高次元の効用

東京大学大学院理学系研究科　井沢健一

高次元の「効用」を考えるのには、以下に述べるような二つの側面がある。
実験・観測的側面としては：もし高次元空間の存在が実験事実であったり、観測的に強く示唆されているのであれば、そこから話を始めればよいのであるが、実際にはそのような兆候は知られていない。そこで、自然の理解・基本法則の認識にとって、高次元空間を考えることがどのように有効か検討することを動機付けにする、という面が一つ。他方、理論・歴史的側面としては：高次元理論は、物理的具体的な研究に限っても、その歴史は長く、また現在も数多くの論文が発表されているので、その全体を適切にレビューするのは不可能であろう。そこで、レビューするに当たり、最終的には恣意的にトピックスを選ばざるを得ないにしても、ある程度まとまりをつける視点を与える意味で、物理的な効用を念頭に置く、という観点をとる。

高次元理論は、一つ系統的な形で自由度を増加させるアプローチと言える。自由度を増やすことにより、大まかに二つの目標を設定することができるだろう。
Unification: 自由度が増えることで、より広い範囲の物理を一貫して扱える可能性がある。この unification の可能性は歴史的に、そもそも物理的な高次元理論を導入する動機付けとされたもので、現在でも弦理論として、その試みが継承されていると言えよう。
Naturalness: 何らかの統一理論があるとして、そこから具体的な基本法則の認識を深めるには、実験・観測結果を記述する標準模型の自由度を引き出してきて、自然の理解をもたらす情報を得ることが肝要となる。標準模型において理解困難な点は色々あろうが、ここで着目したいのは標準模型の自由度で具体的に表せる naturalness 問題である。幾つか挙げてみると、重力相互作用・強い相互作用・電弱相互作用それぞれに関して、

cosmological constant
strong CP
hierarchy (gauge / Yukawa coupling)

の問題などが代表的なものとして思い浮かぶ。

無論、その他にも標準模型の物理における謎は少なくない。より深く、そもそも標準模型の自由度 (ゲージ群の種類・物質場の表現等) や結合定数の詳細な値がどのように定まっているかといった疑問は、有効理論としての標準模型においては完全に前提的な設定なので、その扱える範疇に属さないように思われる。しかし、そのような謎に直接せまる手がかりには乏しいとしても、標準模型内部であらわな問題点の理解を進めることで、自然の理解・基本法則の認識に有効な情報を手にする可能性はあるだろうと期待するわけである。

これら naturalness 問題に対し、(gauge) symmetry に基づいた理解が試みられてきたが、必ずしも十分なものとは言い難い状況にある。特に、現象のエネルギー領域からすると標

準模型の取り扱うべき物理的対象ではないかと考えられる cosmological constant や strong CP 問題については、symmetry のみに基づいて理解することには限界がありそうに思われる。

ここでは高次元理論ということで、symmetry ではなく geometry に基づいて、謎に取り組む新たなアプローチを模索する。標準模型では直接は見ていなかった自由度をあらわにすることにより、系の一部しかとりあげないでいると理解し難かった謎が、不思議ではなくなる可能性がある。このような形で、高次元の効用を考えてゆく。

以上のような観点から、取り上げることにしたトピックスは三つある。レビューとしては、末尾に挙げた三つの論文 [1][2][3] それぞれ (及び関連する様々な文献) に基づいて、その要点の解説を試みたわけである。

一つ目のトピックスとして、strong CP 問題に着目し、Pecci-Quinn symmetry の起源を高次元空間に求める考察から始める。道具立てとしては orbifolded dimension について触れ、以降に共通の高次元的設定を提供しておく。モデルとしては 5 次元 QCD を扱う。

続いて、proton decay の評価の例を見る。設定としては、chiral fermion(の family) が現れるように intersecting braneworld を取り上げ、モデルとしては type IIA string を扱う。

最後のトピックスは、cosmological constant である。技術的には、moduli fixing がどのように実現するかを問題にして、flux background について言及することになる。モデルとしては type IIB string を扱う。

目次を挙げると、

Orbifolded Dimension

Local rigid symmetry, Anomaly inflow

Intersecting Braneworld

D-branes at angles, Calabi-Yau orientifold, GUT-like model estimate

Flux Background

Discretuum, Quintessence brane

といった項目になる。それぞれ簡単な説明を加えてゆこう。

Local rigid symmetry: 通常、local symmetry と gauge symmetry (及び global symmetry と rigid symmetry) は同等の意味で用いられることが多いが、本来 geometric な用語 local (global) と symmetry の種類を表す用語 gauge (rigid) とは概念的には異なる内容を意味する。ここで local rigid symmetry と表現しているのは、高次元空間における物質場の localization を考え、local に見ると rigid symmetry が自然に実現し、相互作用の locality によりその破れが exponential suppression を受けている状況である。具体的には、Pecci-Quinn symmetry の起源がこの種の locality にあるモデルを考える。

Anomaly inflow: その際、4 次元理論として見ると anomaly free であっても、高次元理論としては chiral fermion が extra dimension 方向に分離して、fermion からの local な寄与としては、高次元ゲージ理論について gauge anomaly が存在するような設定も考え

られる。その場合、Chern-Simons 項の寄与によって anomaly free になっているようにすることができる。

D-branes at angles: そのような chiral fermion の localization が、type IIA string における D6-brane どうしの (generic な) intersection である 4 次元 subspace 上に実現する。例えば、extra dimension 中における brane の配位によって決まる intersection のパターンについて考察すると、fermion の family 構造が (extra dimension 方向への繰り返しとして) 生じるのは generic な状況であることなどが理解できる。また、このような設定においては、上記の local rigid symmetry として Pecci-Quinn symmetry が実現するようなことも自然に期待できるのではなかろうか。

Calabi-Yau orientifold: 弦理論の background として brane の配位を設定する際、その摂動論的安定性を議論する助けとなるのが、時空超対称性の存在である。(全く超対称でない場合も色々考察されてはいるのだが、安定性を (摂動的に) 実現することには成功していない。取り扱いが摂動論の範囲に収まらないと考えられる。) 弦理論の background に対する条件として RR-tadpole cancellation があり、コンパクト化して得られる 4 次元理論の anomaly cancellation を保障することになっている。超対称性を保ちつつその条件を満たすために、D6-brane と組で O6-plane の入った Calabi-Yau orientifold を内部空間として想定する。

GUT-like model estimate: D6-brane と O6-plane の intersection 上に例えば $SU(5)_{GUT}$ ゲージ理論があると、その **10** 表現の chiral fermion が局在する設定がとれ、dimension-6 operator $\mathbf{10}^2\overline{\mathbf{10}}^2$ による弦理論的な proton decay について摂動的に評価することができる。D-brane action に基づいた計算により、通常の純 4 次元 GUT における dimension-6 decay と同程度の寿命が予想される。

Discretuum: 上述のような background を現実的な形で考察するためには、様々な moduli を適切に固定して、超対称性を破りつつも大体平坦な 4 次元時空を実現する必要がある。一つの可能性として、非自明な form field flux の存在する一般的な background が検討されている。一般には、ほとんどの moduli の値が固定される上に、多数の離散的な flux quanta の値に応じて、連続分布に近い様相の多数の background が考えられ、cosmological constant が小さくなるものもあり得るのではないかと思われるわけである。

Quintessence brane: 完全に moduli が固定されている background に anti-D-brane があると、flux background の metric warp factor が小さなところに位置して、真空エネルギーに小さく寄与することがある。これは、観測的に小さな cosmological constant の成分になっている可能性を示唆する。現実にどのような background が実現しているか今のところ直接の手がかりには乏しいわけであるが、flux にせよ anti-brane にせよ、全く存在しないよりは存在するほうが一般的な状況であり、より自然な可能性とみなすこともできる。すなわち、naturalness 概念を展開させ genericity の観点に基づく考察をなす試みと言えるであろう。

終わりに、全体を批判的に振り返ってみると：そもそも高次元空間という設定は、かなり限られたものではないかと思われる。重力の量子論について考えると、時空多様体という観念そのものが副次的・創発的なものかも知れないと疑わざるを得ないし、実際、摂動的な弦理論においてすら、多様体としては singular な orbifold など拡張概念が扱われている。と言っても、一般にこの方向でどう進めばよいか判然としない状況では、とりあえず高次元空間について調べるのもやむを得ない選択であろう。

弦理論として高次元統一理論を考える際の顕在的な問題は、具体的に丁度標準模型を(安定的に)再現する状況が未だ実現されていない点にある。さらに進んで、丁度標準模型が実現されるのでは不足であるとも考えられる。例えば暗黒物質やインフレーションといった未知の物理が伴なって現れるのが望ましい結果ではなかろうか。

より深刻な潜在的問題点は、弦理論に標準模型が含まれているとすると、それに準同値な(実験誤差の範囲で区別しきれない)ものも多数含まれているという可能性が自然に想定されてしまうことにある。例えば cosmological constant が正か負かといった帰結は、原理的には確定しないという恐れである。

そのような現状であるとは思うのだが、それでも高次元の効用は捨てたものではないと期待したい。その可能性の探求が、自然の理解・基本法則の認識に貢献することは十分にあり得るのではないだろうか。

参考文献

[1] 一つ目のトピックスについては、
Izawa K.-I., T. Watari, T. Yanagida: 'Higher-Dimensional QCD without the Strong CP Problem,' hep-ph/0202171.

[2] 二つ目のトピックスについては、
I.R. Klebanov, E. Witten: 'Proton Decay in Intersecting D-brane Models,' hep-th/0304079.

[3] 最後のトピックスについては、
S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, S.P. Trivedi: 'de Sitter Vacua in String Theory,' hep-th/0301240.

[4] なお、fermion family を extra dimension 方向への繰り返しとみなす観点は、
Izawa K.-I.: 'Generation as the Origin of Higgs Fields,' Mod. Phys. Lett. **A6** (1991) 3321.

[5] また、quintessence brane については、
Izawa K.-I.: 'Quintessential Brane and the Cosmological Constant,' hep-ph/0007079.