93-03-26

I. Moyal 代数による自己双対重力の可積分変形

京都大学総合人間学部　高崎金久

自己双対重力

$$\boxed{\frac{\partial^2\Omega}{\partial p\partial\hat{p}}\frac{\partial^2\Omega}{\partial q\partial\hat{q}} - \frac{\partial^2\Omega}{\partial p\partial\hat{q}}\frac{\partial^2\Omega}{\partial q\partial\hat{p}} = 1}$$

Poisson bracket

$$\{F, G\} = \frac{\partial F}{\partial\hat{p}}\frac{\partial G}{\partial\hat{q}} - \frac{\partial F}{\partial\hat{q}}\frac{\partial G}{\partial\hat{p}}$$

を使うと

$$\boxed{\left\{\frac{\partial\Omega}{\partial p}, \frac{\partial\Omega}{\partial q}\right\} = 1}$$

"量子変形"

$$\boxed{\begin{array}{ccc} \{\ ,\ \} & \longrightarrow & \{\ ,\ \}_{\hbar} \\ \text{Poisson} & & \text{Moyal} \end{array}}$$

$$\{F, G\}_{\hbar} = \frac{2}{\hbar} \sinh\left[\frac{\hbar}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial\hat{p}\partial\hat{q}'} - \frac{\partial^2}{\partial\hat{q}\partial\hat{p}'}\right)\right] \cdot F(\hat{p}, \hat{q})\, G(\hat{p}', \hat{q}')\Big|_{\hat{p}'=\hat{p},\ \hat{q}'=\hat{q}}$$

(Moyal bracket)

$$\{F, G\}_{\hbar} = \frac{1}{\hbar}\left(F * G - G * F\right),$$

$F * G$: Weyl ordering における symbol の合成則

自己双対重力のMoyal代数的"変形"

(I.A.B. Strachan 1992)

$$\boxed{\left\{\frac{\partial\Omega}{\partial p}, \frac{\partial\Omega}{\partial q}\right\}_{\hbar} = 1}$$

問題 この方程式は"可積分"か?
(いかなる意味において?)

解答

- 自己双対重力と同様の取扱いができる。(Lax表示, 零曲率表示)
  $\updownarrow$
  twistor理論(の非可換化)
- "dressing operator"の対応物がある。$\updownarrow$ $(W, \hat{W})$
  KP, 戸田 hierarchy に似ている。