

# 有限群のコセット分解

塩崎 謙

December 21, 2022

$H, G$ を有限群とする.  $H$ が $G$ の部分群であることは, 集合として $H \subset G$ と同値. 左コセット分解

$$G = \prod_{a=1}^{|G/H|} h_a H \quad (1)$$

を計算したい.

$$h_a H = \{h_a h \mid h \in H\} \quad (2)$$

である. 上記の分解が集合としての分解でもあることに注意すると, 左コセット分解は以下のように計算できる.

- $H \subset G$ を確認する.
- $G_1 = G$ とする.
- 以下を $|G/H|$ 回繰り返す:  $h_i = G_i$ をひとつ選ぶ. 集合 $G_{i+1} = G_i \setminus h_i H$ を計算する.
- $G_{|G/H|+1}$ が空集合であることを確認する.

$h_1 = e$ と選ぶことができることに注意. 右コセット分解

$$G = \prod_{a=1}^{|G/H|} H h_a \quad (3)$$

も同様.