A : $U(n)$ 場.

$$ch_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{i}{2\pi}\right)^2 \int_{M_4} \mathrm{tr}\, F^2 . \qquad F = dA + A^2 .$$

$$\int_{M_4} \mathrm{tr} F^2 = \sum_{\Delta^{(4)}} \int d\, CS(A(\Delta^{(4)}))$$

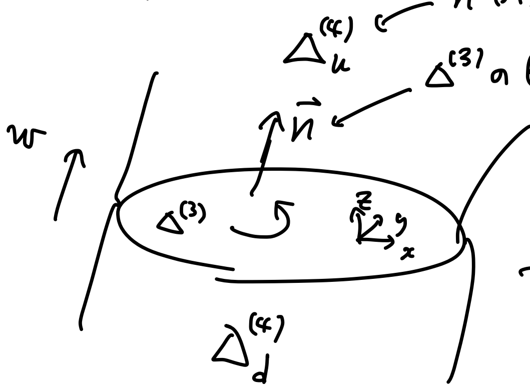
$$= \sum_{\Delta^{(4)}} \int_{\partial \Delta^{(4)}} CS(A(\Delta^{(4)})) .$$

これは. $\int_{\Delta^{(3)}} CS(A) - CS(A')$ の和になる.

詳しく向きを見ると..

$\vec{n}$ 方向の $\Delta^{(4)}$

$\Delta^{(3)}$ の向きから定まる4次元方向の法線ベクトル.



$-\vec{n}$ 方向の $\Delta^{(4)}$

$$\Longrightarrow \int_{\Delta^{(3)}} CS\left(A\left(\Delta^{(4)}_d\big|_{\Delta^{(3)}}\right)\right) - CS\left(A\left(\Delta^{(4)}_u\big|_{\Delta^{(3)}}\right)\right) .$$

となる.

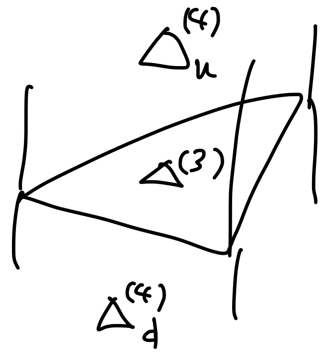
よって、$\Delta^{(3)}$ に向きを定めて、

$$ch_2 = -\frac{1}{8\pi^2} \sum_{\Delta^{(3)}} \int_{\Delta^{(3)}} CS\left(A(\Delta_d^{(4)})\right) - CS\left(A(\Delta_u^{(4)})\right)$$

となる。

ゲージ変換を、

$$\boxed{A(\Delta_d^{(4)})\Big|_{\Delta^{(3)}} = g_{\Delta^{(3)}}^{-1}\left(A(\Delta_u^{(4)}) + d\right) g_{\Delta^{(3)}}}$$ とする。



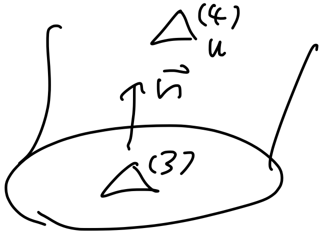
$$\rightsquigarrow \quad CS\left(A(\Delta_d^{(4)})\right) - CS\left(A(\Delta_u^{(4)})\right)\Big|_{\Delta^3}$$

$$= -d\,\mathrm{tr}\left[dg_{\Delta^{(3)}} g_{\Delta^{(3)}}^{-1} A(\Delta_u^{(4)})\right] - \frac{1}{3}\mathrm{tr}\left[dg_{\Delta^{(3)}} g_{\Delta^{(3)}}^{-1}\right]^3.$$

よって、

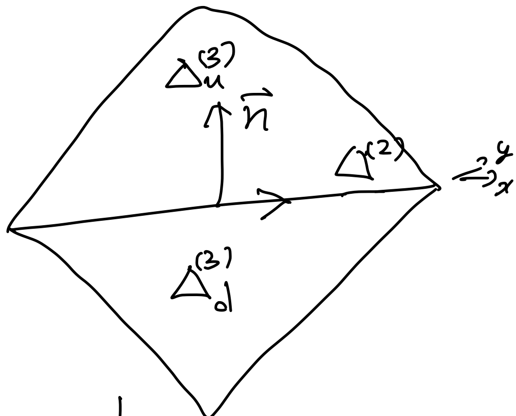
$$ch_2 = +\frac{1}{8\pi^2} \sum_{\Delta^{(3)}} \int_{\Delta^{(3)}} d\,\mathrm{tr}\left[dg_{\Delta^{(3)}} g_{\Delta^{(3)}}^{-1} A(\Delta_u^{(4)})\right] - \frac{1}{3}\mathrm{tr}\left[g_{\Delta^{(3)}}^{-1} dg_{\Delta^{(3)}}\right]^3.$$

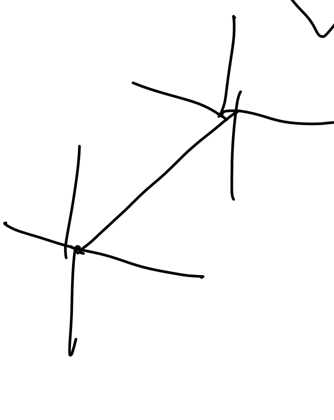
$$1\mathrm{st} = \sum_{\Delta^{(3)}} \int_{\Delta^{(3)}} d\,\mathrm{tr}\left[dg_{\Delta^{(3)}}\, g^{-1}_{\Delta^{(3)}}\, A(\Delta^{(4)}_u)\right].$$



$$= \sum_{\Delta^{(3)}} \int_{\partial\Delta^{(3)}} \mathrm{tr}\left[dg_{\Delta^{(3)}}\, g^{-1}_{\Delta^{(3)}}\, A(\Delta^{(4)}_u)\right].$$

これは. $\Delta^{(2)}$ の和に. 向きは--- -- 複数のエッジにキヨす].



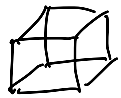


4D の cube 分割.

$$0 \le x_1, x_2, x_3, x_4 \le 1$$

bdy は… $x_i = 0$ or 1 面 → $4 \times 2 = 8$ 個.

ex. $x_4 = 1$ 面 : $0 \le x_1, x_2, x_3 \le 1$.



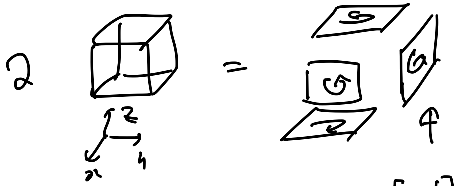
$[x_1 x_2 x_3 1]$ などと書こう.

向きは → 正. $[x_1 x_2 x_3 0]$ は負.

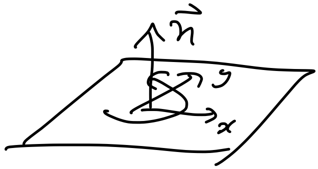
$\partial[0,1] = [1] - [0]$ より.

$$\partial [0,1]^4 = \left(\begin{array}{l} \{1\} \times [0,1]^3 - \{0\} \times [0,1]^3 \\ - [0,1] \times \{1\} \times [0,1]^2 + [0,1] \times \{0\} \times [0,1]^2 \\ + [0,1]^2 \times \{1\} \times [0,1] - [0,1]^2 \times \{0\} \times [0,1] \\ - [0,1]^3 \times \{1\} + [0,1]^3 \times \{0\} \end{array} \right)$$

3D



$- [0,1] \times \{1\} \times [0,1]$



向きは $[0,1]^3$ のベクトルと
$\square^{(3)}$ から $\square^{(4)}$ の中点への ~~ベクトル~~ の
行列式の符号で判定する.

$$\left(e_1, e_2, e_3, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} e_4 \right)$$

$[0,1]^3 \times \{1\}$ は → 1

向きは、 $[0,1]^3$ を構成するキテーベクトル e_1, e_2, e_3 を最初に並べて.

ベクトル($[0,1]^3$ の中点 $\times \{p\}$ $\to$ $[0,1]^4$ の中点) $=: \tilde{e}$ として.

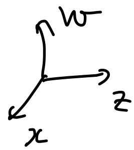
$$\det(e_1, e_2, e_3, \tilde{e}) \begin{cases} >0 & : 正 \\ <0 & : 負 \end{cases}$$ とする.

ex

$[0,1]^3 \times \{1\}$: $\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\1/2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\-1\end{pmatrix}$

$\longrightarrow -1 \Rightarrow$ 負

$[0,1] \times \{1\} \times [0,1]^2$: $\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1/2\\1/2\\1/2\\1/2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1/2\\1\\1/2\\1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-\frac{1}{2}\\0\\0\end{pmatrix}$



$\longrightarrow -1 \to$ 負

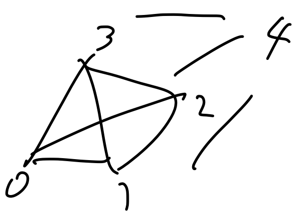
$\{1\} \times [0,1]^3$: $\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1/2\\0\\0\\0\end{pmatrix} \longrightarrow$ 正.

これが

$$\partial[01234] = [1234] - [0234] + [0134] - [0124] + [0123]$$

これが正.

と同一.



$\leftarrow [0,1]^3 \times \{0\}$ に対応.

$$\partial \square^{(4)} = \sum_{\square^{(3)} \in \partial \square^{(4)}} \pm \square^{(3)}.$$

逆に、ひとつの $\square^{(3)}$ に対して、それに接する $\square^{(4)}$ は2つある。

ex

$$[x_1, x_1+1] \times [x_2, x_2+1] \times [x_3, x_3+1] \times \{x_4\}$$

に対して、次の2つ。

$$[x_1, x_1+1] \times [x_2, x_2+1] \times [x_3, x_3+1] \times [x_4-1, x_4] \quad (-1),$$

$$[x_1, x_1+1] \times [x_2, x_2+1] \times [x_3, x_3+1] \times [x_4, x_4+1] \quad (+1).$$

局所自明化は $\square^{(4)}$ で指定。

$$\sum_{\square^{(4)}} \int_{\square^{(4)}} d\, CS(A_{\square^{(4)}}(x)).$$

$$= \sum_{\square^{(4)}} \int_{\partial \square^{(4)}} CS(A_{\square^{(4)}}(x)).$$

これを $\square^{(3)}$ w/ 向き で書き換える。

① $\square^{(3)}$ の向きを、$\square^{(3)}$ の局所座標のキテーベクトルで定める。

② $\square^{(3)}$ に接する $\square^{(4)}$ は2つある。キヨの正負は、

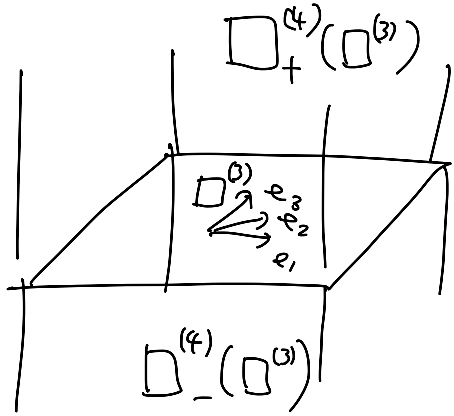
$$\left(\square^{(3)}\text{の中点} \longrightarrow \square^{(4)}\text{の中点}\right) = \tilde{e}$$

なるベクトルを導入して、

$$\det(e_1, e_2, e_3, \tilde{e}) \quad \begin{array}{l} > 0 \Rightarrow +1 \\ < 0 \Rightarrow -1 \end{array}$$

と定める。

それぞれ $\square^{(4)}_+(\square^{(3)})$, $\square^{(4)}_-(\square^{(3)})$ とかく。



この表記で、

$$\sum_{\square^{(4)}} \int_{\partial \square^{(4)}} CS(A_{\square^{(4)}}) = \sum_{\square^{(3)}} \int_{\square^{(3)}} CS\left(A_{\square^{(4)}_+(\square^{(3)})}\right) - CS\left(A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})}\right).$$

$\square^{(3)}$ におけるゲージ変換を.

$$A_{\square^{(4)}_+(\square^{(3)})} = g^{-1}_{\square^{(3)}}\left(A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})} + d\right) g_{\square^{(3)}}$$

とする.

$$\Rightarrow \quad CS\left(A_{\square^{(4)}_+(\square^{(3)})}\right) - CS\left(A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})}\right)$$

$$= -d\,\mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}} A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})}\right] - \frac{1}{3}\mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}}\right]^3.$$

$$\Rightarrow \quad \sum_{\square^{(4)}} \mathrm{tr} F^2 = \sum_{\square^{(3)}} \int_{\square^{(3)}} -d\,\mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}} A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})}\right] - \frac{1}{3}\mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}}\right]^3.$$

$$\sum_{\square^{(4)}} \mathrm{tr} F^2 = \sum_{\square^{(3)}} \int_{\square^{(3)}} -d\,\mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}} A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})}\right]$$
$$- \frac{1}{3} \mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}}\right]^3 .$$

$$= \sum_{\square^{(3)}} \int_{\partial\square^{(3)}} - \mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}} A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})}\right]$$
$$+ \sum_{\square^{(3)}} \int_{\square^{(3)}} - \frac{1}{3} \mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}}\right]^3 .$$

第1項を $\square^{(2)}$ の和で書き換える.

ひとつの $\square^{(2)}$ に対し, $\square^{(2)}$ に接する $\square^{(3)}$ は, 4つ存在する.

<u>ex</u> $\quad [x_1, x_1+1] \times [x_2, x_2+1] \times \{x_3\} \times \{x_4\}$.

$\rightsquigarrow \quad [x_1, x_1+1] \times [x_2, x_2+1] \times [x_3-1, x_3] \times \{x_4\} \quad +$

$\qquad\qquad\qquad '' \qquad\qquad \times [x_3, x_3+1] \times \{x_4\} \quad -$

$\qquad\qquad\qquad '' \qquad\qquad \times \{x_3\} \times [x_4-1, x_4] \quad +$

$\qquad\qquad\qquad '' \qquad\qquad \times \{x_3\} \times [x_4, x_4+1] \quad -$

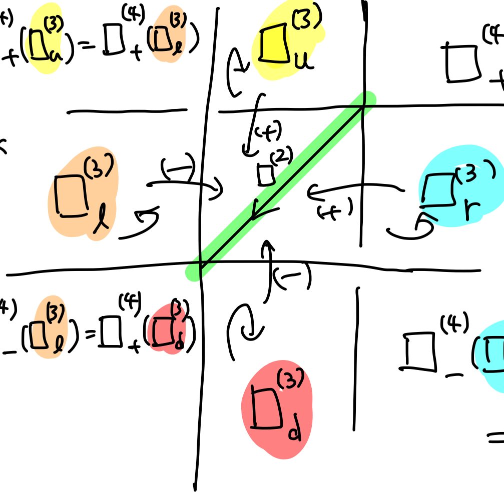
$A_{\square^{(4)}_-}(\square^{(3)})$ が処理できるか?

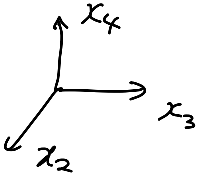
ひとつの $\square^{(2)}$ に注目する。

$\square^{(4)}_2 := \square^{(4)}_+(\square^{(3)}_u) = \square^{(4)}_+(\square^{(3)}_\ell)$

$\square^{(4)}_+(\square^{(3)}_r) = \square^{(4)}_-(\square^{(3)}_u) =: \square^{(4)}_1$

$[x_1, x_1+1] \times$





$\square^{(4)}_3 := \square^{(4)}_-(\square^{(3)}_\ell) = \square^{(4)}_+(\square^{(3)}_d)$

$\square^{(4)}_-(\square^{(3)}_r) = \square^{(4)}_-(\square^{(3)}_d) =: \square^{(4)}_4$

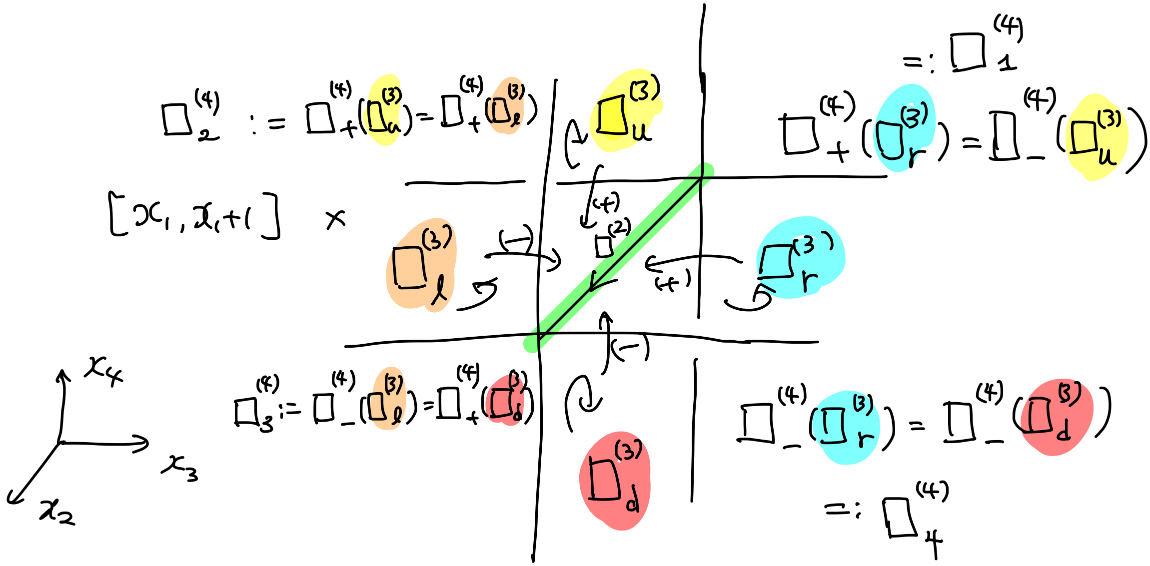
$\square^{(2)}$ への寄与を足し合わせると、

$$\sum_{\square^{(3)}} \int_{\partial\square^{(3)}} -\mathrm{tr}\left[dg_{\square^{(3)}}\, g^{-1}_{\square^{(3)}}\, A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})} \right]$$

$$\begin{aligned}
= \sum_{\square^{(2)}} \int_{\square^{(2)}} -\mathrm{tr}\Big[& dg_{\square^{(3)}_r}\, g^{-1}_{\square^{(3)}_r}\, A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)}_r)} \quad \square^{(4)}_4 \\
& + dg_{\square^{(3)}_u}\, g^{-1}_{\square^{(3)}_u}\, A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)}_u)} \quad \square^{(4)}_1 \\
& - dg_{\square^{(3)}_\ell}\, g^{-1}_{\square^{(3)}_\ell}\, A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)}_\ell)} \quad \square^{(4)}_3 \\
& - dg_{\square^{(3)}_d}\, g^{-1}_{\square^{(3)}_d}\, A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)}_d)} \quad \square^{(4)}_4 \Big] . \qquad (**)
\end{aligned}$$

($\square^{(3)}_{r/u/\ell/d}$ は $\square^{(2)}$-dep なので、$\square^{(2)}$ を固定している。)

$A_{\square^{(4)}_\mu}$ を全て $A_{\square^{(4)}_4}$ で表す。



$g_{\square^{(3)}}$ のデータは

$$A_{\square^{(4)}_+(\square^{(3)})} = g^{-1}_{\square^{(3)}}\left(A_{\square^{(4)}_-(\square^{(3)})} + d\right) g_{\square^{(3)}}$$

だった.

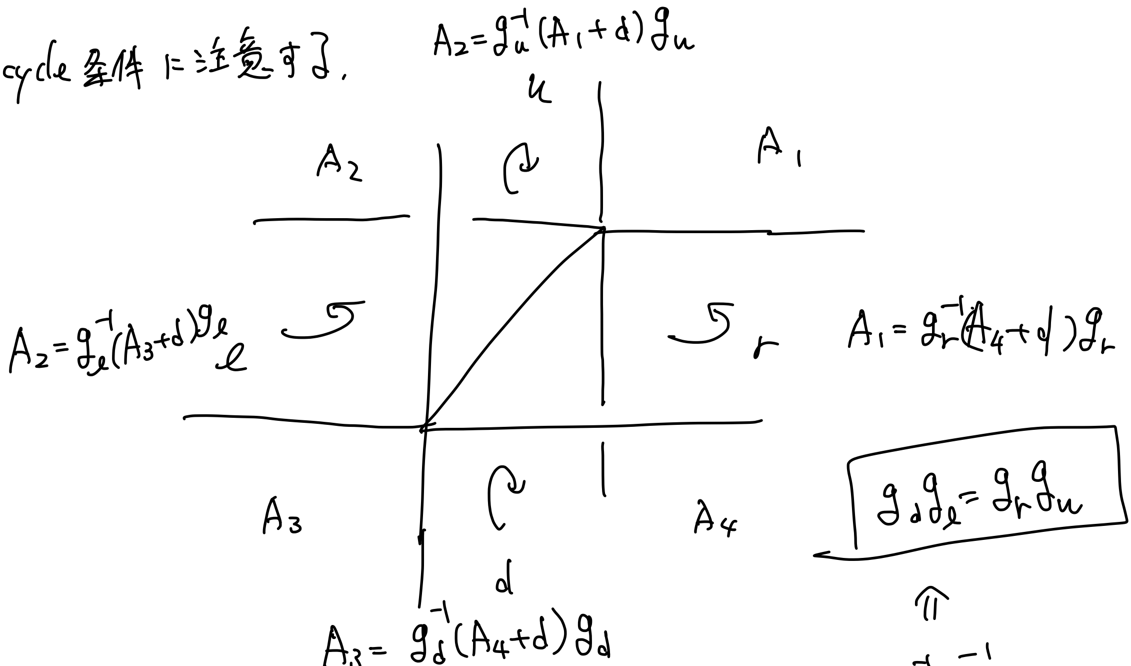
- $A_{\square^{(4)}_1} = g^{-1}_{\square^{(3)}_r}\left(A_{\square^{(4)}_4} + d\right) g_{\square^{(3)}_r}$.
- $A_{\square^{(4)}_3} = g^{-1}_{\square^{(3)}_d}\left(A_{\square^{(4)}_4} + d\right) g_{\square^{(3)}_d}$.

よって

$$(**) = \sum_{\square^{(2)}} \int_{\square^{(2)}} -\mathrm{tr}\Big[dg_{\square_r^{(3)}} g^{-1}_{\square_r^{(3)}} A_{\square_4^{(4)}} + dg_{\square_u^{(3)}} g^{-1}_{\square_u^{(3)}} g^{-1}_{\square_r^{(3)}} (A_{\square_4^{(4)}} + d) g_{\square_r^{(3)}} - dg_{\square_\ell^{(3)}} g^{-1}_{\square_\ell^{(3)}} g^{-1}_{\square_d^{(3)}} (A_{\square_4^{(4)}} + d) g_{\square_d^{(3)}} - dg_{\square_d^{(3)}} g^{-1}_{\square_d^{(3)}} A_{\square_4^{(4)}} \Big]$$

$$= \sum_{\square^{(2)}} \int_{\square^{(2)}} -\mathrm{tr}\Big[\left(dg_r g_r^{-1} + g_r dg_u g_u^{-1} g_r^{-1} - g_d dg_\ell g_\ell^{-1} g_d^{-1} - dg_d g_d^{-1} \right) A_4 + dg_u g_u^{-1} g_r^{-1} dg_r - dg_\ell g_\ell^{-1} g_d^{-1} dg_d \Big].$$

cocycle 条件に注意する。



$\Uparrow$

d をむしすると

$$A_4 = g_r A_1 g_r^{-1} = g_r g_u A_2 g_u^{-1} g_r^{-1} = g_r g_u g_\ell^{-1} A_3 g_\ell g_u^{-1} g_r^{-1}$$

$$= g_r g_u g_\ell^{-1} g_d^{-1} A_4 g_d g_\ell g_u^{-1} g_r^{-1}$$

cocycle 条件！ $g_d g_e = g_r g_u$

$$\Rightarrow \quad dg_d\, g_e + g_d\, dg_e = dg_r\, g_u + g_r\, dg_u$$

$$\Leftrightarrow \quad dg_d + g_d\, dg_e\, g_e^{-1} = dg_r\, g_u\, g_e^{-1} + g_r\, dg_u\, g_e^{-1}$$

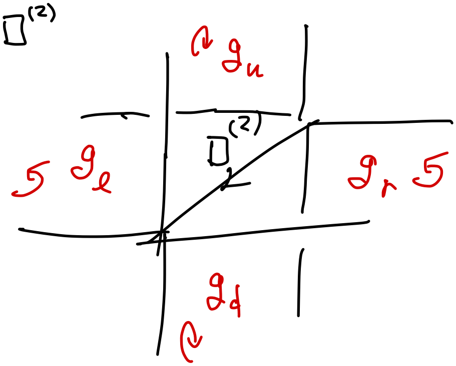
$$\Leftrightarrow \quad dg_d\, g_d^{-1} + g_d\, dg_e\, g_e^{-1} g_d^{-1} = dg_r \underbrace{g_u g_e^{-1} g_d^{-1}}_{= g_r^{-1}} + g_r\, dg_u \underbrace{g_e^{-1} g_d^{-1}}_{= g_u^{-1} g_r^{-1}}.$$

より．A_4 の項は消えた！

よって，

$$(**) = \sum_{\square^{(2)}} \int_{\square^{(2)}} -\mathrm{tr}\left[dg_u\, g_u^{-1} g_r^{-1} dg_r - dg_e\, g_e^{-1} g_d^{-1} dg_d \right].$$

$[x_i, x_i+1] \times$



以上より．

$$\frac{-1}{8\pi^2}\int_{M_4} \mathrm{tr} F^2 = \frac{-1}{8\pi^2} \sum_{\square^{(3)}} \int_{\square^{(3)}} -\frac{1}{3}\mathrm{tr}\left(dg_{\square^{(3)}}\, g_{\square^{(3)}}^{-1} \right)^3$$

$$+ \frac{-1}{8\pi^2} \sum_{\square^{(2)}} \int_{\square^{(2)}} -\mathrm{tr}\left(dg_u\, g_u^{-1} g_r^{-1} dg_r - dg_e\, g_e^{-1} g_d^{-1} dg_d \right).$$

→ 後は，$g = \gamma \Lambda \gamma^{-1}$ として，さらに変形．

$$\frac{-1}{8\pi^2}\int_{M_4} \mathrm{tr} F^2 = \frac{-1}{8\pi^2} \sum_{\square^{(3)}} \int_{\square^{(3)}} -\frac{1}{3} \mathrm{tr}\left(dg_{\square^{(3)}} g^{-1}_{\square^{(3)}} \right)^3$$

$$+ \frac{-1}{8\pi^2} \sum_{\square^{(2)}} \int_{\square^{(2)}} -\mathrm{tr}\left(dg_u g_u^{-1} g_r^{-1} dg_r - dg_\ell g_\ell^{-1} g_d^{-1} dg_d \right)$$

(Lüscher Commun. Math. Phys. **85**, 39–48 (1982)

Baal Commun. Math. Phys. 85, 529–547 (1982)

と同一)

cocycle 条件 ! $\quad g_d g_\ell = g_r g_u$

$$\longrightarrow \gamma_d \Lambda_d \gamma_d^{-1} \gamma_\ell \Lambda_\ell \gamma_\ell^{-1} = \gamma_r \Lambda_r \gamma_r^{-1} \gamma_u \Lambda_u \gamma_u^{-1}$$

g : θ-gap を満たすとする

$g = \gamma \Lambda \gamma^{-1}$ 対角化

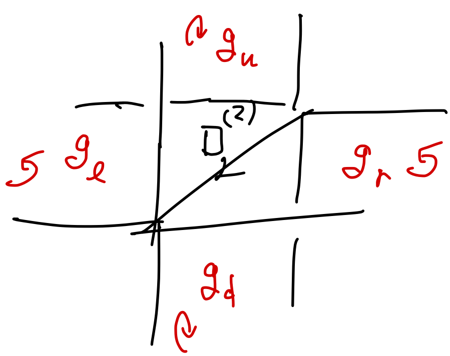
$$\longrightarrow \frac{1}{12\pi} \mathrm{tr}[g^{-1}dg]^3 = dB_\theta ,$$

$$\underset{=}{\mathrm{tr}[-d\gamma^{-1} g\, d\gamma \Lambda^{-1}]}$$

$$B_\theta = \frac{1}{4\pi} \mathrm{tr}[\gamma^{-1}d\gamma \Lambda \gamma^{-1}d\gamma \Lambda^{-1}] + \frac{1}{2\pi} \mathrm{tr}[\log_\theta \Lambda (\gamma^{-1}d\gamma)^2]$$

ここがキャンセルするか?

$[x_i, x_i+1] \times$



$g = \gamma \Lambda \gamma^{-1}$ のとき, $\log_\Theta g = \gamma \log_\Theta \Lambda \gamma^{-1}$.

$$dg = d\gamma \Lambda \gamma^{-1} + \gamma d\Lambda \gamma^{-1} + \gamma \Lambda d\gamma^{-1}$$
$$= \gamma (d\Lambda + \gamma^{-1} d\gamma \Lambda - \Lambda \gamma^{-1} d\gamma) \gamma^{-1}.$$

$$\Lambda^{-1} d\Lambda = d\Lambda \Lambda^{-1} = d \log \Lambda.$$

$$g^{-1} dg = \gamma (\Lambda^{-1} d\Lambda + \Lambda^{-1} \gamma^{-1} d\gamma \Lambda - \gamma^{-1} d\gamma) \gamma^{-1} = \gamma d\log \Lambda \gamma^{-1} + g^{-1} d\gamma \gamma^{-1} g - d\gamma \gamma^{-1}$$
$$dg g^{-1} = \gamma (\underset{\shortparallel}{d\Lambda \Lambda^{-1}} + \gamma^{-1} d\gamma - \Lambda \gamma^{-1} d\gamma \Lambda^{-1}) \gamma^{-1} = \gamma d\log \Lambda \gamma^{-1} + d\gamma \gamma^{-1} - g d\gamma \gamma^{-1} g^{-1}$$

より.

$$\mathrm{tr}\left[dg_u g_u^{-1} g_r^{-1} dg_r\right] = \mathrm{tr}\left[\begin{array}{l} \gamma_u (d\log \Lambda_u + \gamma_u^{-1} d\gamma_u - \Lambda_u \gamma_u^{-1} d\gamma_u \Lambda_u^{-1}) \gamma_u^{-1} \\ \cdot\ \gamma_r (d\log \Lambda_r + \Lambda_r^{-1} \gamma_r^{-1} d\gamma_r \Lambda_r - \gamma_r^{-1} d\gamma_r) \gamma_r^{-1} \end{array}\right]$$

$$\begin{aligned} = \mathrm{tr}\Big[& \gamma_u d\log \Lambda_u \gamma_u^{-1} \gamma_r d\log \Lambda_r \gamma_r^{-1} \\ & + \gamma_u d\log \Lambda_u \gamma_u^{-1} \gamma_r \Lambda_r^{-1} \gamma_r^{-1} d\gamma_r \Lambda_r \\ & - \gamma_u d\log \Lambda_u \gamma_u^{-1} d\gamma_r \gamma_r^{-1} \\ & + d\gamma_u \gamma_u^{-1} \gamma_r d\log \Lambda_r \gamma_r^{-1} \\ & + d\gamma_u \gamma_u^{-1} \gamma_r \Lambda_r^{-1} \gamma_r^{-1} d\gamma_r \Lambda_r \gamma_r^{-1} \\ & - d\gamma_u \gamma_u^{-1} d\gamma_r \gamma_r^{-1} \\ & - \gamma_u \Lambda_u \gamma_u^{-1} d\gamma_u \Lambda_u^{-1} \gamma_u^{-1} \gamma_r d\log \Lambda_r \gamma_r^{-1} \\ & - \gamma_u \Lambda_u \gamma_u^{-1} d\gamma_u \Lambda_u^{-1} \gamma_u^{-1} \gamma_r \Lambda_r^{-1} \gamma_r^{-1} d\gamma_r \Lambda_r \gamma_r^{-1} \\ & + \gamma_u \Lambda_u \gamma_u^{-1} d\gamma_u \Lambda_u^{-1} \gamma_u^{-1} d\gamma_r \gamma_r^{-1} \Big]. \end{aligned}$$

う〜ん. .

$$g = \gamma \Lambda \gamma^{-1} \to \log_\Theta g := \gamma \log_\Theta \Lambda \gamma^{-1}.$$

$$\Rightarrow \quad d\log_\Theta g = \gamma\, d\log_\Theta \Lambda\, \gamma^{-1} + d\gamma \log_\Theta \Lambda\, \gamma^{-1} + \gamma \log_\Theta \Lambda\, d\gamma^{-1}$$

$\|$

$$g^{-1}dg = dg\, g^{-1} \; ?$$

これが成立すると．

$$dg_u g_u^{-1} g_r^{-1} dg_r = d\log_{\Theta_u} g_u \cdot d\log_{\Theta_r} g_r .$$

$$= d\left[\log_{\Theta_u} g_u \, d\log_{\Theta_r} g_r \right]$$

となるから変かい．？

$$g^{-1}dg = \gamma\, d\log\Lambda\, \gamma^{-1} + \gamma\Lambda^{-1}\gamma^{-1}d\gamma\Lambda\gamma^{-1} - d\gamma\gamma^{-1}$$

$$dg\, g^{-1} = \gamma\, d\log\Lambda\, \gamma^{-1} + d\gamma\gamma^{-1} - \gamma\Lambda\gamma^{-1}d\gamma\Lambda^{-1}\gamma^{-1}$$

$$\Rightarrow \quad g^{-1}dg = d\log_\Theta g + \gamma\Lambda^{-1}\gamma^{-1}d\gamma\Lambda\gamma^{-1} - d\gamma\gamma^{-1} - d\gamma \log_\Theta\Lambda\,\gamma^{-1} - \gamma\log_\Theta\Lambda\, d\gamma^{-1}$$

$$Z = X + s_\mu \hat{\mu}, \quad 0 \le s_\mu \le 1$$