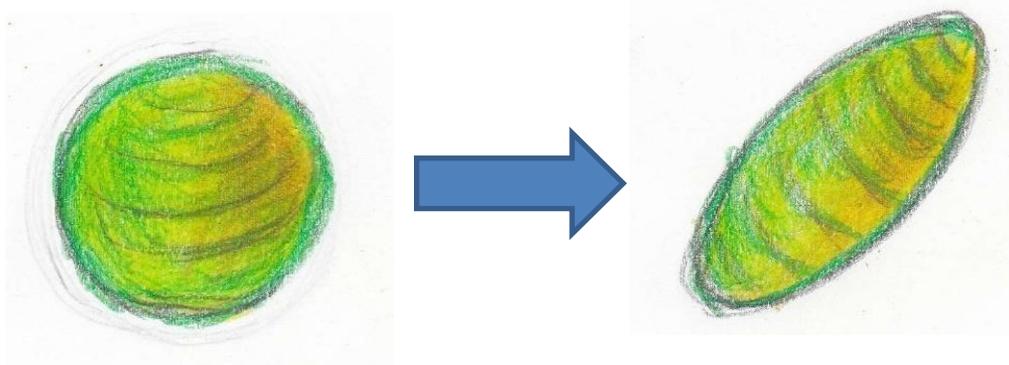


## 原子核はなぜ変形するか

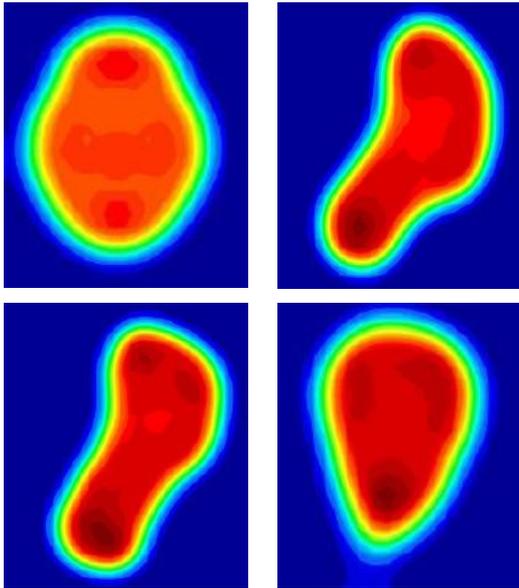


この問いは「**対称性はなぜ自発的に破れるのか**」という物理学の基本的問題の分かり易い具体例である



原子核では対称性が破れる**ダイナミカルなメカニズム**に深く立ち入って**実験的に**調べることができる

## 前口上



Umar-Oberacker のTDHF計算より

## 原子核の平均場はとても柔らかい

- ♥ 原子核は密度の飽和性をもつ  
量子液滴だから、容易に形を変える
- ♥ 形は平均場によって定義される。  
原子核の形とは平均場の形のこと
- ♥ 「形の固有状態」ではない。  
常に「形の量子ゆらぎ」がある

このことを前提として、「なぜその時間平均(平衡形)が変形するのか」  
について以下で議論する。

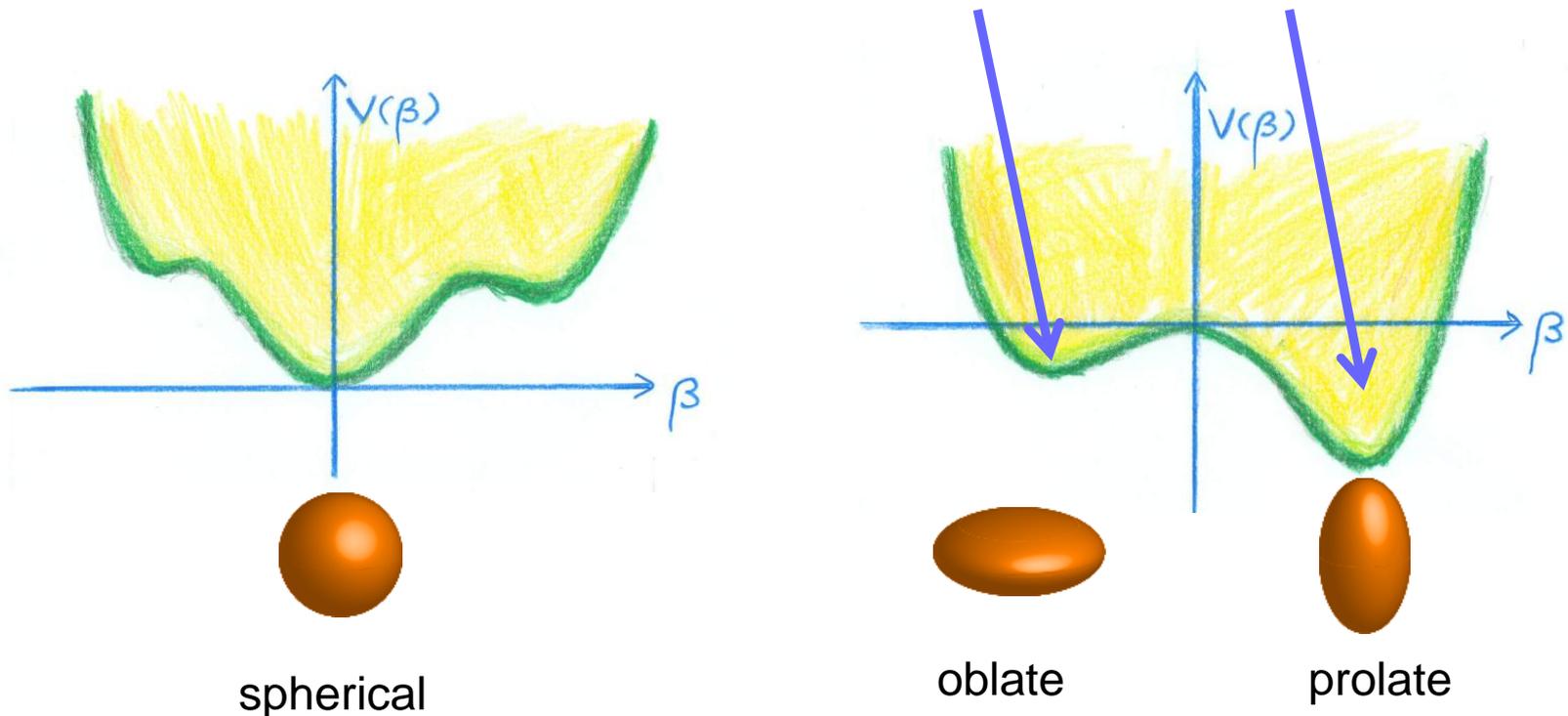


あなたは原子核という物質に対して  
どのようなイメージ(描像)をもっていますか？

## 結合エネルギーの変形度依存性

(変形ポテンシャル・エネルギー曲線)

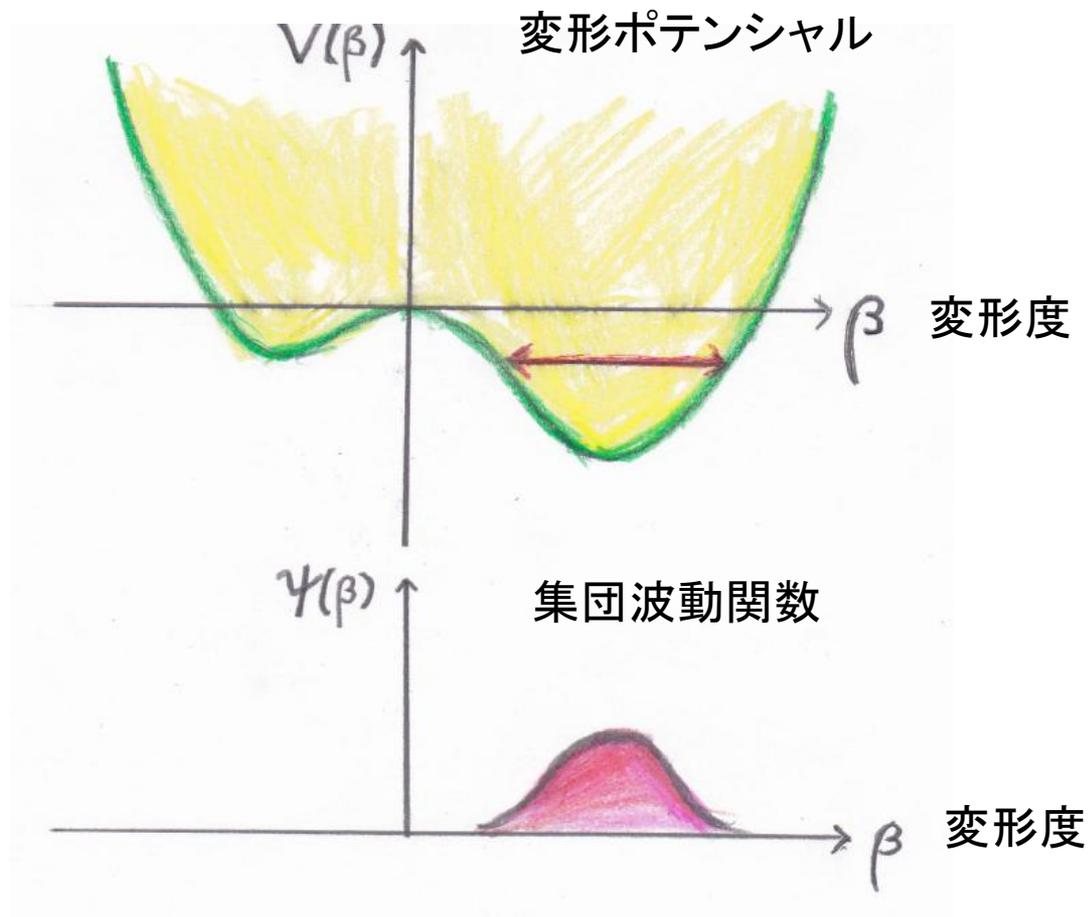
なぜこのような極小点が出現するのか？



この理由を理解するためには「巨視的量子液滴モデル」を超えて  
変形した平均場のなかの一粒子運動の性質と  
「微視的な変形シェル構造」を分析する必要がある

# Quantum Shape Fluctuation

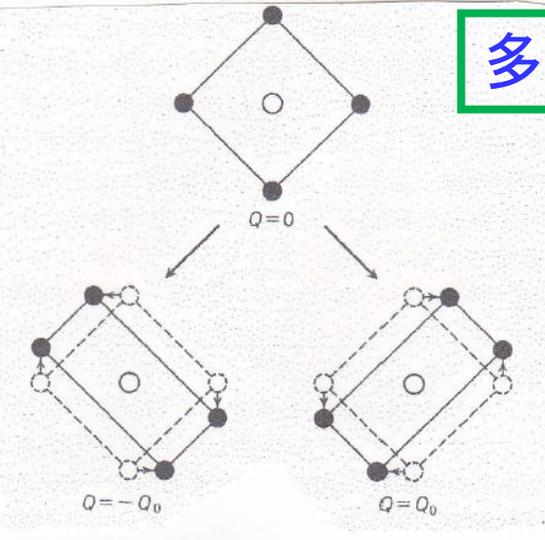
原子核の形は量子的に揺らいでいる



「形の固有状態」はありえない

# 多原子分子はなぜ変形するか

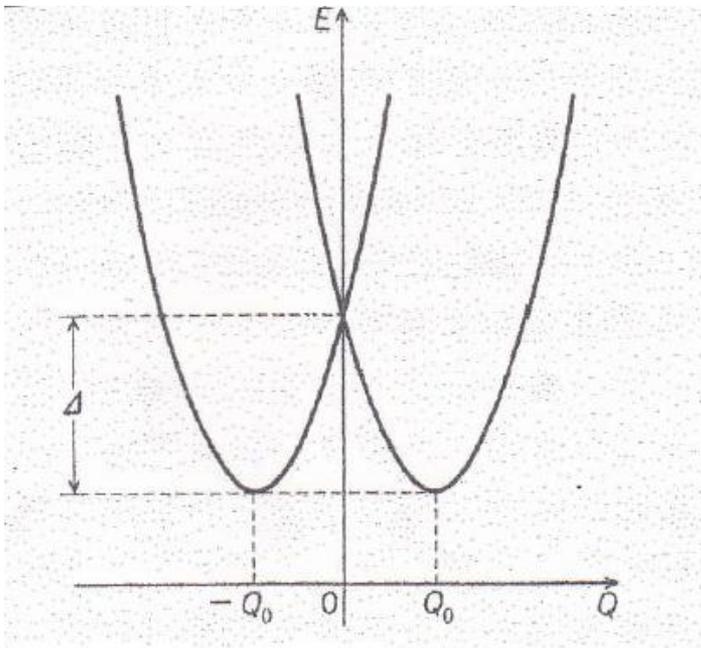
(分子の形が多様な理由)



## Jahn-Teller effect

電子系のエネルギー準位が縮退しているとき  
原子核の幾何学的配置を変えて対称性を下げる

対称性を下げることによって縮退が解け  
よりエネルギーが低く安定な状態となる



## 原子核の変形メカニズムとアナログス

「対称性の自発的破れ」の具体例として共通  
ただし、重要な違いもある

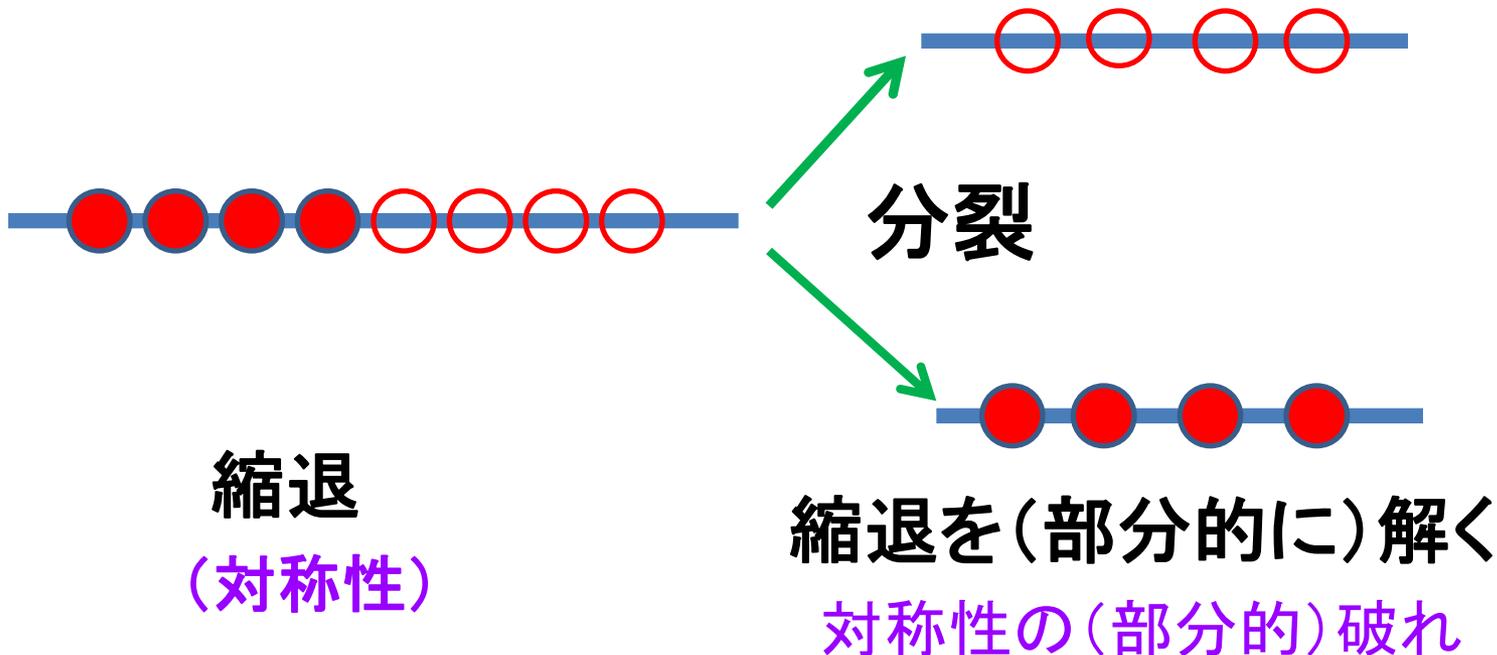
これが一般的法則だ!!

## 縮退のあるとき



対称性を破って縮退を解くことによって  
エネルギーが下がる

(対称性の自発的破れ)



## 第1回RIBF討論会Plus!に参加して気付いたこと(私の印象)

---



中性子のシェル構造を盛んに議論しているが、陽子の変形シェル構造(変形しやすさ)がNe, Mg とSi, Sで異なっていることを忘れていないか

(原子核の形は陽子のシェル構造エネルギーと中性子のシェル構造エネルギーの競争/協力の微妙なバランスによって決まる筈)



弱束縛中性子過剰核に特有な新しい現象を探究するためにも、安定核での変形メカニズムをよく知っておくことが重要

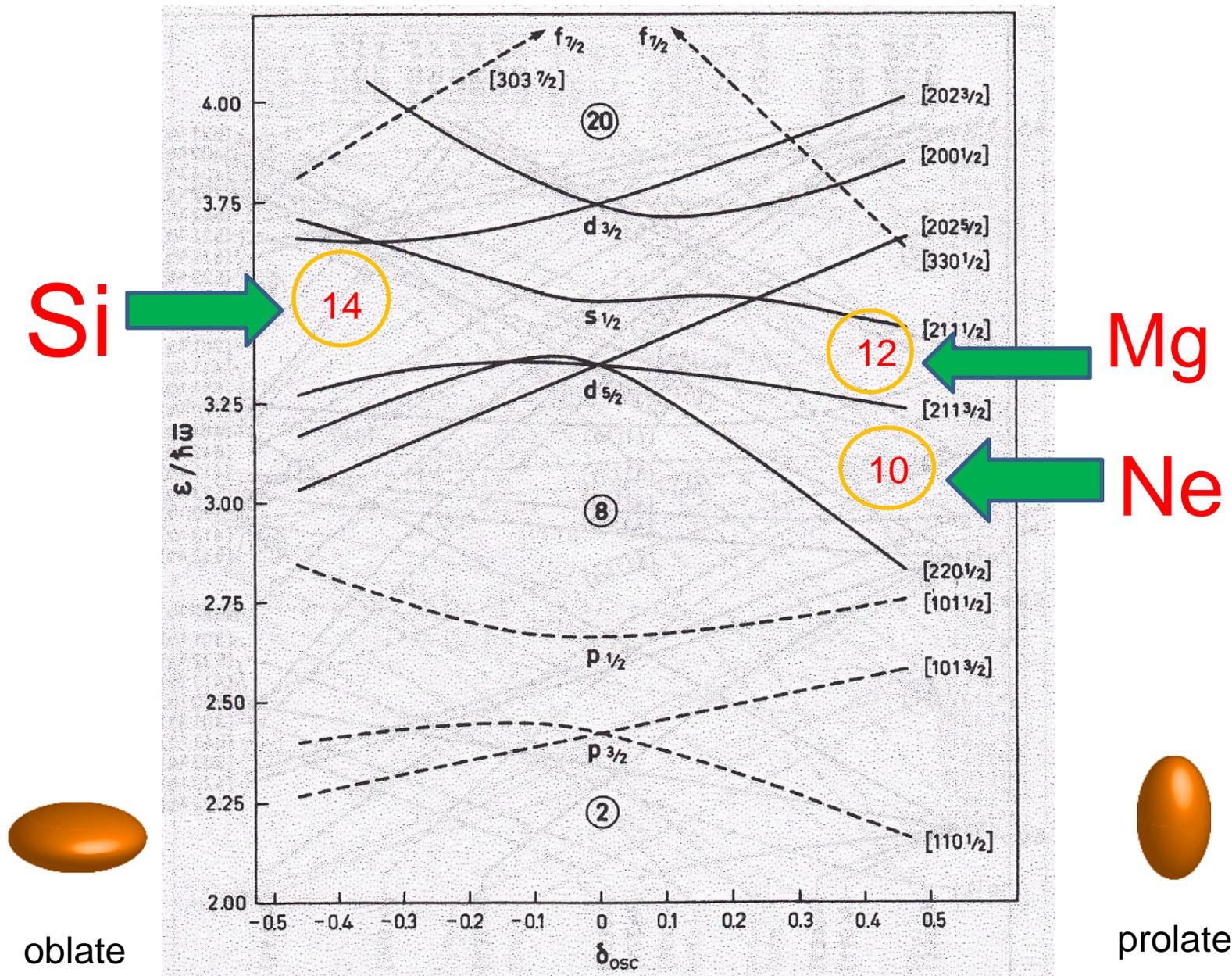


なぜ「2p2h状態」と「0p0h状態」の逆転が起こるのか。その理由は「平均場が変形し、新しい変形シェル構造が形成される」という概念に基づけばもっと単純明快に理解できるのではないか

(「魔法数の消滅」という言葉の定義をもっとはっきりさせたい)

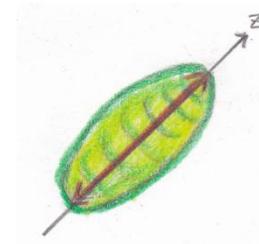
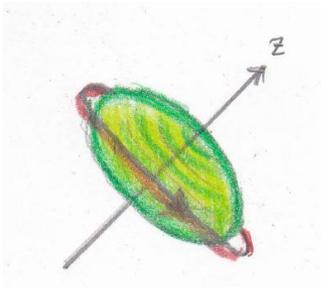
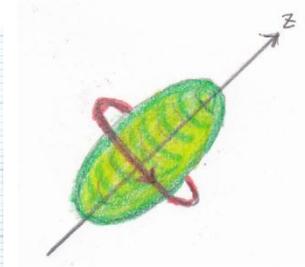
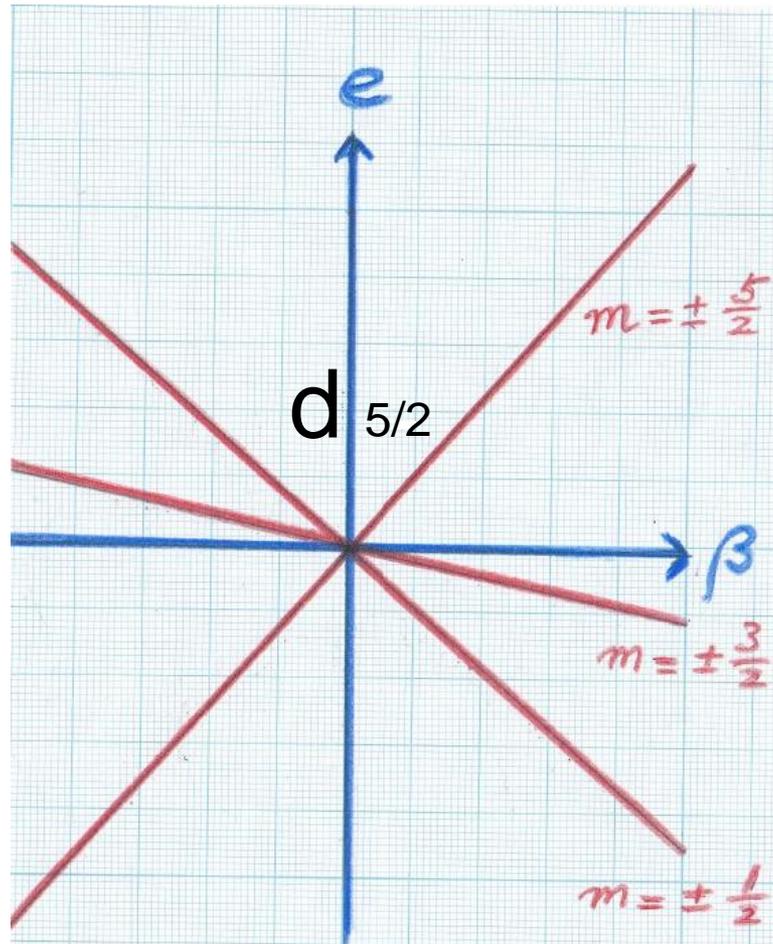
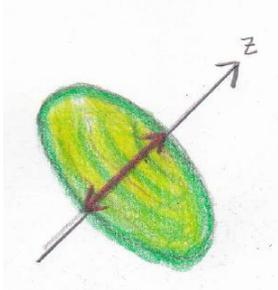
この図には宝がいっぱい隠されている

from Bohr-Mottelson Vol.2



$$V = V_0 - \kappa\beta Y_{20}(\theta)$$

Single-j 近似ならこうなる



$$\delta e(nljm) = \kappa\beta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \frac{3m^2 - j(j+1)}{j(j+1)}$$

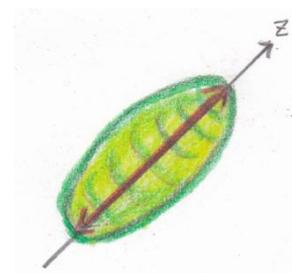
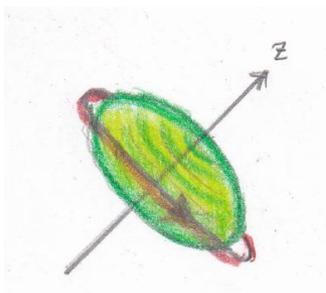
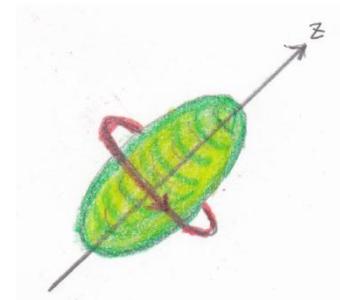
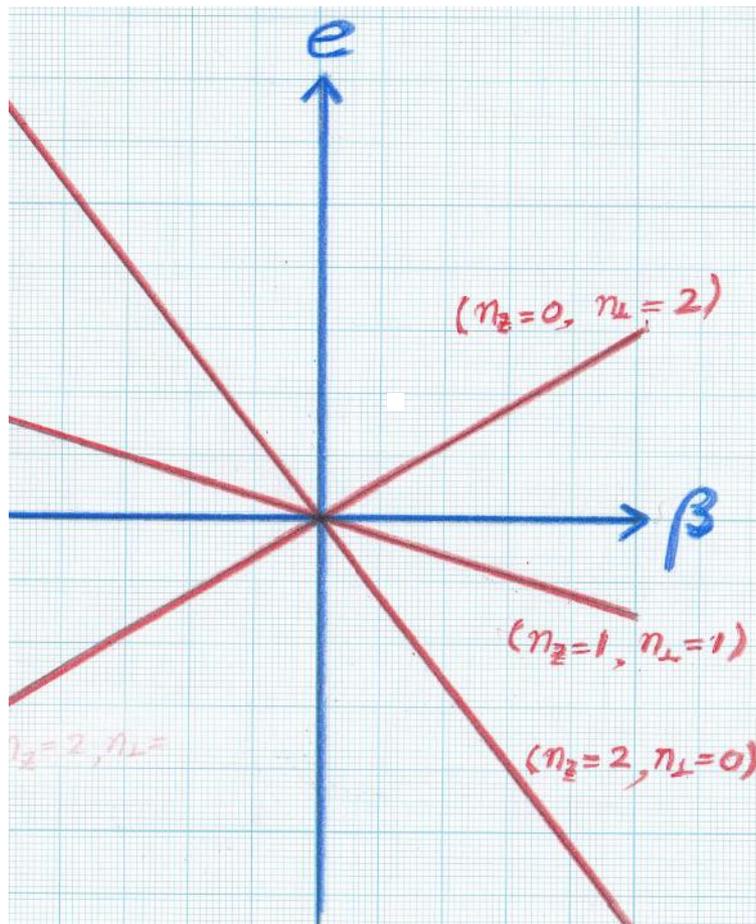
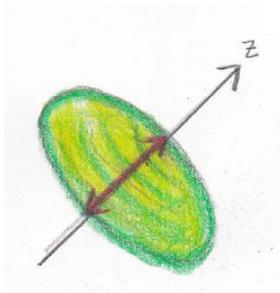
# 軸対称HO

$$H = \frac{p^2}{2M} + \frac{1}{2}M(\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2)$$

$$e(n_{\perp}, n_z) = (n_{\perp} + 1)\hbar\omega_{\perp} + (n_z + \frac{1}{2})\hbar\omega_z$$

$$\omega_{\perp} = \bar{\omega}(1 + \frac{1}{3}\delta)$$

$$\omega_z = \bar{\omega}(1 - \frac{2}{3}\delta)$$

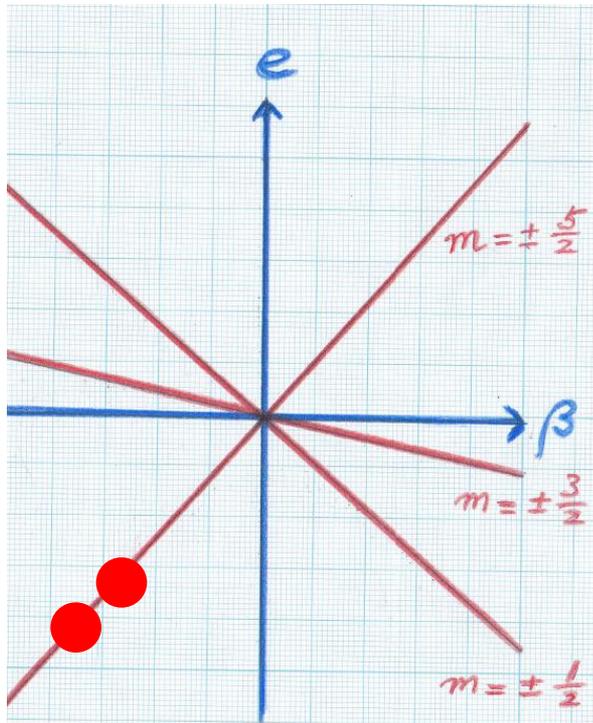


$$\delta e(n_{\perp}, n_z) = -\frac{1}{3}(2n_z - n_{\perp})\hbar\bar{\omega}\delta$$

( $\beta$ と $\delta$ はほぼ同じ)

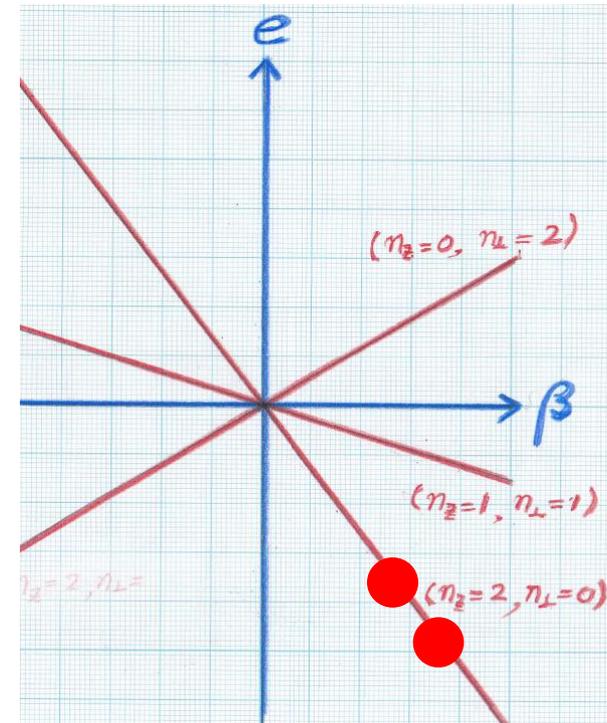
# 比較してみよう

Single d5/2 shell model



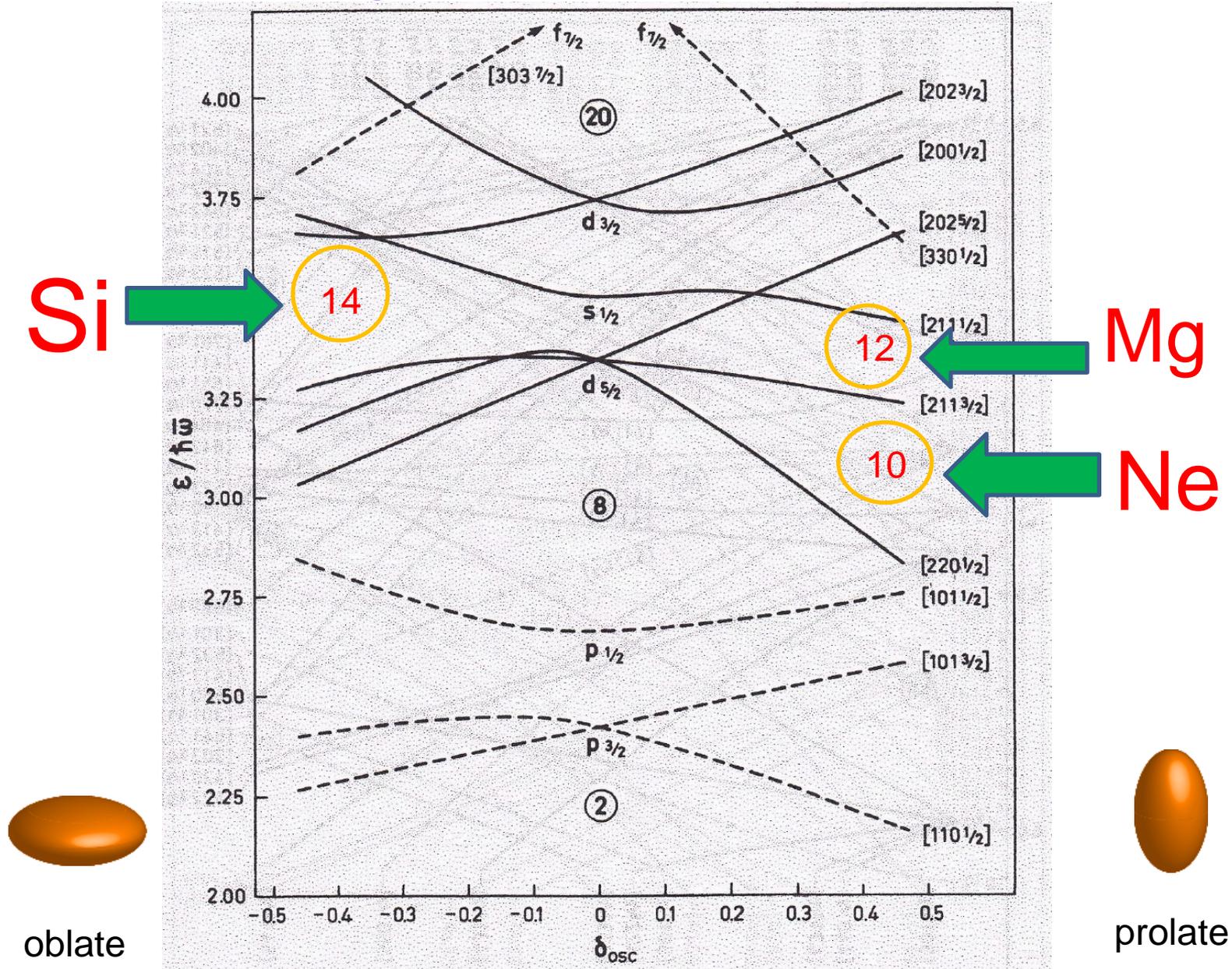
2核子は**oblate**変形を好む

軸対称HO model



2核子は**prolate**変形を好む

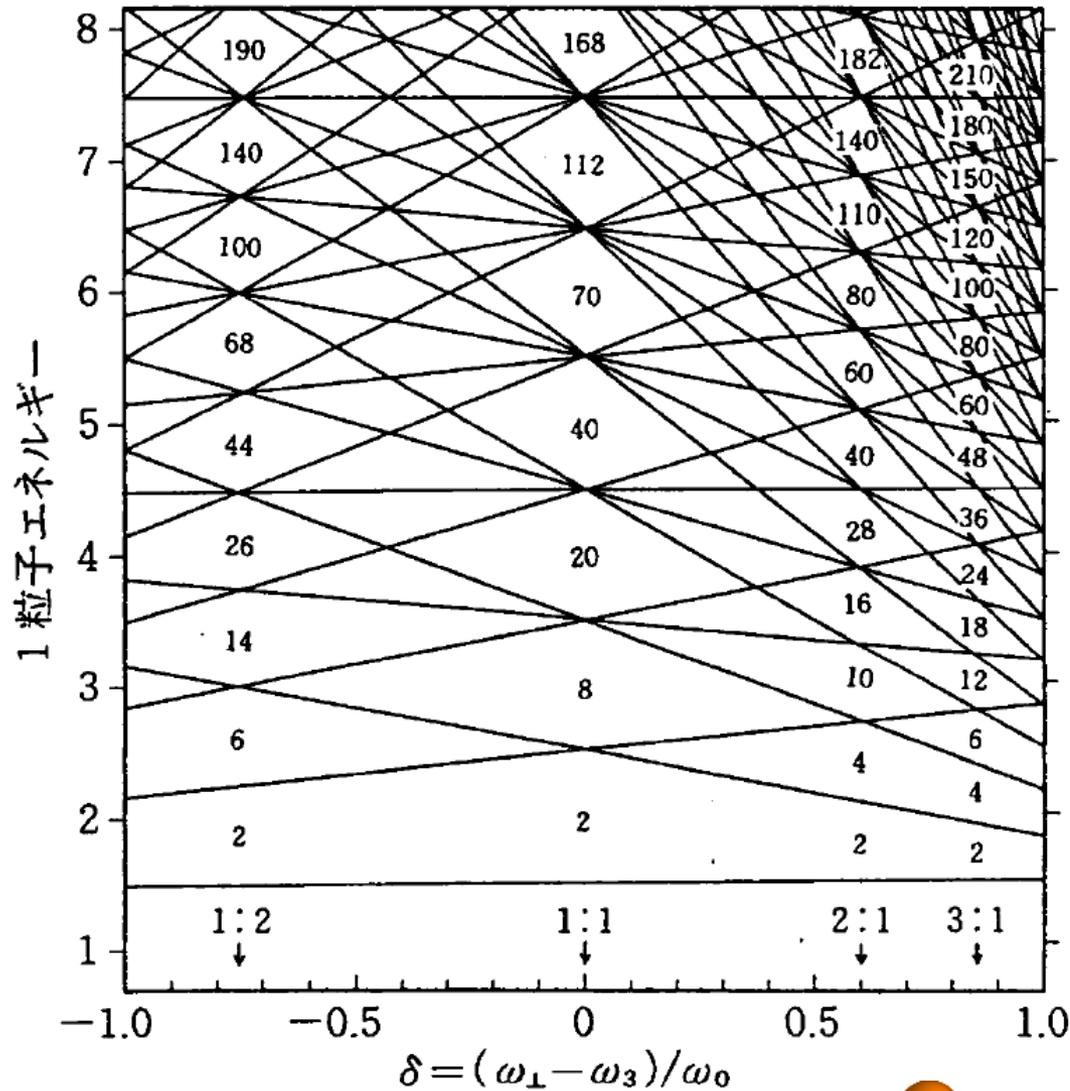
# Nilsson diagramを眺めるだけでかなりのことが言える



from Bohr-Mottelson Vol.2

# 超変形魔法の数

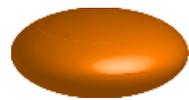
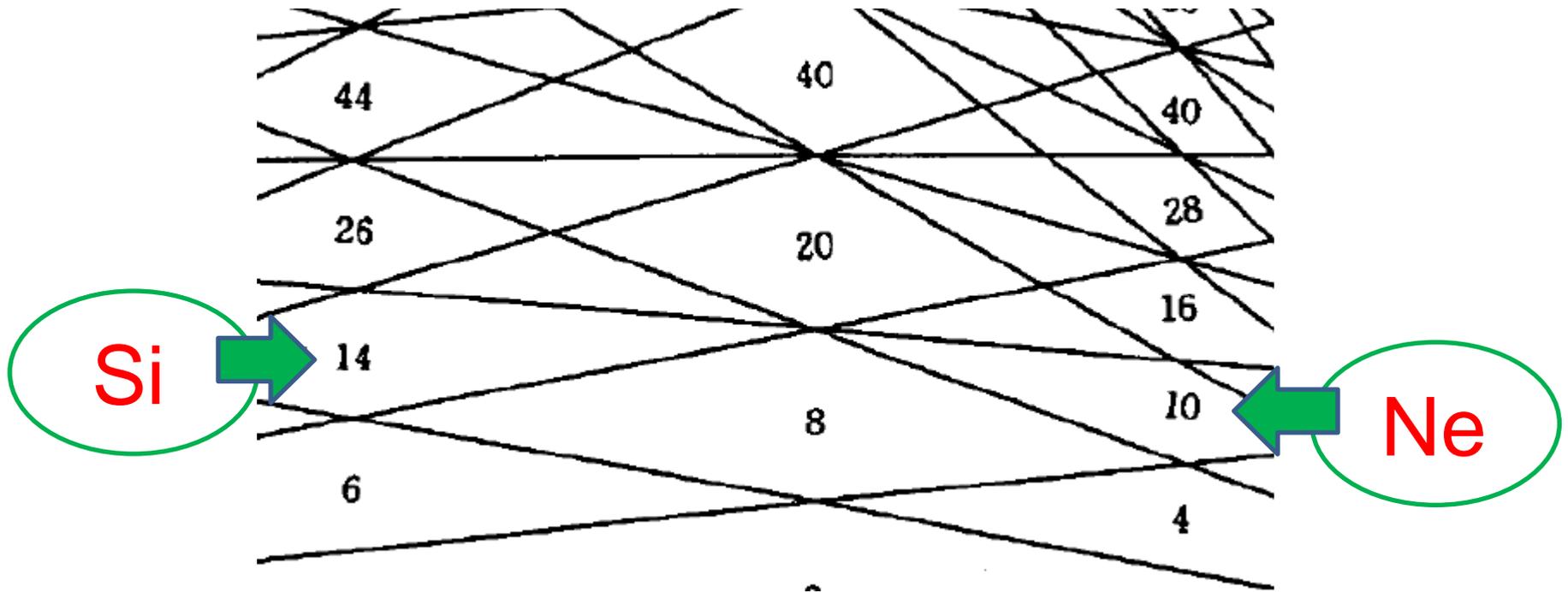
(軸対称HOポテンシャル)



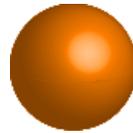
oblate

prolate





oblate

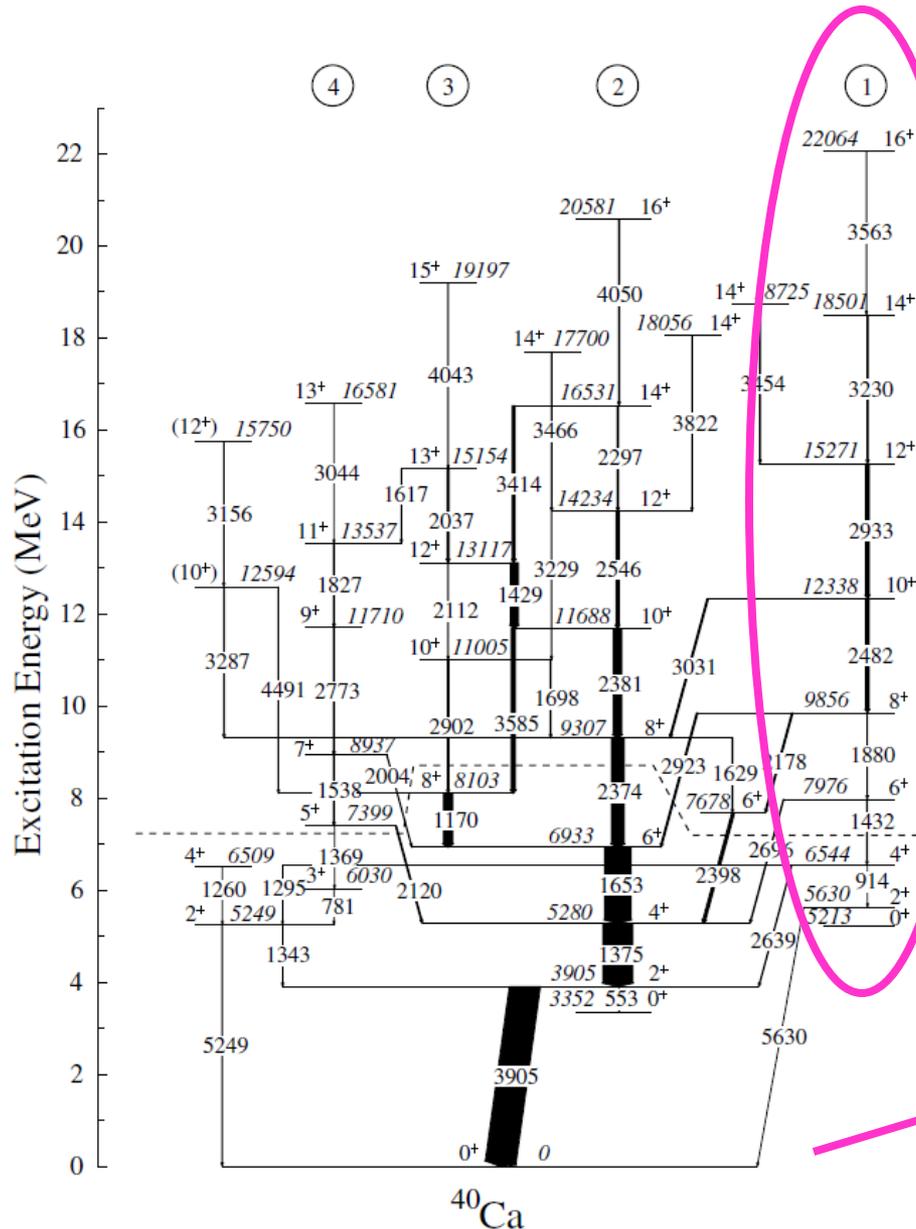


spherical

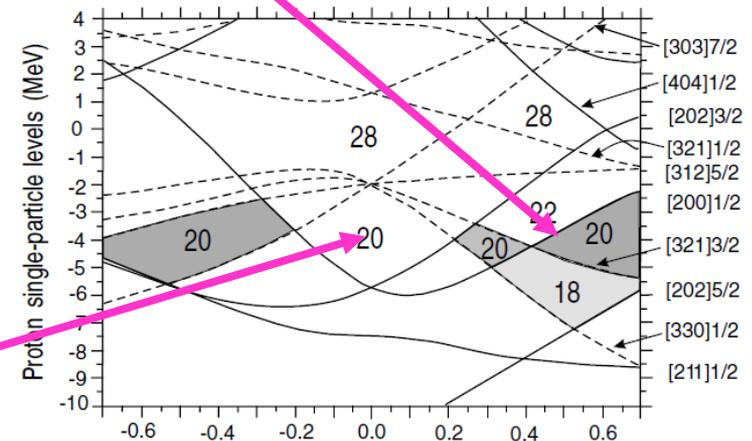


prolate

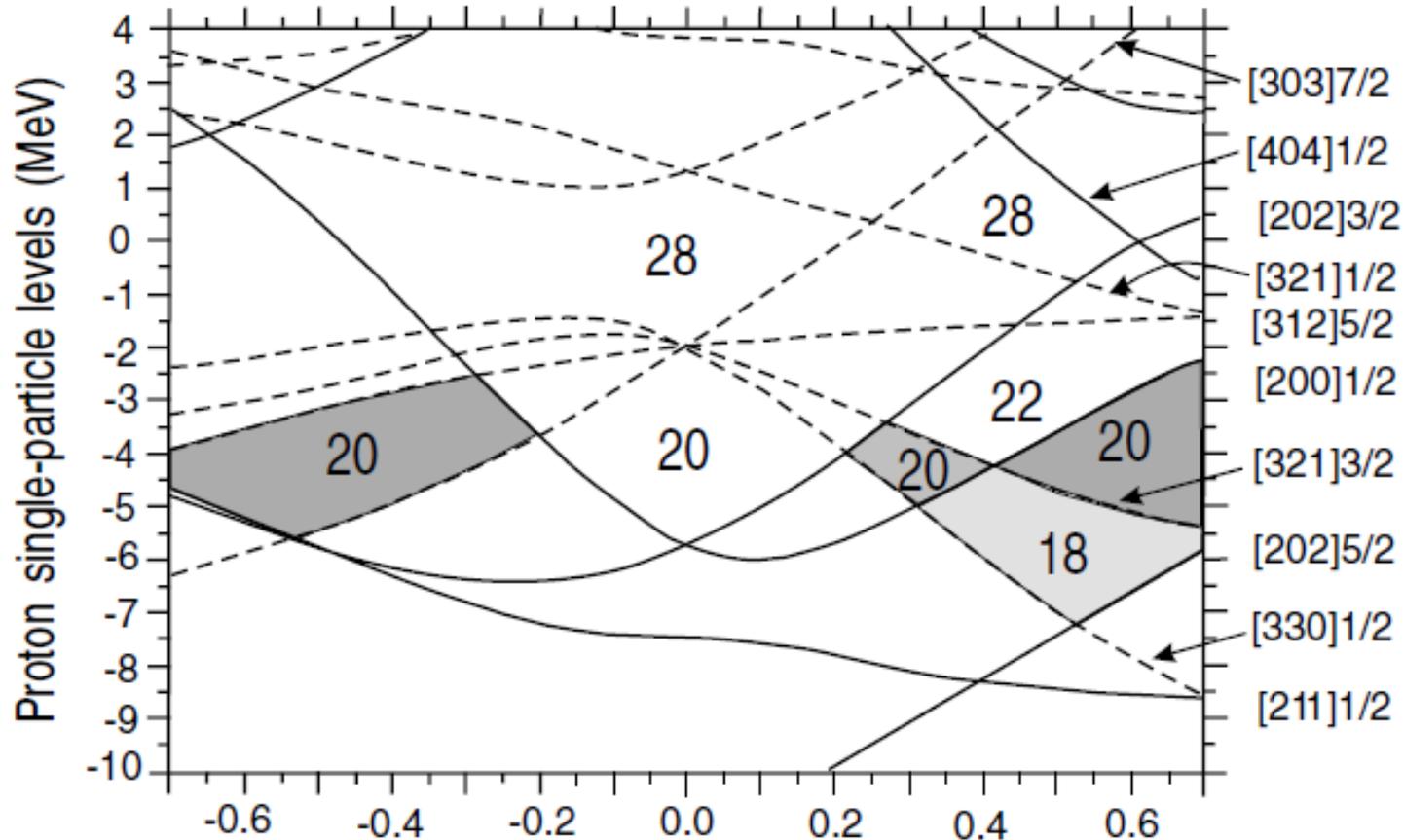
# Superdeformation in the Doubly Magic Nucleus $^{40}\text{Ca}_{20}$



E. Ideguchi, et al.,  
 Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 222501



# 32Mg領域の変形メカニズムと40Caの超変形状態を 統一的に議論しよう



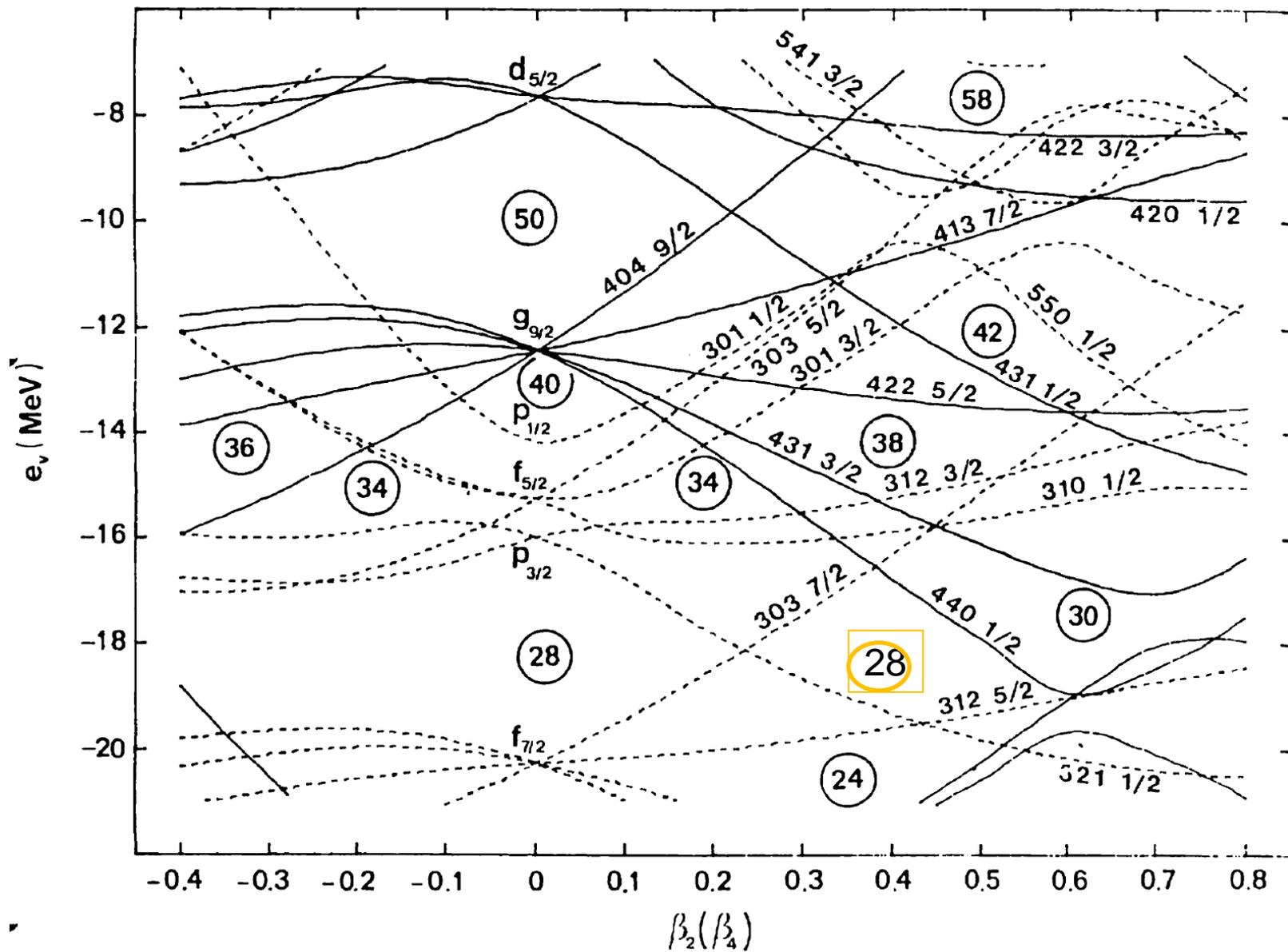
40Ca 近傍の1粒子エネルギーの変形依存性

N=20は  
超変形魔法数でもある!

変形魔法数の競合



変形共存現象



$^{64}\text{Ge}$

$^{68}\text{Se}$

$^{72}\text{Kr}$

$^{76}\text{Sr}$

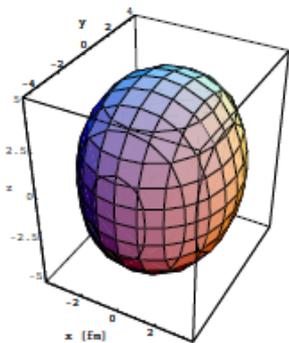
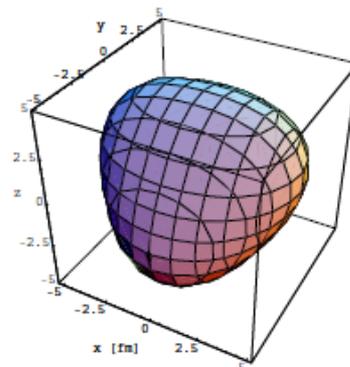
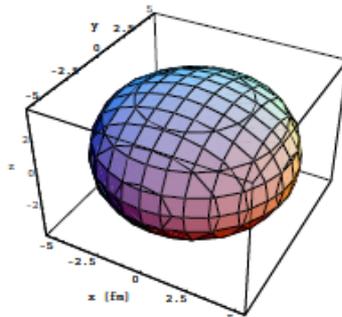
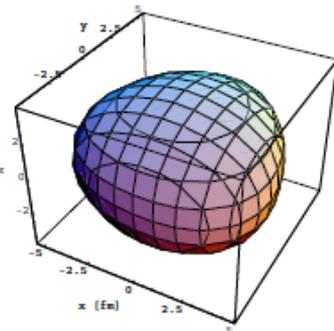
$^{80}\text{Zr}$

triangular (g.s.)

oblate (g.s.)

tetrahedral

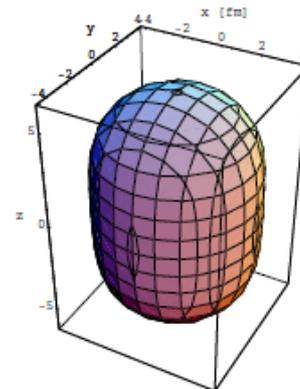
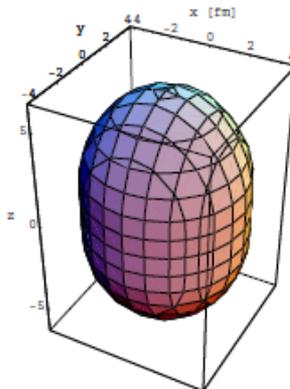
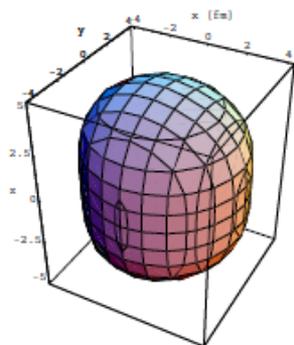
triaxial (g.s.)



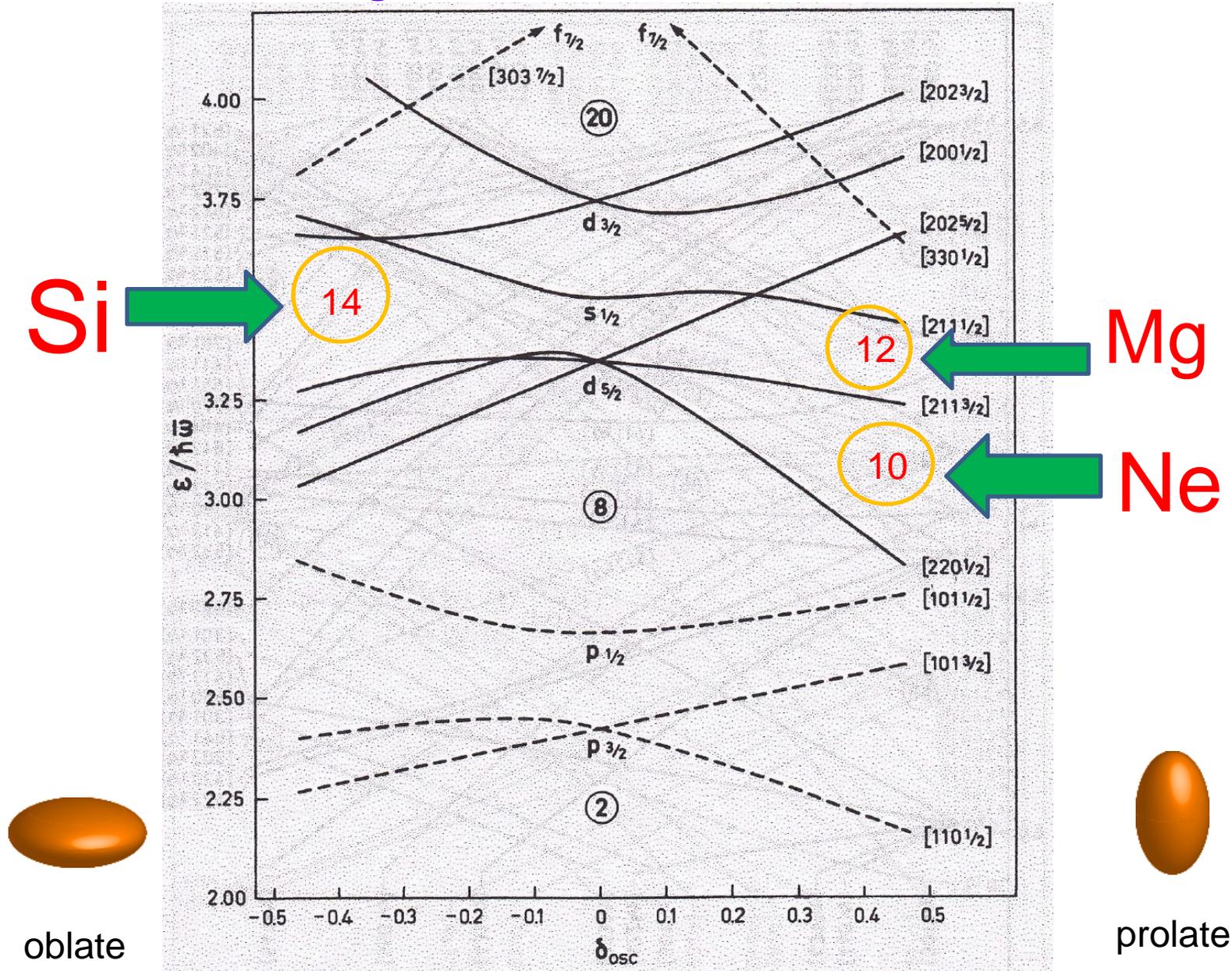
prolate

prolate (g.s.)

prolate (g.s.)

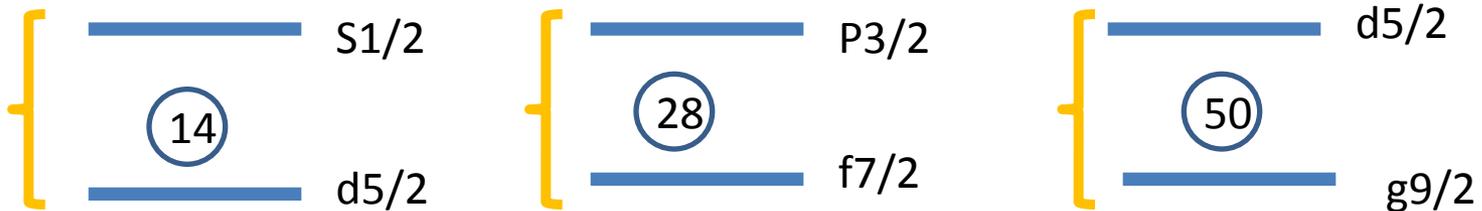


# Nilsson diagramを眺めるだけでかなりのことが言える



from Bohr-Mottelson Vol.2

## 仲良し2人組



♥  $\Delta l = 2$ , spin non-flip pairs

♥ 両者をつなぐ4重極行列要素  $\langle jm | Y_{20} | j'm \rangle$  が大きい

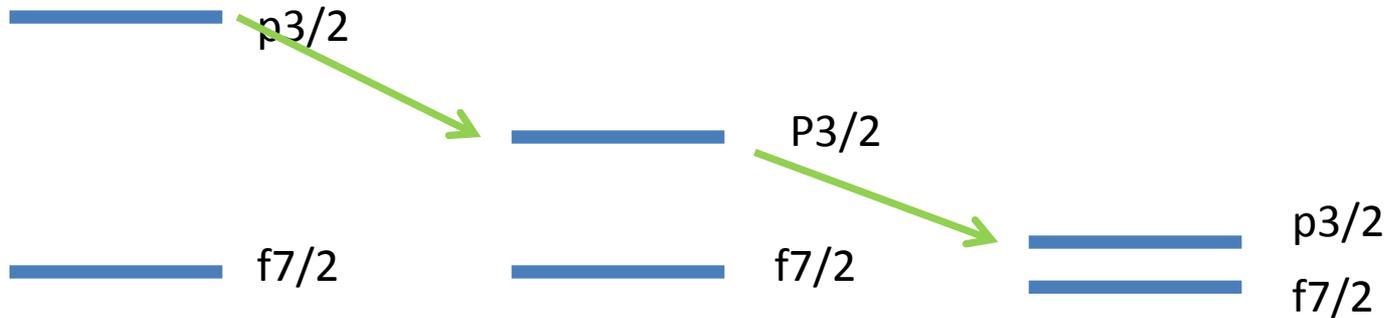
♥ 両者は混成して変形軌道を作りたがる

$$|N = 2, m = 1/2\rangle = \alpha |d_{5/2}\rangle + \beta |s_{1/2}\rangle + \dots$$

$$|N = 3, m = 1/2\rangle = \alpha |f_{7/2}\rangle + \beta |p_{3/2}\rangle + \dots$$

$$|N = 4, m = 1/2\rangle = \alpha |g_{9/2}\rangle + \beta |d_{5/2}\rangle + \dots$$

## 弱束縛系に特有な性質



弱束縛状態では軌道角運動量の小さな準位が(相対的に)下がってくる

(この理由については浜本さんの講義を聞いてから再度議論して欲しい)

# Skyrme-HF計算の一例

M. Yamagami<sup>1</sup> and Nguyen Van Giai<sup>2</sup>  
PHYSICAL REVIEW C **69**, 034301 (2004)

弱束縛の極限で  
p3/2 とf7/2が縮退してくる  
ことに注意

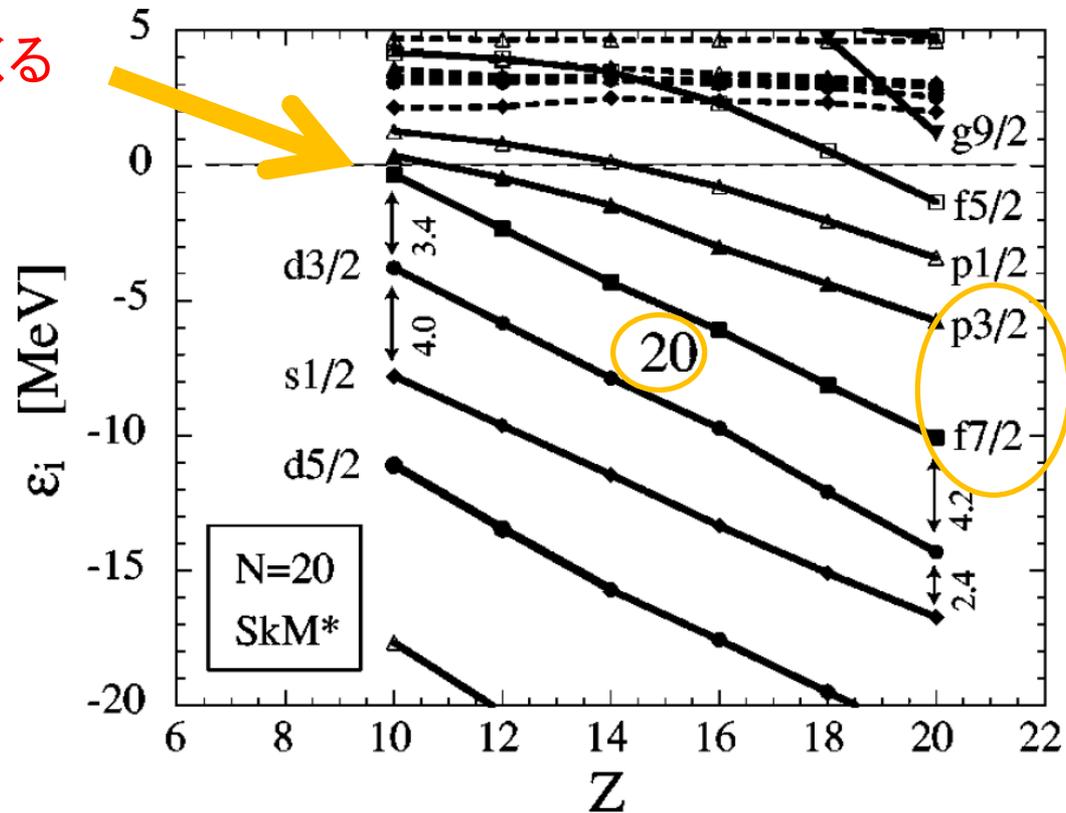


FIG. 2. HF neutron single-particle levels in  $N=20$  isotones calculated with  $SkM^*$ . Solid lines correspond to bound and resonance-like states, dashed lines to positive energy discretized states.

## 基本中の基本

原子核の結合エネルギーは巨視的エネルギーと微視的エネルギーの和



$$B(N, Z, \text{shape}) = B_{\text{macro}}(N, Z, \text{shape}) + B_{\text{micro}}(N, Z, \text{shape})$$

微視的エネルギーはシェル構造エネルギーと対相関エネルギーの和



$$B_{\text{micro}}(N, Z, \text{shape}) = B_{\text{shell}}(N, Z, \text{shape}) + B_{\text{pair}}(N, Z, \text{shape})$$

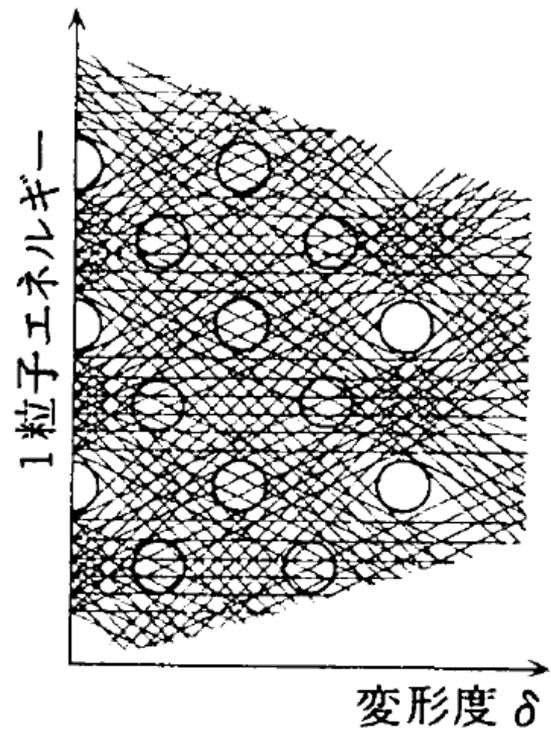
シェル構造エネルギーは陽子の寄与と中性子の寄与の和



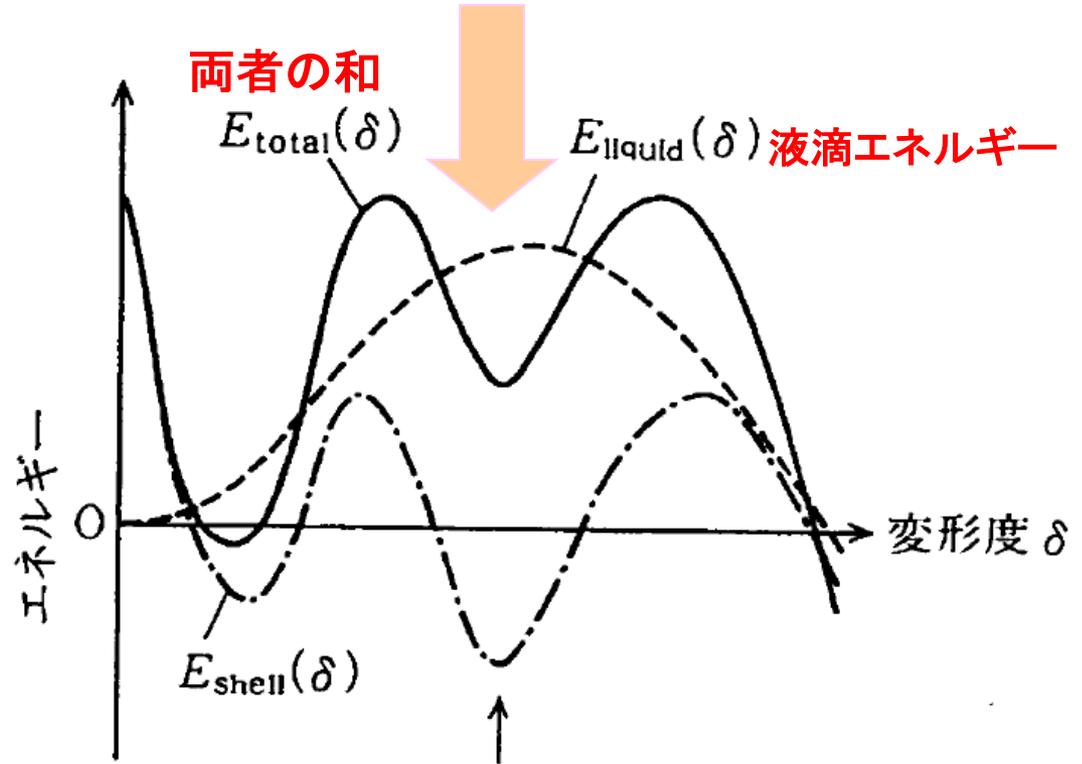
$$B_{\text{shell}}(N, Z, \text{shape}) = B_{\text{shell}}^{(\text{proton})}(N, Z, \text{shape}) + B_{\text{shell}}^{(\text{neutron})}(N, Z, \text{shape})$$

$$E = E_{\text{liquid}} + E_{\text{shell}}$$

核分裂アイソマー



(a)



(b)

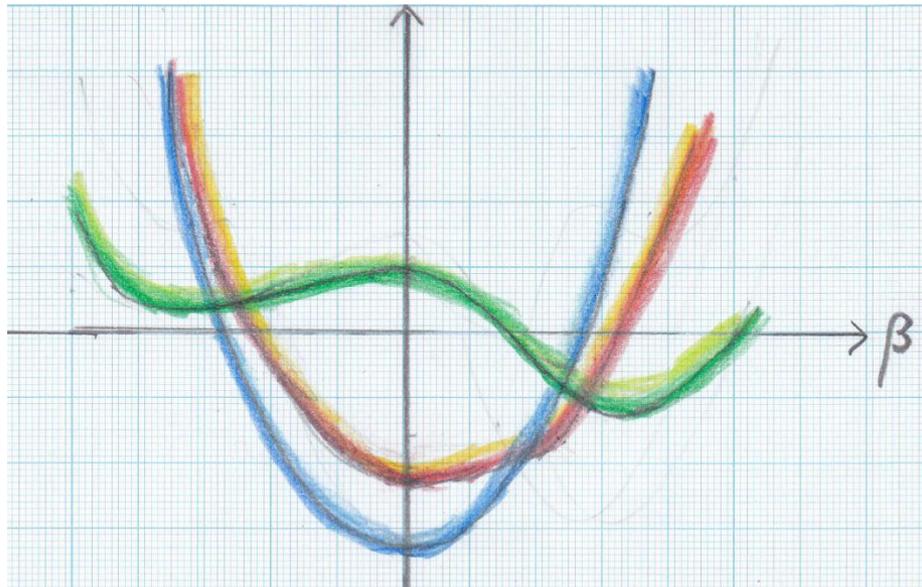
変形につれてシェル構造は変化する

私はこんな風に理解している

陽子と中性子のシェル構造エネルギーの  
変形度依存性

シェル構造エネルギーとは  
= シェル構造による  
結合エネルギーへの寄与

シェル構造エネルギー



← 中性子と陽子の寄与の和  
変形度

← 中性子の寄与

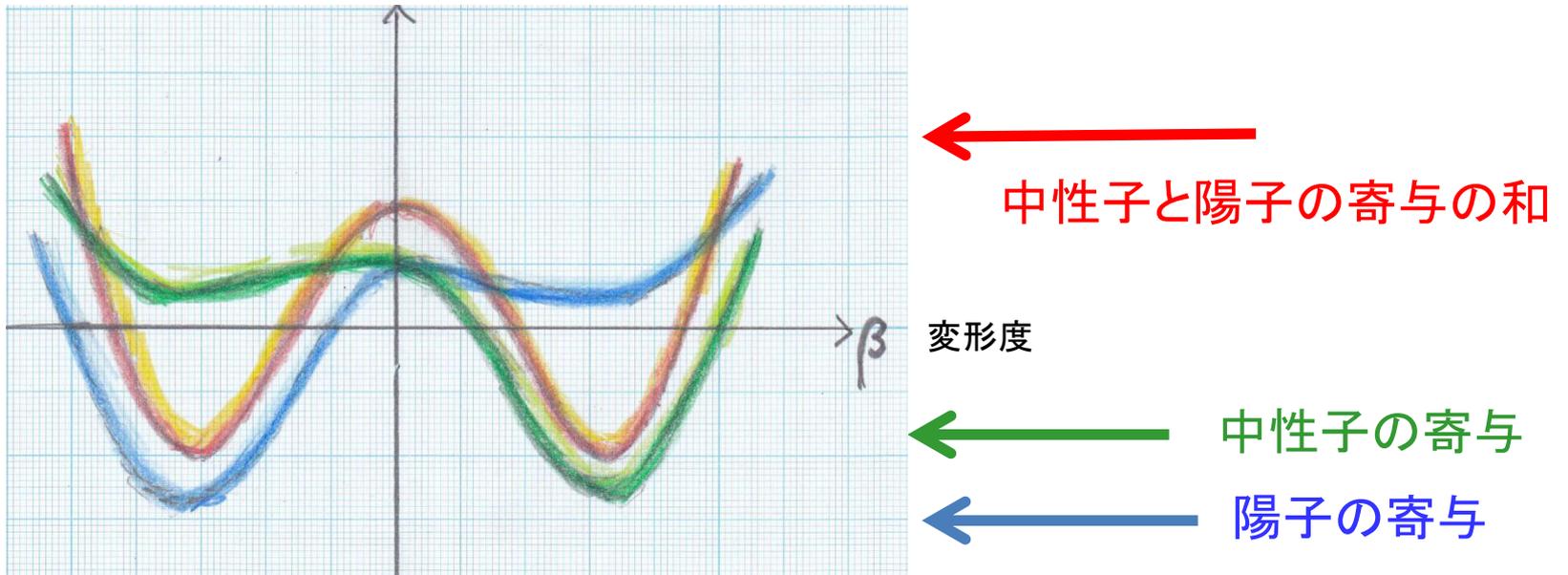
← 陽子の寄与

概念図

私はこんな風に理解している (つづき)

もう一つの例

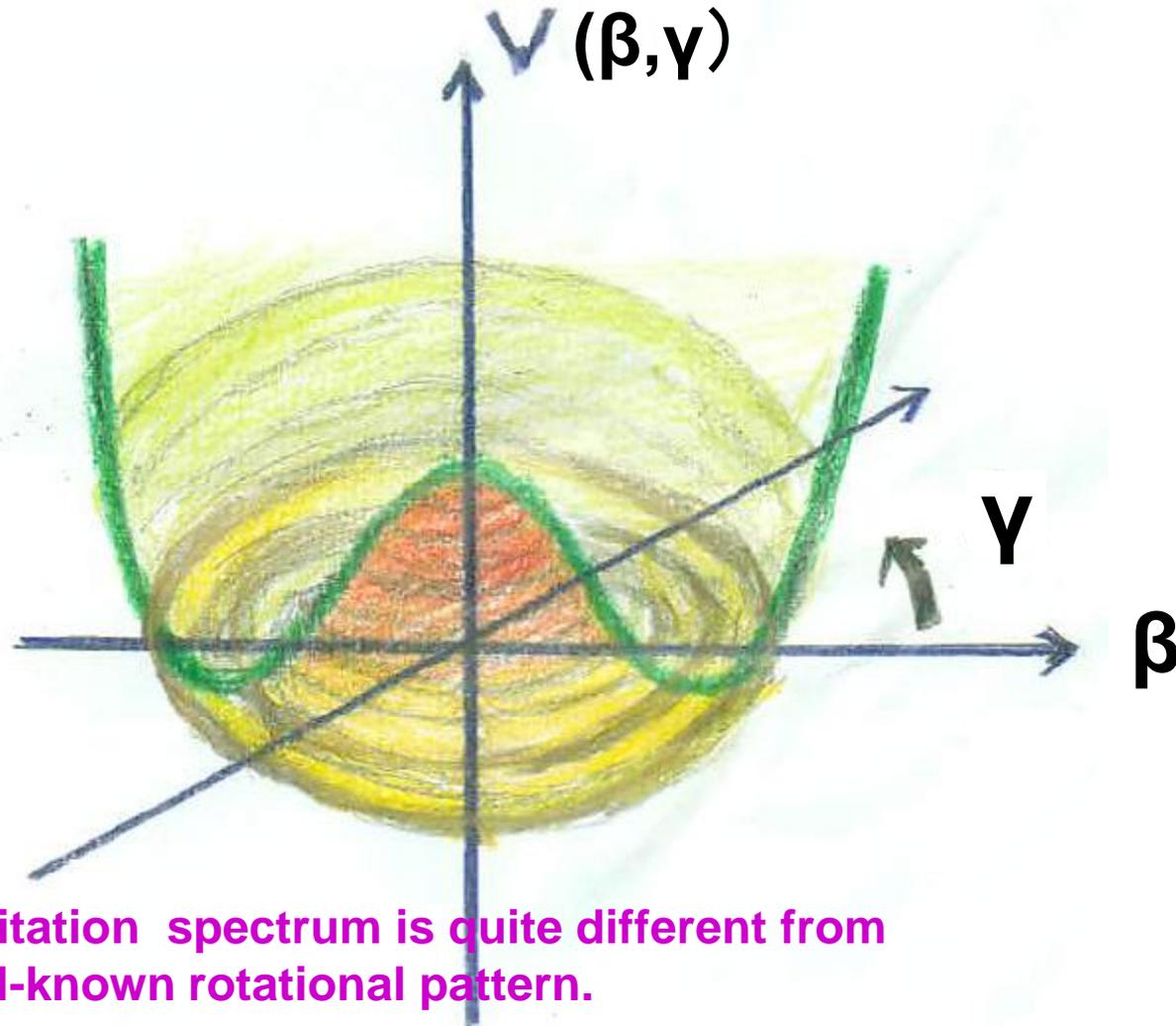
シェル構造エネルギー



概念図

この様な場合、 $\gamma$ -unstable (soft)となる可能性が高い

# Wilets-Jean $\gamma$ -unstable model



The excitation spectrum is quite different from the well-known rotational pattern.

## 以上は概念図

定量的な(現実的な)数値計算の結果を見たい

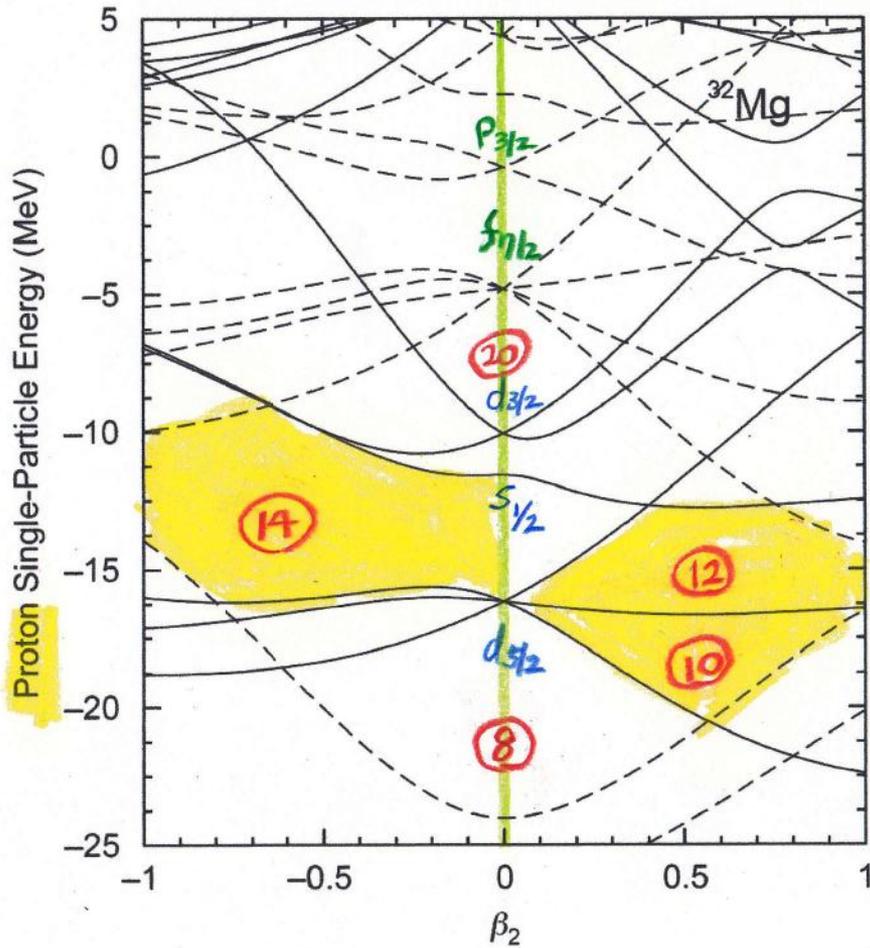


ごく最近、市川隆敏さんがmacroscopic-microscopic model 計算を行った

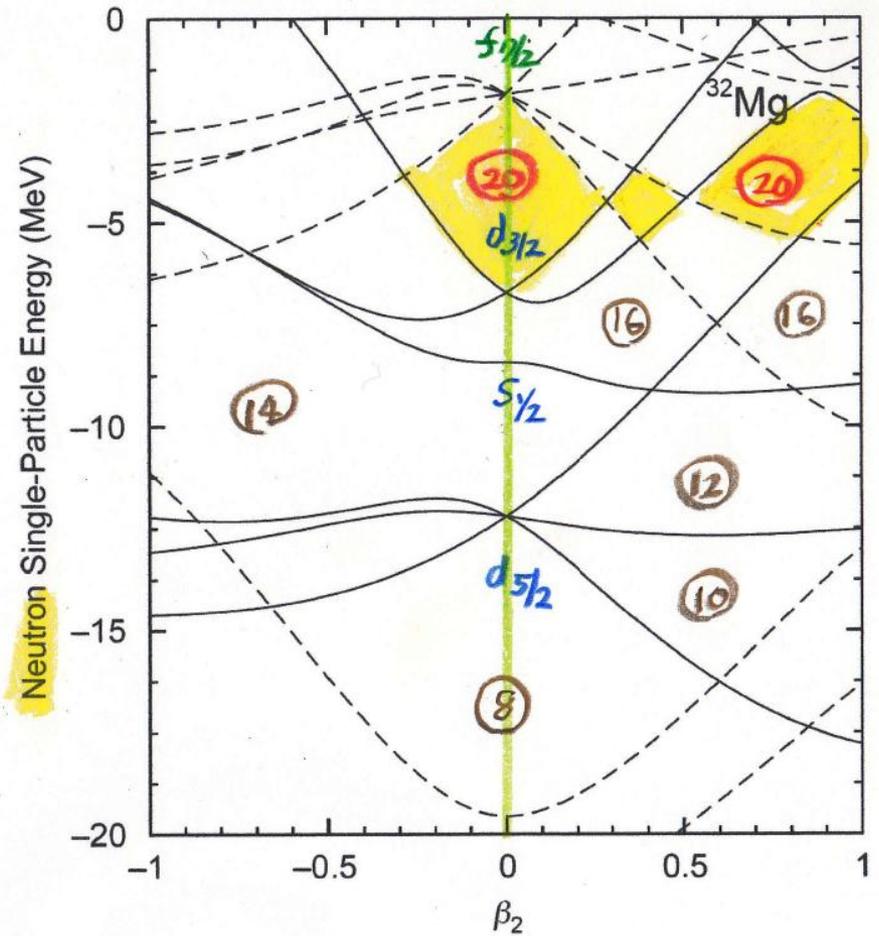
- ★ Folded-Yukawa single-particle potentialが用いられている
- ★ シェル構造エネルギーの計算には改良されたStrutinsky法が用いられている  
すなわち、Kruppaの方法 (Phys. Lett. B 431(1998)237) を用いて  
連続状態の一粒子準位密度を考慮している  
(弱束縛系の記述にはこの改良が必要)

# Nilsson diagramを眺めるだけでかなりのことが言える

陽子

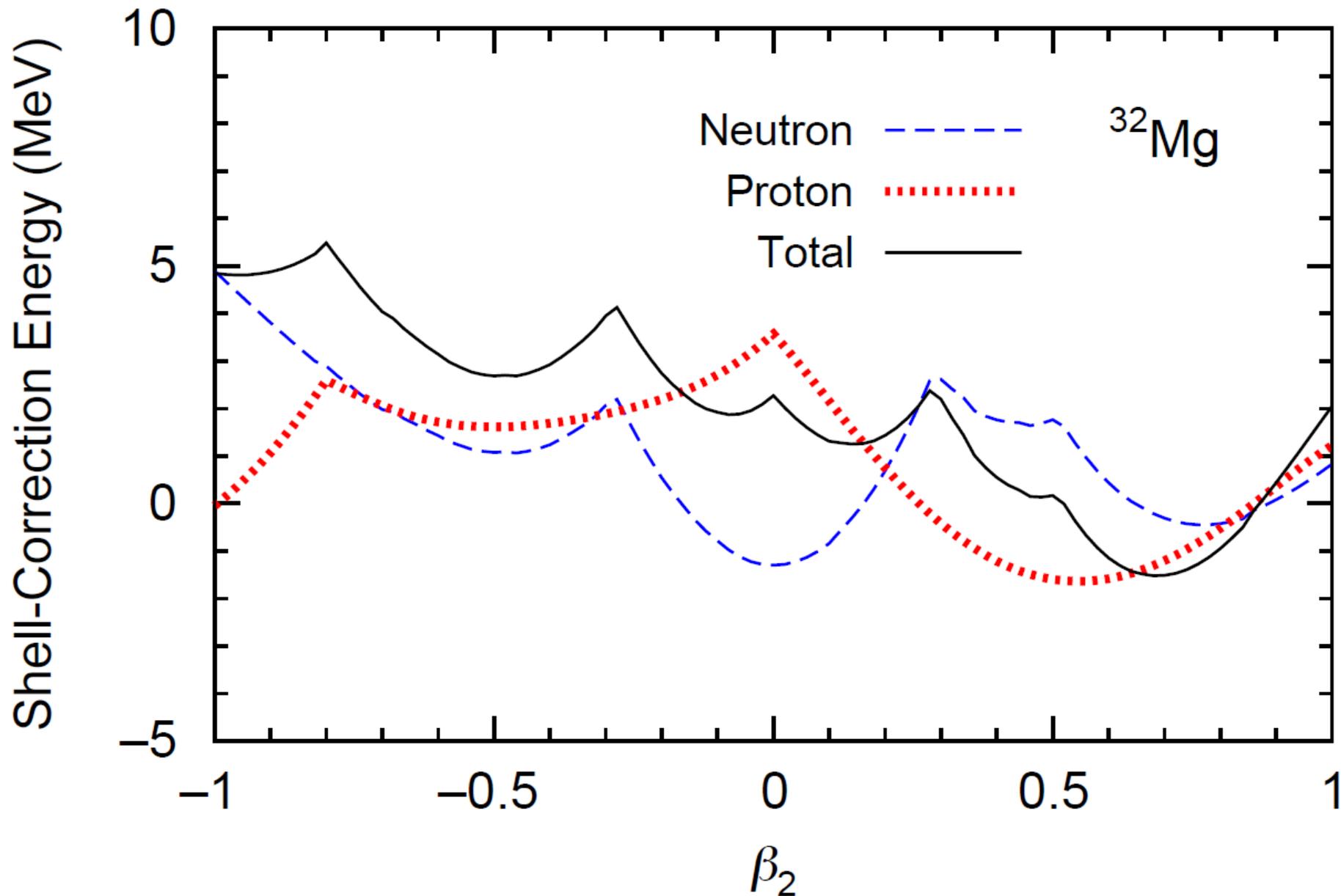


中性子

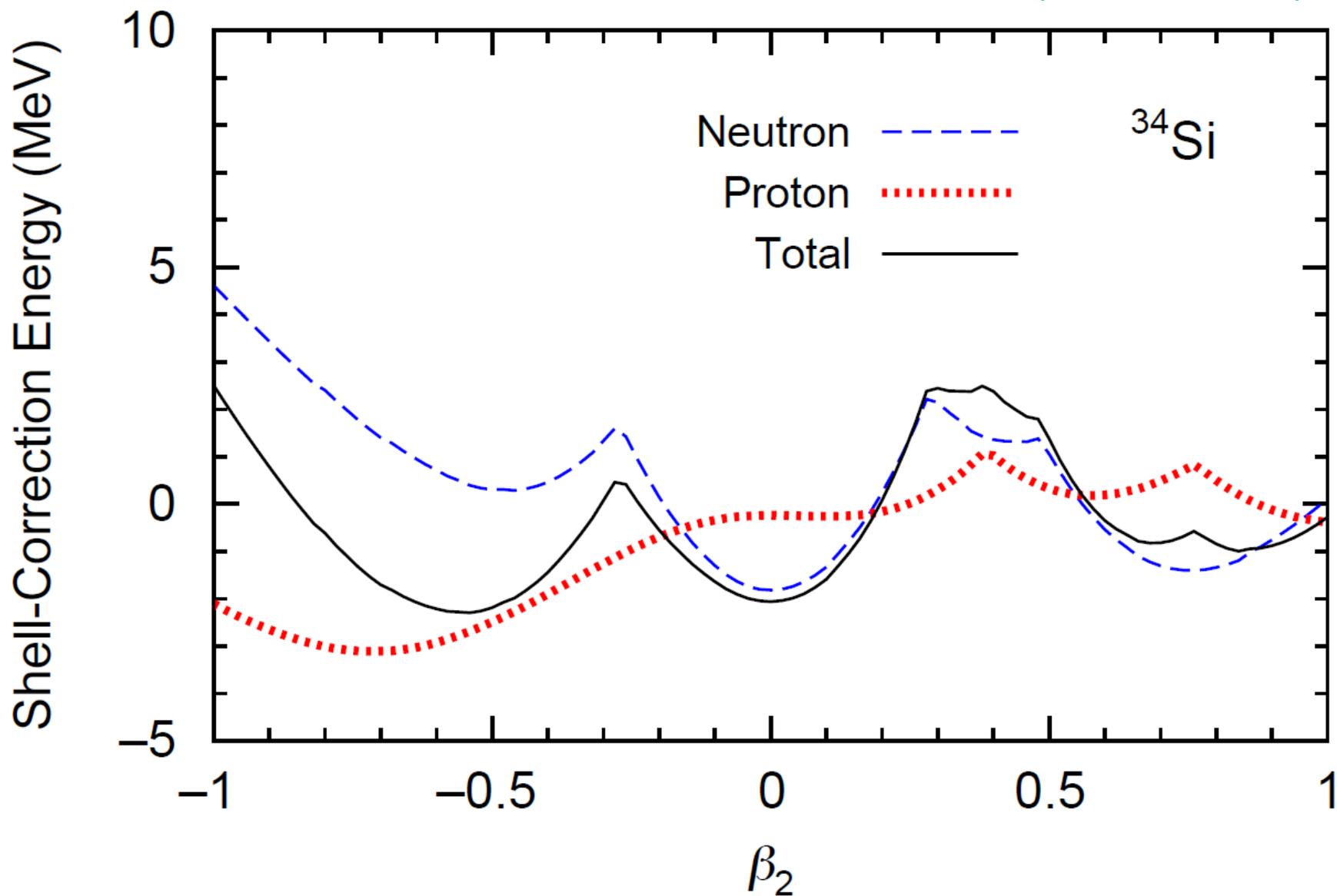


Folded-Yukawa single-particle potential

# 中性子と陽子のシェル構造エネルギー( $Z=12, N=20$ )

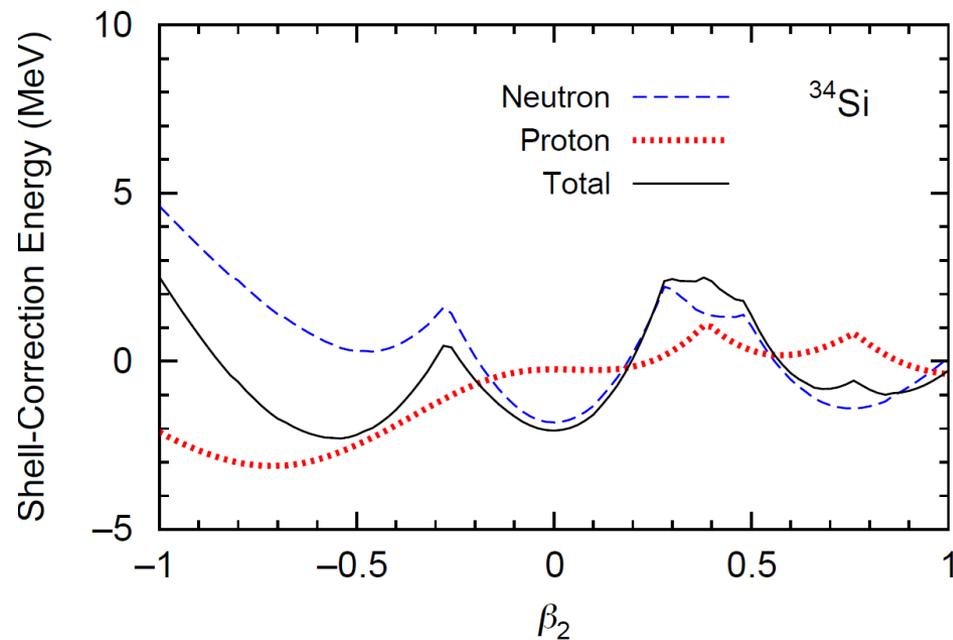
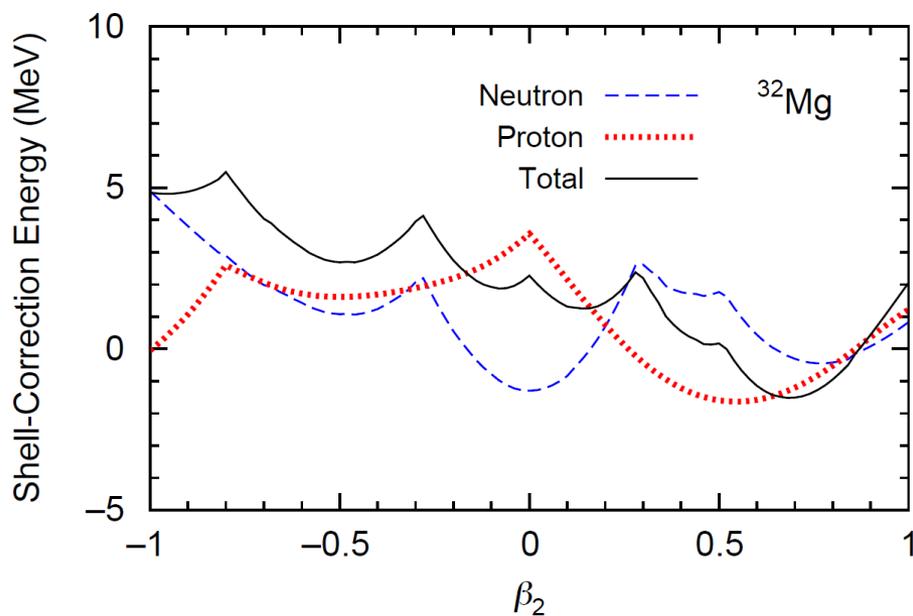


# 中性子と陽子のシェル構造エネルギー(Z=14,N=20)



## シェル構造エネルギー

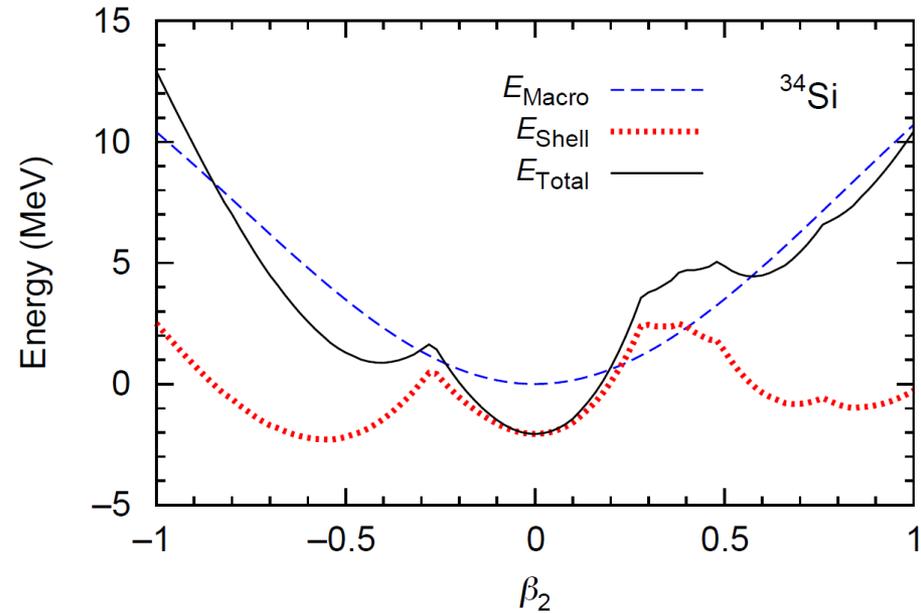
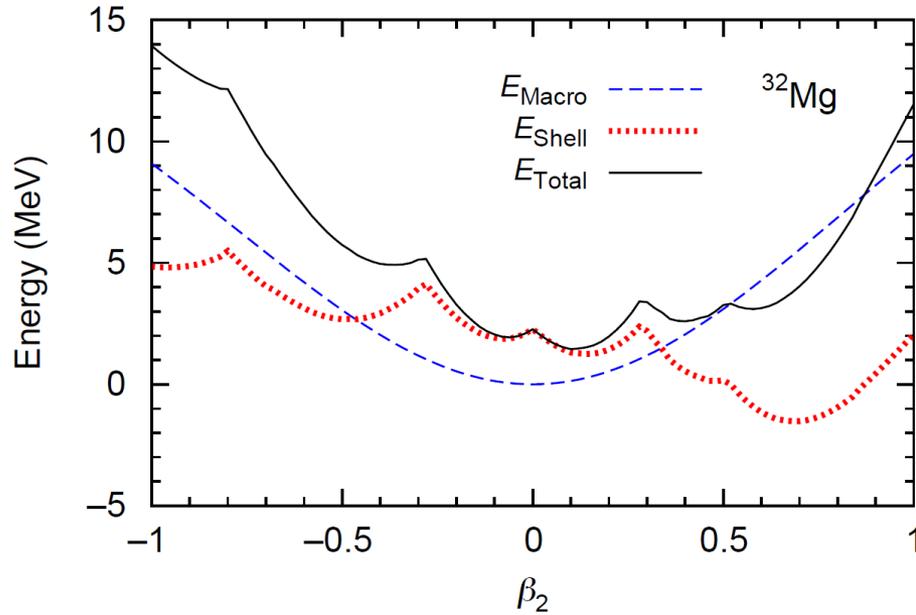
32Mg (Z=12, N=20) と 34Si (Z=14, N=20)を比較してみよう



32Mg と34Siでは陽子のシェル構造エネルギーが大きく異なっていることが分かる

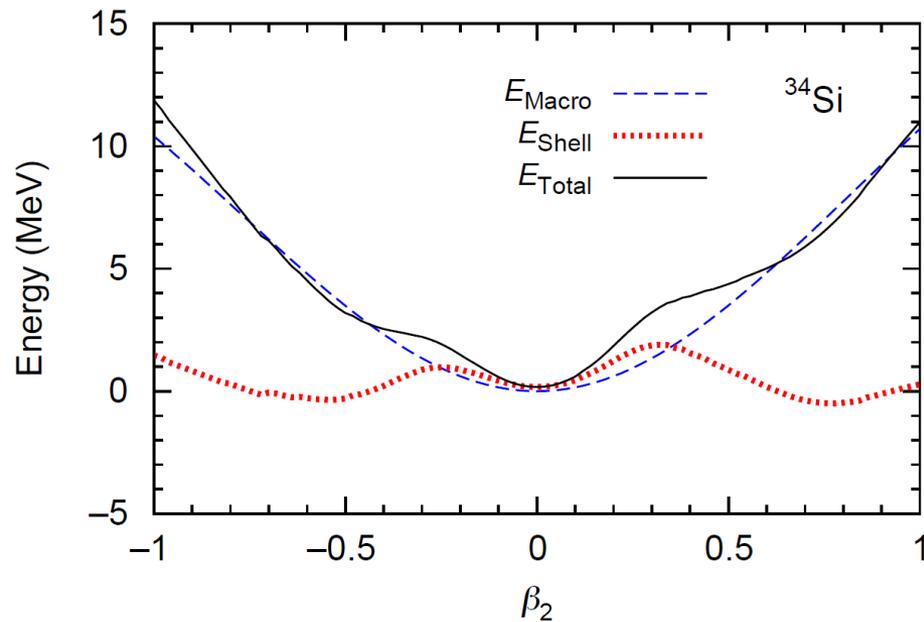
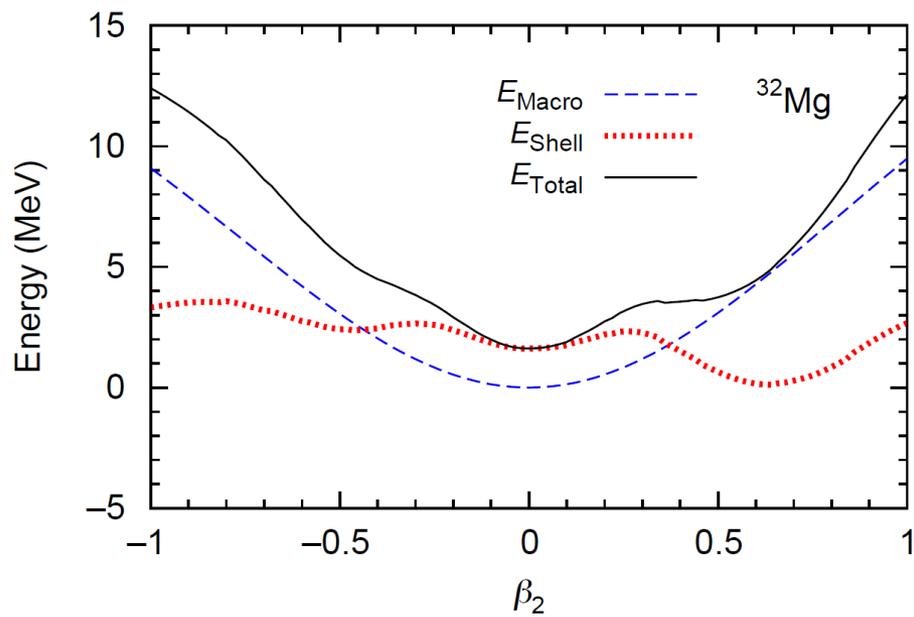
## 変形エネルギー曲線

32Mg (Z=12, N=20) と 34Si (Z=14, N=20)を比較してみよう



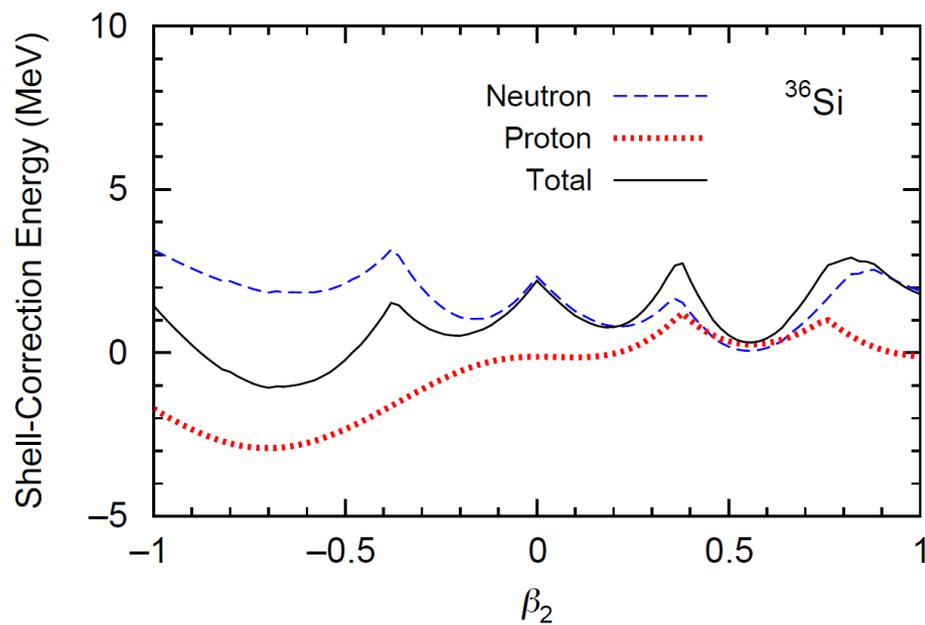
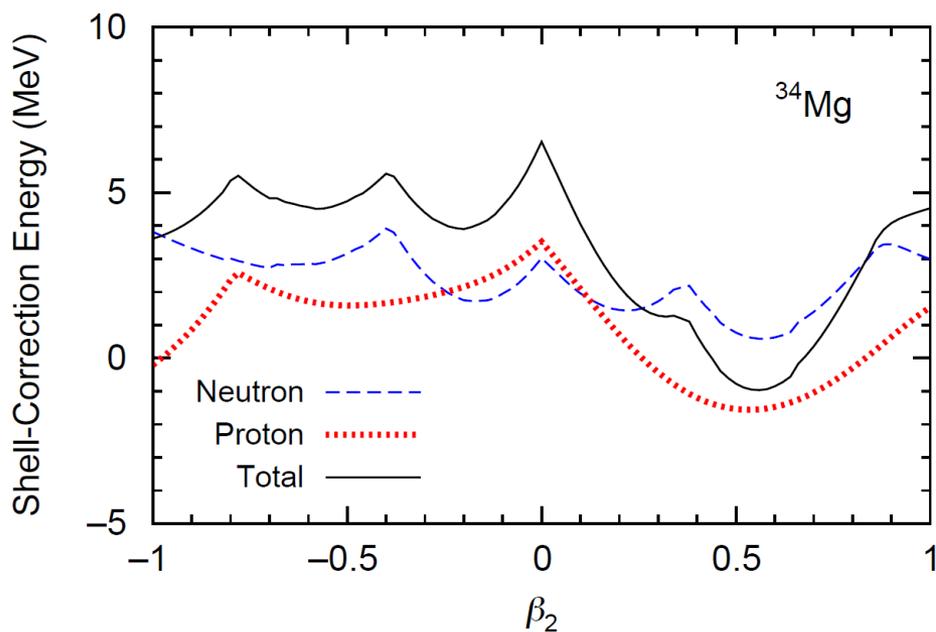
32Mg と34Siの違いの主たる原因は陽子のシェル構造エネルギーの違い

対相関を取り入れると変形エネルギー曲線は滑らかになる



## シェル構造エネルギー

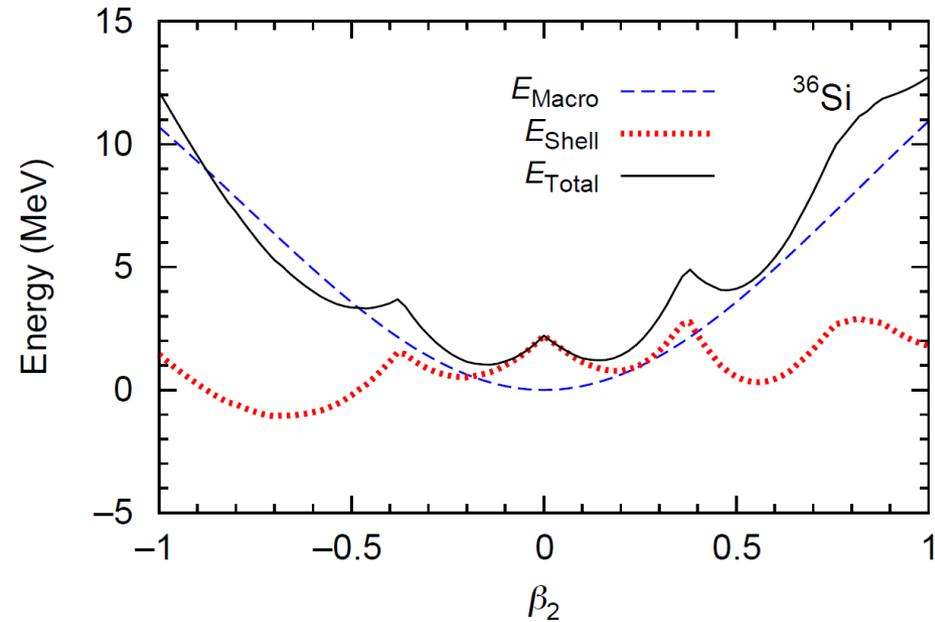
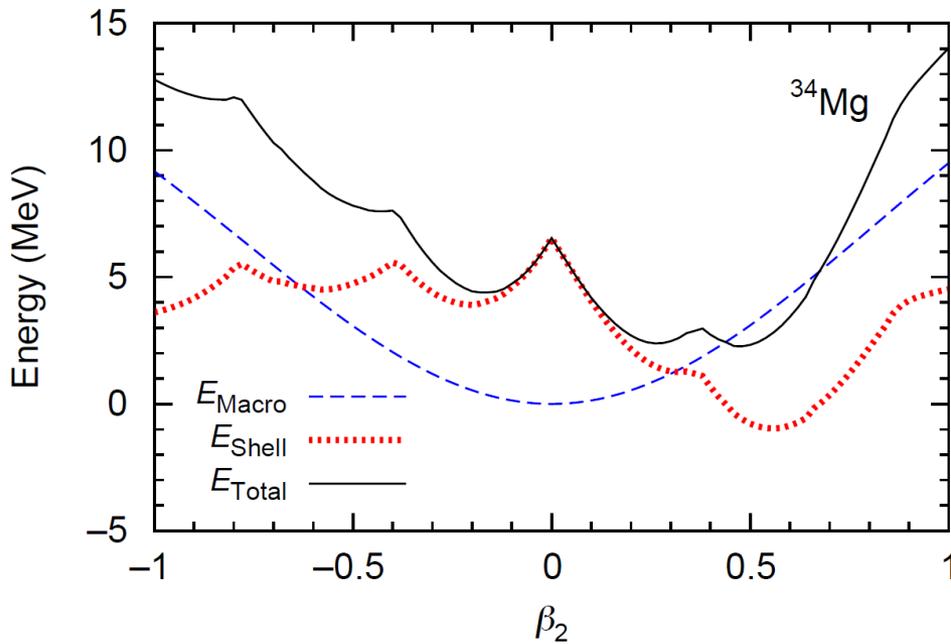
**$^{34}\text{Mg}$  (Z=12, N=22) と  $^{36}\text{Si}$  (Z=14, N=22)を比較してみよう**



**$^{34}\text{Mg}$  と  $^{36}\text{Si}$ では陽子のシェル構造エネルギーが大きく異なっていることが分かる**

## 変形エネルギー曲線

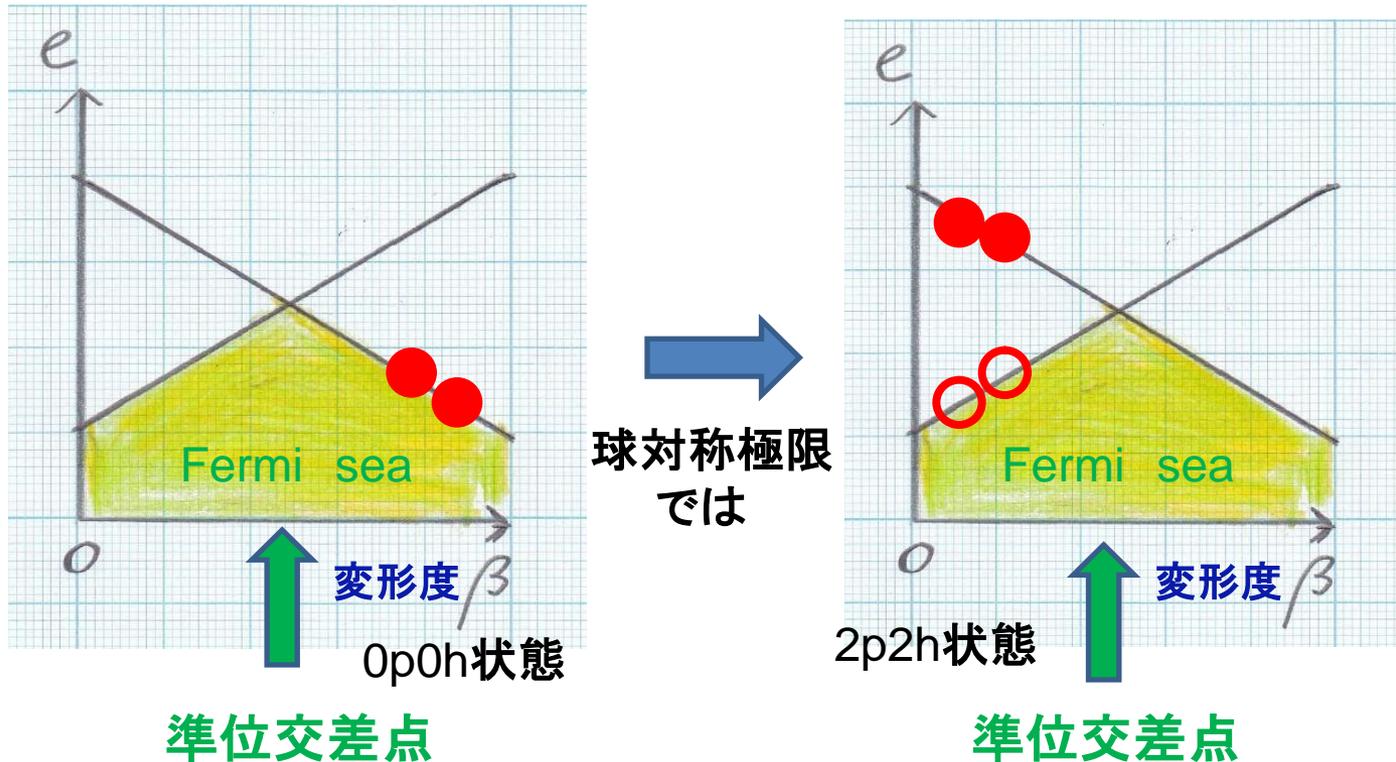
34Mg (Z=12, N=22) と 36Si (Z=14, N=22)を比較してみよう



34Mg と36Siの違いの主たる原因は陽子のシェル構造エネルギーの違い

# 準位交差問題

変形した平均場での一粒子エネルギーの変形度依存性



準位交差点の前後で0p0h状態と2p2h状態という言葉の意味が入れ替わる

0p0hとか2p2hという概念はreference(真空)に相対的な概念である

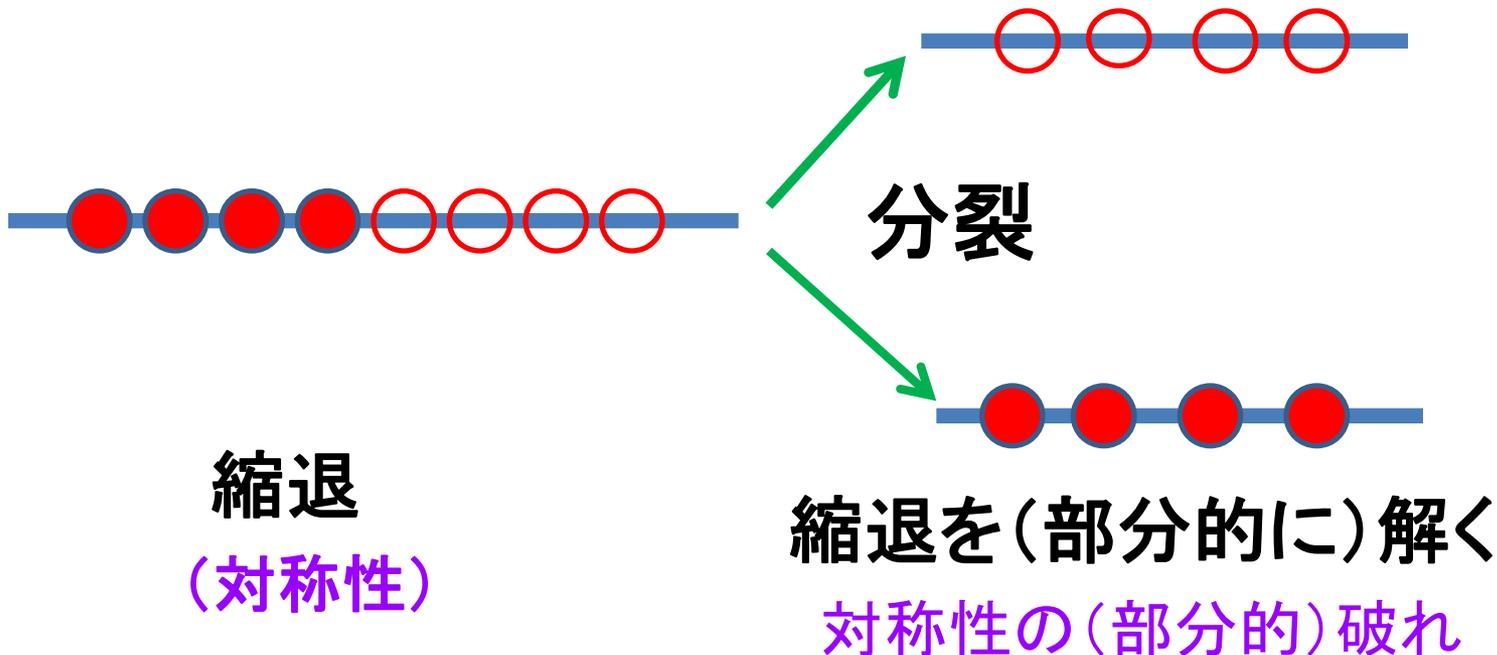
これが一般的法則だ!!

## 縮退のあるとき



対称性を破って縮退を解くことによって  
エネルギーが下がる

(対称性の自発的破れ)



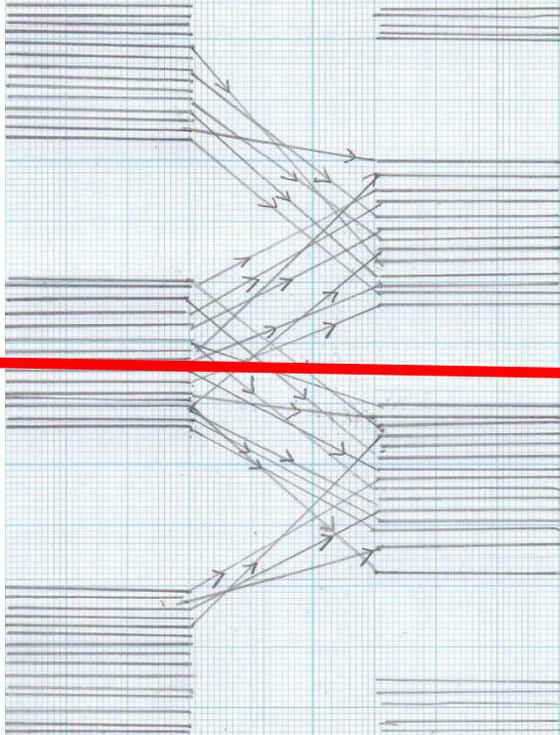
# 一般的法則

フェルミ面が準位密度の高い位置にあると



平均場の形を変化させて準位密度を低くする。

フェルミ面



原子核はフェルミ面近傍の準位密度が低くなるような形になりたがる

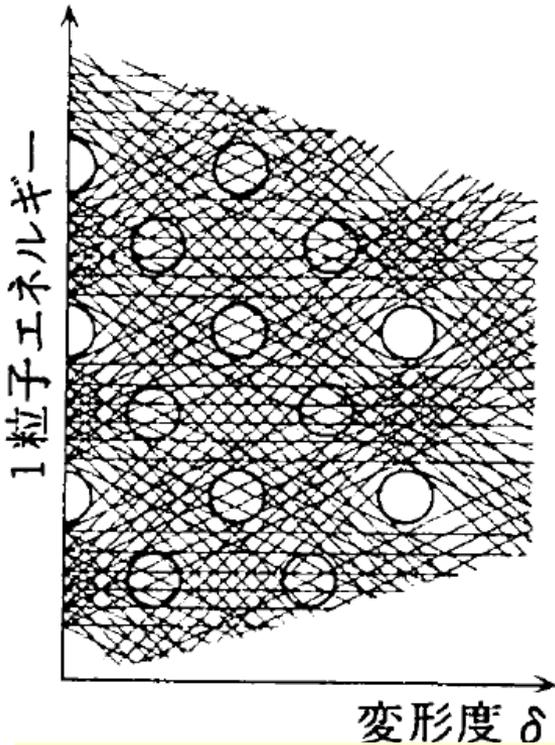
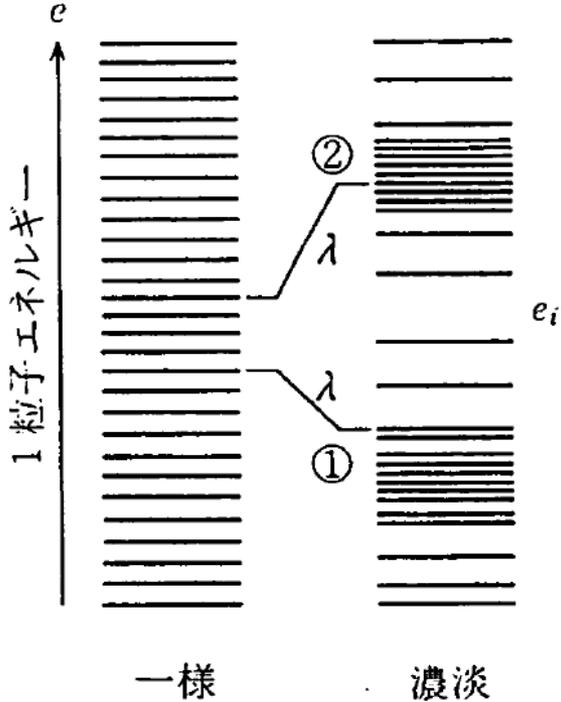
そうすることによって結合エネルギーが大きくなりより安定となるから



# シェル構造とは何か

粗視化して見える1粒子準位スペクトルにおける疎密の振動パターン

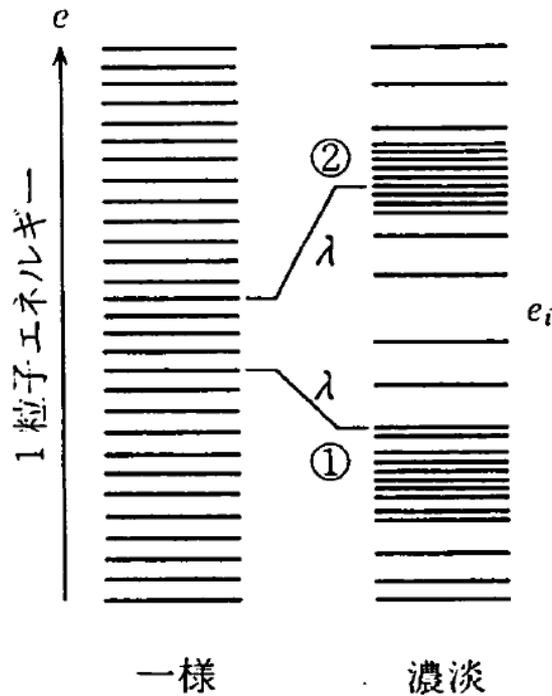
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\beta)\right)\psi(\mathbf{r}) = e(\beta)\psi(\mathbf{r})$$



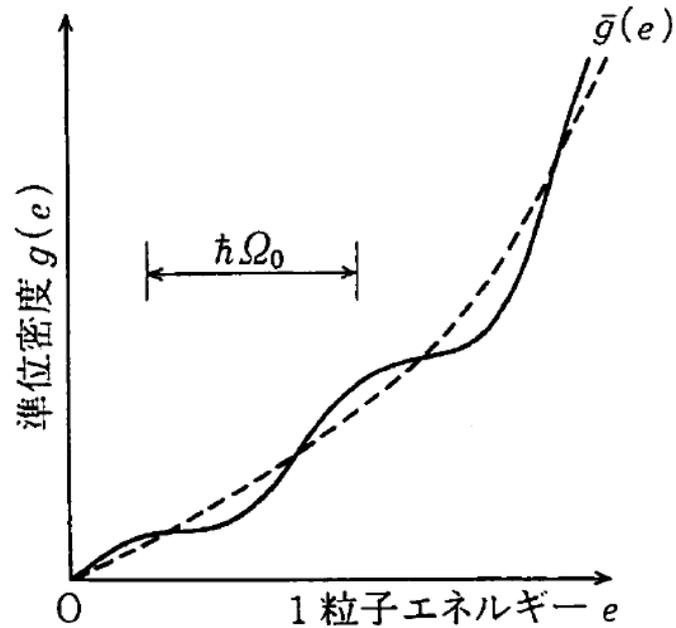
振動パターンは変形とともに変る

# 大局を見る眼 / 詳細を見る眼

分解能を変える(ズームin/outする)と違った姿が見える



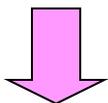
(a)



(b)

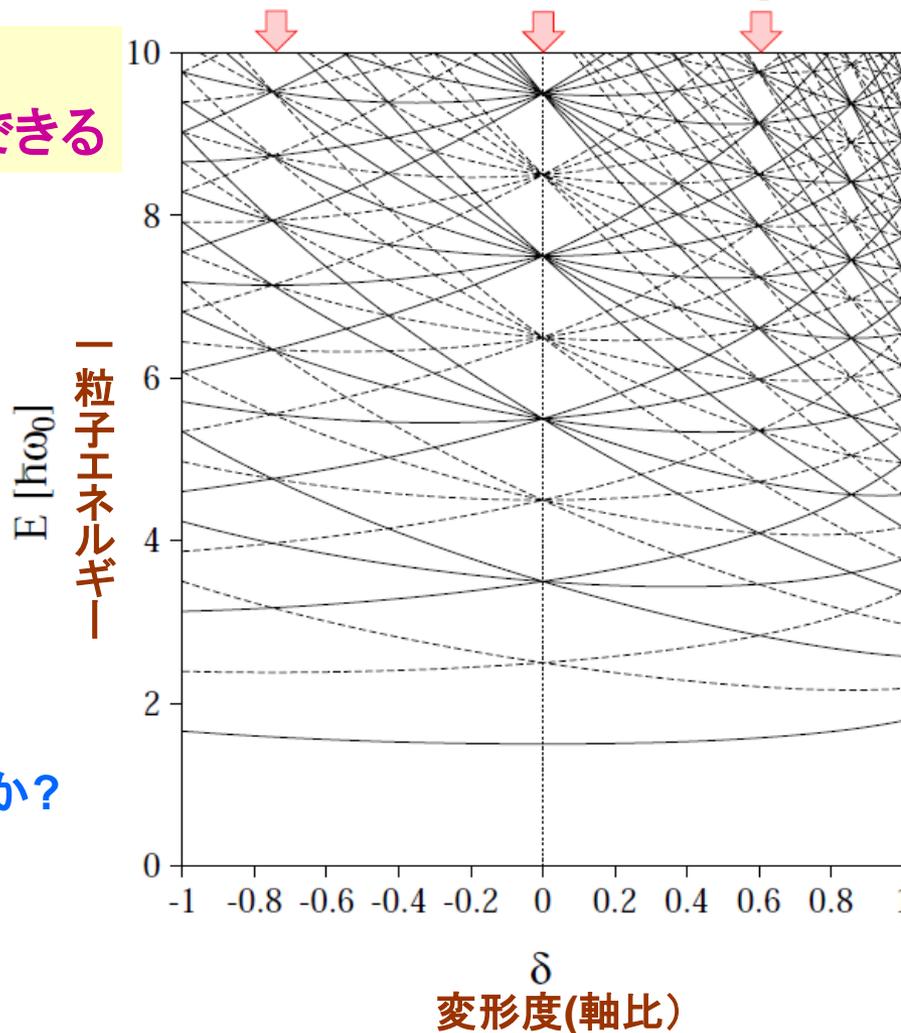
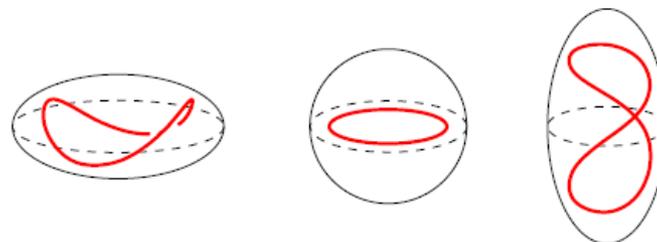
# 調和振動子ポテンシャル

軸比2:1のとき  
8の字型の周期軌道ができる



準位が縮退する  
超変形シェル構造の形成

一般のポテンシャルではどうか？



# シェル構造とは何か

粗視化して見える1粒子準位スペクトルにおける疎密の振動パターン

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\beta)\right)\psi(\mathbf{r}) = e(\beta)\psi(\mathbf{r})$$

準位密度に対するトレース公式

$$\begin{aligned}g(e) &= \sum_i \delta(e - e_i) \\&\simeq \bar{g}(e) + \delta g(e) \\&= \bar{g}(e) + \sum_{\gamma} A_{\gamma} \cos\left(\frac{1}{\hbar}S_{\gamma}(e) - \frac{\pi}{2}\mu_{\gamma}\right)\end{aligned}$$

すべての周期軌道に関する総和

作用積分

# 原子核はなぜ変形するか

← この問題の奥は深い

PHYSICAL REVIEW C **86**, 034317 (2012)

## Periodic-orbit approach to nuclear shell structures with power-law potential models: Bridge orbits and prolate-oblate asymmetry

Ken-ichiro Arita

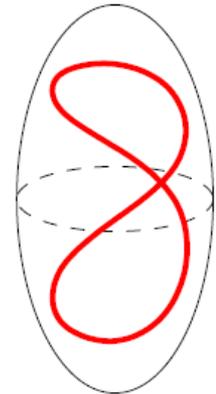
*Department of Physics, Nagoya Institute of Technology, Nagoya 466-8555, Japan*

日本物理学会誌 57 (2002) No. 1, p. 37

## 有限量子系のシェル構造と古典周期軌道

在田謙一郎 <名古屋工業大学工学部 466-8555 名古屋市昭和区御器所町 e-mail: arita@npl.kyy.nitech.ac.jp>

松柳研一 <京都大学大学院理学研究科 606-8502 京都市左京区北白川追分町 e-mail: ken@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp>



原子核, マイクロクラスター, 量子ドットなどの有限系における構成粒子の運動は良い近似で平均場中の独立粒子運動とみなすことができ, この運動を量子化して得られる一粒子準位の構造は系のダイナミクスに重要な影響を及ぼす. これらのスペクトルにはシェル構造という周期的な疎密パターンが存在するが, このパターンの性質は対応する古典系における周期軌道と密接な関係を有している. 本稿では量子・古典対応の観点から, 平均場の変形による周期軌道の性質の変化が量子準位構造におよぼす影響について, 周期軌道の分岐現象に焦点を合わせて解説する.

今日は立ち入らないが.....

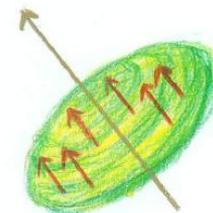
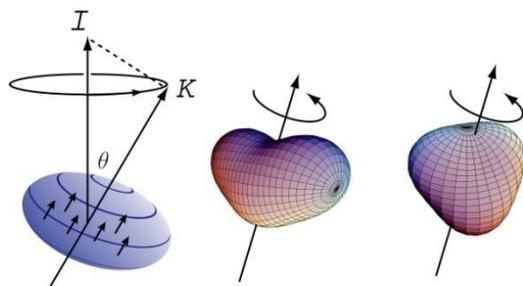


パリティ対称性を破る(8重極変形)平均場に伴うシェル構造変化



高速回転に伴うシェル構造変化

(回転系シェルモデル、高スピンアイソマー、...)



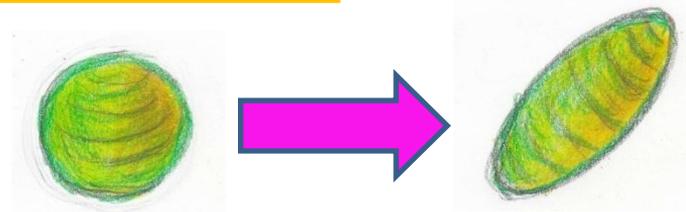
現代の核構造論では

「対称性の自発的破れ(変形)」の考えを基礎にして

「平均場と一粒子運動」の概念はもっともっと一般化されている!!

# 原子核はなぜ変形するか

まとめ (今日伝えたいこと)



- ♥ それは、平均場に「変形シェル構造」が形成されるから
- ♥ 原子核は、フェルミ面近傍の準位密度が低くなる形になろうとする
- ♥ こうして結合エネルギーを増大させ安定化する
- ♥  $N=20$  のNe, Mg とSi, Sで変形しやすさが異なる主たる理由は陽子の変形シェル構造を見ればよく分かる
- ♥ 陽子と中性子のシェル構造エネルギーの競合と協力の微妙なバランスによって原子核の形が決まる
- ♥ 弱束縛系では「仲良し2人組」が近似的に縮退し変形を促進する面白い効果が生まれる(これについては浜本さんの講義に期待)