とする理論

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

- SFT の BV 構成
 - ⇒ 簡潔な Closed SFT の定式化が必要
- 背景時空に依らない定式化
- SFT 作用 S を力学変数とする理論

何か将来の SFT の進展に役立てれば幸いです。