
岩波講座
現代の物理学

9

原子核の理論

市村宗武・坂田文彦・松柳研一著

岩波書店

まえがき

今日の「原子核物理」の特徴を一言で表現すれば「フロンティアの多様化」にあるといえよう。対象とする現象は極めて多岐にわたり、そのエネルギーは eV 領域から TeV の世界にまで広がっている。従来、「原子核物理」の研究対象は、たかだか二百数十個の核子(陽子と中性子)のなす束縛系である「原子核」の、しかも自然に存在する諸元素周辺のごく限られた状態であった。そこで核子は「素粒子」であった。

しかし、核子はいまやグルーオンで結ばれたクォーク多体系(ハドロン)であるので、原子核物理はその1つの発展の方向として、核子の内部構造の研究にも踏み込んでいる。量子色力学に基づくハドロンおよびハドロン間力の研究は現代原子核物理の最前線の1つである。また、高エネルギー実験の発展にともない、原子核は核子多体系からハドロン多体系へと拡大した。ハイペロン(ストレンジネスをもつハドロン)を含むハイパー核をはじめ、色々なメソンや核子の励起状態の関与する現象も、現代原子核物理の主要テーマである。これらの課題は、あまり適切な言葉ではないが「中間エネルギー核物理」とよばれ、大きな研究分野を形成している。

最近の特記すべき発展は、安定な原子核から大きくずれた陽子と中性子の組み合わせからなる「原子核」も実験の対象となってきたことである。かくして原

子核の存在領域は飛躍的に拡大し、それとともに多くの新しい存在様式が知られるようになってきた。「不安定核物理」の誕生である。これはまた宇宙での元素合成や中性子星の構造等々を通じ、宇宙物理学と不可分な「天体核物理」の新たな発展をもたらしている。

一方、原子核は、本質的に有限個の構成要素からなる(近似的)束縛状態であることから、有限多体系あるいは小さな量子系の典型的研究対象である。したがって、原子・分子の構造論や反応論と共通の特徴をもち、最近急速に発展しているマイクロクラスターやメゾスコピック系の研究とも深い共通性をもっている。もちろん、量子多体系の物理として、物性物理の各分野とさまざまな接点をもっている。

伝統的な原子核物理からはじめて、このような現代核物理の現状をすべて紹介することは、本講座のサイズの本では不可能である。また、本講座の主旨からしても適切とは思われない。そこで、本巻では思い切って題材を絞り、その対象を、基本的には陽子と中性子を構成要素とする有限多体系の示す、比較的 low エネルギー (GeV 以下) の現象に限定した。そして基本的な性質、概念をできるだけ現代的な観点から一貫した筋書きで提示することを試みた。

すなわち、本書でわれわれは、有限量子多体系の物理の中に核構造論・核反応論を位置づけ、有限個の核子集団のダイナミックスを中心課題とする。そして、「秩序運動とカオスの運動の統一的理解」という目標を掲げて、この観点から豊富な原子核現象を整理し位置づけることを試みた。いうまでもなく、「秩序とカオス」は量子多体系の物理に普遍的に現われる命題である。

よく知られているように、通常物性物理では、 10^{23} 個もの膨大な構成要素からなる多体系を対象とし、日常的スケールの巨視的な物理系に対して温度やエントロピーといった巨視的変数の概念が導入される。そして、さまざまな異なる多体系に共通する法則性を論じる学問として統計物理や非線形物理が発展している。本書では、わずかに $10^1 \sim 10^2$ 程度の構成要素からなる多体系である原子核においても、巨視的変数ないしは集団運動の変数なる概念が有効であること、またそれらと微視的自由度との係わりを明らかにすることを1つの重要

な目的とした。さらに、秩序運動とカオス的運動の共存あるいは移行の仕組みの理解が新たな課題となっていることを紹介したい。

このように核子多体系という伝統的な核構造論・核反応論に限っても、その対象は極めて多様であり、かつ、研究のフロンティアは急速に拡大している。したがって、本書で触れたテーマはその中の極めて限られた一部に過ぎないことを予めお断りしておかなければならない。殻模型の発展的展開(色々な対称性を生かした模型, 配位混合等々), 軽い核のクラスター構造, 有効相互作用の理論, 核に現われる電磁および弱い相互作用等々, あまりにも多くの重要な事項を落とさざるを得なかったことをお詫びしておく。また, 何を基本概念とするかについてもさまざまな視点が考えられ, ここに呈示するものは著者たちの偏った観点から試みた1つの序論であり, 原子核物理への入り方は他にも色々あることをお断りしておく。

第Ⅰ部原子核の構造は松柳研一, 第Ⅱ部集団運動の微視的理論は坂田文彦, 第Ⅲ部原子核反応は市村宗武が責任執筆した。なお, 第Ⅰ部については丸森寿夫, 清水良文氏をはじめ多くの方々に原稿に目を通していただき, 有益なコメントを頂いた。第Ⅲ部については吉田思郎氏に多くの貴重なコメントを頂いた。ここに深く感謝の意を表したい。

最後に, 本書の出版にあたりたいへんお世話になった岩波書店編集部に心から感謝する。

1993年8月

市村宗武
坂田文彦
松柳研一

目次

まえがき

I 原子核の構造

| | | |
|----------|-----------------------|-----------|
| 1 | 核子多体系の存在領域 | 3 |
| 1-1 | 原子核の大きさと結合エネルギー | 3 |
| 1-2 | 核力の性質 | 10 |
| 1-3 | 核子多体系の存在領域の広がり | 11 |
| 2 | 1粒子運動と殻構造 | 15 |
| 2-1 | $j-j$ 結合殻モデル | 16 |
| 2-2 | 変形殻モデル | 21 |
| 2-3 | Bogoliubov 準粒子 | 24 |
| 2-4 | 回転ポテンシャルでの準粒子モード | 25 |
| 2-5 | 殻構造の半古典論 | 30 |
| 3 | 集団励起とモード-モード結合 | 36 |
| 3-1 | 巨大共鳴 | 36 |
| 3-2 | 低振動数の集団励起モード | 43 |

x 目 次

| | | |
|----------|---------------------|-----------|
| 3-3 | 粒子-振動結合 | 55 |
| 3-4 | 粒子-回転結合 | 64 |
| 4 | 高励起状態の統計的性質 | 75 |
| 4-1 | 高励起スペクトルのゆらぎ | 75 |
| 4-2 | ランダム行列理論 | 78 |
| 4-3 | スペクトルゆらぎの力学的基礎 | 82 |
| 4-4 | 準位密度 | 84 |
| 5 | 核構造における秩序と混沌 | 86 |
| 5-1 | 強度関数と分散幅 | 87 |
| 5-2 | 異なる内部構造の共存 | 90 |
| 5-3 | 核分裂のダイナミックス | 95 |
| 5-4 | 非イラスト領域の核構造 | 100 |

II 集団運動の微視的理論

| | | |
|----------|----------------------------|------------|
| 6 | 独立粒子運動と平均 1 体場 | 105 |
| 6-1 | Hartree-Fock 理論 | 106 |
| 6-2 | Hartree-Fock-Bogoliubov 理論 | 117 |
| 6-3 | 拘束条件つき Hartree-Fock 理論 | 125 |
| 6-4 | 時間依存 Hartree-Fock 理論 | 130 |
| 7 | 乱雑位相近似とボソン展開法 | 133 |
| 7-1 | 平衡点のまわりでの平均場の微小振動 | 133 |
| 7-2 | ボソン展開法 | 139 |
| 7-3 | 自発的対称性の破れと集団運動の発生 | 145 |
| 8 | 大振幅集団運動論 | 150 |
| 8-1 | 生成座標の方法と射影法 | 150 |

- 8-2 断熱的 TDHF 理論 154
- 8-3 自己無撞着集団座標の方法 161
- 8-4 いくつかの問題 168

III 原子核反応

- 9 原子核反応概観 173
 - 9-1 予備知識 174
 - 9-2 低エネルギー軽イオン反応 175
 - 9-3 中間エネルギー軽イオン反応 179
 - 9-4 低エネルギー重イオン反応 183
 - 9-5 中高エネルギー重イオン反応 190
 - 9-6 超高エネルギー核反応 196
- 10 光学模型 197
 - 10-1 光学模型の基本概念 198
 - 10-2 構造のある粒子との散乱 200
 - 10-3 光学ポテンシャルの形式的導出と物理的意味 202
 - 10-4 現象論的光学ポテンシャル 206
 - 10-5 多重散乱理論 210
 - 10-6 多重散乱理論による光学ポテンシャルの導出 214
 - 10-7 インパルス近似による光学ポテンシャル 216
- 11 直接反応 220
 - 11-1 歪曲波 Born 近似 I——2 ポテンシャル問題 221
 - 11-2 歪曲波 Born 近似 II——非弾性散乱 224
 - 11-3 歪曲波 Born 近似 III——組替反応 227
 - 11-4 歪曲波 Born 近似 IV——連続状態励起 233
 - 11-5 チャンネル結合法 237

11-6 戸口の状態 242

12 熱平衡および非平衡過程 246

12-1 角運動量表示とエネルギー規格化 246

12-2 S 行列の分散公式 250

12-3 Breit-Wigner の 1 準位公式 252

12-4 揺動断面積 254

12-5 ランダム行列仮説 257

12-6 非平衡過程 259

補章 不安定核の構造 267

A-1 中性子ハローと中性子スキン 268

A-2 Glauber 理論による重イオン反応の解析 271

A-3 不安定核の平均場の特徴 277

A-4 密度依存力を用いた Hartree-Fock 計算 278

A-5 いくつかの話題 282

参考書・文献 285

第 2 次刊行に際して 295

索引 297

I

原子核の構造

原子核は1~250個の核子が強い相互作用で結合した量子多体系である。この系はサイズが 10^{-12} cm程度と小さく、また、構成要素(核子)の個数が少ないという意味でも小さい量子系である。

核子の集団である原子核の内部で、個々の核子はどのように運動するだろうか。これまでの研究によって、核子どうしの強い相関にもかかわらず、第1近似として、相互作用の効果を平均ポテンシャルで表わし、その中を個々の核子があたかも独立に運動していると見なす1粒子運動の描像が成立していることがわかった。ここで大切な点は、平均ポテンシャルの形は時間とともに変化するという点である。この平均ポテンシャルは核子多体系が自ら作りだしたものであるから、その時間変化は実は、核子集団がコヒーレントに運動する集団運動に対応している。したがって、平均ポテンシャルの表面の形などを表わすパラメータを集団運動を記述する巨視的力学変数とみなすことができる。このようにして、集団運動を表わす巨視的変数と、時間変化するポテンシャルの中を運動する個々の核子の微視的自由度との絡み合いが、原子核構造論の基本テーマのひとつになる。

1粒子運動と集団運動は核子多体系の規則的な運動様式であり、秩序運動とよばれる。他方、原子核は平均ポテンシャルでは記述できない無秩序運動、あるいはカオス的な運動様式も示す。励起エネルギーの増大につれて、原子核という小さい量子系に対しても、エントロピーや温度などの統計力学的概念が有効になる。そして、高励起状態での準位分布の統計的ゆらぎに見える法則性は、核子多体系の運動様式のカオス的性質を示唆している。

有限自由度の小さい量子系としての原子核における秩序運動と無秩序運動の統一的理解は、これからの核物理学の基本的課題のひとつと考えられている。この観点から、第1部の終わり(第5章)では「秩序運動と無秩序運動の共存の形態」および「両者の移行のメカニズム」にかかわる2,3のテーマについて簡単に紹介する。



核子多体系の存在領域

原子核は有限個の核子(陽子と中性子)から構成される量子多体系であると考えられているが、この量子多体系が示す驚くほど多様な存在形態と豊富な運動様式については、必ずしもよく知られていない。また、これまでによく調べられてきたのは、この核子多体系の近似的に安定な状態の近傍の、ごく限られた性質にすぎない。今後の研究によって未知の新しい存在形態や運動様式が発見されてゆくと期待されている。

核構造論は原子核の静的性質を主な研究対象としていたが、今日では、多様な励起構造が研究の対象となり、これらの(時間に依存する)動的性質に対する興味が高まっている。現代の核構造論では静的性質はもとより、核子多体系の近似的な束縛状態のダイナミックスが重要な課題となっているのである。本章では、第2章以下で原子核の構造を論じるための準備をする。

1-1 原子核の大きさと結合エネルギー

原子核の構成要素である核子は、強い相互作用をするハドロンの仲間である。核子が有限個(1~250個)集まって(近似的な)束縛状態を形成した孤立系が原

4 ◆ 1 核子多体系の存在領域

子核である。この系を記述するハミルトニアンは回転不変性および(「弱い相互作用」を無視すると)空間反転不変性を満足するので、この量子系は角運動量 I およびパリティ π の固有状態になっている。

原子核の内部を運動する核子の運動エネルギーは(後述するように)、平均すると約 22 MeV であり、原子核から 1 個の核子を分離するのに必要な分離エネルギー(separation energy)は 5~10 MeV である。これらは核子自身の静止エネルギー($mc^2 \cong 940$ MeV)と比べて十分小さいので、通常、原子核は核子が比較的弱く結合した非相対論的量子力学系とみなせる。核子はスピン 1/2 をもつ Fermi 粒子であるから、原子核は Fermi 系であり、低エネルギーの原子核現象において Pauli 原理がきわめて重要な役割を果たす。

電子や陽子と原子核との散乱実験によって、原子核内の核子の密度分布 $\rho(r)$ が調べられる(r は原子核の重心から測った距離)。電子散乱では電磁相互作用により電荷分布 $\rho_c(r)$ が、陽子散乱では強い相互作用によって(陽子と中性子の寄与の和である)密度分布が調べられる。図 1-1 に電荷分布の実験データを示す。これから、原子核の体積は(第 0 近似としては)構成核子の個数 A に比例すること、中心部の密度 $\rho(0)$ は A によらずほぼ一定値 $\rho(0) \cong 0.17$ fm⁻³ であること(1 fm = 10⁻¹³ cm)、表面の厚さ(密度分布が $\rho(0)$ の 90% から 10% に減少する距離として定義)は 2~3 fm であること等が明らかになった。

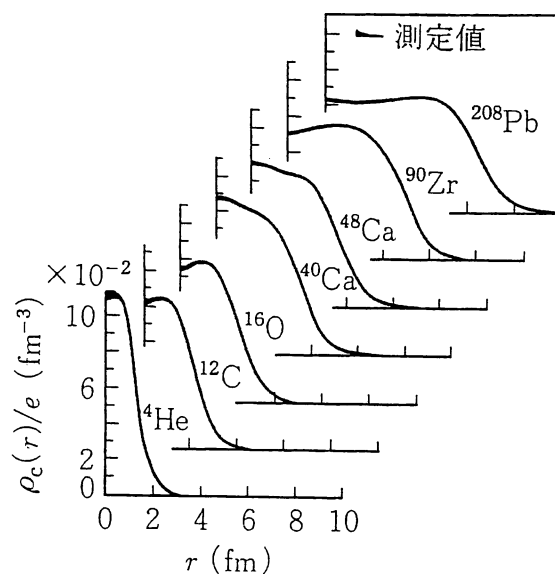


図 1-1 電子散乱によって測定した原子核の電荷分布。(B. Frois and C. N. Papanicolas: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 37(1987)133 による。)

これを密度の飽和性という。A が小さい軽い核を除けば、表面の厚さが原子核全体の広がり比べて小さいので、 $\rho(r)$ が $\rho(0)$ の 1/2 となる距離を核半径 R_0 と定義すると

$$R_0 = r_0 A^{1/3} \quad (\text{ただし } r_0 \cong 1.1 \text{ fm}) \quad (1.1)$$

という関係がよい近似で成り立っている。

基底状態(最低エネルギー状態)の近傍にある原子核の中では、Pauli 原理により核子-核子衝突が抑制される。なぜなら、衝突後の状態が Pauli 原理で許されない場合、その衝突は起こらないからである。そのため、核子の平均自由行程(mean free path)は核半径よりも長くなる。したがって、核子-核子相互作用の効果を「他の核子が作る平均ポテンシャル中を独立粒子運動する核子」という描像で取り扱う平均場近似(mean field approximation)を導入することができる。この近似の極端な場合として、体積 Ω の箱の中に閉じ込められた **Fermi** ガスとして原子核を取り扱おう(これを **Fermi** ガス模型という)。すると、Fermi 波数 k_F は陽子 p, 中性子 n に対して、それぞれ

$$k_F^{(p)} = (3\pi^2 Z/\Omega)^{1/3}, \quad k_F^{(n)} = (3\pi^2 N/\Omega)^{1/3} \quad (1.2)$$

と書ける。Z は陽子数、N は中性子数である。Z=N=A/2 の場合、密度 $\rho(0)$ の実験値を用いると $k_F \cong 1.36 \text{ fm}^{-1}$ となる。対応する Fermi エネルギーは

$$e_F = (\hbar k_F)^2/2m \cong 37 \text{ MeV} \quad (1.3)$$

平均運動エネルギー $\bar{e} = (3/5)e_F$ は約 22 MeV である。

中性子と陽子を統一的に記述するため、核子をアイソスピン(isospin) 1/2 の粒子と考え、中性子と陽子をそれぞれアイソスピンの z 成分が +1/2 および -1/2 の状態とみなす。N 個の中性子と Z 個の陽子からなる原子核の全アイソスピンの大きさを T, その z 成分を M_T とすると、明らかに $M_T = (N-Z)/2$ であるが、T の値は $(N+Z)/2$ から $|N-Z|/2$ までの値をとりうる。しかし、Fermi ガス模型では基底状態は $T = M_T = |N-Z|/2$ をもち、他の T は励起状態に対応することを容易に証明できる*。強い相互作用はアイソスピン空間の

* N=Z で N も Z も奇数のときは例外で、T=0 と T=1 が縮退する。

回転に対して不変であるから、 T を用いて原子核のさまざまな励起状態を分類できる。実際、この対称性を破る Coulomb 力の存在にも拘わらず、アイソスピンは近似的にはよい量子数である。ある状態に M_T の昇降演算子を作用させて得られる状態をその状態のアイソバリックアナログ(isobaric analogue)状態とよぶ。昇降演算子はアイソスピンの大きさ T を変えないから、両者は同じ T をもち、 M_T のみ異なる。

中性子数 N 、陽子数 Z の原子核の基底状態の質量を $M(N, Z)$ 、中性子と陽子の質量を m_n, m_p とすると、結合エネルギー $B(N, Z)$ は

$$B(N, Z) = Nm_n c^2 + Zm_p c^2 - M(N, Z)c^2 \quad (1.4)$$

で定義される。図 1-2 に実験データを示す。 $B(N, Z)$ を N や Z とともに滑らかに変化する巨視的項 B_{macro} と、ゆらぎを表わす微視的項 B_{micro} に分けて

$$B(N, Z) = B_{\text{macro}}(N, Z) + B_{\text{micro}}(N, Z) \quad (1.5)$$

と書こう。「巨視的」とは構成粒子数 $A = 10^1 \sim 10^2$ 程度の有限系の平均的性質あるいは集団的性質を指す。 B_{macro} は ($A \leq 10$ の軽い核を除いて)、近似的に

$$B_{\text{macro}}(N, Z) = b_{\text{vol}} A - b_{\text{surf}} A^{2/3} - \frac{1}{2} b_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A} - \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R_c} \quad (1.6)$$

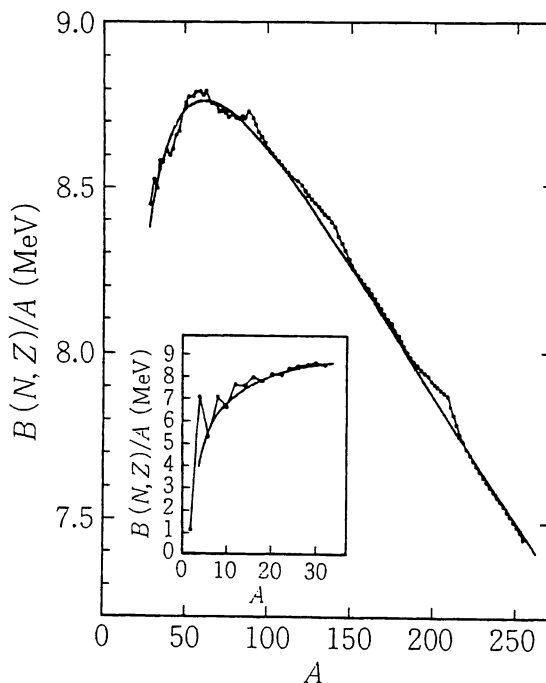


図 1-2 1 核子当たりの結合エネルギー。滑らかな曲線は式(1.5)の B_{micro} を無視したもの。(巻末文献[I-1]による。)

で与えられる。右辺の各項の係数はおよそ $b_{\text{vol}} \cong 16 \text{ MeV}$, $b_{\text{surf}} \cong 17 \text{ MeV}$, $b_{\text{sym}} \cong 50 \text{ MeV}$ である。

第1項は体積エネルギーと呼ばれ、結合エネルギーの主要項である。これが A に比例することは原子核の中心部の密度 $\rho(0)$ が A によらずにほぼ一定であり、体積が A に比例することと密接な関係にある。このことは結合エネルギーの飽和性とよばれ、密度の飽和性と合わせて、原子核のきわめて重要な性質である。第2項は表面積に比例するので表面エネルギー、第3項は N と Z を等しくしようとするので対称エネルギーとよばれる。第4項は **Coulomb** エネルギーを表わし、 $R_c \cong 1.2A^{1/3} \text{ fm}$ である。

一方、 B_{micro} の大きさは 15 MeV 以下で、 B_{macro} に比べて小さい量であるが、核構造の理解にとっては同等に重要である。この項は2つの部分からなる。

$$B_{\text{micro}}(N, Z) = B_{\text{pair}}(N, Z) + B_{\text{shell}}(N, Z) \quad (1.7)$$

右辺の第1項は対エネルギー (pairing energy) とよばれ、

$$B_{\text{pair}}(N, Z) \cong \begin{cases} 12A^{-1/2} & (N \text{ も } Z \text{ も 偶数の場合}) \\ 0 & (A \text{ が 奇数の場合}) \\ -12A^{-1/2} & (N \text{ も } Z \text{ も 奇数の場合}) \end{cases} \quad (1.8)$$

で与えられる (単位 MeV)。第2章で説明するように、この項は核内の核子が (互いの間に働く引力によって) 互いに対を組もうとする対相関 (pairing correlation) に起源をもつ。他方、第2項は殻構造 (shell structure) に起源をもつ殻構造エネルギー E_{shell} に対応する (符号は逆、 $B_{\text{shell}} = -E_{\text{shell}}$)。図1-3はさ

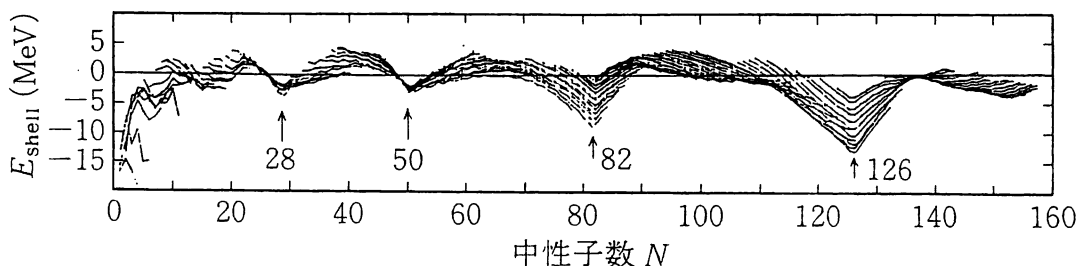


図1-3 殻構造エネルギー E_{shell} の N 依存性。折れ線は個々のアイソトープを示す。(W.D. Myers and W.J. Swiatecki: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 32(1982) 309 による.)

8 ◆ 1 核子多体系の存在領域

さまざまな Z に対する $E_{\text{shell}}(N, Z)$ の値を N の関数として描いたものである。 E_{shell} は N の関数として特徴的な振動パターンを示している。 E_{shell} が極小となる N の値を魔法数 (magic number) という (2-1 節参照)。同様の性質は B_{shell} の Z 依存性についても見られる。

なお, (1.5) を $B(N, Z) = B_{\text{liquid}}(N, Z) + B_{\text{shell}}(N, Z)$ と書き直せば, B_{liquid} は原子核を電荷をもつ非圧縮性液滴とみなす液滴モデル (liquid drop model) の結合エネルギーに対応する ($B_{\text{liquid}} = B_{\text{macro}} + B_{\text{pair}}$)。

図 1-4 は (近似的) 束縛状態として存在可能と予想される原子核を (N, Z) 平面上で示したものである。黒丸は自然に存在する安定な原子核を表わし, その周辺の原子核は β 崩壊により安定な原子核に転移する。 β 崩壊に対する安定性

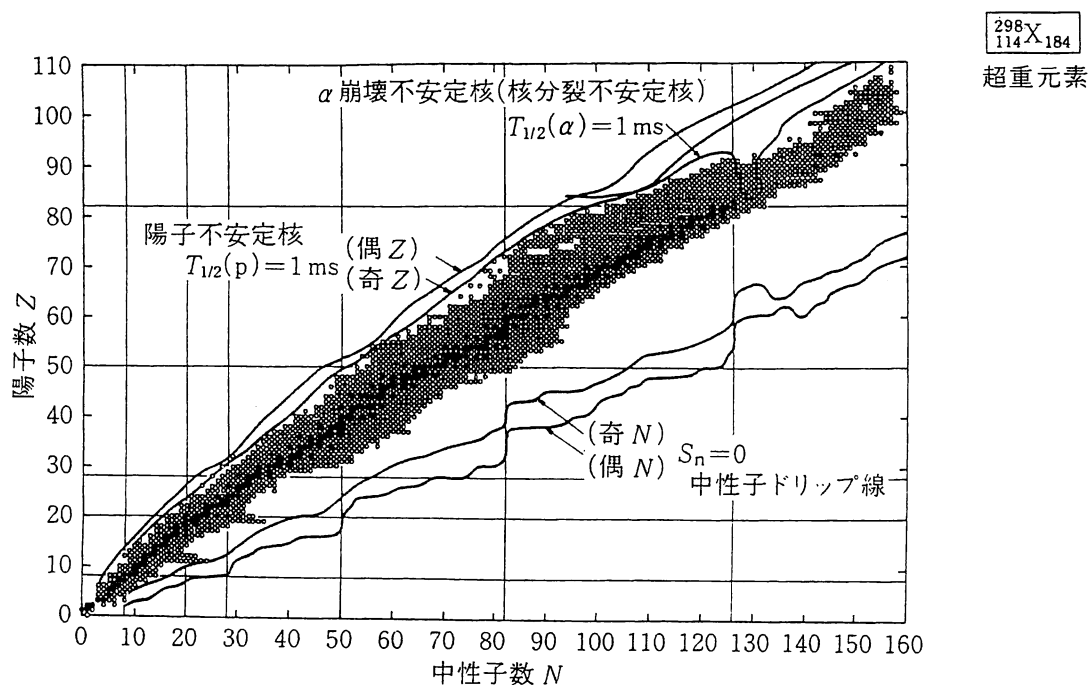


図 1-4 (N, Z) 平面での原子核の存在領域. 黒丸が安定核, 白丸がこれまでに知られている不安定核を示す. 中性子ドリッップ線 ($S_n = 0$) および陽子放出の半減期 $T_{1/2}(p)$ が 1 ms となる境界線が示されている. 参考までに, 理論的に予想される超重元素 ${}^{298}_{114}\text{X}_{184}$ も示されている. (Y. Yoshizawa, T. Horiguchi and M. Yamada: Chart of The Nuclides 1984, (Japanese Nuclear Data Committee and Nuclear Data Center (JAERI), 1984) に基づく.)

は、核子数が一定のもとで結合エネルギーが極大となる条件

$$\left. \frac{\partial B(N, Z)}{\partial N} \right|_{A=\text{一定}} = 0 \quad (1.9)$$

から決定できる. B_{micro} を無視し B_{macro} のみを考慮すると, 上式の解として関係式 $N - Z \cong 6 \times 10^{-3} A^{5/3}$ を得る. この曲線を β 安定線 (β -stability line) とよぶ. ここで β 崩壊とは, 電子を放出する β^- 崩壊, 陽電子を放出する β^+ 崩壊, 原子軌道の電子を原子核が吸収する電子捕獲 (electron capture) の総称である.

有限個の核子の束縛状態としての原子核の存在限界を知るためには, β 崩壊だけでなく, さまざまな崩壊モードに対する安定性を調べなければならない. 例えば, 中性子あるいは陽子の放出に対する安定性はこれらの分離エネルギー S がゼロになる条件

$$\begin{aligned} S_n(N, Z) &= B(N, Z) - B(N-1, Z) \cong 0 \\ S_p(N, Z) &= B(N, Z) - B(N, Z-1) \cong 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

から決まる. $S_n \cong 0$ となる境界線を中性子ドリップ線 (neutron drip line) とよぶ. 同様に $S_p \cong 0$ の境界線を陽子ドリップ線という*.

β 安定線から遠く離れた原子核は不安定核またはエキゾチック (exotic) 核とよばれ, 通常の原子核には見られない性質をもつと期待される. 例えば, 中性子ドリップ線近傍の ${}^{11}\text{Li}$ は, 過剰な中性子の結合エネルギーが非常に小さいため, 中性子密度分布が異常に広がっている (巻末文献 [I-35]).

重い核では α 崩壊や核分裂 (fission) に対する安定性によって存在限界が決まる. また, α 崩壊と核分裂の中間的な崩壊様式として, 重い核から ${}^{14}\text{C}$, ${}^{24}\text{Ne}$, ${}^{28}\text{Mg}$ などの軽い核が放出される現象も観測されている. これをクラスター崩壊 (cluster decay) とよぶ. いろいろな崩壊様式を考慮したうえで半減期が 10^{-3} 秒以上と予想される原子核は約 4800 個で, そのうち約 2000 個が現在までに実験で同定されている (巻末文献 [I-33]). 図 1-4 には, 大きい魔法数 ($Z = 114$, $N = 184$) 近傍に存在が理論的に予想されている (自然に存在しない) 超

* 一般に, ドリップ線の計算に β 安定線近傍での実験から得られた (1.6) 式を外挿して使用することは疑問であることに注意.

重元素(superheavy elements)も示されている。

1-2 核力の性質

核子の間に働く核力ポテンシャルは、図 1-5 に示すように、核子間距離 r によって 3 つの領域に分けられる。 $r \geq 2 \text{ fm}$ の遠距離(領域 I)では 1 個の π 中間子(パイオン)の交換によるポテンシャル OPEP(one pion exchange potential)

$$V_{\text{OPEP}} = \frac{1}{3} \frac{f^2}{\hbar c} m_\pi c^2 (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2) \left\{ (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) + \left(1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{(\mu r)^2} \right) S_{12} \right\} \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} \quad (1.11)$$

により、よく記述できる。ここで $\boldsymbol{\sigma}$ と $\boldsymbol{\tau}$ は Pauli 行列で、核子の固有スピン \mathbf{s} 、アイソスピン \mathbf{t} と $\boldsymbol{\sigma} = 2\mathbf{s}/\hbar$, $\boldsymbol{\tau} = 2\mathbf{t}$ の関係にある。添字 1, 2 は核子の番号を示す。 S_{12} は

$$S_{12} = 3 \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \quad (1.12)$$

で定義されるテンソル演算子(tensor operator)であり、これを含む項をテンソル力(tensor force)という。 m_π は π 中間子の質量($m_\pi c^2 \cong 140 \text{ MeV}$)、 μ は π 中間子の Compton 波長 $\hbar/m_\pi c \cong 1.4 \text{ fm}$ の逆数である。また、 f は π 中間子と核子の結合定数で、 π 中間子の核子による散乱実験から $f^2/\hbar c \cong 0.08$ である。

図 1-5 の中間領域(領域 II, $1 \text{ fm} \leq r \leq 2 \text{ fm}$)の性質は主に 2 個の π 中間子を交換する過程により決まるが、(ρ, ω などの)重い中間子交換の効果も無視でき

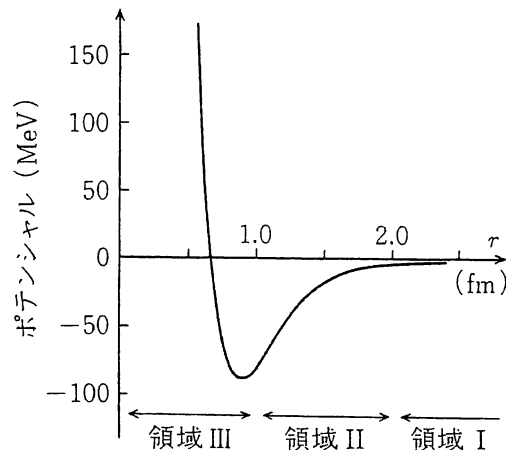


図 1-5 核力ポテンシャルの概念図。2 核子の相対角運動量 $L=0$, 合成スピン $S=0$ の状態に対するもの。

ない。近距離(領域Ⅲ, $r \leq 1 \text{ fm}$)の核力の性質は, 核子の内部構造の問題と密接に関連している。特に, $r \leq 0.5 \text{ fm}$ には非常に強い斥力ポテンシャルが存在する。これを斥力芯(hard core)という。この斥力芯とテンソル力が原子核の飽和性に重要な役割を果たしていることが分かっている。 V_{OPEP} の形から分かるように, 核力は相互作用している2核子の波動関数がどのようなスピン・アイソスピン状態にあるかに依存する。また, 相対運動の軌道角運動量にも強く依存する。このような「強い状態依存性」は核力の重要な特徴である。

斥力芯の半径 $c \leq 0.5 \text{ fm}$ は(密度 $\rho(0)$ から計算した)核子間の平均距離 $\bar{r} \cong 1.8 \text{ fm}$ と比べてかなり小さい。このことは, 斥力芯の存在にもかかわらず, 核内での核子の運動に対して独立粒子描像が成立する可能性を示唆している(原子核の飽和性や, 独立粒子描像が成立する根拠については巻末文献[1-27]参照)。

原子核という多体系の中での核力は, さまざまな多体効果のために, 2核子系での核力と異なる。これを核内での有効相互作用(effective interaction)という。核力の強い状態依存性を反映して, 有効相互作用の性質は複雑となる。1960年代以降, 核力と核構造の関連についてさまざまな研究が積み重ねられ, 有効相互作用の性質についてかなりの知見が得られた。しかし, 今なお多くの未解決の問題を残している(巻末文献[1-29~32]参照)。

1-3 核子多体系の存在領域の広がり

これまで原子核の基底状態について述べてきた。次に励起状態について考えよう。

図1-6には励起エネルギー E の増加につれて励起状態の準位密度 $\rho(E)$ (level density, 単位エネルギー間隔に存在する準位の個数)が指数関数的に増大する様子が示されている。これは1936年 Niels Bohr が複合核モデルを提唱した論文で使用した有名な図である。

$\rho(E)$ は近似的に

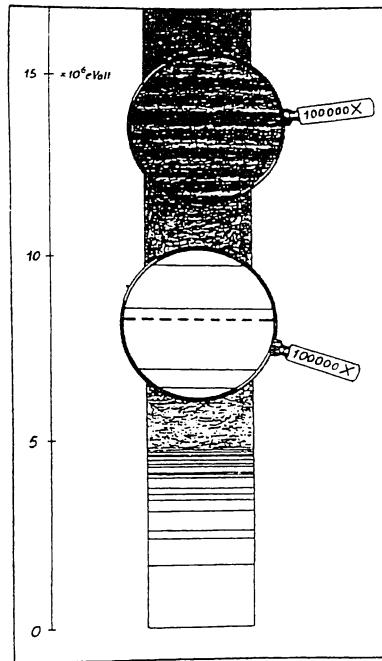


図 1-6 励起準位の分布. エネルギーの単位は $10^6 \text{ eV} = \text{MeV}$. Niels Bohr の講演で使われたもの. (Nature 137(1936)351 による.)

$$\rho(E) \cong C \exp(2\sqrt{aE}) \quad (1.13)$$

と表わせる. ここで C, a は定数で, 実験によると a は核子数 A に比例し, $a \cong A/8 (\text{MeV})^{-1}$ である. 例えば, ^{233}Th の $E \cong 5 \text{ MeV}$ 領域で $\rho \cong 6 \times 10^4 (\text{MeV})^{-1}$, 平均準位間隔 $D = \rho^{-1}$ は約 16 eV である. こうした場合には, 温度やエントロピーという熱力学的概念が原子核に対しても有効になる.

エネルギー領域 $(E, E + \Delta E)$ にある準位の総数を $\rho(E)\Delta E$ とすると, エントロピーは $S = \log(\rho(E)\Delta E)$ で定義される(条件 $D \ll \Delta E \ll E$ の下で S は ΔE の選び方にあまり依存しない). 温度 T を

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial E} \quad (1.14)$$

で導入すると, ρ が(1.13)式で近似できる場合, $E = aT^2$ の関係を得る. この T は熱力学での kT に対応し, エネルギーの次元をもつ.

孤立系としての原子核の励起状態は角運動量 I とパリティ π をよい量子数としてもつから, I と π が指定された場合の準位密度を Fermi ガス模型で計算すると, $N=Z=A/2$ の場合

$$\rho(A, E, I, \pi) \propto \exp 2\sqrt{a\left(E - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_{\text{rig}}} I(I+1)\right)} \quad (1.15)$$

となる(4-4節参照). この式で \mathcal{I}_{rig} は密度分布 $\rho(r)$ を用いて

$$\mathcal{I}_{\text{rig}} = \frac{2}{3} \int \rho(r) r^2 d^3 r \quad (1.16)$$

で定義され, 原子核を剛体とみなしたときの慣性モーメントに相当する. Fermi ガスと剛体の描像は一見矛盾するが, これについては第3章で考察する. さて, (1.15)式は「剛体の回転エネルギー」 $I(I+1)\hbar^2/2\mathcal{I}_{\text{rig}}$ 以下のエネルギー領域に指定された I, π をもつ準位が存在しないことを示している. 励起状態の存在可能領域を (E, I) 平面で示すと, 図1-7のようになる. ある I の値に対して E が最小の状態を結んだ曲線をイラスト線(yrast line)とよぶ. (1.15)式からわかるように, イラスト線の近傍では準位密度が小さい. つまり, 励起エネルギーは高くても温度でいえば超低温である. この領域では個々の励起準位を分離し, そのスペクトルから核構造を研究できる. 大きな角運動量をもつ超低温の原子核の研究は高スピン・イラスト分光学(high-spin, yrast spectroscopy)といわれる. 他方, 励起エネルギーの上限は何によって決まるのであろうか. 図1-7では, 核分裂に対する不安定性を回転液滴モデル(rotating liquid drop model)を用いて評価し, この上限を予測している. このモデルでは原子核がもちうる角運動量の上限は($A \cong 160$ 領域で) $I \cong 100$ と予測している. これらの上限は実験的に検証されていない.

1970年代以降, 重イオン核反応などの新しい実験方法が開発され, いろいろ

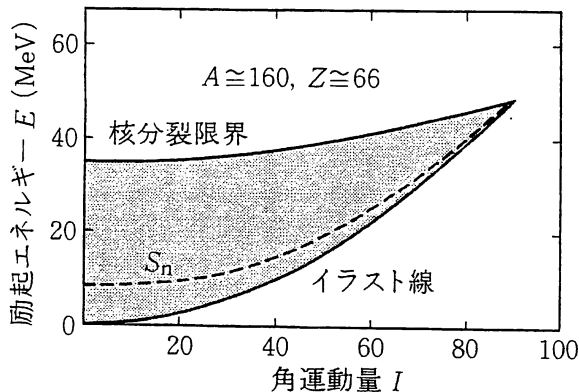


図1-7 (E, I) 平面での原子核の存在領域. $A \cong 160$, $Z \cong 66$ の原子核に対する回転液滴モデルによる理論計算. 破線は中性子放出が可能となる境界を示す. (S. Cohen, F. Plasil and W. J. Swiatecki: Ann. of Phys. 82(1974)557に基づく.)

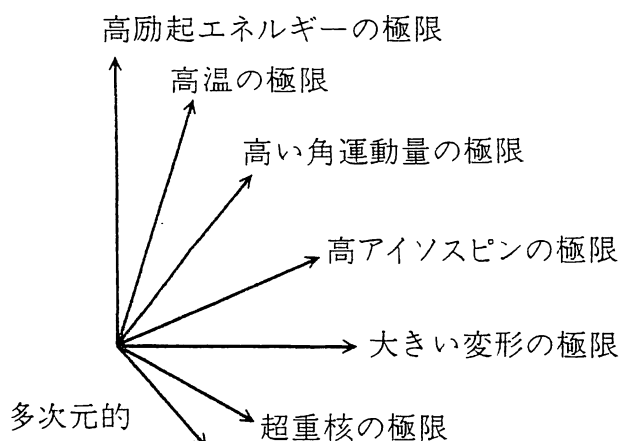


図 1-8 原子核研究の多次元性.

ろな意味で安定領域から遠く離れた原子核を作り、それらの構造を研究することが可能になった。近年、多元的な極限状況にある原子核を作り、核子多体系の未知の存在形態を探る研究が活発に行なわれている。このことを図 1-8 に象徴的に示す。また、 π 中間子・ Δ 粒子・核子からなるハドロン多体系、ストレンジネス量子数をもつハドロン系としてのハイパー核、クォーク・グルーオン多体系を研究する方向にも核物理学は広がってきている。原子核研究のフロンティアはこのように多次的に発展しつつある。このような観点からみると、原子核に関するこれまでの知見は、核子多体系に限っても、可能な存在形態や運動様式のうちのごく限られた部分にすぎず、広大な領域が未開拓のまま残されていることがわかる。

2

1 粒子運動と殻構造

原子核内の核子の運動に対して 1 粒子運動の概念が有効である。つまり、他の核子からの相互作用を平均ポテンシャルで近似し、個々の核子がこの平均ポテンシャル内で独立に運動しているという描像が成り立つ。核構造に対するこの種のモデルの出発点は 2-1 節で述べる $j-j$ 結合殻モデルである。この拡張として 2-2 節では平均ポテンシャルが球対称性を破る Nilsson モデルを取り扱う。2-3 節では 1 粒子運動をさらに拡張して、Bogoliubov 準粒子の概念を導入する。2-4 節では平均ポテンシャルが回転している場合の準粒子について述べる。

1 粒子運動の概念が拡張されるに伴って、平均ポテンシャルがもっていたさまざまな対称性が次々と破られてゆく。本章では平均ポテンシャルを現象論的に導入するが、これらは第 II 部で述べる Hartree-Fock-Bogoliubov 理論により核子間相互作用から導出される自己無撞着ポテンシャル(self-consistent potential)に対する近似として位置づけられる。つまり、平均ポテンシャルの対称性の破れ(symmetry breaking)は核子多体系が自発的(spontaneous)に作りだすものである。対称性の破れに関連して変形(deformation)の概念が導入される。変形が発生すると、回転運動が起こる。このように、対称性の破れを伴う 1 粒子運動の概念と回転運動の概念は表裏の関係にあり、切り離せない。

このことは、固体における Jahn-Teller 効果や、場の理論における南部-Goldstone ボソンの出現に対応している。回転運動に代表される集団運動については第3章で議論する。

2-5節では1粒子運動の準位分布に特徴あるパターンが形成される条件を考察し、殻構造の現代的な概念を与える。この概念は、原子核はなぜ変形するのか、平衡変形は何によって決まるか、等の疑問に答えるための基礎となる。

2-1 j - j 結合殻モデル

Z または N が 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 の原子核は(1核子当たりの)結合エネルギーが大きく、特別な安定性を示すことは古くから知られており、これらは魔法数とよばれていた。魔法数の存在は原子内の電子軌道の閉殻効果と類似している。そこで、原子の周期律の場合と同様に、原子核内の核子の運動にも平均ポテンシャルの描像が成り立つと仮定し、閉殻の形成に伴う結合エネルギーの増大によって魔法数を説明することが試みられた。しかし、どのような形の平均ポテンシャル $U(r)$ を用いても、実験をきれいに説明することはできなかった。1949年、Mayer と Jansen^e らは、平均ポテンシャルが強いスピン-軌道相互作用 (spin-orbit interaction) を含むとすれば魔法数を説明できることを発見し、 j - j 結合殻モデル*を提案した。

このモデルでは、核子に対する Schrödinger 方程式は、

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r) + U_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \right\} \psi_{nljm} = e_{nlj} \psi_{nljm} \quad (2.1)$$

で与えられる。 m は核子の質量 (m_p または m_n)、 $U(r)$ は球対称とする。 $U(r)$ の動径座標 r への依存性は密度分布 $\rho(r)$ のそれと近似的に対応すると考え、次の Woods-Saxon ポテンシャル

$$U(r) = U_0 f(r-R_0), \quad f(x) \equiv \{1 + \exp(x/a)\}^{-1} \quad (2.2)$$

* 殻モデル (shell model). 殻模型ともいう。

がよく用いられる*。 U_0 はポテンシャルの深さ, R_0 は核半径, a は表面のぼやけ(diffuseness)を表わす。(2.1)式で軌道角運動量 \mathbf{l} と固有スピン \mathbf{s} の内積 $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ に比例する項がスピン-軌道結合ポテンシャルである。この項は核子の \mathbf{s} と運動量 \mathbf{p} の間の角度に依存する力の存在を示している。ところで、核内の核子の運動方向は、媒質の密度変化の方向 $\nabla\rho(r)$ との相対的な関係のみが物理的意味をもつ。 $\nabla\rho(r), \mathbf{p}, \mathbf{s}$ から作られるスカラー量は、 \mathbf{p} の1次までの近似で

$$(\nabla\rho(r) \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{s} = (\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}) \frac{1}{r} \frac{\partial\rho(r)}{\partial r} \quad (2.3)$$

である。ここで $\rho(r)$ と $U(r)$ が比例すると仮定すれば

$$U_{ls}(r) = U_{ls}^0 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r-R_0) \quad (2.4)$$

となる。固有値 e_{nlj} が近似的に実験を再現するように決められたパラメータは、 $U_0 \cong -50 \text{ MeV}$, $a = 0.5 \sim 0.7 \text{ fm}$, $U_{ls}^0 \cong 30 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^2/\hbar^2$ である。

スピン-軌道結合のために \mathbf{l} の z 成分 m_l も \mathbf{s} の z 成分 m_s もよい量子数ではなくなるが、 $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$ の大きさ j とその z 成分 m はよい量子数である。したがって、(2.1)の固有関数は動径波動関数 $R_{nlj}(r)$, 球面調和関数 $Y_{lm}(\theta, \varphi)$, スピン波動関数 χ_{m_s} の積として

$$\psi_{nljm}(\mathbf{r}) = R_{nlj}(r) \sum_{m_l, m_s} \langle lm_l \frac{1}{2} m_s | jm \rangle i^l Y_{lm_l}(\theta, \varphi) \chi_{m_s} \quad (2.5)$$

と書ける。ここで $\langle lm_l \frac{1}{2} m_s | jm \rangle$ は Clebsch-Gordan 係数である。(また、第II, III部での便宜のため、位相因子 i^l をつけた。) (2.5)を j - j 結合の波動関数という。

簡単のため $U(r)$ を調和振動子ポテンシャル

$$U_{\text{HO}}(r) = \frac{1}{2} m \omega_0^2 (r^2 - R_0^2) \quad (2.6)$$

* 第II部で述べる Hartree-Fock ポテンシャルは一般には座標 \mathbf{r} のみで表現できない非局所(nonlocal)ポテンシャルとなる。 $U(r)$ はこれを局所近似したものと位置づけられる。

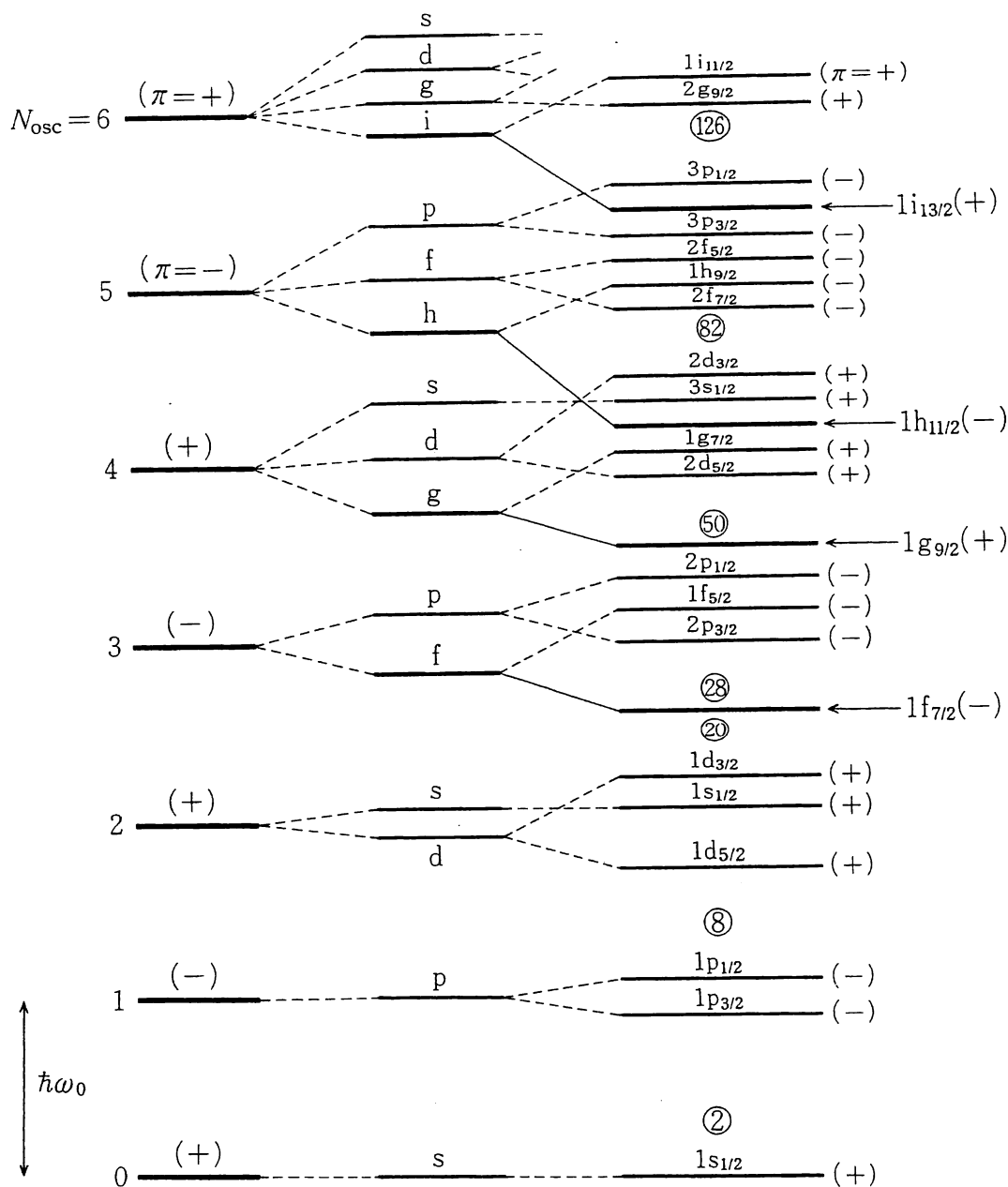
で置き換えた場合には $U_{ls}(r)$ は負の定数 C_{ls} となり、(定数 $-\frac{1}{2}m\omega_0^2R_0^2$ を別にして)固有エネルギーは

$$e_{nlj} = \hbar\omega_0\left(N_{\text{osc}} + \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2}C_{ls}\left\{j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}\right\} \quad (2.7)$$

で与えられる。ここで $N_{\text{osc}} = n_x + n_y + n_z$ である (n_x, n_y, n_z は x, y, z 方向の振動量子数)。強いスピン-軌道結合のため、 $l \neq 0$ のとき $j = l + \frac{1}{2}$ と $j = l - \frac{1}{2}$ の軌道のあいだに大きいエネルギー分岐 $\Delta e_{ls} = (l + 1/2)|C_{ls}|$ が生じる。その結果、 l が大きく、 l と s が平行な $f_{7/2}, g_{9/2}, h_{11/2}, i_{13/2}$ 軌道はエネルギーが下がり、 N_{osc} が1つ小さい軌道群の中に侵入する。これらは周辺の軌道と異なるパリティをもち、侵入(intruder)軌道、特異パリティ(unique-parity)軌道、あるいは high- j 軌道とよばれる。現実の平均ポテンシャルは $U_{\text{HO}}(r)$ と比較して表面付近でより引力的なので、一般に、(表面で確率密度の高い)大きい l をもつ準位のエネルギーは同じ N_{osc} の準位群の中で低くなる。こうして図 2-1 のような固有値スペクトルが得られる*。

図 2-2(a)のようにエネルギーの低い準位から順番に、Pauli 原理にしたがって核子を詰めていけば原子核全体としての最低エネルギー配位ができる。これを基底状態配位(ground state configuration)という。これを基準にして、非占有準位からなる1粒子状態空間を粒子空間(particle space)、占有準位からなる空間を空孔空間(hole space)と定義する。基底状態配位は場の理論での真空(vacuum)に対応し、粒子も空孔も存在しない状態とみなせる。他方、励起状態は図 2-2(b)のように粒子-空孔ペアが何個か生成された多粒子-多空孔状態(many particle-many hole state)として記述できる。 j - j 結合殻モデルに基づくアプローチでは、中性子も陽子も魔法数である2重閉殻(doubly closed shell)核に対して中性子の真空と陽子の真空を定義し、これらの状態の積として原子核全体の真空を定義する。こうして、原子核の励起スペクトルを量子多体論(quantum many-body theory)により取り扱う舞台が準備される。

* より現実的な計算によると、陽子に対して $Z=114$ が魔法数となる。また、 $N=184$ も魔法数となる。このことから超重元素 ${}_{114}^{298}\text{X}_{184}$ の存在が期待される。



調和振動子ポテンシャル Woods-Saxonポテンシャル ($l \cdot s$)ポテンシャルの効果を含む

図 2-1 j - j 結合殻モデルの 1 粒子エネルギー準位(概念図). Woods-Saxon ポテンシャルに ($l \cdot s$) 項がつけ加わって, 魔法数 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 が得られる. 記号 s, p, d, f, g, h, i は $l=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ を示し, 例えば $1 h_{11/2}$ は $n=1, l=5, j=11/2$ を表わす. これらの準位を下から詰めたときの核子の累計数は, 各準位の縮退度 $2j+1$ から計算できる.

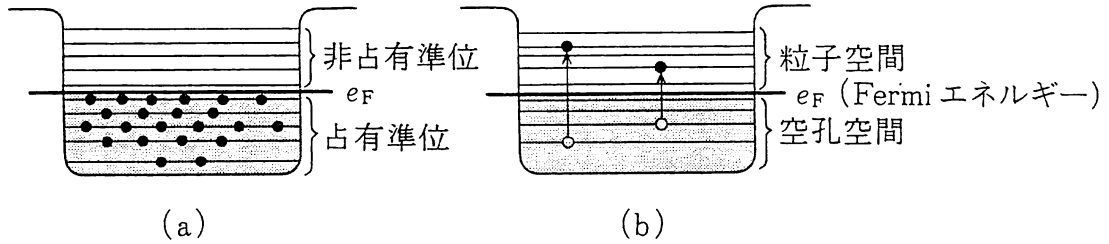


図 2-2 殻モデルにおける粒子-空孔励起(概念図).

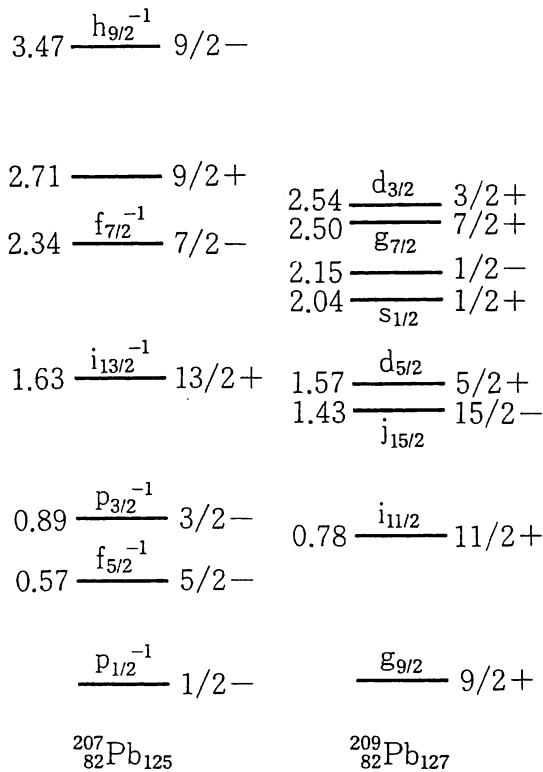


図 2-3 ^{207}Pb と ^{209}Pb の低励起スペクトル. 各準位の右側に角運動量とパリティ, 左側に励起エネルギー (MeV) が示されている. $p_{1/2}^{-1}, g_{9/2}$ などの記号は, $j-j$ 結合殻モデルでの解釈を示す.

図 2-3 に ^{207}Pb と ^{209}Pb の励起スペクトルを示す. これらの励起状態の角運動量とパリティは, 典型的な 2 重閉殻核 ^{208}Pb ($Z=82, N=126$) につけ加わった 1 個の空孔あるいは粒子によって担われているとして, 図 2-1 から予測される値とよく一致している.

第 III 部で述べるように, 1 個の核子を標的核と入射核のあいだでやりとりする 1 核子移行反応は 1 粒子運動の性質を調べる有力な方法である.

2-2 変形殻モデル

次に、平均ポテンシャルの球対称性が破れる場合を考えよう。このとき、 U は角度 θ', φ' にも依存し、

$$U(r, \theta', \varphi') = U_0 f(r - R(\theta', \varphi')) \quad (2.8)$$

と書ける。 $R(\theta', \varphi')$ は重心から表面までの距離を表わし、球面調和関数 $Y_{\lambda\mu}(\theta', \varphi')$ を用いて

$$R(\theta', \varphi') = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} a_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta', \varphi') \right) \quad (2.9)$$

と表現できる。ここで、角度 θ', φ' は原子核に固定された座標系の z' 軸に関して定義される。この座標系を物体固定座標系 (body-fixed frame) または固有座標系 (intrinsic frame) という。これと空間固定座標系 (space-fixed frame) の関係については 3-2 節で議論する。(2.9) 式の複素数 $a_{\lambda\mu}$ は変形パラメータで、 $R(\theta', \varphi')$ の実数条件から $a_{\lambda\mu}^* = (-1)^\mu a_{\lambda-\mu}$ の関係を満たす*。 $a_{\lambda\mu}$ の $\mu \neq 0$ 成分がすべてゼロの場合 (ただし $a_{\lambda 0} \neq 0$)、 U は角度 φ' に依存せず、 z' 軸まわりの回転に対して不変となる。この場合を軸対称変形とよび、他の場合を非軸対称変形という。また、奇数 λ の $a_{\lambda\mu}$ がすべてゼロの場合、 U は固有座標系の反転に対して不変である。他方、奇数 λ の $a_{\lambda\mu}$ が有限の値をもつ場合、平均ポテンシャルは空間反転対称性を破っているという。

古くからよく調べられているのは、 a_{20} だけがゼロでない軸対称 4 重極変形である。この場合の 1 粒子エネルギー準位を a_{20} の関数として計算した 1 例を図 2-4 に示す。軸対称変形ポテンシャルの固有状態では U が回転不変性を破っているために (j - j 結合殻モデルと異なり)、 j はよい量子数とならない。しかし、角運動量の z' 軸成分 Ω とパリティはよい量子数である (ハミルトニアン

* 球面調和関数の性質 $Y_{\lambda\mu}^*(\theta', \varphi') = (-1)^\mu Y_{\lambda-\mu}(\theta', \varphi')$ に注意。なお、 a_{00} と $a_{1\mu}$ は変形パラメータとみなせない。(飽和性のため)変形しても体積は変わらないという体積保存条件から a_{00} が、また、変形しても重心がズレないという重心固定条件から $a_{1\mu}$ が $\lambda \geq 2$ の $a_{\lambda\mu}$ の関数として決まる。

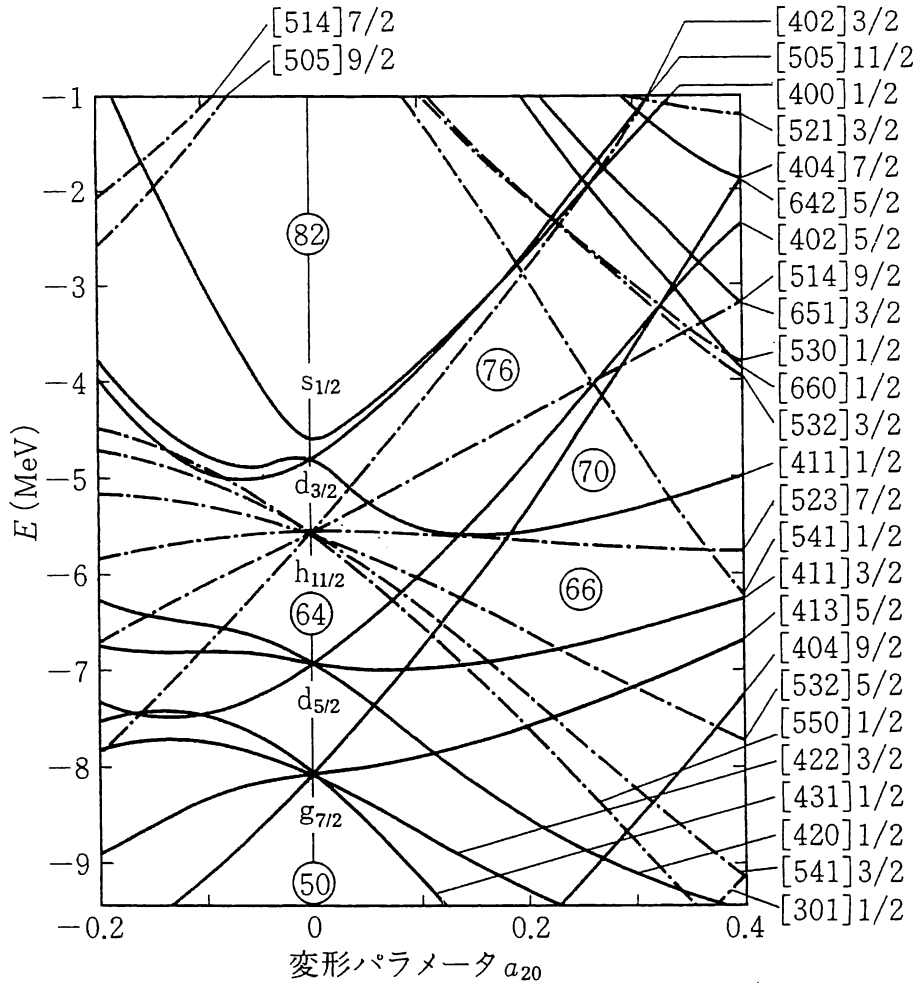


図 2-4 変形殻モデルの 1 粒子エネルギー準位. $50 < Z < 82$ 領域の陽子に対する計算例. 実線は偶パリティ, 一点鎖線は奇パリティの準位, 各準位につけられた数字の組は漸近量子数 $[N_{osc}, n_3, \Lambda] \Omega$ を示す. (W. Nazarewicz, M. A. Riley and J. D. Garrett: Nucl. Phys. A512(1990)61 による.)

時間反転不変性により $+\Omega$ と $-\Omega$ の状態は縮退する).

図 2-4 で $h_{11/2}$ 軌道に関連した準位は簡単な変形依存性を示している. 一般に, 特異パリティ軌道に関連する準位は, 近傍に同じパリティをもつ準位がないために, (回転不変性の破れによる) j の混合が起こりにくく, j が近似的な量子数として意味をもつ. この近似の下では固有エネルギーの変形依存項は $\{3\Omega^2/j(j+1) - 1\}$ に比例する. (この因子は Y_{20} の行列要素から得られる.)

簡便さのために, 変形 Woods-Saxon ポテンシャル $U(r, \theta', \varphi' = 0)$ の代わり

に Nilsson ポテンシャル

$$U_{\text{Nil}} = \frac{1}{2} m \omega_{\perp}^2 (x'^2 + y'^2) + \frac{1}{2} m \omega_3^2 z'^2 + Cl \cdot \mathbf{s} + D(\mathbf{l}^2 - \langle \mathbf{l}^2 \rangle_N) \quad (2.10)$$

がよく用いられる (x', y', z' は固有座標系での座標). 右辺の最後の項は固有値スペクトルを変形 Woods-Saxon ポテンシャルのものに近づけるために便宜的に導入したもので, l の大きいエネルギー準位を下げるようにパラメータ D を決める. ここで $\langle \mathbf{l}^2 \rangle_N$ は \mathbf{l}^2 の期待値の同じ N_{osc} をもつ準位に関する平均を表わす. 変形パラメータ δ は非等方調和振動子ポテンシャルの振動数 ω_{\perp}, ω_3 を用いて

$$\omega_{\perp} = \omega_0(\delta) \left(1 + \frac{1}{3} \delta\right), \quad \omega_3 = \omega_0(\delta) \left(1 - \frac{2}{3} \delta\right) \quad (2.11)$$

で定義される. ここで $\omega_0(\delta)$ の δ 依存性は体積保存条件

$$\omega_{\perp}^2 \omega_3 = \omega_0^3(\delta=0) \quad (2.12)$$

から決める. この条件を通じて Nilsson ポテンシャルは変形パラメータ δ に関して非線形になっている. なお, $\delta > 0$ の場合 $\omega_{\perp} > \omega_3$ であり, 等ポテンシャル面からわかるように, プロレート (prolate, レモン型), $\delta < 0$ の場合は $\omega_{\perp} < \omega_3$ でオブレート (oblate, みかん型) に変形している.

なお, 軌道角運動量の z' 軸成分を Λ , x', y', z' 軸方向の量子数を n_1, n_2, n_3 と書き, $N_{\text{osc}} = n_1 + n_2 + n_3$ とおくと, $[N_{\text{osc}}, n_3, \Lambda, \Omega]$ の組は δ の大きい極限でよい量子数となるので, 漸近量子数とよばれる.

N と Z がともに $j-j$ 結合殻モデルの魔法数から離れている原子核の基底状態が, 多くの場合, プロレート変形していることはよく知られているが, なぜプロレート変形がオブレート変形より起こりやすいのか, その理由はよくわかっていない.

1980 年代になって空間反転対称性を破った ($a_{30} \neq 0$) 平均ポテンシャルをもつ原子核が Ra-Th 領域に系統的に存在することがわかった. この場合, 1 粒子運動はパリティ混合 (parity mixing) を起こす. しかし, 空間反転 P と y' 軸まわりの 180° 回転 R_2 を組み合わせた変換 $S = PR_2^{-1}$ に関する対称性が残ってい

る。これに伴う量子数 s をシンプレックス(symplex)とよぶ。

2-3 Bogoliubov 準粒子

原子核の基底状態近傍では強い対相関(pairing correlation)が存在する。この相関は互いに時間反転の関係にある1粒子エネルギー準位、例えば $(nljm)$ と $(nlj-m)$ にある2つの核子の間に働く強い引力によって起こる。これは超伝導のBCS理論におけるCooper対(Cooper pair)と類似している。ただし、原子核では運動量でなく角運動量の空間での相関である。対相関が十分に強い場合、BCS理論と同様に、原子核の基底状態を核子の対が凝縮した状態とみなし、**Bogoliubov 準粒子**(quasiparticle)の概念を導入できる。実際、軽い核や閉殻近傍を除いて、多くの原子核に対してこのアプローチが有効である。

核子の生成・消滅演算子を c_i^\dagger, c_i とすると、準粒子の生成・消滅演算子 a_i^\dagger, a_i は

$$\begin{aligned} a_i^\dagger &= u_i c_i^\dagger - v_i c_{\bar{i}} \\ a_{\bar{i}} &= v_i c_i^\dagger + u_i c_{\bar{i}} \end{aligned} \quad (2.13)$$

で定義される。ただし、 $u_i^2 + v_i^2 = 1$ である。この変換を **Bogoliubov 変換** という。ここで i は1粒子状態の量子数の組を、 \bar{i} はその時間反転状態(波動関数(2.5)の場合、 m の符号が逆の状態、ただし適当な位相がつく。6-1節参照)を表わす。基底状態 $|\phi_{\text{BCS}}\rangle$ は準粒子に対する真空条件

$$a_i |\phi_{\text{BCS}}\rangle = a_{\bar{i}} |\phi_{\text{BCS}}\rangle = 0 \quad (2.14)$$

を満足するように決定する。(2.13)を $c_i^\dagger, c_{\bar{i}}$ に関して逆に解き、(2.14)を用いると $\langle \phi_{\text{BCS}} | c_i^\dagger c_i | \phi_{\text{BCS}} \rangle = v_i^2$ を得る。すなわち、基底状態では確率 v_i^2 で準位 i が占有されている(図2-5)。励起状態は、図2-2の多粒子-多空孔状態に代わって、準粒子が何個か励起された**多準粒子状態**として記述される。

Bogoliubov 準粒子は1粒子ハミルトニアン

$$h = \sum_{i>0} (e_i - \lambda)(c_i^\dagger c_i + c_{\bar{i}}^\dagger c_{\bar{i}}) - \Delta \sum_{i>0} (c_i^\dagger c_{\bar{i}}^\dagger + c_{\bar{i}} c_i) \quad (2.15)$$

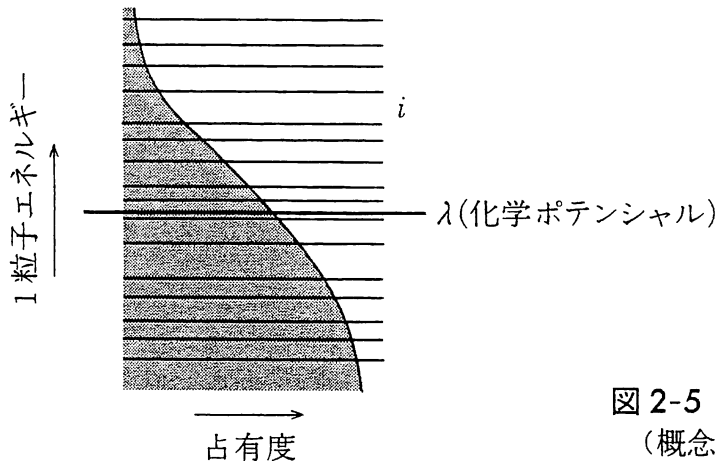


図 2-5 準粒子に対する真空 (概念図).

の固有モードと見なせる. ここで $\sum_{i>0}$ は 1 粒子状態の対 (i, \bar{i}) に関する和, e_i は 1 粒子エネルギー, λ は化学ポテンシャルを表わす. 第 2 項の Δ は対ギャップ (pairing gap) とよばれ, 対相関に伴う秩序変数 (order parameter) である. 右辺第 2 項は拡張された「平均ポテンシャル」と見なせ, 対ポテンシャルとよばれる. この項のため, h は核子数保存則を破っている. Bogoliubov 変換 (2.13) により h が

$$h = \text{定数} + \sum_{i>0} E_i (a_i^\dagger a_i + a_{\bar{i}}^\dagger a_{\bar{i}}) \quad (2.16)$$

と対角化されるように u_i, v_i を定める. E_i は準粒子エネルギーで

$$E_i = \sqrt{(e_i - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (2.17)$$

となる. 強い対相関の下では, 1 粒子エネルギー e_i は実験データと直接対応せず, E_i を通じて間接的に反映されることに注意しよう.

2-4 回転ポテンシャルでの準粒子モード

平均ポテンシャルが変形している場合には, 空間固定座標系に対するポテンシャルの方向を定義することが可能になるので, 回転運動の自由度が発生する. つまり, 2-2 節の固有座標系は空間固定座標系に対して回転する. 回転の角速度 ω_{rot} が時間的に一定の場合, これを一様回転 (uniform rotation) とよび, 回転するポテンシャルに固定された座標系からみた 1 粒子運動は, 以下でみるよ

うに定常状態として記述できる. このように一様回転している固有座標系のことを回転座標系(rotating coordinate frame)とよぶ.

一様回転している状態 $|\phi(\theta, I)\rangle$ を(時間に依存する)ユニタリ変換 $U(\theta, I)$ を用いて

$$|\phi(\theta, I)\rangle = U(\theta, I)|\phi_0\rangle \quad (2.18)$$

と書く. ここで θ は回転角度, I は角運動量, $|\phi_0\rangle$ は $\omega_{\text{rot}}=0$ での状態を表わす. 回転軸を x 軸と定義する(図 2-6). $U(\theta, I)$ は時間に依存する変分原理

$$\delta\langle\phi(\theta, I)|i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-H|\phi(\theta, I)\rangle = 0 \quad (2.19)$$

により決める. 一様回転であるから

$$U(\theta, I) = e^{-i\theta J_x/\hbar} U(I) = e^{-i\omega_{\text{rot}} t J_x/\hbar} U(I) \quad (2.20)$$

とおけば, (θ, I) は正準運動方程式

$$\omega_{\text{rot}} = \dot{\theta} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial I} E_{\text{rot}}(I) \quad (2.21)$$

$$\dot{I} = -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \theta} E_{\text{rot}}(I) = 0$$

を満足する. ここで J_x は角運動量演算子の x 成分で, 回転エネルギーは

$$E_{\text{rot}}(I) = \langle\phi(\theta, I)|H|\phi(\theta, I)\rangle - \langle\phi_0|H|\phi_0\rangle \quad (2.22)$$

で定義される. (2.20)を(2.19)に代入すると, (2.19)は時間に依存しない変分原理

$$\delta\langle\phi_0|U^{-1}(I)(H-\omega_{\text{rot}}J_x)U(I)|\phi_0\rangle = 0 \quad (2.23)$$

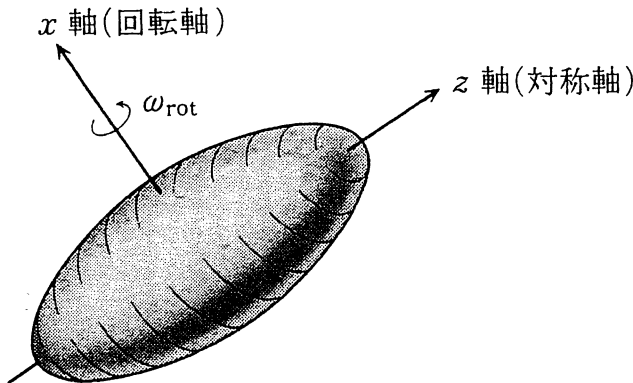


図 2-6 プロレート変形核の一様回転(概念図).

に帰着する。したがって、 $H' = H - \omega_{\text{rot}} J_x$ を回転座標系でのハミルトニアンとみなして、 H' に対する定常解 $|\phi(I)\rangle = U(I)|\phi_0\rangle$ を求めればよい。ここで、 $-\omega_{\text{rot}} J_x$ が回転座標系で現われる Coriolis 力と遠心力を表わしている。

ハミルトニアン H を 1 体場近似でのハミルトニアン h (2.15) に置き換えて、 $h' = h - \omega_{\text{rot}} J_x$ に対する準粒子モードの性質を調べよう。 h' はクランキングハミルトニアン (cranking Hamiltonian) とよばれる。この場合 $|\phi_0\rangle$ は $|\phi_{\text{BCS}}\rangle$ に一致する。 h' は x 軸まわりの 180° 回転に関して不変であるから、この対称性を利用するために 1 粒子状態 i とその時間反転状態 \bar{i} の 1 次結合

$$\begin{aligned} d_i^\dagger &= (c_i^\dagger + c_{\bar{i}}^\dagger) / \sqrt{2} \\ d_{\bar{i}}^\dagger &= (c_{\bar{i}}^\dagger - c_i^\dagger) / \sqrt{2} \end{aligned} \quad (2.24)$$

を定義すると、これらは

$$e^{-inJ_x/\hbar} \begin{pmatrix} d_i^\dagger \\ d_{\bar{i}}^\dagger \end{pmatrix} e^{inJ_x/\hbar} = \mp i \begin{pmatrix} d_i^\dagger \\ d_{\bar{i}}^\dagger \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

の関係を満足する。次に、一般化された Bogoliubov 変換

$$\begin{aligned} a_\mu^\dagger &= \sum_{i>0} (U_{\mu i} d_i^\dagger + V_{\mu i} d_i) \\ a_{\bar{\mu}}^\dagger &= \sum_{i>0} (\bar{U}_{\mu i} d_{\bar{i}}^\dagger + \bar{V}_{\mu i} d_{\bar{i}}) \end{aligned} \quad (2.26)$$

(およびこれらの Hermite 共役)

を行なうと、 h' を対角化できて

$$h' = \text{定数} + \sum_{\mu} E'_\mu a_\mu^\dagger a_\mu + \sum_{\bar{\mu}} E'_{\bar{\mu}} a_{\bar{\mu}}^\dagger a_{\bar{\mu}} \quad (2.27)$$

となる。準粒子 ($a_\mu^\dagger, a_{\bar{\mu}}^\dagger$) は、 x 軸まわりの 180° 回転に対して、(2.25) と同じ関係を満足している。この変換に関する量子数 $r = \mp i$ (あるいは、 $r = e^{-in\alpha}$ の関係で定義された $\alpha = \pm 1/2$) のことをシグネチャー (signature) という。

準粒子のエネルギー ($E_\mu, E_{\bar{\mu}}$) および「波動関数」($U_{\mu i}, V_{\mu i}$), ($\bar{U}_{\mu i}, \bar{V}_{\mu i}$) を決定する固有値方程式は

$$\sum_{i'>0} \begin{pmatrix} h_{ii'} & -\Delta\delta_{ii'} \\ -\Delta\delta_{ii'} & -h_{\bar{i}\bar{i}'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{\mu i'} \\ V_{\mu i'} \end{pmatrix} = E'_\mu \begin{pmatrix} U_{\mu i} \\ V_{\mu i} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$\sum_{i' > 0} \begin{pmatrix} h_{ii'} & -\Delta\delta_{ii'} \\ -\Delta\delta_{ii'} & -h_{\bar{i}\bar{i}'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{V}_{\mu i'} \\ \bar{U}_{\mu i'} \end{pmatrix} = -E_{\mu}' \begin{pmatrix} \bar{V}_{\mu i'} \\ \bar{U}_{\mu i'} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

となる。ここで

$$h_{ii'} = (e_i - \lambda)\delta_{ii'} - \omega_{\text{rot}}(i | J_x | i') \quad (2.30)$$

$$h_{\bar{i}\bar{i}'} = (e_{\bar{i}} - \lambda)\delta_{\bar{i}\bar{i}'} - \omega_{\text{rot}}(\bar{i} | J_x | \bar{i}') \quad (2.31)$$

$(i | J_x | i')$, $(\bar{i} | J_x | \bar{i}')$ は(2.24)で定義された1粒子状態 $(d_i^\dagger, d_{\bar{i}}^\dagger)$ に関する行列要素である。(2.28)と(2.29)を比較すると $(E_{\mu}', \bar{U}_{\mu i}, \bar{V}_{\mu i})$ と $(-E_{\mu}', V_{\mu i}, U_{\mu i})$ が同じ固有値方程式を満足することがわかる。この対称性のおかげで、 $\alpha=1/2$ に対する(2.28)を解けば自動的に $\alpha=-1/2$ に対する(2.29)の解が得られる。

準粒子エネルギー (E_{μ}', E_{μ}'') を角速度 ω_{rot} の関数として描いたダイアグラムの1例を図2-7に示す。この図で、実線は $\alpha=-1/2$, 破線は $\alpha=1/2$ の準粒子

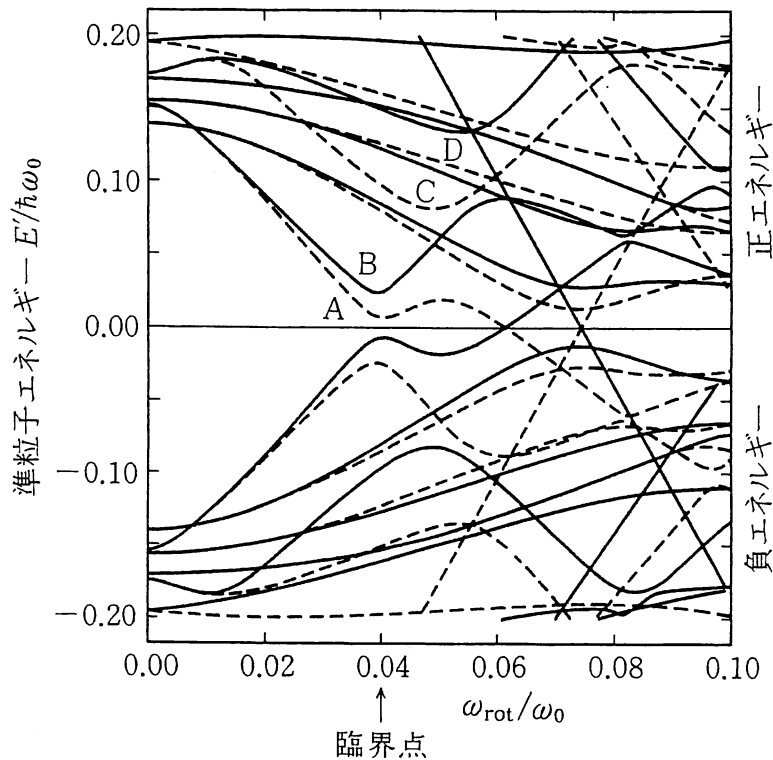


図2-7 回転座標系での準粒子スペクトルの角速度依存性. Nilsson ポテンシャル ($\delta=0.27$), $\Delta=1.0$ MeV を用いた ^{164}Er に対する計算値. 記号 A, B, C, D は中性子の $i_{13/2}$ 軌道に関する準粒子状態を示す. 準粒子エネルギーは $\hbar\omega_0$, 角速度は ω_0 ($\delta=0$) を単位として描かれている.

状態を表わす. 正エネルギー解と負エネルギー解は, 上に述べたように $E'_\mu = -E'_\mu$ の関係にある. ある角速度 ω_{rot} での準粒子 ($a_\mu^\dagger, a_{\bar{\mu}}^\dagger$) に対する真空 $|\phi_0(\omega_{\text{rot}})\rangle$ を負エネルギー状態がすべて占有された状態として定義すると, 物理的に意味のある励起は正エネルギーをもつ準粒子モードのみとなり, これらの消滅演算子 ($a_\mu, a_{\bar{\mu}}$) に対して $|\phi_0(\omega_{\text{rot}})\rangle$ は真空条件

$$a_\mu |\phi_0(\omega_{\text{rot}})\rangle = 0, \quad a_{\bar{\mu}} |\phi_0(\omega_{\text{rot}})\rangle = 0 \quad (2.32)$$

を満足する.

図2-7を見ると, ω_{rot} の増大につれてエネルギーが急激に下がってくる解があることに気づく. これらは特異パリティ軌道 $i_{13/2}$ に関連する準位であり, (近似的な角運動量として) 大きい j をもつため, Coriolis 力の効果を強く受けているのである. 角速度 ω_{rot} がある臨界値に近づくと, 記号 A の状態のエネルギーはゼロに近づき, 負エネルギー解と準位交差 (level crossing) を起こす. 実際には, 両者の相互作用のために準位間に反発があり擬準位交差 (pseudo-

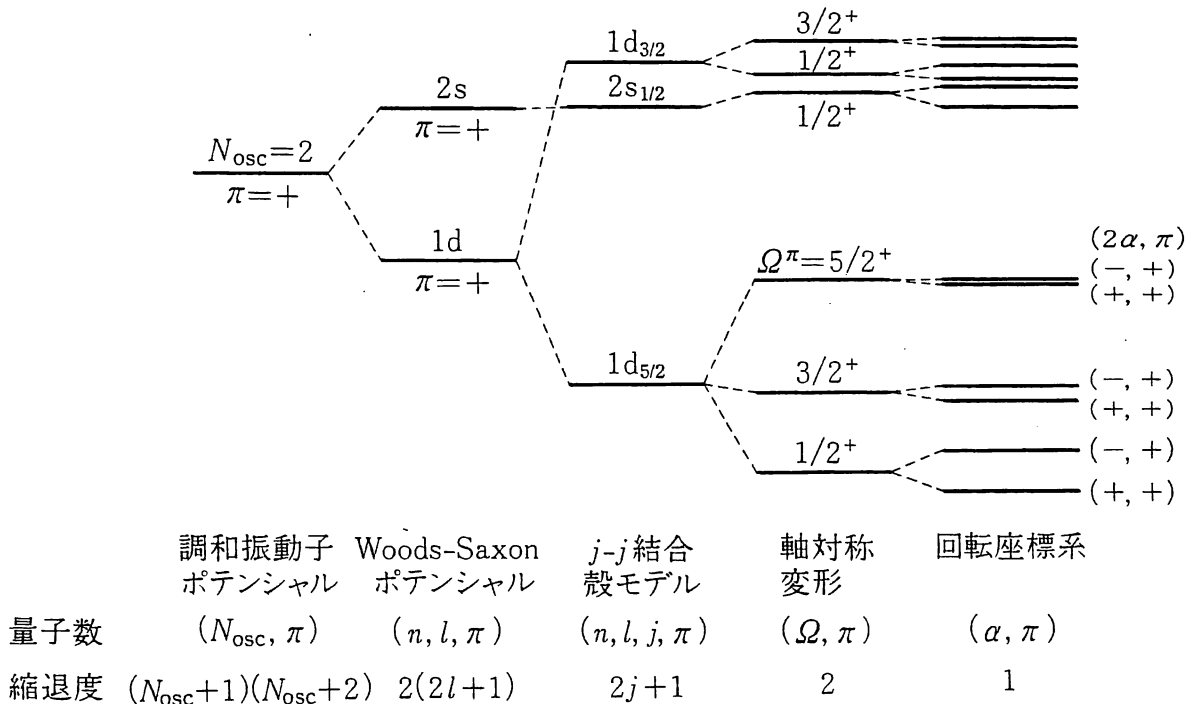


図2-8 異なる平均ポテンシャルに対するエネルギー準位の比較 (概念図). Ω は角運動量の対称軸成分, α はシグネチャー量子数を表わす.

level crossing)となるが、臨界角速度 ω_{cr} の前後で真空 $|\phi_0(\omega_{rot})\rangle$ の内部構造に質的な変化が起こる点が重要である。このことが3-4節で述べる高スピン状態でのバンド交差現象の原因となる。

本節を終わるにあたって、さまざまな平均ポテンシャルに対する1粒子準位の特徴を比較しておく。図2-8に示した例では、調和振動子ポテンシャルでのs軌道とd軌道の縮退が Woods-Saxon ポテンシャルでは解け、さらにスピン-軌道結合により $d_{5/2}$ と $d_{3/2}$ のエネルギー分岐が起こる。軸対称変形するとエネルギーは角運動量のz成分 Ω に依存するようになり、さらに回転運動の効果のためにシグネチャー量子数 α に関する縮退が解ける。このように、平均ポテンシャルが一般化されるに伴って縮退度が減少することがわかる。

2-5 殻構造の半古典論

本節では1粒子運動の準位分布の性質を考察し、殻構造の概念を一般的に定義する。

まず、かなり特殊であるが初等的な例として、軸対称変形した調和振動子ポテンシャル((2.10)で $C=D=0$)の場合を考えよう(図2-9)。(x', y', z') 軸方向の振動数を $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ と書き、 $\omega_1 = \omega_2 \equiv \omega_{\perp}$ とすると、固有エネルギーは

$$e(n_1, n_2, n_3) = \hbar\omega_{\perp}(n_1 + n_2 + 1) + \hbar\omega_3(n_3 + 1/2) \quad (2.33)$$

である。球対称($\delta=0$)のときは、同じ $N_{osc} = n_1 + n_2 + n_3$ を与える異なる (n_1, n_2, n_3) の組が縮退し、閉殻を作る粒子数 40, 70, 112 などが魔法数となる。変形によりこの縮退は解けるが、 ω_{\perp} と ω_3 の比が 2:1 となる変形度($\delta=0.6$)でふたたび顕著な縮退が起こる。これは、同じ $2(n_1 + n_2) + n_3$ の値をもつ異なる (n_1, n_2, n_3) の組合せが可能となるためである。この閉殻に対応する粒子数 60, 80, 110, ... を $\omega_{\perp}/\omega_3=2$ での変形魔法数(deformed magic number)とよぶ(同様な縮退は $\omega_3/\omega_{\perp}=2$ の場合にも起こる)。以上から魔法数が準位の縮退と関係していることがわかる。

次に、上に見た準位の縮退の概念が、一般の平均ポテンシャルに対してどの

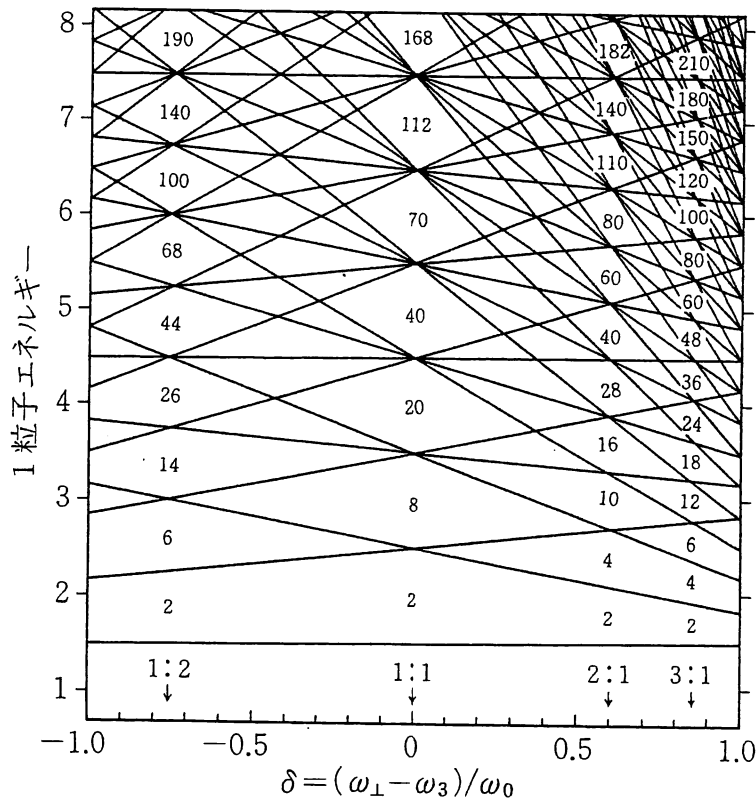


図 2-9 軸対称調和振動子ポテンシャルの 1 粒子エネルギー準位. エネルギーは $\hbar\omega_0(\delta)$ を単位として, 変形度 $\delta = (\omega_\perp - \omega_3)/\omega_0$ の関数として描かれている. 図中の矢印は $\omega_\perp : \omega_3$ が整数比となる変形度を示す. 変形魔法数が示されている(固有スピンに関する縮退度 2 を数えている). (巻末文献[I-42]による.)

ように拡張できるかを考えよう. エネルギー間隔 $(e, e+de)$ に含まれる固有状態数を $g(e)de$ と書き, $g(e)$ を 1 粒子準位密度とよぶ. 固有値を e_i とすれば

$$g(e) = \sum_i \delta(e - e_i) \quad (2.34)$$

である. A 個の核子が Fermi エネルギー λ までこれらの準位を満たしていると

$$A = \int_{-\infty}^{\lambda} g(e)de \quad (2.35)$$

であり, 1 粒子エネルギーの総和は

$$E = \int_{-\infty}^{\lambda} eg(e)de \quad (2.36)$$

と書ける. 一般の平均ポテンシャルでは準位数 $g(e)de$ の多い領域と少ない領域があり, 固有値分布に粗密ができる. そこで, この粗密が規則的なパターンを示すとき, これを「1粒子準位の殻構造」とよぼう. 図2-10に示すように, 準位数 $g(e)de$ がエネルギー e とともに振動するとき, 準位が密に集まった領域は準位が「近似的な縮退」を起こしているとみなせる.

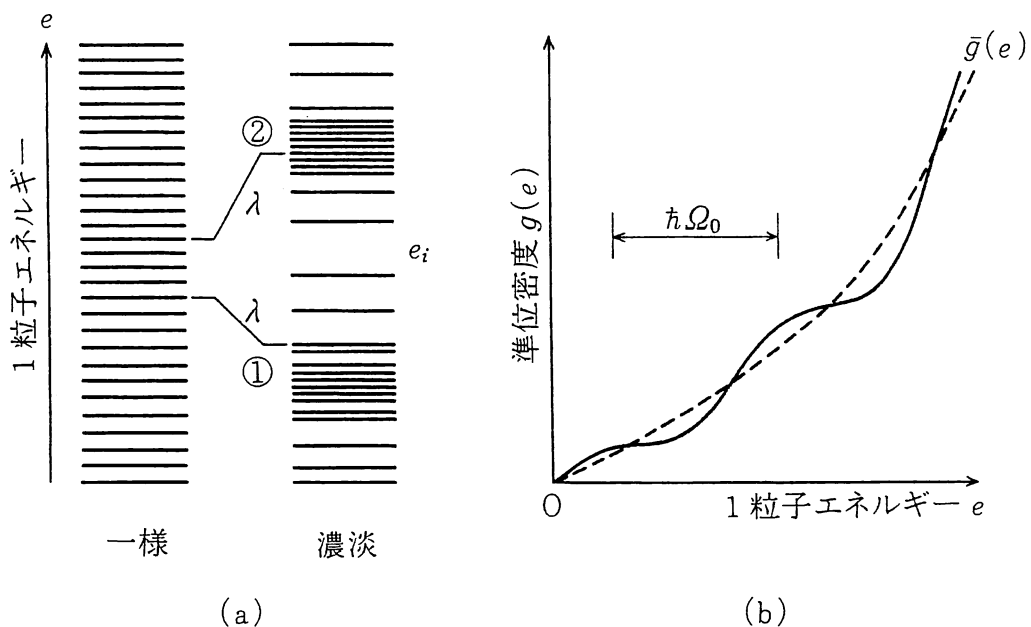


図2-10 殻構造の概念図.

そこで, 殻構造が A 核子系のエネルギーに与える効果を調べよう. 適当なエネルギー平均を行ない, $g(e)$ の振動部分を消し, 滑らかな準位密度 $\bar{g}(e)$ を導入する. これを用いて, 平均 Fermi エネルギー $\bar{\lambda}$ を

$$A = \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} \bar{g}(e)de \quad (2.37)$$

で, 滑らかなエネルギーを

$$\bar{E} = \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} e\bar{g}(e)de \quad (2.38)$$

で定義する. E と \bar{E} の差

$$E_{\text{shell}} = E - \bar{E} \quad (2.39)$$

が殻構造によるエネルギーを表わし、殻構造エネルギーとよばれる。 E_{shell} は核子数 A の振動関数で、 λ が準位の密な領域の上端(図 2-10(a)の位置①)にあるとき極小、中心付近(位置②)で極大となる。 $\bar{g}(e)$ を定義するには Strutinsky の処方がよく使われている(巻末文献[1-41]参照)。

図 2-11 に A をある値に固定したときの E_{shell} の振舞いを、プロレート変形ポテンシャルの変形度 δ の関数として示す。このように E_{shell} は (A だけでなく) δ についても振動関数となる。極小点は図 2-9 の $\delta=0.6$ に対応する。

6~8 ページの議論によって、 E_{shell} と液滴モデルのエネルギー $E_{\text{liquid}} (= -B_{\text{liquid}})$ の和

$$E_{\text{total}}(\delta) = E_{\text{liquid}}(\delta) + E_{\text{shell}}(\delta) \quad (2.40)$$

が原子核の全エネルギーを表わす。図 2-11 は $E_{\text{liquid}}(\delta)$ の極大付近で $E_{\text{shell}}(\delta)$ が極小となり、両者の和 $E_{\text{total}}(\delta)$ もこの付近で極小となることを示している。この極小に伴う準安定な量子状態が、第 5 章で述べる核分裂アイソマーである。

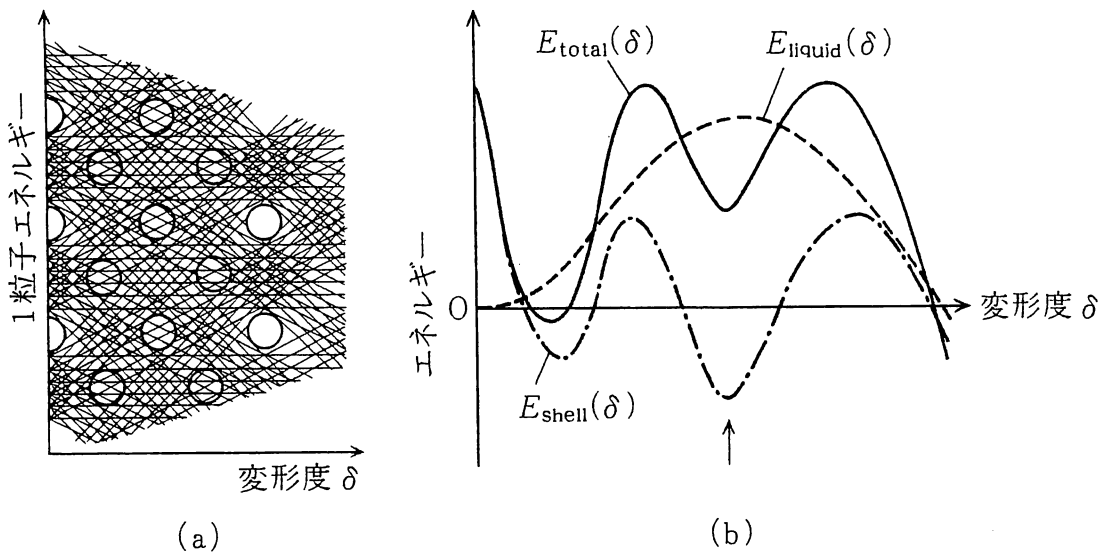


図 2-11 (a) 変形ポテンシャル内の 1 粒子エネルギー準位の分布。円で囲んだ領域に Fermi 面があると殻構造エネルギー E_{shell} が大きくなる(概念図)。(V.M. Strutinsky: Nucl. Phys. A122(1968)1 による.)
(b) E_{shell} , E_{liquid} および全エネルギー E_{total} の変形度 δ 依存性(概念図)。

ここで(2.38)式で定義した \bar{E} は E_{shell} を求めるための道具だてにすぎず、全エネルギー E_{total} の計算には \bar{E} でなく E_{liquid} が使われることに注意しよう。1粒子エネルギーの総和は全エネルギーと異なる量だから、 \bar{E} は巨視的エネルギー $E_{\text{macro}} (= -B_{\text{macro}})$ の評価には使えない。 E_{macro} の計算にはより進んだ多体理論が必要だが、それは容易でない。そこで E_{macro} の性質を現象論的に記述する液滴モデルを用いる。このような半現象論的アプローチ(macroscopic-microscopic アプローチともよばれる)によって結合エネルギーの変形依存性を精度よく計算することができる。

殻構造エネルギーは平均ポテンシャルの表面の形の変化に応じて敏感に変化し、特定の形で顕著な殻構造が形成される。したがって、殻構造エネルギー極小の実現が平衡変形を決定する主要因となる。

それでは、顕著な殻構造が形成される物理的条件は何であろうか。この問題は非可積分系(non-integrable system)に対する半古典量子化の問題と密接な関係がある。1粒子運動のハミルトニアンを H_{sp} とすると、準位密度 $g(e)$ はGreen関数 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; e)$ を用いて

$$\begin{aligned} g(e) &= \text{Tr} \delta(e - H_{\text{sp}}) \\ &= -\frac{1}{\pi} \lim_{\eta \rightarrow 0} \text{Im} \text{Tr} \left(\frac{1}{e + i\eta - H_{\text{sp}}} \right) \\ &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int d\mathbf{r} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}; e) \end{aligned} \quad (2.41)$$

と書ける。ここでGreen関数は位置の固有ケット $|\mathbf{r}\rangle$ を用いて

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; e) = \langle \mathbf{r} | \frac{1}{e + i\eta - H_{\text{sp}}} | \mathbf{r}' \rangle \quad (2.42)$$

と書けることを用いた。 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; e)$ をFeynman経路積分で表現し、これを停留位相近似で評価すれば、 $g(e)$ は2つの部分の和として

$$g(e) = \bar{g}(e) + \sum_r A_r \cos\left(\frac{S_r}{\hbar} + \alpha_r\right) \quad (2.43)$$

と書けることがわかっている(巻末文献[1-44, 45, 94, 95])。右辺の第1項はエ

エネルギーの滑らかな関数である。第2項は古典力学的に可能なすべての周期軌道(periodic orbit)の寄与の総和である(繰り返しも独立に数える)。 S_r は周期軌道 r に沿っての作用積分、 α_r は周期軌道の幾何学的性質によって決まる位相、 A_r は振幅である*。ハミルトニアン H_{sp} に対応する古典力学系は一般には積分不可能であり**、(2.43)を用いて個々の量子準位を計算することはきわめて難しい。

しかしわれわれが興味をもっているのは、適度にエネルギー粗視化することによって明らかになる固有値分布の濃淡のパターンである。この場合には、すべての周期軌道に関する総和は必要でない。エネルギーと時間の不確定性関係から予想できるように、 Δe の精度で見た準位密度の振動のパターン(準位の長距離相関)は、周期 T が $\hbar/\Delta e$ 以下の周期軌道によって決まる。1つの周期軌道は(近似的に縮退した)量子準位の束に対応し、殻構造はこの周期軌道に対する半古典量子化(semiclassical quantization)の結果と考えられる。(図2-9の調和振動子ポテンシャルは可積分系であり、量子準位の束が例えば $\omega_{\perp}/\omega_3=2$ で完全に縮退している。これは特殊な例である。)ところで、周期軌道の性質は表面の形にきわめて敏感である。このことが殻構造エネルギーが原子核の形を決定する主な原因となる理由である。

原子核の基底状態でオブレート変形よりもプロレート変形が実現しやすい理由についても、このような観点から説明が試みられている(巻末文献[1-45])。

* エネルギーも作用積分も同じ値をもち、互いに連続的に変換可能な周期軌道の集合が存在する場合、(2.43)式の r は(1個の孤立した周期軌道ではなく)この集合を表わす。

** 球対称ポテンシャルの場合は可積分であるが、変形すると一般には独立な保存量(運動の積分)の数が系の自由度より少なく(積分不可能に)なる。

集団励起とモード-モード結合

原子核の励起モードは第2章で述べた1粒子運動モードと、本章で議論する振動モードおよび回転モードに大別できる。さらに、振動モードは高励起状態に現われる巨大共鳴と低励起状態での振動モードに分類できる。1970年代以降、さまざまな型の新しい巨大共鳴が発見された。これについては3-1節で述べる。3-2節で議論する低励起振動モードは非線形性が強く、多くの場合、回転モードと明確に分離できず、両者の中間的運動も広く存在する。3-3節および3-4節では1粒子運動モードと振動・回転モードの相互作用を議論する。

3-1 巨大共鳴

a) さまざまな振動モード

数 MeV 以上の高励起状態に現われ、後で述べる和則値の主要部分を担っている集団的振動モードを巨大共鳴(giant resonance)といい、多様な粒子を用いた非弾性散乱や荷電交換反応などにより励起される(第Ⅲ部参照)。実験データの1例を図3-1に示す。励起断面積 σ のエネルギー依存性は、ごく粗い近似では Breit-Wigner 型

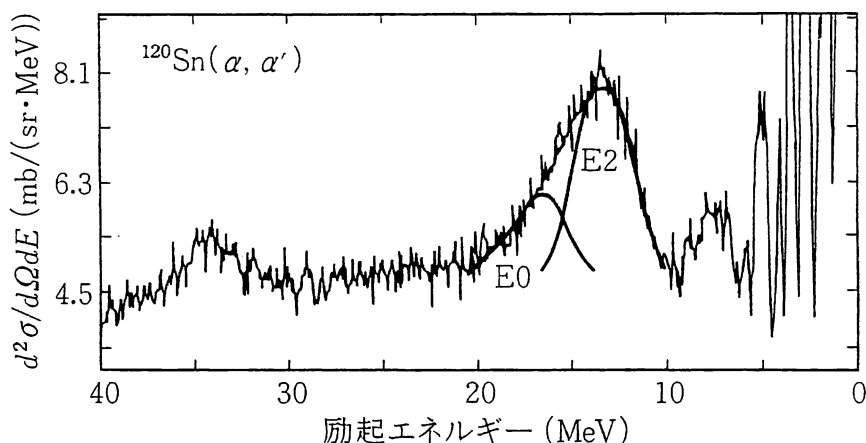


図 3-1 α 粒子の非弾性散乱による ^{120}Sn の巨大共鳴励起の微分断面積. 励起エネルギー 13 MeV 近傍のピークがアイソスカラー型 4 重極振動モードの励起に対応する. (F. E. Bertrand *et al.*: Phys. Rev. C22 (1980)1832 による.)

$$\sigma(E) \propto \frac{1}{(E - E_{\text{res}})^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (3.1)$$

で記述できる. ここで E_{res} は共鳴エネルギー, Γ は共鳴幅(resonance width)とよばれ, 共鳴の寿命 τ と $\tau \approx \hbar/\Gamma$ の関係にある.

巨大共鳴が励起されるエネルギー領域は, 粒子放出のしきい値を越えた連続状態であり, 粒子放出のため寿命は有限となる. しかし, この他にも幅 Γ が生じる重要なメカニズムがある. これについては第 5 章で議論する. 第 4 章で説明するように, このエネルギーでの励起状態の準位密度は極めて高い. したがって, 図 3-1 のような実験データが示しているのは, 個々の量子準位ではなく, 5-1 節で詳しく述べる強度関数である. 通常の実験条件ではエネルギー分解能の制限のために意識しなくても適当なエネルギー粗視化が行なわれているが, このことによりかえって巨大共鳴の大局的性質がよく見えているのである.

巨大共鳴は励起モードのもつ軌道角運動量, スピン, アイソスピン, 全角運動量などにより分類できる. $A > 40$ の原子核で現在わかっている主な巨大共鳴を表 3-1 にまとめた.

表 3-1 でアイソベクトル型の巨大双極共鳴(giant dipole resonance, GDR)は古くから知られており, 陽子集団と中性子集団が逆位相で振動するという古

表 3-1 観測された巨大共鳴

| スピン・アイソスピン 依存性 | 多重極度 λ | 角運動量・ パリティ(I^π) | 平均励起エネルギー [†] (MeV) | 演算子の型 |
|------------------------------------|-------------------------|--------------------------|------------------------------------|--|
| アイソスカラー型 ($T=0$) | 単極型 ($\lambda=0$) | 0^+ | $80A^{-1/3}$ | $f_0(r)$ |
| | 4重極型 ($\lambda=2$) | 2^+ | $65A^{-1/3}$ | $f_2(r)Y_{2\mu}$ |
| | 8重極型 ($\lambda=3$) | 3^- | $30A^{-1/3}, 120A^{-1/3}$ (2種類) | $f_3(r)Y_{3\mu}$ |
| アイソベクトル型 ($T=1$) | 単極型 ($\lambda=0$) | 0^+ | $60A^{-1/6}$ | $\tau_{\pm}f_0(r)$ |
| | 双極子型 ($\lambda=1$) | 1^- | $31A^{-1/3}+21A^{-1/6}$ | $\tau_z f_1(r)Y_{1\mu}$ |
| | 4重極型 ($\lambda=2$) | 2^+ | $130A^{-1/3}$ | $\tau_z f_2(r)Y_{2\mu}$ |
| スピン振動 (アイソベクトル型) ($T_z=0$) | 単極型 ($\lambda=0$) | 1^+ | $40A^{-1/3}$ | $\tau_z \sigma f_0(r)$ |
| Gamow-Teller 型 | 単極型 ($\lambda=0$) | 1^+ | $E_{IAS}+7-30(N-Z)/A$ | $\tau_{\pm} \sigma f_0(r)$ |
| スピン・アイソスピン 振動($T_z=\pm 1$) | 双極子型 ($\lambda=1$) | $0^-, 1^-, 2^-$ | $E_{IAS}+14-33(N-Z)/A$ | $\tau_{\pm} f_1(r)(\sigma \times Y_1)_I$ |

† $A > 60$ の原子核に対するおおまかな表式. E_{IAS} はアイソバリックアナログ状態の励起エネルギーを表わす. 巻末文献[1-55]および D.J. Horen *et al.*: Phys. Lett. **99B**(1981) 385 参照.

典型的描像に対応する. アイソスカラー型の巨大4重極共鳴(giant quadrupole resonance, GQR)は1970年代のはじめ, 電子, 陽子, α 粒子の非弾性散乱により発見され, 後に述べるように, 原子核の振動運動の性格について新しい認識をもたらした. また, 巨大単極共鳴(giant monopole resonance, GMR)は形を変えない膨張・収縮に対応し, 核物質の圧縮率(compressibility)に関する情報を与える(巻末文献[1-50])* . 巨大Gamow-Teller(GT)共鳴は中性子を陽子に変化させると同時に, 固有スピン σ の向きを反転させることにより励起されるスピン・アイソスピン振動モードであり, (p, n)反応などの荷電交換反応により発見された. 実験データの1例を図3-2に示す.

* 核物質の圧縮率は中高エネルギー重イオン反応や超新星爆発(supernova explosion)の性質を決定するうえで重要である(12-6節および巻末文献[1-51]).

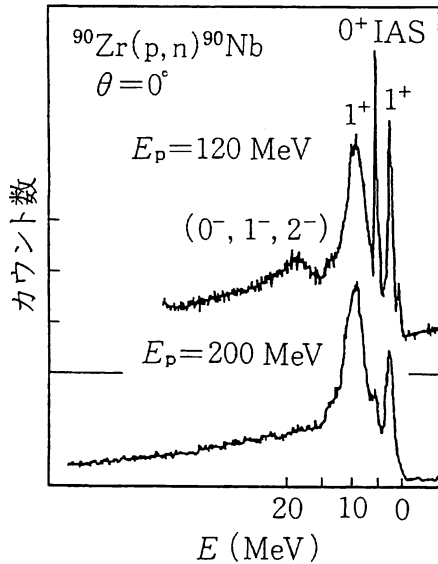


図 3-2 120 MeV および 200 MeV の陽子を用いた $^{90}\text{Zr}(p, n)^{90}\text{Nb}$ 反応による中性子のスペクトル. 横軸は ^{90}Nb の励起エネルギー E を示す. $E \cong 10$ MeV のピークが巨大 GT 共鳴. 双極子型スピン・アイソスピン振動による $I^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$ 状態は 120 MeV 陽子の場合にのみ見えている. 記号 IAS はアイソパリックアナログ状態を表わす. (C. Gaarde: Nucl. Phys. A396(1983)127c による.)

以上の他にも, 励起演算子を一般に $f_\lambda(r)Y_{\lambda\mu}$, $f_\lambda(r)(\sigma \times Y_\lambda)_I$, $\tau f_\lambda(r)Y_{\lambda\mu}$, $\tau f_\lambda(r)(\sigma \times Y_\lambda)_I$ と書いたとき, さまざまな λ, I に対応する巨大共鳴が存在すると予想される.

b) 和則

巨大共鳴状態の特徴は, 和則(sum rule)値の大部分を担っていることである. 基底状態を $|0\rangle$, 任意の励起状態を $|n\rangle$, 任意の 1 体 Hermite 演算子を F と書けば, F に関する強度関数 $S_F(\omega)$ は

$$S_F(\omega) = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \delta(\omega - \omega_n) \quad (3.2)$$

で定義される. ただし $\hbar = c = 1$ とおき, 励起エネルギーを $\omega_n = E_n - E_0$ と書いた. $S_F(\omega)$ の p 次のモーメント m_p を

$$m_p = \int_0^\infty S_F(\omega) \omega^p d\omega = \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \omega_n^p \quad (3.3)$$

で定義する. p が奇数のモーメントは偏極伝播関数(polarization propagator)

$$\begin{aligned} R_F(\omega) &= \sum_n |\langle n|F|0\rangle|^2 \left\{ \frac{1}{\omega - \omega_n + i\eta} - \frac{1}{\omega + \omega_n - i\eta} \right\} \\ &= \int_{-\infty}^\infty d\omega' S_F(\omega') \left\{ \frac{1}{\omega - \omega' + i\eta} - \frac{1}{\omega + \omega' - i\eta} \right\} \end{aligned} \quad (3.4)$$

の実数部分と密接な関係がある。外場の振動数 ω が小さい場合には, $\text{Re } R_F(\omega)$ を ω でべき展開すると

$$\text{Re } R_F(\omega) = -2\{m_{-1} + \omega^2 m_{-3} + \omega^4 m_{-5} + \dots\} \quad (3.5)$$

であり, 逆に ω が大きいときは $1/\omega$ に関してべき展開すると

$$\text{Re } R_F(\omega) = 2\{m_1/\omega^2 + m_3/\omega^4 + \dots\} \quad (3.6)$$

となる。

p が正の奇数の場合, モーメント m_p は F とハミルトニアン H の交換関係を用いて書ける。例えば, $p=1, 3$ に対して

$$m_1 = \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle \quad (3.7)$$

$$m_3 = \frac{1}{2} \langle 0 | [[F, H], [H, [H, F]]] | 0 \rangle \quad (3.8)$$

したがって, 個々の励起状態 $|n\rangle$ に関する知識がなくても, 2重交換子 $[F, [H, F]]$ などの基底状態期待値がわかれば m_p が求まる。

$F = \sum_{i=1}^A f(\mathbf{r}_i)$ で $f(\mathbf{r})$ が \mathbf{r} のみの関数であり, 有効相互作用の運動量依存性が無視できる場合, (3.7)式で H の運動エネルギー部分しか交換関係に寄与しないから

$$m_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \langle 0 | \sum_{i=1}^A (\nabla f)_i^2 | 0 \rangle \quad (3.9)$$

となる。 $f(\mathbf{r})$ が多重極演算子 $r^\lambda Y_{\lambda 0}(\theta)$ で $\lambda \neq 0$ の場合, 部分積分し $\nabla^2 r^\lambda Y_{\lambda 0} = 0$ を用いて,

$$m_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\lambda(2\lambda+1)}{4\pi} \langle 0 | \sum_{i=1}^A r_i^{2\lambda-2} | 0 \rangle \quad (3.10)$$

を得る。ただし, 基底状態 $|0\rangle$ は角運動量 $I=0$ で密度分布は球対称と仮定した。一方, m_3 は

$$G \equiv -\frac{m}{2\hbar^2} [H, F] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A ((\nabla r^\lambda Y_{\lambda 0}) \cdot \nabla)_i \quad (3.11)$$

$$E(\eta) \equiv \langle 0 | e^{-\eta G} H e^{\eta G} | 0 \rangle \quad (3.12)$$

を導入すると、例えば $\lambda=2$ の場合、上と同様に $|0\rangle$ は $I=0$ と仮定して

$$\begin{aligned} m_3 &= -\frac{1}{2} \left(\frac{2\hbar^2}{m} \right)^2 \langle 0 | [G, [H, G]] | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2\hbar^2}{m} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} E(\eta) \Big|_{\eta=0} \\ &\approx \frac{1}{2} \left(\frac{2\hbar^2}{m} \right)^2 \frac{5}{16\pi} \cdot 8 \langle T \rangle \end{aligned} \quad (3.13)$$

と計算できる。ここで $\langle T \rangle$ は運動エネルギーの基底状態での期待値である。(3.13)式の3行目の表式を得る際、有効相互作用が短距離力であることを考慮して、これをゼロレンジ力で近似し、また、 $\exp(\eta G)$ が波動関数 $\phi(x_i, y_i, z_i)$ を

$$e^{\eta G} \phi(x_i, y_i, z_i) = \phi(x_i e^{-\eta'}, y_i e^{-\eta'}, z_i e^{2\eta'}), \quad \eta' \equiv \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \eta \quad (3.14)$$

とスケール変換することを用いた。

巨大共鳴状態が和則値の大部分を担うと仮定すると、 m_1 と m_3 を用いて励起エネルギーを見積ることができる。例えば、アイソスカラー型4重極共鳴 ($I^\pi=2^+$) に対して

$$\hbar\omega_{2^+} \cong \sqrt{\frac{m_3}{m_1}} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{m} \frac{4\langle T \rangle}{\langle \sum_i r_i^2 \rangle}} \quad (3.15)$$

を得る。球対称調和振動子ポテンシャルの場合には $\langle T \rangle = \frac{1}{2} m \omega_0^2 \langle \sum_i r_i^2 \rangle$ の関係があるから、 $\omega_{2^+} \cong \sqrt{2} \omega_0$ となる。

(3.12)式の $E(\eta)$ は、状態 $\exp(\eta G)|0\rangle$ のエネルギーを変形パラメータ η の関数として表わしているから、振動運動のポテンシャルエネルギーであり、 η に関する2階微分に対応する m_3 は振動の復元力パラメータに相当する。ところで、(3.13)式は復元力が(有効相互作用でなく)運動エネルギーに起源をもつことを示している。つまり、状態 $\exp(\eta G)|0\rangle$ における運動量分布は非等方的であり、このため、運動エネルギーの期待値が(基底状態 $|0\rangle$ での期待値と比べて)大きくなっている。このことが振動運動に対するポテンシャルエネルギーの起源になっているのである。

この結果は局所熱平衡(local thermal equilibrium)が成立している古典流体

の振動運動(空間の各点で運動量分布が等方的である)と対照的であり, 巨大共鳴が古典的液滴モデルの表面振動と本質的に異なった運動であることを示している. 核子の平均自由行程が核半径よりもはるかに大きい原子核における振動モードとしての巨大共鳴は, アナロジーをあげるとすれば, Fermi 液体論におけるゼロ音波(zero sound)と似た性格をもっているのである*(巻末文献[I-47, 50, 54]). ここで述べた和則の方法を拡張して, 巨大共鳴の流れ密度(current density)など, さまざまな性質が調べられている(巻末文献[I-48, 49]).

アイソベクトル型双極共鳴の励起演算子は

$$F = \sum_{i=1}^A t_3^{(i)}(z_i - R_z) \quad (3.16)$$

と書ける. ここで t_3 はアイソスピンの第3成分, R_z は原子核の重心座標 \mathbf{R} の z 軸成分である. F と H の交換関係から m_1 を計算すると

$$m_1 = \frac{NZ}{2A} \frac{\hbar^2}{m} (1+K) \quad (3.17)$$

と書ける. 括弧内の第1項は運動エネルギーからの寄与を表わし, 第2項 K は相互作用部分からの寄与を表わす. 相互作用が運動量に依存しなくてもアイソベクトル型の F の場合, $[F, H]$ の計算で H の相互作用部分からの寄与がある. $K > 0$ であり, これには核内の中間子による中間子交換電流(meson exchange current)の効果も含まれる. 光吸収反応での全断面積に対する和則は

$$\sigma_{\text{total}} = \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c} \sum_n (E_n - E_0) |\langle n | F | 0 \rangle|^2 = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \frac{NZ}{A} (1+K) \quad (3.18)$$

で与えられる. ここで $K=0$ と近似したものは **Thomas-Reiche-Kuhn** の和則としてよく知られている.

* 巨大共鳴モードを微視的に見れば, 多数の1粒子-1空孔励起のコヒーレントな重ね合わせであり, (共鳴幅を生じる機構を別にすれば)第7章で述べる乱雑位相近似(RPA)で記述できる.

3-2 低振動数の集団励起モード

a) 4重極相転移とソフトモード

2-3節で述べたように、多くの原子核は、強い対相関のため対ギャップ Δ をもつ。本節では N も Z も偶数の偶々核について主に考えよう。偶々核では1粒子運動による励起状態は n 準粒子状態($n=2, 4, \dots$)で、励起エネルギーは $2\Delta \cong 2\text{ MeV}$ 以上となる。一方、約 2 MeV 以下に現われる低励起状態は、集団運動状態である。ここでは表面の形を4重極変形させる4重極集団モードが特に重要である。4重極集団モードは前節で述べた巨大4重極共鳴と本節で述べる低振動数モードに大別できるが、後者は対相関と殻構造の影響を強く反映した集団励起モードであり、4重極変形への相転移に関連したソフトモードである。

図3-3は4重極集団運動に対するポテンシャル曲線の概念図である(変形度 β は(3.23)で定義され、2-2節の δ とほぼ等しい)。ポテンシャルが破線(a)の場合、球形のまわりの非調和振動が期待される。実線(c)の場合、 $\beta \neq 0$ に極小があり4重極平衡変形が実現する。極小はプロレート側($\beta > 0$)とオブレート側($\beta < 0$)とにあるが、一般に β の正負に関し非対称である。この状況では2-4節で述べたように回転スペクトルが現われる。ポテンシャルが1点鎖線(b)の場合にも $\beta \neq 0$ に極小があるが、量子力学的零点振動の振幅 $\Delta\beta$ が平衡変形度 β_0 より大きい。この場合、系は4重極変形への転移領域(transitional region)にあるといい、4重極集団モードは極めて非線形性の強い振動、あるいは、振

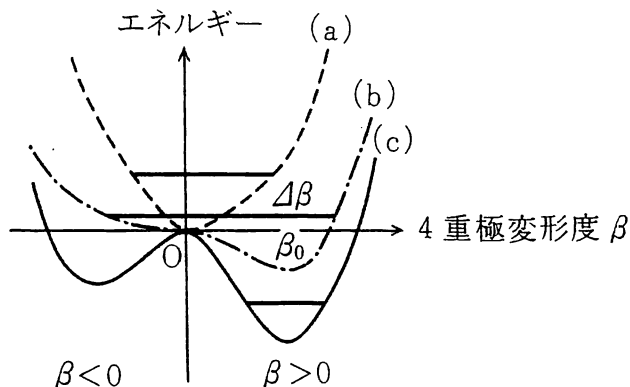


図3-3 4重極変形に対するポテンシャル曲線。(a), (b), (c)それぞれの場合に対する基底状態のエネルギー準位が示されている。これから零点振動の振幅 $\Delta\beta$ がわかる。

動と回転の中間的な性格を示す。

図 3-4 に Dy アイソトープの励起スペクトルが N とともに変化する様子を
 示す。 ^{152}Dy , ^{158}Dy がそれぞれ図 3-3 の(a), (c)に相当する。 4^+ 状態と 2^+ 状態
 の励起エネルギーの比は、調和振動の場合 (4^+ 状態は 2^+ 振動の量子が 2 個励
 起された状態と考えて) $R = E(4^+)/E(2^+) = 2$, 他方、回転運動では (角運動量
 I の回転エネルギーが $I(I+1)$ に比例するとして) $R = (4 \cdot 5)/(2 \cdot 3) = 10/3$ と期
 待される。実験値は $N = 86$ で 2.06, $N = 92$ で 3.20 である。一方, ^{154}Dy , ^{156}Dy
 に対する R は 2.24, 2.93 で(a), (c)の中間にあり, これらは図 3-3 の(b)に対
 応すると考えられる。

相転移の概念は通常は、膨大な構成粒子数をもつ巨視的系の (有限温度にお
 ける) 状態変化に対して用いられる。しかし, ここでは有限系の基底状態の構
 造が構成粒子数の増減に伴って質的に変化するという意味で用いていることに
 注意しよう。この質的变化の過程を、励起準位の構造変化を通じて追跡できる
 点に、低エネルギー分光学の魅力がある。基底状態の構造の質的变化は自己無

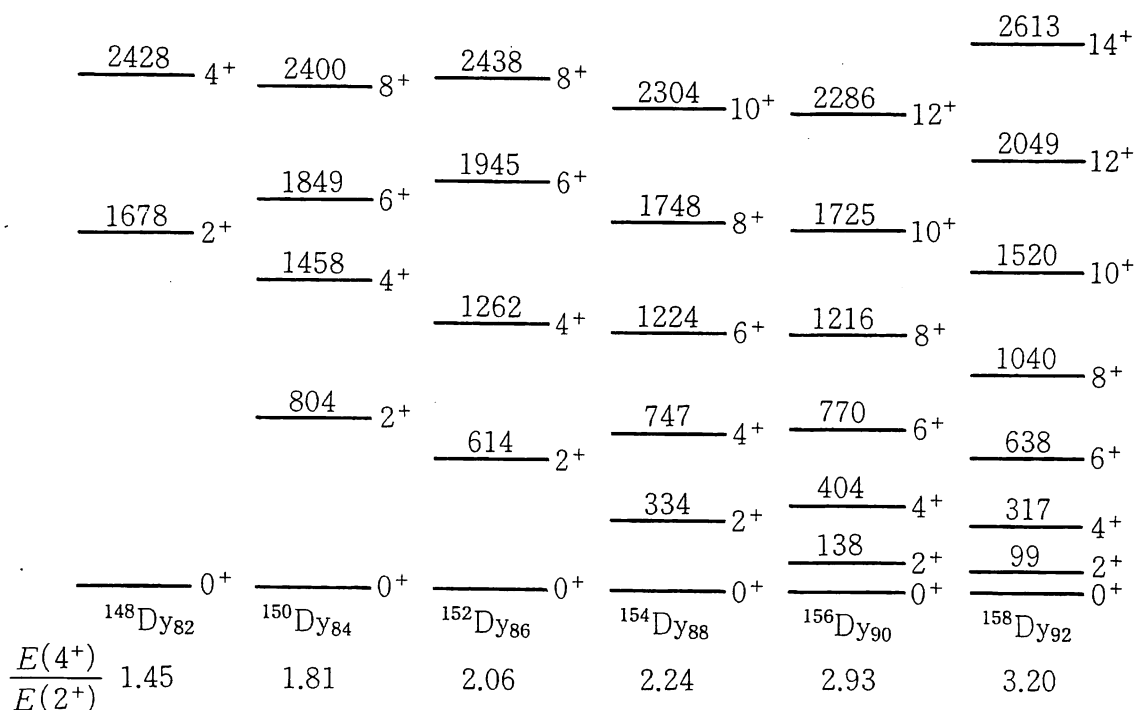


図 3-4 Dy アイソトープの低励起スペクトル。励起エ
 ネルギーの単位は keV.

撞着ポテンシャルの対称性の破れに伴うものであるが、原子核のような有限系では量子ゆらぎが極めて大きいので、転移は急激には起こらず、転移領域とよばれる中間領域が広汎に存在し、多様な励起スペクトルが実現される。

b) 4重極集団運動に対する現象論的ハミルトニアン

核表面を表わす(2.9)式の $R(\theta', \varphi')$ を、空間固定座標系で

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right) \quad (3.19)$$

と書こう。2つの座標系での球面調和関数、 $Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)$ と $Y_{\lambda\nu}(\theta', \varphi')$ の関係は D 関数 $D_{\mu\nu}^{\lambda}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ を用いて

$$Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) = \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^{\lambda}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) Y_{\lambda\nu}(\theta', \varphi') \quad (3.20)$$

で与えられる。 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ は Euler 角である。核表面は座標系のとり方によらないから $R(\theta, \varphi) = R(\theta', \varphi')$ であり、(3.20)を用いて、変形パラメータ $\alpha_{\lambda\mu}$ と $a_{\lambda\nu}$ の関係

$$a_{\lambda\nu} = \sum_{\mu} D_{\mu\nu}^{\lambda*}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \alpha_{\lambda\mu} \quad (3.21)$$

を得る。

4重極集団運動を記述する集団座標(collective coordinate)として $\lambda=2$ の $\alpha_{2\mu}$ を採用し、4重極変形の主軸に一致するように固有座標系を定義すると

$$a_{21} = a_{2,-1} = 0, \quad a_{22} = a_{2,-2} \quad (3.22)$$

となる。この座標系は主軸系(principal axis frame)ともよばれる。次に

$$\begin{aligned} a_{20} &= \beta \cos \gamma \\ a_{22} = a_{2,-2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma \end{aligned} \quad (3.23)$$

により新しい変数 (β, γ) を導入する。5個の集団座標 $\{\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ は $\{\alpha_{2\mu}\}$ と等価であり、Euler 角 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ が空間固定座標系から見た主軸系の方向、 (β, γ) が主軸系から見た表面の形を表わす。

$\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ を時間とともに変化する力学変数とみなし、集団運動の速度が

小さいとの仮定の下に, $(\dot{\beta}, \dot{\gamma}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)$ に関する3次以上の項を無視すると4重極集団運動に対する現象論的ハミルトニアンは

$$H_{\text{coll}} = \frac{1}{2} B_{\beta\beta}(\beta, \gamma) \dot{\beta}^2 + B_{\beta\gamma}(\beta, \gamma) \dot{\beta} \dot{\gamma} + \frac{1}{2} B_{\gamma\gamma}(\beta, \gamma) \dot{\gamma}^2 + \frac{1}{2} \sum_{\kappa=1,2,3} \mathcal{I}_{\kappa}(\beta, \gamma) \omega_{\kappa}^2 + V(\beta, \gamma) \quad (3.24)$$

と書ける. これは **Bohr-Mottelson** の集団ハミルトニアンとよばれる. ここで $(\dot{\beta}, \dot{\gamma})$ は (β, γ) の時間微分であり, 最初の3つの項が形状振動の運動エネルギー, 第4項が回転エネルギー, 最後の項がポテンシャルエネルギーを表わす. ω_{κ} は主軸系の κ 軸まわりの角速度で, Euler 角の時間微分 $(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)$ と

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -\dot{\theta}_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 + \dot{\theta}_2 \sin \theta_3 \\ \omega_2 &= \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 \\ \omega_3 &= \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 + \dot{\theta}_3 \end{aligned} \quad (3.25)$$

の関係にある. $B_{\beta\beta}, B_{\beta\gamma}, B_{\gamma\gamma}$ は振動運動の質量, \mathcal{I}_{κ} は回転運動の慣性モーメントを表わす. これらは一般に (β, γ) に依存する.

図3-5に典型的なポテンシャル $V(\beta, \gamma)$ を模式的に示す. $V(\beta, \gamma)$ の極小点を (β_0, γ_0) と書き, 平衡変形 (equilibrium deformation) または静的変形 (static deformation) とよぶ. これと対比して, 平衡からずれた一般の (β, γ) での形を動的変形 (dynamic deformation) という. 後者は (β_0, γ_0) と異なり, 時間とともに変化する.

平衡変形は図3-5(a)が球形, (b)はプロレート, (c)はオブレートである. (d)は極小点がなく, β が一定のポテンシャルの谷がある. このような状況を γ 不安定 (γ -unstable) という. (e)は非軸対称変形 (axially asymmetric deformation) とよばれる. (f)のように2つの極小点があるが, ポテンシャル障壁によってそれぞれの極小点に局在した波動関数が得られるとき, (異なる平衡変形が同じエネルギー領域に共存しているという意味で) これを変形共存 (shape coexistence) とよぶ. 例えば, j - j 結合殻モデルの典型的な閉殻核として知られる「球形核」Sn や Pb アイソトープでも, わずか1~2 MeV 励起さ

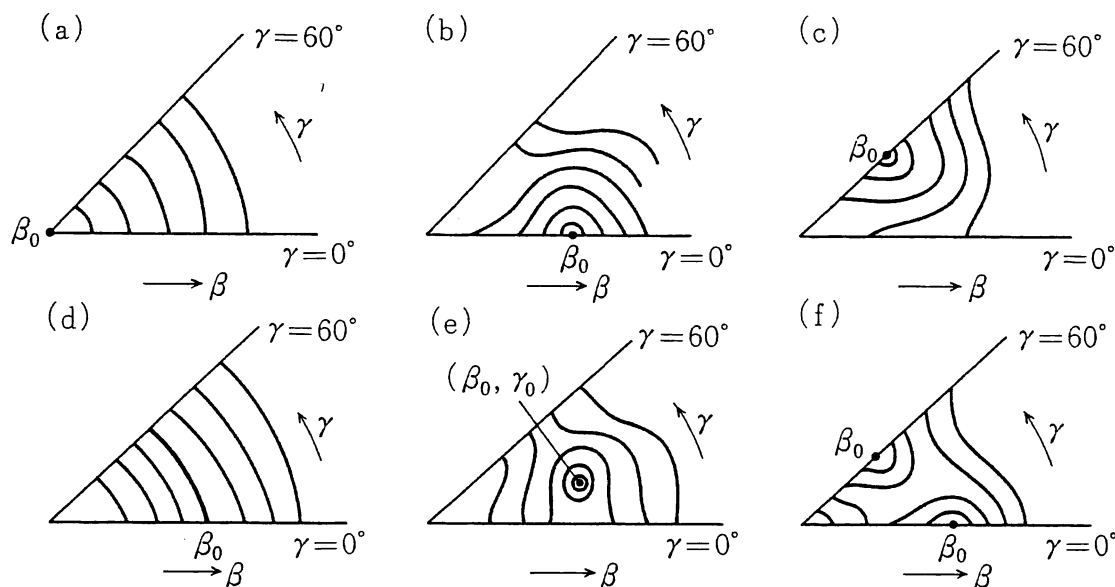


図 3-5 ポテンシャル $V(\beta, \gamma)$ の概念図. 黒丸は極小点, 実線は等ポテンシャル線を示す. ただし(d)の場合には極小点は存在せず, 太い実線がポテンシャルの谷を表わしている.

せるだけで変形状態が系統的に見つかっている(巻末文献[1-56]). なお, 図 3-3 の $\beta > 0$ は図 3-5 の $\gamma = 0^\circ$, $\beta < 0$ は $\gamma = 60^\circ$ に対応する.

(3.24)は古典ハミルトニアンである. 集団運動による励起スペクトルを求め
るには, これを量子化しなければならない. 量子化には Pauli の処方がよく用
いられる. この処方によると, 古典力学での運動エネルギーが一般化座標 ξ_i
に関して $T = \frac{1}{2} \sum_{kl} g_{kl}(\xi) \dot{\xi}_k \dot{\xi}_l$ で与えられる場合, 量子化した結果は

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2} \sum_{kl} \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \sqrt{g} (g^{-1})_{kl} \frac{\partial}{\partial \xi_l} \quad (3.26)$$

となる. g は行列 (g_{kl}) の行列式, $(g^{-1})_{kl}$ は逆行列, 体積要素は $d\tau = \sqrt{g} \prod_k d\xi_k$
である. この処方を(3.24)に適用した結果の式は長くなるので割愛する*(巻末

* 球形平衡点のまわりの微小振動の運動エネルギー $-\frac{1}{2} B \sum_{\mu} |\dot{\alpha}_{2\mu}|^2$ (B は定数) を(3.21)式を用い
て $(\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$ で表わし, Pauli 処方で量子化して得られる \hat{T} の表式がよく紹介される. こ
の場合の慣性モーメント \mathcal{I}_{κ} ($\kappa=1, 2, 3$) は $\beta^2 \sin^2(\gamma - (2\pi/3)\kappa)$ に比例し, 渦なし流体値とよば
れる. これと, 平衡変形をもつ一般的な 4 重極集団運動を取り扱う(3.24)を混同しないこと.

文献[1-58]参照).

量子化された集団ハミルトニアン \hat{H}_{coll} に対する Schrödinger 方程式を解けば波動関数とエネルギースペクトルが得られる. 集団運動の波動関数は

$$\Psi_{nIM}(\beta, \gamma, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} \sum_{K=-I}^I g_{nIK}(\beta, \gamma) D_{MK}^I(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (3.27)$$

と書ける. D 関数は角運動量演算子 $(\hat{I}^2, \hat{I}_z, \hat{I}_3)$ の固有関数

$$\begin{aligned} \hat{I}^2 D_{MK}^I(\theta_i) &= I(I+1)\hbar^2 D_{MK}^I(\theta_i) \\ \hat{I}_z D_{MK}^I(\theta_i) &= M\hbar D_{MK}^I(\theta_i) \\ \hat{I}_3 D_{MK}^I(\theta_i) &= K\hbar D_{MK}^I(\theta_i) \end{aligned} \quad (3.28)$$

であり, 回転運動の波動関数になっている. ここで, I は角運動量の大きさ, M は空間固定座標系 z 軸成分, K は主軸系第 3 軸成分を表わす (D 関数の性質については巻末文献[1-1]Vol. 1, Chap. 1, [1-6]Vol. 1, Chap. 5 など参照). 一方, $g_{nIK}(\beta, \gamma)$ は形状振動の波動関数で, n は同じ (I, K) をもつ固有状態を区別するラベルである.

空間固定座標系と主軸系は 1 対 1 に対応しない. 条件(3.22)を満足する主軸系の $(1, 2, 3)$ 軸の選び方は 24 通りある. しかし, 波動関数(3.27)を空間固定座標系での変数 $\{\alpha_{2\mu}\}$ で表わしたとき, 波動関数 $\Psi_{nIM}(\alpha_{2\mu})$ は変数 $\{\alpha_{2\mu}\}$ に関して一意的に定まらなければならない. この要請から(3.27)の満たすべきさまざまな対称性が決まる(巻末文献[1-1]Vol. 2, [1-6]Vol. 1, [1-58]). 同じ理由から, $\beta \geq 0, 0 \leq \gamma \leq 60^\circ$ の範囲ですべての 4 重極変形を表現できることがわかる. 例えば, $\beta > 0, \gamma = 60^\circ$ は $\beta < 0, \gamma = 0^\circ$ と同じ形を表わす.

c) プロレート変形に伴う振動・回転スペクトル

ポテンシャルが $\beta = \beta_0, \gamma = 0^\circ$ に深い極小をもつとき(図 3-5(b)), $V(\beta, \gamma)$ を $(\beta_0, 0)$ のまわりで Taylor 展開し, 平衡変形からのずれに関して 2 次の項まで考慮する近似が用いられる. $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, B_{\beta\beta}, B_{\gamma\gamma}$ を平衡点での値に置き換え, さらに $B_{\beta\gamma}$ を無視できる場合には, 4 重極集団運動は 3 つの部分に分離できる. すなわち, β 方向の振動モード (β 振動とよぶ), ポテンシャルの対称軸(第 3 軸)に垂直な軸のまわりの回転運動(通常, 回転軸を第 1 軸に選ぶ), および γ 方向

の振動モード(γ 振動とよぶ)と第3軸まわりの回転運動の結合したモードに分離する.

第3軸まわりの回転運動は $\gamma=0^\circ$ の極限で物理的意味を失うから $\mathcal{J}_3(\beta_0, 0)=0$ である. そこで $\mathcal{J}_3(\beta_0, \gamma)$ が $\gamma=0^\circ$ の近傍で γ^2 に比例すると仮定すると, \hat{H}_{coll} のエネルギー固有値は

$$E(I, K, n_\beta, n_\gamma) = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_0} \{I(I+1) - K^2\} + \hbar\omega_\beta \left(n_\beta + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_\gamma (n_\gamma + 1) \quad (3.29)$$

で与えられる. ただし \mathcal{J}_0 は平衡変形での慣性モーメント, $\omega_\beta, \omega_\gamma$ は β 振動, γ 振動の振動数で

$$n_\gamma = 2n_3 + \frac{1}{2}|K| \quad (n_\beta=0, 1, 2, \dots; n_3=0, 1, 2, \dots) \quad (3.30)$$

である. $K=0, n_\beta=n_\gamma=0$ の回転バンドを基底回転バンド(ground-state rotational band), これに β 振動の量子が1個励起した回転バンドを β バンドとよぶ*. また, $K=2$ で $n_\beta=0, n_\gamma=1$ の回転バンドを γ バンドとよぶ. (3.29)を導いた近似では, 各バンドに属する準位の励起エネルギーは $I(I+1)$ に比例する. これを $I(I+1)$ 則という. 実験データの1例を図3-6に示す.

なお, オブレート変形の場合にも同様な描像が成り立つ.

d) 4重極遷移

4重極集団運動の励起準位を結びつける電気4重極(E2)遷移確率はWeisskopf単位 $B_W(E2)^{**}$ と比べて1桁~2桁大きい. しかも, 行列要素の間に著しい規則性がある. これは多数の核子の集団運動によって生じる性質である.

核の電荷密度を $\rho_c(\mathbf{r})$ とすると, 電気 2^λ 重極(E λ)モーメントは

* 3-4節で述べる R 対称性から, 基底回転バンドと β バンドでは奇数の I が禁止される.

** 1個の陽子の状態変化によるE λ 遷移確率の目安となる量で,

$$B_W(E\lambda) = \frac{e^2}{4\pi} \langle r^\lambda \rangle^2 = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{3}{\lambda+3}\right)^2 R_0^{2\lambda} \quad (e^2 \text{ fm}^{2\lambda})$$

で定義される.

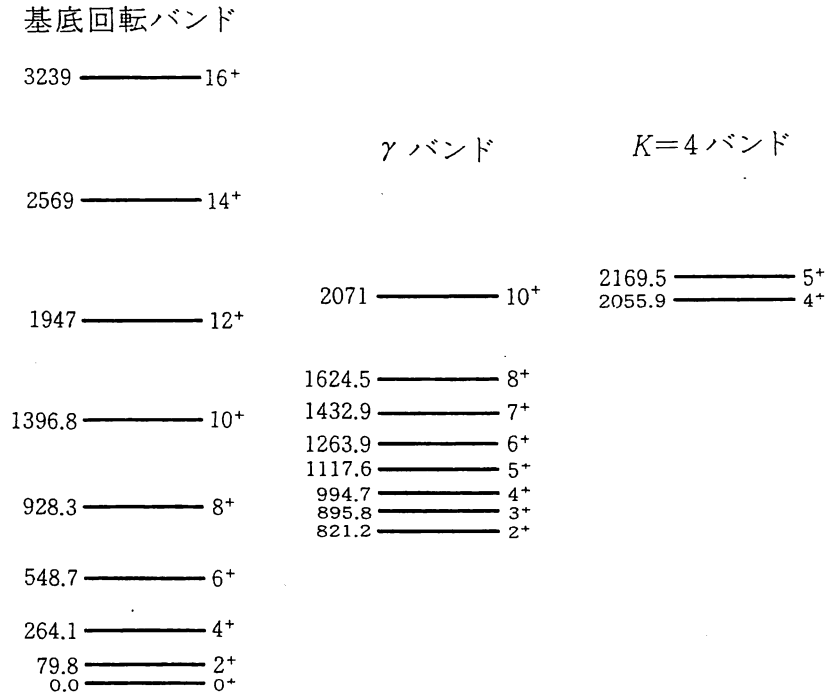


図 3-6 Coulomb 励起による ^{168}Er の低い励起スペクトル. 各準位の角運動量とパリティ I^π , および励起エネルギー (keV) が示されている. $K=4$ バンドは γ 振動が 2 個励起された ($n_\gamma=2$) 回転バンドと推定されるが, (3.29) 式では無視された非調和効果のため, その励起エネルギーは $2\hbar\omega_\gamma$ より高い. (M. Oshima *et al.* の実験および W. F. Davidson and W. R. Dixon: J. of Phys. G17(1991)1683 に基づく.)

$$Q_{\lambda\mu}^{(E)} = \int \rho_c(\mathbf{r}) r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) d^3\mathbf{r} \quad (3.31)$$

と書くことができる. ここで, $\rho_c(\mathbf{r})$ が (3.19) で決まる表面 $R(\theta, \varphi)$ の内部で $\rho_c = Ze / \left(\frac{4}{3} \pi R_0^3 \right)$, 外部でゼロと近似すると

$$\begin{aligned} Q_{\lambda\mu}^{(E)} &= \rho_c \int d(\cos\theta) d\varphi Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \frac{1}{\lambda+3} R^{\lambda+3}(\theta, \varphi) \\ &= \frac{3Ze}{4\pi} R_0^\lambda \alpha_{\lambda\mu} + \dots \end{aligned} \quad (3.32)$$

となる. これを集団変数 $\alpha_{\lambda\mu}$ に関する演算子とみなし, $\lambda=2$ の場合, 集団波動関数 (3.27) に関して行列要素を計算すれば E2 遷移を議論できる. この際, 主

軸系での多重極演算子 $Q_{\lambda\nu}^{(\text{in})}$ を

$$Q_{\lambda\mu}^{(\text{E})} = \sum_{\nu} D_{\mu\nu}^{\lambda}(\theta_i) Q_{\lambda\nu}^{(\text{in})}(\beta, \gamma) \quad (3.33)$$

で定義すると、行列要素は Euler 角 θ_i に関する積分と (β, γ) に関する積分の積で与えられる。

$V(\beta, \gamma)$ が $\gamma=0^\circ$ または 60° に深い極小をもつ原子核(図 3-5(b), (c))の場合, β, γ の振動運動を無視し, (β, γ) を平衡値($\beta_0, \gamma_0=0^\circ$ または 60°)で代表させると(3.32), (3.23)式より

$$Q_{2\nu}^{(\text{in})} = \begin{cases} \frac{3Ze}{4\pi} R_0^2 \beta_0 \equiv \sqrt{\frac{5}{16\pi}} eQ_0 & (\nu=0) \\ 0 & (\nu \neq 0) \end{cases} \quad (3.34)$$

となる。 eQ_0 は固有 **E2** モーメントとよばれる。したがって、回転バンド内の角運動量 I_i から I_f の準位への換算 **E2** 遷移確率 $B(\text{E2})$ は

$$\begin{aligned} B(\text{E2}; KI_i \rightarrow KI_f) &= \frac{1}{2I_i+1} \sum_{M_i M_f \mu} |\langle KI_f M_f | Q_{2\mu}^{(\text{E})} | KI_i M_i \rangle|^2 \\ &= \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2 \langle I_i K 2 0 | I_f K \rangle^2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

と書ける。ここで D 関数の積分公式

$$\begin{aligned} &\int D_{M_i K_i}^{I_i}(\theta_i) D_{\mu\nu}^{\lambda}(\theta_i) D_{M_f K_f}^{I_f*}(\theta_i) \sin \theta_2 d\theta_2 d\theta_1 d\theta_3 \\ &= \frac{8\pi^2}{2I_f+1} \langle I_i M_i \lambda \mu | I_f M_f \rangle \langle I_i K_i \lambda \nu | I_f K_f \rangle \end{aligned} \quad (3.36)$$

を用いた。(3.35)式は $B(\text{E2})$ の I_i, I_f, K への依存性が Clebsch-Gordan 係数 $\langle I_i K 2 0 | I_f K_f \rangle$ だけで表現できることを示している。

電気 4 重極(**E2**)モーメントは演算子 $\int \rho_c(\mathbf{r})(3z^2 - r^2) d^3\mathbf{r} = \sqrt{16\pi/5} Q_{20}^{(\text{E})}$ の状態 $|I, K, M=I\rangle$ に関する期待値として定義され、上と同じ近似の下で

$$Q = \frac{3K^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0 \quad (3.37)$$

となる。したがって、 $K=0$ の回転バンドでは Q と Q_0 は逆符号である(ただし、 $I=0$ では $Q_0 \neq 0$ でも $Q=0$)。 Q_0 は固有座標系から見た電荷分布を特徴づける量であるが、観測量でない。観測されるのは、それを回転運動について平均した Q である。

回転バンド内の $B(E2)$ や Q の測定から、(3.34)~(3.37)式を用いて平衡変形 β_0 が求まる。

e) 慣性モーメント

軸対称4重極変形した偶々核の基底回転バンドについて考えよう。回転エネルギーは角運動量 I に関して

$$E_{\text{rot}}(I) = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + \dots \quad (3.38)$$

または、(2.21)で定義された角速度 ω_{rot} を用いて

$$E_{\text{rot}}(\omega_{\text{rot}}) = \alpha\omega_{\text{rot}}^2 + \beta\omega_{\text{rot}}^4 + \dots \quad (3.39)$$

と展開できる(時間反転不変性により奇数次はない)。実験との比較によると、後者の方が収束性がよい。慣性モーメント $\mathcal{I}(\omega_{\text{rot}})$ を

$$E_{\text{rot}}(\omega_{\text{rot}}) = \frac{1}{2} \mathcal{I}(\omega_{\text{rot}}) \omega_{\text{rot}}^2 \quad (3.40)$$

で定義すると、 $\mathcal{I}(\omega_{\text{rot}})$ も

$$\mathcal{I}(\omega_{\text{rot}}) = \mathcal{I}_0 + \mathcal{I}_1 \omega_{\text{rot}}^2 + \dots \quad (3.41)$$

と書ける。実験から求めた \mathcal{I}_0 の値を図3-7に示す。これから、偶々核の \mathcal{I}_0 は剛体回転の慣性モーメント $\mathcal{I}_{\text{rig}} = m \int \rho(\mathbf{r}') (y'^2 + z'^2) d^3\mathbf{r}'$ の $1/2 \sim 1/3$ 、また、奇 A 核(A が奇数の核)の \mathcal{I}_0 は偶々核より大きいことがわかる。

2-4節で用いた $h' = h - \omega_{\text{rot}} J_x$ のなかのクランキング項 $\omega_{\text{rot}} J_x$ を2次の摂動論で取り扱おうと、 \mathcal{I}_0 に対する表式として

$$\mathcal{I}_0 = 2 \sum_n \frac{|\langle \phi_n | J_x | \phi_{\text{BCS}} \rangle|^2}{E_n - E_0} \quad (3.42)$$

を得る。これを慣性モーメントに対するクランキング公式(cranking formula)という。 E_0 はBCS基底状態 $|\phi_{\text{BCS}}\rangle$ 、 E_n は2準粒子状態のエネルギーを表わし、対ギャップ Δ が大きいほど、励起エネルギー $E_n - E_0$ が大きく、 \mathcal{I}_0 の

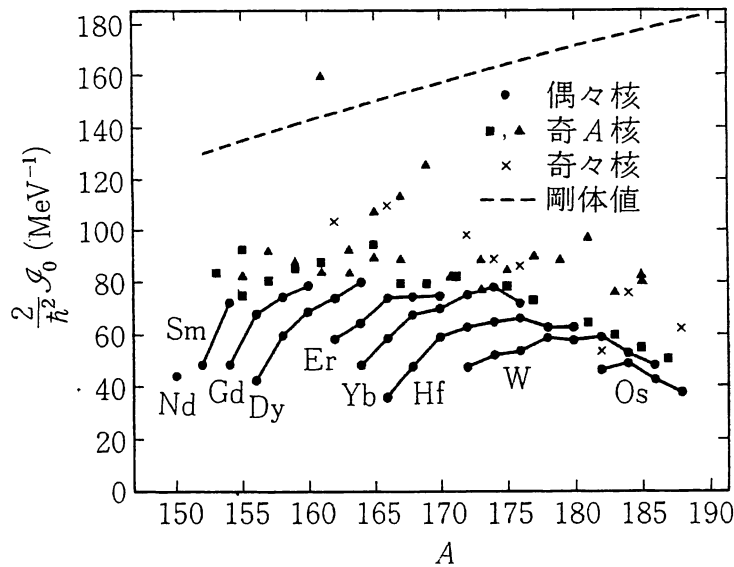


図3-7 $150 \leq A \leq 190$ 領域の基底回転バンドの慣性モーメント \mathcal{I}_0 . (巻末文献[I-1]による.)

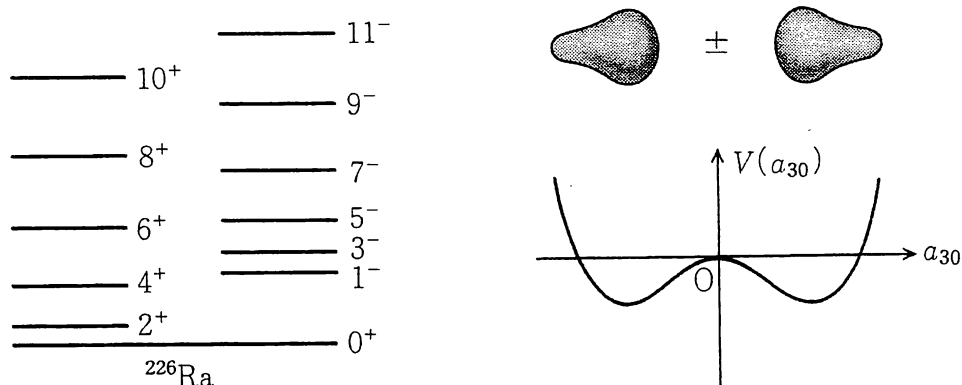
値は小さくなる。奇 A 核の場合には1個の準粒子が Pauli 原理により対相関をさまたげるので、 Δ が偶々核より小さくなる。これをブロッキング効果 (blocking effect) という。こうして、奇 A 核の \mathcal{I}_0 が偶々核より大きくなることが説明できる。

非等方調和振動子ポテンシャルの場合には、平衡変形での \mathcal{I}_0 が $\Delta=0$ の極限で剛体値 \mathcal{I}_{rig} と一致することが証明されている (巻末文献[I-1] Vol. 2, p. 77). 一般の変形ポテンシャルの場合には、殻効果のため \mathcal{I}_0 の値は $\Delta=0$ の極限でも \mathcal{I}_{rig} からずれる。しかし、 \mathcal{I}_0 が \mathcal{I}_{rig} より著しく小さくなるのは、主に対相関のためであると考えられる。

\mathcal{I}_0 が \mathcal{I}_{rig} に近い値をとる場合でも、剛体の回転運動とのアナロジーには注意が必要である。原子核の回転運動の場合、回転しているのは平均ポテンシャルであって、構成要素である個々の核子自身は ω_{rot} と比べて1桁以上大きい角速度で平均ポテンシャルの中を運動している。

f) 8重極変形とパリティ2重項

集団ポテンシャル $V(a_{\lambda\mu})$ が8重極変形パラメータ $a_{30} \neq 0$ で極小となる原子核が系統的に見つかっている。図3-8に1例を示す。正パリティの回転バンド ($I^\pi=0^+, 2^+, 4^+, \dots$) と負パリティの回転バンド ($I^\pi=1^-, 3^-, 5^-, \dots$) を、パリ

図 3-8 ^{226}Ra のパリティ 2 重項.

ティ 2 重項 (parity doublet) とよぶ. $a_{30} > 0$ と $a_{30} < 0$ の 2 つの極小の間にあるポテンシャル障壁が高ければ, これらは近似的に縮退する. 両者のエネルギー差はトンネル効果の目安となる. このパリティ 2 重項は 2-2 節で述べたシンプレックス量子数 $s=1$ をもつ. $s=-1$ をもつパリティ 2 重項 ($0^-, 2^-, 4^-, \dots$ と $1^+, 3^+, 5^+, \dots$) の存在が予想されるが, まだ見つかっていない.

奇 A 核では $s=+i$ の 2 重項 ($\frac{1^+}{2}, \frac{5^+}{2}, \dots$ と $\frac{3^-}{2}, \frac{7^-}{2}, \dots$) と $s=-i$ の 2 重項 ($\frac{1^-}{2}, \frac{5^-}{2}, \dots$ と $\frac{3^+}{2}, \frac{7^+}{2}, \dots$) が考えられるが, 1980 年代後半, ^{223}Th で初めてこの 4 つ組が観測された.

パリティ 2 重項の間には (低励起状態間の遷移としては異常に強い) E1 遷移が観測されている. これは 8 重極変形に伴って, 陽子の密度分布の重心と中性子のそれとが少しずれ, 内部状態が電気双極モーメントをもつためと考えられる.

図 3-8 と同様なパリティ 2 重項は ^{20}Ne などでもよく知られている. ^{20}Ne の場合, 空間反転対称性の破れは (^{16}O と α 粒子を部分構造とする) クラスタ構造 (cluster structure) に由来する. 軽い核ではクラスタ構造が広汎に存在している (巻末文献 [1-74~76] 参照).

8 重極変形は 5-3 節で述べる非対称核分裂の起源とも密接な関連がある.

g) 対振動と対回転

低励起状態での集団運動としては, 表面の形の変化による振動・回転の他に, 対相関による対振動・対回転モードが重要である. j - j 結合殻モデルの閉殻の

外の2粒子または閉殻内の2空孔が対を組むが、対の運動に伴って対振動 (pairing vibration) とよばれる集団モードが存在することが、(p, t) 反応などの2核子移行反応によって調べられてきた。BCS状態はこれらの対振動モードが凝縮 (condensate) した状態とみなせる。BCS状態では対ギャップ Δ が平衡値のまわりで時間的にゆらぐ (超伝導相での) 対振動モードが現われる。(この対振動は、4重極変形とのアナロジーでは、平衡変形 β_0 のまわりでの β 振動に対応する。) 同時に、対回転 (pairing rotation) も現われる。この励起モードはBCS近似によって破られた核子数保存則を回復する「一般化された回転運動」とみなせる。

3-3 粒子-振動結合

a) 1粒子モードと表面振動モードの相互作用

平均ポテンシャルが時間的に変化すると、内部を運動する核子はその影響を受ける。この項では、表面振動を例にとり、1粒子モードの性質がどのような変更を受けるかを考えよう。

低エネルギーの表面振動の場合、その振動数 ω_{vib} は $0.3 \sim 1 \text{ MeV}/\hbar$ である。1粒子運動の振動数の目安として調和振動子ポテンシャルの $\omega_0 = 7 \sim 10 \text{ MeV}/\hbar$ をとると、 ω_{vib} は ω_0 より1桁小さい。つまり、平均ポテンシャルは粒子運動の時間スケールからみて非常にゆっくりと時間変化している。したがって、平衡変形 α^0 と異なる変形パラメータ α をもつ平均ポテンシャル $U(\mathbf{x}, \alpha)$ 中の1粒子運動を考えることができる。

この描像に基づいて、表面振動と1粒子運動を統一的に記述するハミルトニアンが

$$\begin{aligned} H &= H_{\text{coll}}(\pi, \alpha) + \sum_{i=1}^A \left(\frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + U(\mathbf{x}_i, \alpha) \right) \\ &= H_{\text{coll}}(\pi, \alpha) + H_{\text{particle}}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, \alpha^0) + H_{\text{coupl}}(\mathbf{x}, \alpha) \end{aligned} \quad (3.43)$$

と書けると仮定しよう。ここで α^0 は平衡変形パラメータの組 $\{\alpha_{\lambda\mu}^0\}$ を表わし、

$$H_{\text{particle}}(\mathbf{p}, \mathbf{x}, \alpha^0) = \sum_{i=1}^A \left(\frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{x}, \alpha^0) \right)_i \quad (3.44)$$

$$H_{\text{coupl}}(\mathbf{x}, \alpha) = \sum_{i=1}^A (U(\mathbf{x}, \alpha) - U(\mathbf{x}, \alpha^0))_i \quad (3.45)$$

である。(3.43)で $\pi \equiv \{\pi_{\lambda\mu}\}$ は $\alpha \equiv \{\alpha_{\lambda\mu}\}$ の共役運動量で, (π, α) は古典力学的な力学変数とみなす。

H_{coupl} が粒子運動と振動運動の相互作用を表わすことは, 以下のようにしてわかる. 簡単のため, 静的ポテンシャルは球対称($\alpha^0=0$)とし, $U(\mathbf{x}, \alpha^0=0) \equiv U^{(0)}(r)$ とおく. $U(\mathbf{x}, \alpha)$ が(2.8)で与えられる場合, (3.19)を用いてこれを空間固定座標系で書けば

$$U(r, \theta, \varphi, \alpha) = U_0 f \left(r - R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right) \right) \quad (3.46)$$

となる. 右辺を $\alpha_{\lambda\mu}$ に関して Taylor 展開すれば

$$U(r, \theta, \varphi, \alpha) = U^{(0)}(r) - R_0 \frac{\partial U^{(0)}}{\partial r} \sum_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \alpha_{\lambda\mu}^* + \dots \quad (3.47)$$

したがって, α に関する2次以上の項を無視すれば

$$H_{\text{coupl}}(\mathbf{x}, \alpha) \cong - \sum_{i=1}^A \sum_{\lambda\mu} (k_{\lambda}(r) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \alpha_{\lambda\mu}^*)_i \quad (3.48)$$

$$k_{\lambda}(r) = R_0 \frac{\partial U^{(0)}}{\partial r} \quad (3.49)$$

を得る.

(3.48)は粒子座標 (r, θ, φ) と集団座標 α の積で書かれており, 両者の相互作用を表わしている. また, $k_{\lambda}(r)$ が $U^{(0)}$ の動径微分に比例することは, 粒子-振動結合が表面効果であることを示している.

b) 弱結合と多重項

粒子-振動結合が弱い場合には, 両者が同時に励起した準位群が奇 A 核で観測される. その典型として, 図3-9に ^{209}Bi の励起スペクトルを示す. $h_{9/2}$ 軌道の1粒子と8重極振動からなる準位群(多重項)が2.5~2.7 MeV 領域に見えて

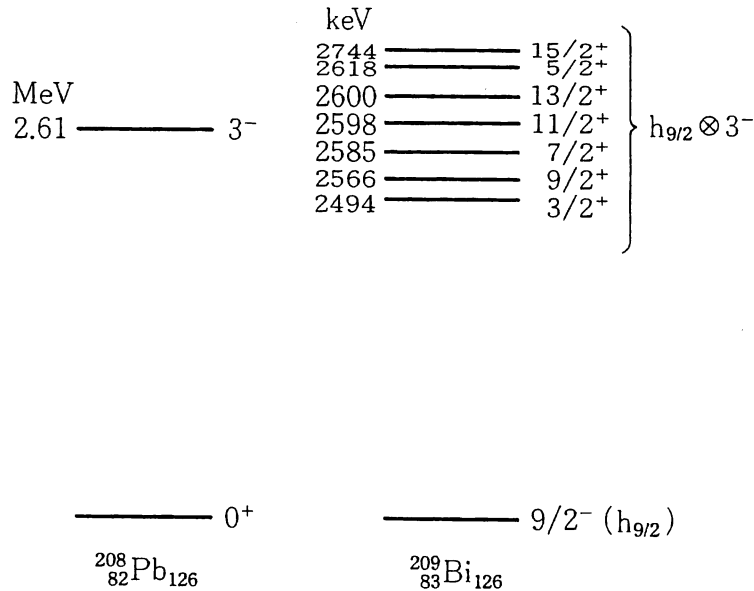


図3-9 ^{209}Bi の粒子-振動7重項. ^{208}Pb の8重極振動と $h_{9/2}$ 軌道の陽子とからなる. 振動の角運動量 $\lambda=3$ と陽子の角運動量 $9/2$ を合成すると, 全角運動量・パリティ $I^\pi=3/2^+, 5/2^+, \dots, 15/2^+$ の7重項ができる. 粒子-振動結合がなければ, これらは縮退する. (7重項のエネルギー分離は実際よりも大きく描かれている.)

いる. このようにエネルギー分離の小さい多重項が現われる場合を弱結合 (weak coupling) とよぶ.

4重極振動の場合には一般に粒子-振動結合が強く, 多重項はあまり現われな
 い. 図3-10に示した ^{93}Nb のように弱結合の描像が近似的に成立する例もあるが, わずか2個の陽子がつけ加わった ^{95}Tc の励起スペクトルは両者の相互作用がかなり増大していることを示している. ^{95}Tc にさらに陽子や中性子がつけ加わるにつれて, 両者の結合はますます強くなる. それにつれて, 4重極振動の励起した $I^\pi=7/2^+$ 状態のエネルギーが下がり, ついに ^{103}Rh ではこの振動状態が基底状態となり, ($j-j$ 結合殻モデルでは基底状態になるはずの, $g_{9/2}$ 軌道に伴う) $9/2^+$ 状態は励起状態となる. この逆転現象は4重極変形への相転移の前駆現象とみなせる(巻末文献[I-66]). これは奇 A 核の励起スペクトルの変化を通じて相転移の過程を追跡できる具体例である.

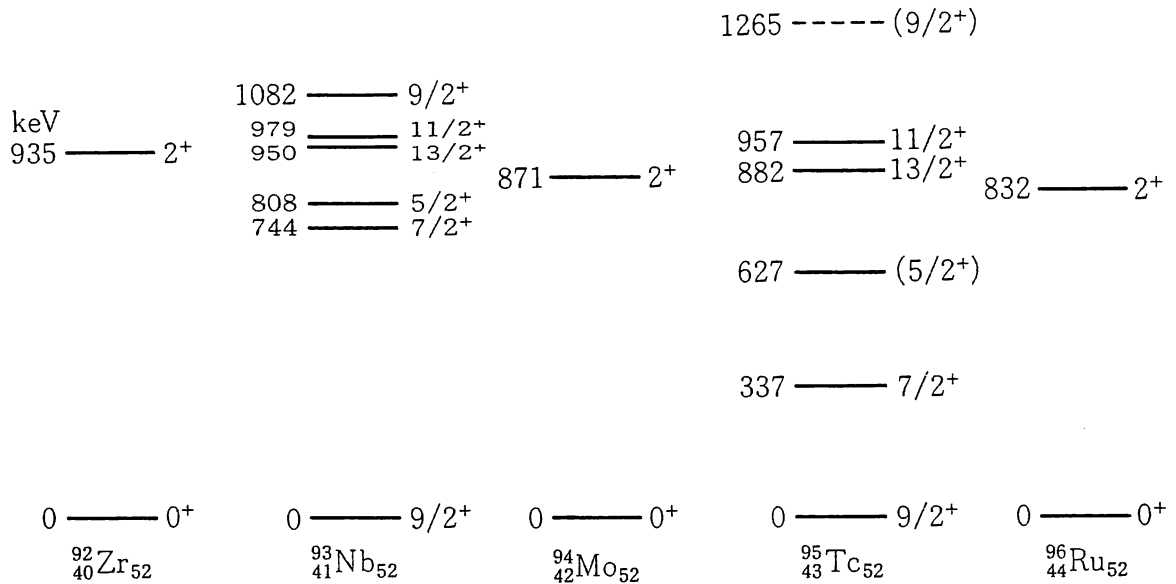


図 3-10 ^{93}Nb と ^{95}Tc における準粒子-4 重極振動 5 重項. 偶々核 ^{92}Zr , ^{94}Mo , ^{96}Ru の 4 重極振動 ($\lambda^\pi = 2^+$) と $g_{9/2}$ 軌道の準粒子から奇 A 核の 5 重項 ($I^\pi = 5/2^+$, $7/2^+$, ..., $13/2^+$) がつくられる. (T. Shibata, T. Itahashi and T. Wakatsuki: Nucl. Phys. A237 (1975)382 による.)

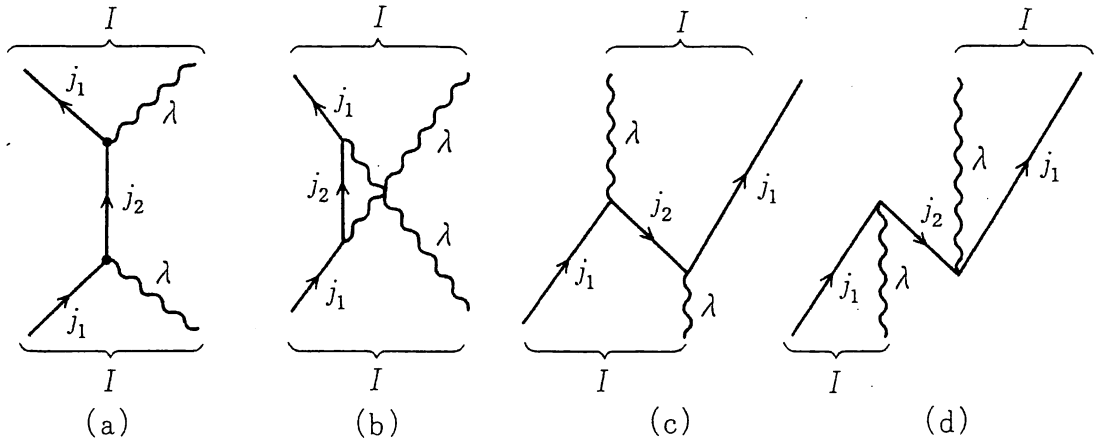


図 3-11 粒子-振動結合の 2 次のダイアグラム. 波線は表面振動モード (多重極度 λ), 上向き矢印つきの実線は粒子, 下向き矢印つきの実線は空孔を表わす. 粒子の角運動量 j_1 と振動の角運動量 λ を合成して全角運動量 I をつくる.

参考までに、多重項のエネルギー分離をもたらす、粒子-振動相互作用 H_{coupl} の2次の摂動項を図3-11にダイアグラムで示す*(詳細は巻末文献[1-65]参照).

c) 多重極-多重極相互作用

粒子-振動結合(3.48)によってもたらされる(球対称な静的ポテンシャル内の)核子間に働く力は

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \kappa_{\lambda} \hat{F}_{\lambda\mu}^{\dagger} \hat{F}_{\lambda\mu} \quad (3.50)$$

と表現することができる. ここで $\hat{F}_{\lambda\mu}$ は

$$F_{\lambda\mu} = -\kappa_{\lambda}^{-1} k_{\lambda}(r) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \quad (3.51)$$

を核子の生成・消滅演算子を用いて表わしたもの(一般に $\hat{F}_{\lambda\mu} = \sum_{ij} \langle i | F_{\lambda\mu} | j \rangle c_i^{\dagger} c_j$ と書ける)であり, 結合定数 κ_{λ} は平衡状態での密度分布 $\rho_0(r)$ を用いて

$$\kappa_{\lambda} = \int R_0 \frac{\partial U^{(0)}}{\partial r} R_0 \frac{\partial \rho_0}{\partial r} r^2 dr \quad (3.52)$$

で与えられる. このことを以下で説明する.

第II部で述べる時間依存 Hartree 理論によれば, 有効相互作用(3.50)から平均ポテンシャルの時間依存部分 δU が生じるが, これは近似的に

$$\delta U(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda\mu} \kappa_{\lambda} \langle \hat{F}_{\lambda\mu} \rangle F_{\lambda\mu}^*(\mathbf{r}) \quad (3.53)$$

と書ける. ここで $\langle F_{\lambda\mu} \rangle$ は集団運動による密度分布 $\rho(\mathbf{r}, \alpha)$ のゆらぎ $\delta\rho(\mathbf{r}, \alpha) = \rho(\mathbf{r}, \alpha) - \rho_0(r)$ を用いて

$$\langle \hat{F}_{\lambda\mu} \rangle = \int \delta\rho(\mathbf{r}, \alpha) F_{\lambda\mu}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad (3.54)$$

で定義され, 時間に依存する集団座標 $\alpha(t)$ だけの関数である. 平均ポテンシャルのゆらぎ δU は密度分布のゆらぎ $\delta\rho$ により生じるから, 両者が比例する

* 第II部で説明するように, 微視的理論では振動モードは粒子・空孔(または2個の準粒子)からなる「複合粒子」とみなせる. 例えば, ダイアグラム(c)は振動モードを構成する粒子と1粒子モードの間の交換効果(exchange effect)を表わす. この効果は図3-10の5重項のエネルギー分離にも重要である.

と仮定すれば, (3.47)に対応して

$$\delta\rho(\mathbf{r}, \alpha) \approx -R_0 \frac{d\rho_0}{dr} \sum_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \varphi) \alpha_{\lambda\mu} \quad (3.55)$$

と書ける. ここで, 現象論的に導入した変形パラメータ $\alpha_{\lambda\mu}$ が $\hat{F}_{\lambda\mu}$ の期待値に対応していると考え,

$$\langle \hat{F}_{\lambda\mu} \rangle = \alpha_{\lambda\mu} \quad (3.56)$$

とおこう. 上式に(3.51)と(3.55)を代入すると, 結合定数 κ_λ に対する表式(3.52)を得る. また, $\alpha_{\lambda\mu}$ に関して1次の近似で δU は(3.48)の H_{coupl} と一致する.

簡単のため $k_\lambda(r) = r^\lambda$ とし, $F_{\lambda\mu}$ を多重極演算子 $r^\lambda Y_{\lambda\mu}$ で置き換える近似がよく用いられる. この場合の H_{int} を多重極-多重極相互作用(multipole-multipole interaction)とよぶ.

以上, 密度分布 $\rho(\mathbf{r})$ と平均ポテンシャル $U(\mathbf{r})$ の自己無撞着性(self-consistency)に基づき, 両者の形が各時刻で比例するとの考えを指針として議論をすすめてきた. この考え方は平衡変形 $\alpha^0 \neq 0$ の場合にも拡張できる(巻末文献[I-60]).

d) 異なる励起モード間の相互作用

粒子-振動結合の高次効果として, 振動モードの非調和性(anharmonicity)や異なる励起モード間の相互作用が導かれる. 参考までに, モード-モード結合の典型例を図3-12に示す. このような高次ダイアグラムを摂動論的に取り扱う系統的な方法として, (1粒子運動を表わすフェルミオンと振動運動を表わすボソン状態の直積でモデル空間を構成する)「Nuclear Field Theory」とよばれる方法がある(巻末文献[I-73]参照).

e) 有効結合定数

粒子-振動結合により, 1粒子モードはさまざまな振動モードの着物を着る(図3-13). 低エネルギースペクトルで見えるのは, このような「着物を着た(dressed)」1粒子モードなのである. これまでa~d項では低振動数の振動モードとの結合効果を議論してきたが, 次に, 高振動数の巨大共鳴との結合効果

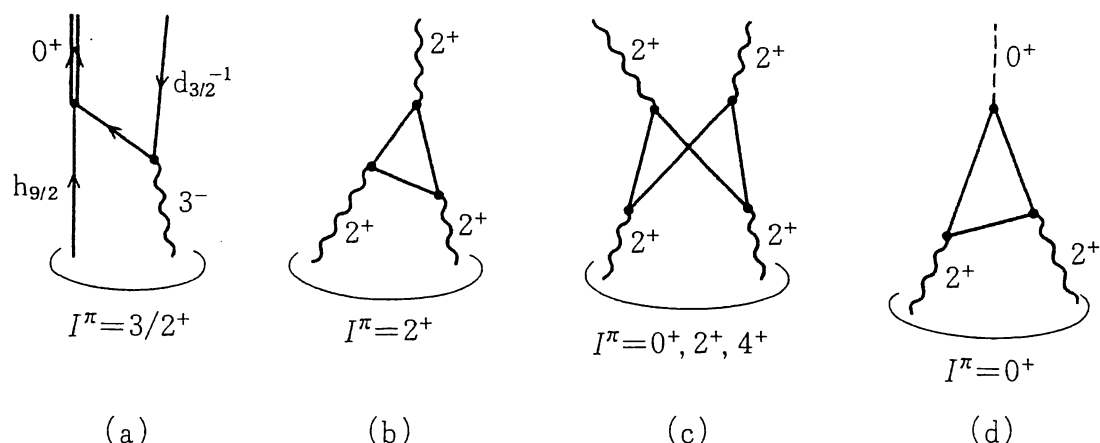


図 3-12 粒子-振動結合の高次のダイアグラム. (a) 図 3-9 の 7 重項の中の $3/2^+$ 状態が $d_{3/2}$ 軌道の空孔と対振動モードに変化する過程. (b) 4 重極振動モードが 1 個励起された状態 (1 フォノン状態) と 2 個励起された状態 (2 フォノン状態) の混合. 波線は 4 重極振動モード, 実線は準粒子を表わす. (c) 4 重極振動の 2 フォノン状態における Pauli 原理に由来する非調和効果. 振動モードの構成要素である準粒子が 2 つのモードの間で交換される. (d) $I^\pi=0^+$ の 2 フォノン状態と超伝導相での対振動モード (破線) の結合.

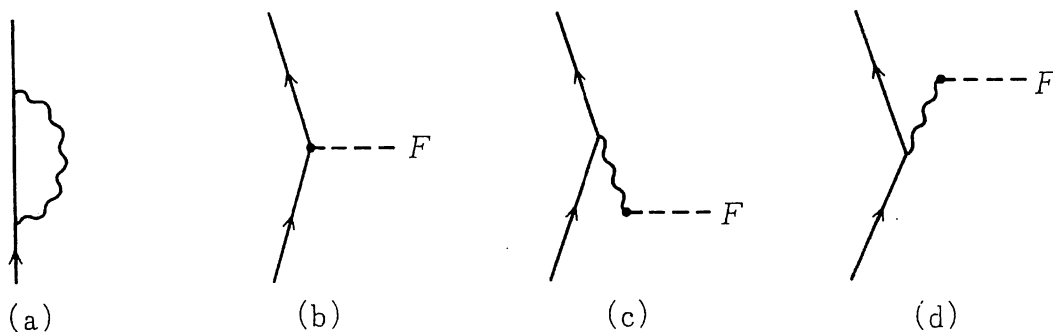


図 3-13 振動モードの着物を着た粒子 (a) に対する外場 F の作用 (b)~(d).

について考えよう.

ある 1 体演算子 F に対応する粒子-振動結合ハミルトニアン $H_{\text{coupl}} = \kappa\alpha F$ が与えられたとき, 摂動の 1 次で「着物を着た」1 粒子状態 $|\bar{\nu}_1\rangle$ は

$$|\bar{\nu}_1\rangle \cong |\nu_1\rangle - \sum_{\nu_2} \frac{\langle \nu_2, n=1 | H_{\text{coupl}} | \nu_1 \rangle}{\Delta E_{21} + \hbar\omega} |\nu_2, n=1\rangle \quad (3.57)$$

と書ける. ここで, ΔE_{21} は殻モデルの 1 粒子状態 ν_1 と ν_2 のエネルギー差, $|\nu_2, n=1\rangle$ は振動モードが 1 個励起された状態, $\hbar\omega$ は振動モードの励起エネルギーを表わす. ここでは, F に関する遷移行列要素 $\langle n=1|F|0\rangle$ が特別に大きい値をもつ巨大共鳴のみを考慮し, 他の振動モードを無視した. 「着物を着た」1 粒子状態 $\tilde{\nu}_1, \tilde{\nu}_2$ に関して F の行列要素を計算すると

$$\langle \tilde{\nu}_2 | F | \tilde{\nu}_1 \rangle \equiv \langle \nu_2 | \tilde{F} | \nu_1 \rangle \approx (1 + \chi_F) \langle \nu_2 | F | \nu_1 \rangle \quad (3.58)$$

となる. ただし

$$\chi_F = -2\kappa |\langle n=1 | \alpha | 0 \rangle|^2 \frac{\hbar\omega}{(\hbar\omega)^2 - (\Delta E_{21})^2} \quad (3.59)$$

である. ΔE_{21} は $\hbar\omega$ と比べてはるかに小さいので, χ_F は状態 ν_1, ν_2 にそれほど依存しない. χ_F は κ と逆符号であり, 引力 ($\kappa < 0$) のとき正, 斥力 ($\kappa > 0$) のとき負であることがわかる. 一般に, 集団運動に伴う行列要素 $\langle n=1|F|0\rangle$ は 1 粒子状態間の行列要素 $\langle \nu_1 | F | \nu_2 \rangle$ よりはるかに大きいので, (3.57) の右辺第 2 項の振幅が 10^{-1} 程度であっても χ_F は 1 程度の量になる.

$$\frac{g^{(\text{eff})}}{g} = \frac{\langle \tilde{\nu}_2 | F | \tilde{\nu}_1 \rangle}{\langle \nu_2 | F | \nu_1 \rangle} = \frac{\langle \nu_2 | \tilde{F} | \nu_1 \rangle}{\langle \nu_2 | F | \nu_1 \rangle} \quad (3.60)$$

の関係で有効演算子 \tilde{F} , 有効結合定数 (effective coupling constant) $g^{(\text{eff})}$ を定義すると, F が電気 4 重極 (E2) 演算子の場合, アイソスカラー型の巨大 4 重極共鳴との結合により, 陽子の有効電荷 (effective charge) は $e_p^{(\text{eff})} \cong (1 + Z/A)e$, 中性子の有効電荷は $e_n^{(\text{eff})} \cong (Z/A)e$ となる. ここで $e_{\text{pol}}^{(\text{E2})} \cong (Z/A)e$ を E2 遷移に関する偏極電荷 (polarization charge) という.

F が磁気双極 (M1) 演算子の場合, $I^\pi = 1^+$ の振動励起との結合により, 1 粒子モードの g 因子は減少し重い核では $g_s^{(\text{eff})} = (0.5 \sim 0.8)g_s$ となる. 低励起状態間の電気双極 (E1) 遷移や Gamow-Teller 型 β 崩壊の行列要素も, 巨大双極共鳴や巨大 GT 共鳴との結合効果のため, 殻モデルの理論値より著しく小さくなる.

以上のような粒子-振動結合効果は一般に芯偏極効果 (core polarization effect) とよばれる. 一般に, スピン-アイソスピン依存巨大共鳴による芯偏極

効果は有効結合定数を減少させ、 $g^{(\text{eff})}/g=0.2\sim 0.4$ と見積もられている(巻末文献[I-13]Chap. 5, [I-68])。このように、芯偏極効果は強いので、1次の摂動論による(3.58)式では不十分である。また、さまざまな高次効果も無視できない(巻末文献[I-69])。

f) 有効質量

殻モデルの平均ポテンシャルは第II部で述べる Hartree-Fock ポテンシャルの近似である。後者は一般に非局所的である。これを1核子の座標 \mathbf{r} だけに依存する局所ポテンシャル U_{HF} で表現すると、 U_{HF} は核子の運動量 \mathbf{p} に依存する。他方、実験で見る1粒子モードはさまざまな振動モードの着物を着ており(例えば図3-13(a))、これによるエネルギーの補正 U_{pv} は1粒子エネルギー e に依存する。簡単のため U_{HF} が球対称とすると、1粒子エネルギー e は

$$e = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U_{\text{HF}}(r, p(r)) + U_{\text{pv}}(r, e) \quad (3.61)$$

と書ける。ここで、着物を着た1粒子モードに対しても、自由粒子と同様なエネルギーと運動量の関係が成立するように、有効質量(effective mass) m^* を

$$\frac{de}{dp} = \frac{p}{m^*} \quad (3.62)$$

で定義する。(3.61)を上式に代入すると、

$$\frac{m^*}{m} = \frac{m_k}{m} \frac{m_e}{m} \quad (3.63)$$

$$m_k = m \left(1 + \frac{m}{p} \frac{\partial U_{\text{HF}}}{\partial p} \right)^{-1} \quad (3.64)$$

$$m_e = m \left(1 - \frac{\partial U_{\text{pv}}}{\partial e} \right) \quad (3.65)$$

を得る。運動量依存性に由来する m_k は \mathbf{k} -質量とよばれ、核の中心部で $m_k \approx 0.7m$ である。一方、粒子-振動結合効果を表わす m_e は e -質量とよばれ、表面効果のため強い動径依存性を示し、表面で極大となる(図3-14(a))。このため、 m^* も Fermi 面付近で極大 $m^* \gtrsim m$ となる(図3-14(b))(巻末文献[I-72])。

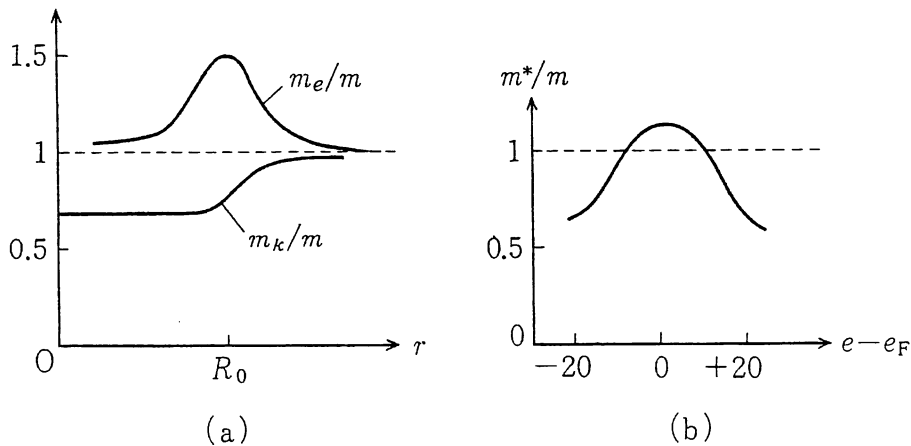


図3-14 (a) 有効質量 m_k と m_e の動径依存性(概念図). R_0 は核半径. (b) 有効質量 m^* のエネルギー依存性(概念図). e_F は Fermi エネルギー.

以上から明らかなように、殻モデルでの $m^* \approx m$ という仮定は Fermi 面近傍の 1 粒子状態に対して有効な近似にすぎない. 一般に、核内での 1 粒子波動関数 $\psi(\mathbf{r}, t)$ に対する Schrödinger 方程式を

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}, t) + \iint d\mathbf{r}' dt' V(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t-t') \psi(\mathbf{r}', t') \quad (3.66)$$

と書いたとき、他の核子との相互作用の効果を表わす $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t-t')$ は空間的にも時間的にも非局所的なきわめて複雑な関数であって、何らかの物理的近似を導入せずに取り扱うことはほとんど不可能である. 平均場近似では $V(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t-t')$ が時間的にもエネルギーについても滑らかな関数となるような平均化が行なわれているのである(10-3 節参照).

3-4 粒子-回転結合

a) 強結合の波動関数

変形殻モデルの 1 粒子モードは固有座標系で定義されているから、この座標系の回転運動による Coriolis 力と遠心力を受ける. これを粒子-回転結合とよぶ. 本節では簡単のため振動の自由度を無視して、この結合の性質を調べる.

回転運動のハミルトニアンが、回転角運動量演算子 \hat{R} , 固有座標系の k 軸

まわりの慣性モーメント \mathcal{I}_k を用いて

$$H_{\text{rot}} = \sum_{k=1,2,3} \frac{\hat{R}_k^2}{2\mathcal{I}_k} \quad (3.67)$$

と近似できるとする. 変形ポテンシャル内の核子に対する角運動量演算子を $\hat{\mathbf{J}} = \sum_i (\hat{\mathbf{j}})_i$ とすると, 原子核全体に対する角運動量演算子 $\hat{\mathbf{I}}$ は

$$\hat{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{R}} + \hat{\mathbf{J}} \quad (3.68)$$

と書ける. この関係を用いて H_{rot} から $\hat{\mathbf{R}}$ を消去すると

$$H_{\text{rot}} = \sum_{k=1,2,3} \left(\frac{\hat{I}_k^2}{2\mathcal{I}_k} - \frac{\hat{I}_k \hat{J}_k}{\mathcal{I}_k} + \frac{\hat{J}_k^2}{2\mathcal{I}_k} \right) \quad (3.69)$$

となる. 右辺の第2項を Coriolis 相互作用, 第3項を反跳項(recoil term)とよぶ*.

以下では軸対称4重極変形ポテンシャル内の1核子の運動について考えよう. 軸対称では対称軸(第3軸)まわりの回転運動は存在しないから, 回転軸は(1, 2)平面内にあり, $\mathcal{I}_1 = \mathcal{I}_2 \equiv \mathcal{I}$ である. $\hat{\mathbf{J}}$ を1核子の $\hat{\mathbf{j}}$ に置き換えて, H_{rot} は

$$H_{\text{rot}} = \frac{1}{2\mathcal{I}} (\hat{I}^2 - \hat{I}_3^2) - \frac{1}{2\mathcal{I}} (\hat{I}_+ \hat{j}_- + \hat{I}_- \hat{j}_+) \quad (3.70)$$

となる. ただし, $\hat{I}_\pm = \hat{I}_1 \pm i\hat{I}_2$, $\hat{j}_\pm = \hat{j}_1 \pm i\hat{j}_2$ であり, 簡単のため反跳項を省略した. 右辺第1項の固有関数を, 1粒子運動が変形ポテンシャルに強く束縛されているという意味で, 強結合(strong coupling)の波動関数とよぶ(図3-15(a)参照). 軸対称4重極変形は対称軸に垂直な軸のまわりの180°回転に対して不変である. これを \mathbf{R} 対称性(R -symmetry)という. そこで垂直軸として第2軸を選び, 変換

$$\mathcal{R} = e^{-i\pi\hat{R}_2/\hbar} = e^{i\pi\hat{j}_2/\hbar} e^{-i\pi\hat{I}_2/\hbar} \equiv \mathcal{R}_i^{-1} \mathcal{R}_e \quad (3.71)$$

に対する不変性を満たすように強結合の波動関数を書くと,

* 第1軸まわりの回転のみ考え, 反跳項を無視し, \hat{I}_1/\mathcal{I}_1 を ω_{rot} に置き換えると, 2-4節で述べたクランキングモデルを得る. しかし, 両者の関係は厳密にはわかっていない(巻末文献[1-64]).

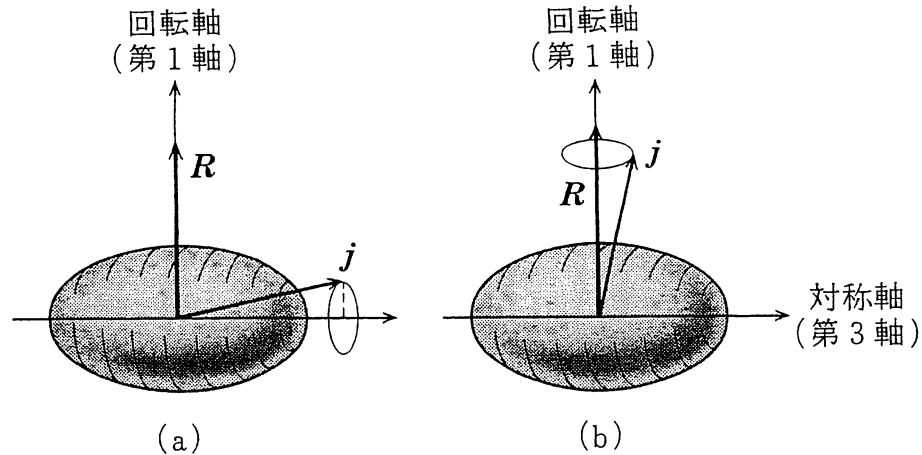


図 3-15 強結合(a)と回転整列(b)(固有座標系から見た概念図).

$$\Psi_{nKIM} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})}} \{ \chi_{nK} D_{MK}^I + (-1)^{I+K} \chi_{n\bar{K}} D_{M,-K}^I \} \quad (3.72)$$

となる. ここで χ_{nK} は変形ポテンシャル内の 1 粒子波動関数, $\chi_{n\bar{K}} \equiv \mathcal{R}_i^{-1} \chi_{nK}$, 回転運動の固有関数 D_{MK}^I は関係 $\mathcal{R}_e D_{MK}^I = (-1)^{I+K} D_{M,-K}^I$ を満たす. また, \mathbf{R} が (1, 2) 面内にあるから $R_3 = 0$ であり, \hat{I}_3 の固有値 K と \hat{j}_3 の固有値 Ω は一致する. ((3.72) は一般に χ_{nK} が多粒子波動関数の場合にも成り立つ. 特に $K=0$ の場合には, χ_{n0} は \mathcal{R}_i の固有状態で固有値 $r = \pm 1$ をもつ. したがって, (3.72) から, 関係 $(-1)^I = r$ を得る. 詳しくは巻末文献 [I-1] Vol. 2, Chap. 4 参照).

一般に, Coriolis 相互作用は K の値を ± 1 変化させ, 異なる K 量子数をもつ Ψ_{nKIM} を混合する. ただし, $K=1/2$ の場合には対角行列要素がある. これを摂動論の 1 次で考慮すると, 回転エネルギーは

$$E_{nKI} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{G}} \left\{ (I(I+1) - K^2) + a \left(I + \frac{1}{2} \right) (-1)^{I+1/2} \delta_{K,1/2} \right\} \quad (3.73)$$

と書ける. ここで a は

$$a = - \langle \chi_{n,K=1/2} | \hat{j}_+ | \chi_{n,\bar{K}=1/2} \rangle / \hbar \quad (3.74)$$

で定義され, デカップリングパラメータ (decoupling parameter) とよばれる. (3.73) から, $K=1/2$ バンドの各準位の励起エネルギーは (K 混合を無視する近似でも) $K \neq 1/2$ バンドの場合と異なり, $I(I+1)$ 則からずれることがわか

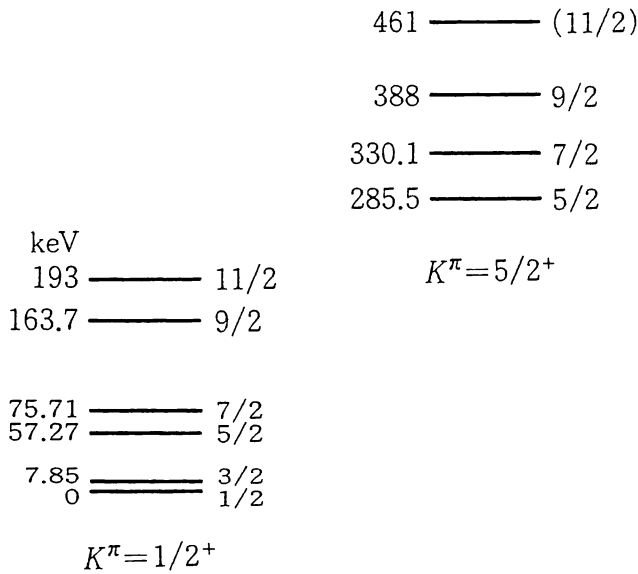


図 3-16 ^{239}Pu の $K^\pi=1/2^+$ および $K^\pi=5/2^+$ 回転バンド. 各準位の右側に角運動量 I , 左側に励起エネルギー (keV) を示す. $K^\pi=1/2^+$ 回転バンドの a は $a \approx -0.58$ である.

る. 図 3-16 に実験データの 1 例を示す.

b) 回転整列

角運動量 I が大きくなると, 核子の角運動量ベクトル \mathbf{j} は回転軸方向に整列してくる (図 3-15(b)). これを回転整列 (rotation alignment) とよぶ. Coriolis 力が I と \mathbf{j} の方向を揃えようとするためである.

奇 A 核で 1 個の準粒子が特異パリティの Nilsson 状態にあり, $|\Omega| \ll j$ の場合, 準粒子の近似的角運動量 j が大きいので, I があまり大きくなくても Coriolis 効果が強く, 容易に回転整列が起こる. 回転整列すると, $I=(j+\text{偶数})$ 準位と隣りの偶々核の基底回転準位 ($R=0, 2, 4, \dots$) のエネルギーがほぼ等しくなる (図 3-17). 一方, $I=(j+\text{奇数})$ 準位のエネルギーは高くなる. このことは (3.70) の行列要素の性質を調べ, Coriolis 項を対角化する表示を作ることにより理解できる (これはよい演習問題である).

c) バンド交差

I が大きいと, 粒子-回転結合に摂動論は使えない. そこで, これを平均場近似で取り扱うのが 2-4 節で述べた「回転座標系での殻モデル」である. このモデルでは回転する変形ポテンシャル内の準粒子モードを記述するクラッキングハミルトニアン

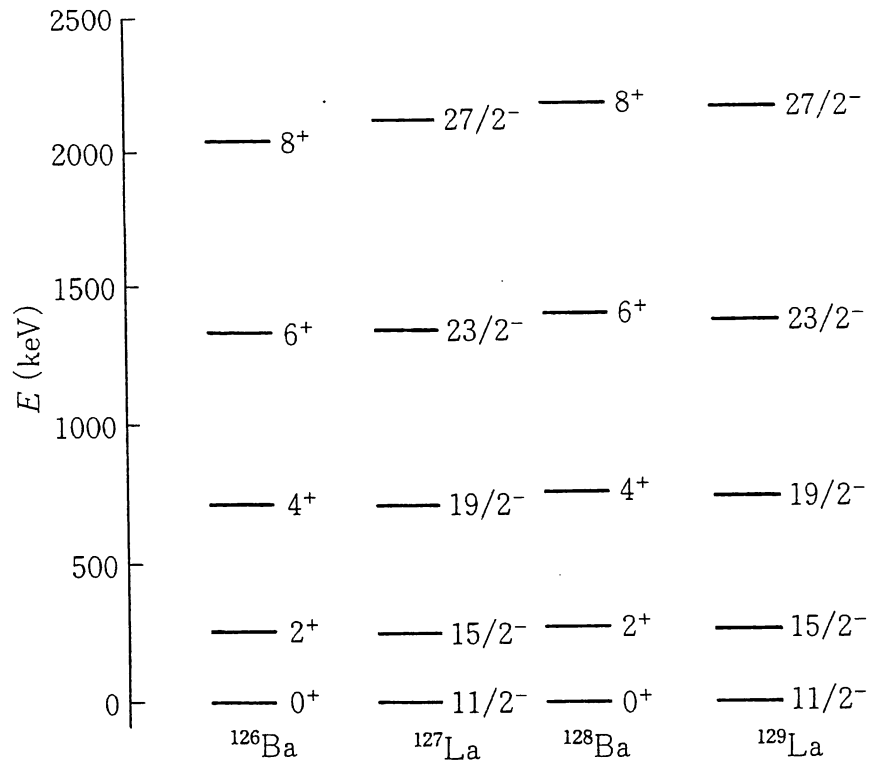


図 3-17 $^{127,129}\text{La}$ の回転整列バンド. (F. S. Stephens, R. M. Diamond, J. R. Leigh, T. Kammuri and K. Nakai: Phys. Rev. Lett. 29(1972)438 に基づく.)

$$h' = \sum_{i>0} (e_i - \lambda)(c_i^\dagger c_i + c_i^\dagger c_i) - \Delta \sum_{i>0} (c_i^\dagger c_i^\dagger + c_i c_i) - \omega_{\text{rot}} \hat{J}_1 \quad (3.75)$$

から出発する. 簡単のため, 変形は軸対称とする. 右辺の第 3 項が Coriolis 相互作用の平均場近似に対応する. この表式から, Coriolis 相互作用が回転整列をひき起こすことは明らかである. つまり, \mathbf{j} が回転軸(第 1 軸)方向に整列すれば, h' の固有エネルギー E_μ' が低くなる. 準粒子 a_μ^\dagger の角運動量の回転軸成分

$$i_\mu(\omega_{\text{rot}})\hbar = \langle \phi_0(\omega_{\text{rot}}) | a_\mu \hat{J}_1 a_\mu^\dagger | \phi_0(\omega_{\text{rot}}) \rangle - \langle \phi_0(\omega_{\text{rot}}) | \hat{J}_1 | \phi_0(\omega_{\text{rot}}) \rangle \quad (3.76)$$

はアラインメント(alignment)とよばれる. これが関係式

$$i_\mu(\omega_{\text{rot}}) = -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_\mu'}{\partial \omega_{\text{rot}}} \quad (3.77)$$

を満足することは容易に証明できる.

回転整列が原因となりバンド交差(band crossing)現象が起こる. その典型

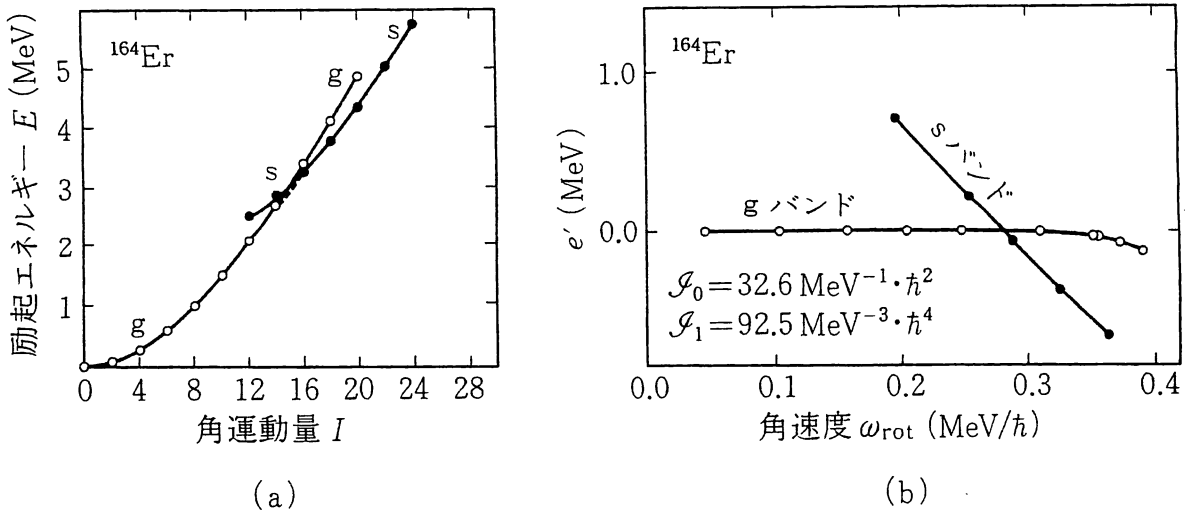


図 3-18 (a) ^{164}Er のイラストスペクトル. g バンドの準位を白丸, s バンドの準位を黒丸で示す. (b) 回転座標系での s バンドの励起エネルギー e'_s の角速度依存性.

例を図 3-18 に示す. 基底回転バンド (g バンドと略記) は $I \approx 16$ で別の回転バンドと交差している. $I \geq 16$ でイラスト線に出現するこのバンドはストックホルムのグループにより発見されたので s バンドとよばれる. このバンドはどのような内部構造をもっているであろうか. 「回転座標系での殻モデル」を用いてこの問いに答えるために, 実験データを回転座標系に変換して描いてみよう.

そのためには, まず, 角速度 ω_{rot} の値を求めなければならないが, これは (2.21) 式から

$$\begin{aligned} \hbar\omega_{\text{rot}}(I) &= \frac{\partial E_{\text{rot}}}{\partial I} \cong \frac{1}{2} \{E_{\text{rot}}(I+1) - E_{\text{rot}}(I-1)\} \\ &= \frac{1}{2} E_{\gamma}(I) \end{aligned} \quad (3.78)$$

だから, 回転バンド内の $E2$ 遷移ガンマ線のエネルギー $E_{\gamma}(I)$ から近似的に決定できる. ω_{rot} が決まれば, 各 I ごとに, 空間固定座標系でのエネルギー E から回転座標系でのエネルギー $E' = E - \hbar\omega_{\text{rot}}I$ が求まる.

E から E' への変換を g バンドと s バンドに対して行ない, (実際には離散

的な) E' を ω_{rot} の連続関数とみなし, 同じ ω_{rot} での両者の相対的なエネルギー

$$e_s'(\omega_{\text{rot}}) = E_s'(\omega_{\text{rot}}) - E_g'(\omega_{\text{rot}}) \quad (3.79)$$

を描くと図 3-18(b)を得る. この図を見ると, $\hbar\omega_{\text{rot}} \geq 0.28 \text{ MeV}$ で e_s' が負になっている. これは, s バンドがイラスト状態になることに対応している. 上の $e_s'(\omega_{\text{rot}})$ を図 2-7 の準粒子エネルギーダイアグラムと比較すると, よい近似で

$$e_s'(\omega_{\text{rot}}) \approx E_A'(\omega_{\text{rot}}) + E_B'(\omega_{\text{rot}}) \quad (3.80)$$

の関係が成立している. これから, s バンドが 2 準粒子励起状態

$$a_A^\dagger(\omega_{\text{rot}}) a_B^\dagger(\omega_{\text{rot}}) |\phi_g(\omega_{\text{rot}})\rangle \quad (3.81)$$

に対応していることが分かる. ここで $|\phi_g(\omega_{\text{rot}})\rangle$ は角速度 ω_{rot} での g バンドを表わす. 臨界角速度 $\omega_{\text{cr}} \cong 0.28 \text{ MeV}/\hbar$ を越えると, 準粒子の真空 $|\phi_0\rangle$ の構造が $|\phi_g\rangle$ から (3.81) の 2 準粒子状態に対応したものに变化する. つまり, イラスト状態の微視的内部構造の変化が, このモデルでは「真空の構造変化」として記述されるのである. 臨界角速度 ω_{cr} は図 3-18(a) で g バンドと s バンドの共通接線を描いたとき, その勾配に対応する.

図 3-19 に g バンドと s バンドの角運動量 I を ω_{rot} の関数として示す. 同じ ω_{rot} での両者の相対的な角運動量

$$i_s(\omega_{\text{rot}}) = I_s(\omega_{\text{rot}}) - I_g(\omega_{\text{rot}}) \quad (3.82)$$

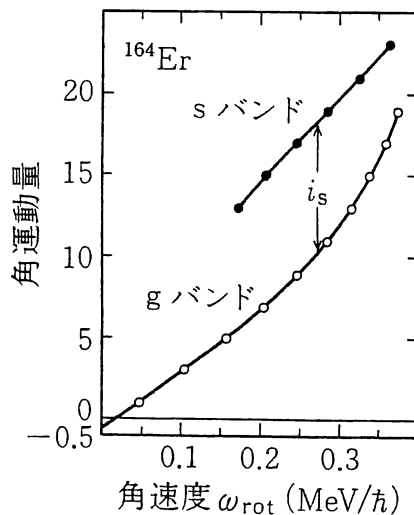


図 3-19 ^{164}Er の g バンドの角運動量(白丸)と s バンドの角運動量(黒丸)の ω_{rot} 依存性.

に対しても、よい近似で

$$i_s(\omega_{\text{rot}}) \cong i_A(\omega_{\text{rot}}) + i_B(\omega_{\text{rot}}) \quad (3.83)$$

の関係が成り立つ。 i_A, i_B は図 2-7 の準粒子状態 A, B のアラインメントである。 s バンドでは 2 準粒子の回転整列角運動量 i_s は約 8 という大きい値をもつ。

ここで紹介したバンド交差現象は 1970 年代はじめに発見され、「回転座標系での殻モデル」の契機になった。イラスト状態の慣性モーメント \mathcal{I} を ω_{rot} の関数として図示すると S 字型の異常な振舞いをするので、この現象は後方歪曲(backbending)現象ともよばれる。

d) 高スピンの構造変化と対相関

g バンドと s バンドの交差現象は高速回転による原子核の内部構造の質的変化の第 1 段階とみなせる。角運動量の増大につれて、異なる微視的構造をもつ回転バンドの交差現象が次々に起こると考えられ、実際、第 2, 第 3 のバンド交差が観測されている。図 3-20 はこの概念図である。

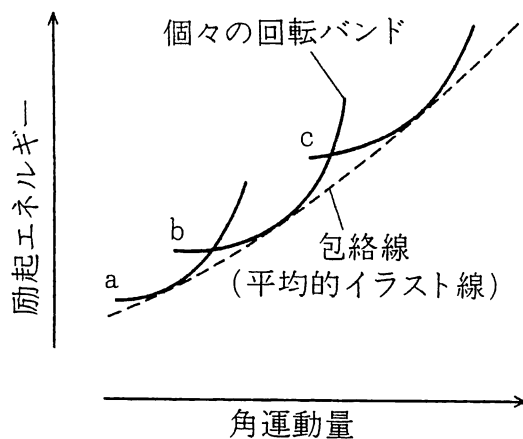


図 3-20 高スピンでの構造変化(概念図).

この描像によれば、平均的イラスト線は異なる回転バンドの包絡線に対応する。個々の回転バンドはそれぞれ固有の微視的構造、平衡変形、対ギャップ Δ をもつ。このうち、 Δ は角運動量が増大すると、やがて消滅する。これを対相転移(pairing phase transition)とよぶ。これは Coriolis 力が超伝導体に対する磁場と同様の役割を果たすためであり、1960 年に Mottelson と Valatin が予言していたが、実験で確認されたのは 1980 年代後半である。この対相転移は $A \cong 150$ 領域では I が 30~40 で起こる。

対相転移の過程で Δ は滑らかには減少せず、バンド交差に伴って階段状にゼロに近づく(例えば、図 3-20 のバンド a の $\Delta=0.6$ MeV, バンド b の $\Delta=0.4$ MeV, バンド c の $\Delta=0$ というように)。また、平均場近似では無視された量子ゆらぎが転移領域で重要な役割を果たす。

対相転移の過程は殻構造を反映して異なる様相を示し複雑であるが、「有限量子系の相転移」の性格を調べるための貴重な機会を提供している。

e) 高スピンアイソマー

回転整列の極限として、原子核の角運動量 I がすべて、個々の核子の整列角運動量から形成されている状況が考えられる。この極限で、平均ポテンシャルの形は角運動量ベクトルの方向(x 軸)に関して軸対称となる。整列した核子の古典軌道は赤道面付近に集中するので、これに引きずられて他の核子の密度分布も変形し、原子核の密度分布が全体としてオブレートになるからである。すると、平均ポテンシャル $U(\mathbf{r})$ もオブレートとなる。この極限で、 x 軸まわりの集団的回転運動は消滅し、角運動量 I は 1 粒子モードの角運動量の x 成分 m の和で与えられる。つまり、 $I = \sum_i m_i$ である。(和は整列した核子に関してとればよい。また、 x 軸が対称軸だから m はよい量子数である。)

図 3-21 に ^{152}Dy のイラストスペクトルを示す。この図の $17 \leq I \leq 37$ 領域のイラスト状態では、上に述べた状況が実現している。この状況では個々のイラスト準位のエネルギーが不規則となり、ところどころに寿命が数 ns ~ 数十 ns の高スピンアイソマー(high-spin isomer)が現われる。つまり、エネルギーの $I(I+1)$ 則や E2 遷移確率の増大などの集団的回転運動に特有な性質が消失している。それにもかかわらず、個々の量子準位ではなく、イラスト線の大局的振舞いに注目すると、イラスト線の平均的励起エネルギーは $I(I+1)$ に比例していることがわかる。この性質は、上に述べたモデルに基づく統計的方法を用いて理論的に導くことができる。つまり、イラスト準位の巨視的・統計的性質に関しては、原子核が対称軸まわりに一様回転しているという古典力学的描像をもちこむことが可能なのである。

上に述べた「回転運動」は、これまで議論してきた(対称性の自発的破れに

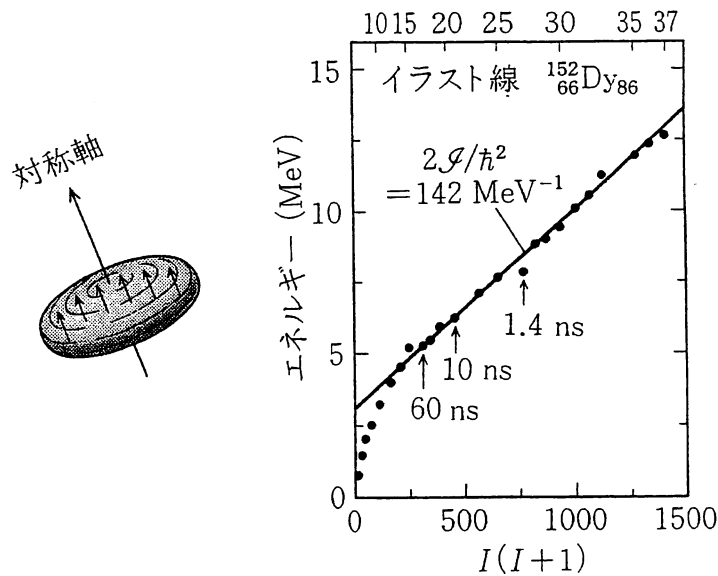


図 3-21 角運動量整列状態(概念図)と ^{152}Dy のイラストスペクトル. 黒丸が実験値. 矢印は高スピンアイソマーとその寿命を示す. 実線は $I \geq 17$ での平均的イラスト線. 横軸は $I(I+1)$ であることに注意. (T.L. Khoo *et al.*: Phys. Rev. Lett. 41(1978)1027 による.)

よる)量子力学的回転運動と本質的に異なる運動である. 両者は高スピン状態の作られ方の「反対の極限」になっている. 前者では1粒子モードだけから, 后者では集団的回転だけから角運動量が構成されている. 現実には, これらの両極端の中間にきわめて多様な構造が実現する. 例えば, sバンドでは角運動量の約半分が準粒子モードにより, 残りの半分が集団的回転によって作られている.

核子が互いの角運動量を整列させる傾向をもつことは, 有効相互作用が短距離の引力であることから簡単に理解できる. 2-1節で述べた $j-j$ 結合殻モデルで, 閉殻の外の軌道 j_1 と j_2 にある2核子が合成角運動量 I に組んでいる状態

$$|j_1 j_2 IM\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{j_1 j_2}}} \sum_{m_1 m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | IM \rangle c_{j_1 m_1}^\dagger c_{j_2 m_2}^\dagger |0\rangle \quad (3.84)$$

を考えよう. ここで $|0\rangle$ は閉殻を表わす. 図 3-22 は上の2核子状態に関する有効相互作用 V の行列要素 $\langle j_1 j_2 IM | V | j_1 j_2 IM \rangle$ を実験から求めたものである. 角運動量ベクトル $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2$ をもつ2核子の古典軌道間の角度 θ_{12} は

$$\cos \theta_{12} = \frac{I(I+1) - j_1(j_1+1) - j_2(j_2+1)}{2\sqrt{j_1(j_1+1)j_2(j_2+1)}} \quad (3.85)$$

で I と対応する. この図から, いろいろな (j_1, j_2) の組に対する行列要素が θ_{12} の関数としてスケール変換できることがわかる. $\theta_{12} = 0^\circ$ または 180° に近づくにつれて行列要素(の絶対値)が大きくなるのは, 2核子の波動関数の空間的重なりが大きくなり, 短距離の引力を最も有効に利用できるからである. $\theta_{12} = 0^\circ$ が整列の極限であるが, 同種粒子の場合には Pauli 原理のため $\theta_{12} \cong 0^\circ$ は禁止される. このため, 角運動量整列の傾向は中性子-陽子間で強い. 他方, 同種粒子間の $\theta_{12} = 180^\circ$ での強い引力が対相関の原因である.

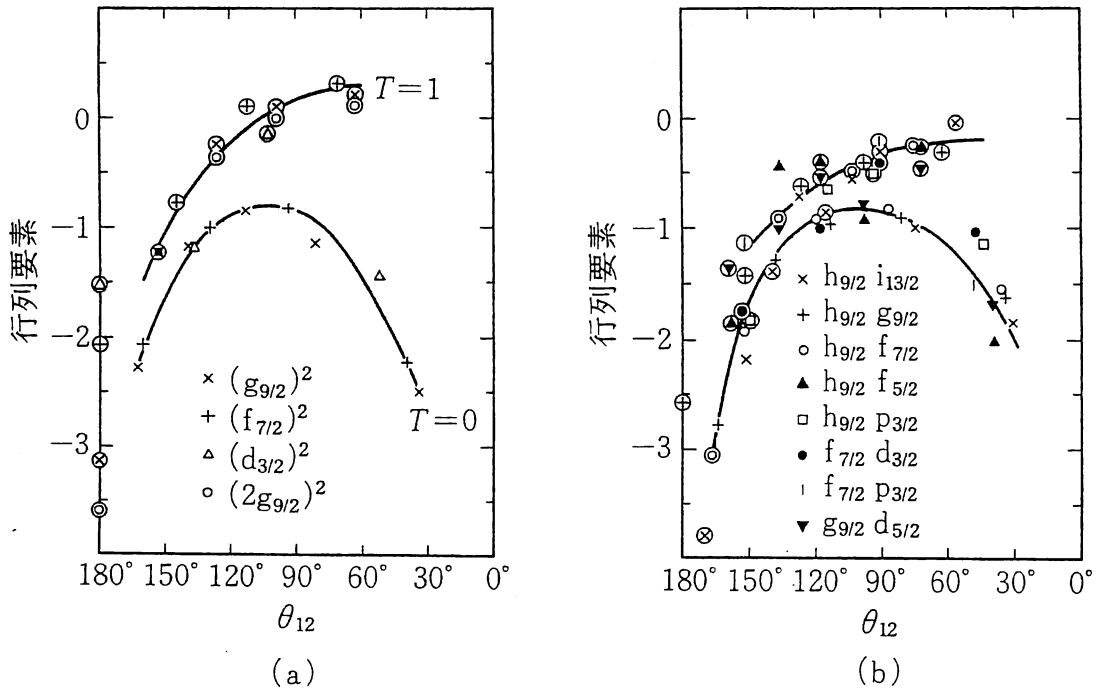


図 3-22 有効相互作用の行列要素 $\langle j_1 j_2 I | V | j_1 j_2 I \rangle$ の角度依存性. (a) $j_1 = j_2$ の場合のアイソスピン T による分類, (b) $j_1 \neq j_2$ の中性子-陽子相互作用. 上側(下側)の曲線は $j_1 + j_2 - I$ が奇数(偶数)の行列要素の平均的振舞いを示す. (J. P. Schiffer and W. W. True: Rev. Mod. Phys. 48(1976)191 および N. Anantaraman and J. P. Schiffer: Phys. Lett. 37B(1971) 229 による.)



高励起状態の統計的性質

励起エネルギーが高くなると、準位密度が指数関数的に増大する。このような高励起状態では、これらの準位の平均的性質や平均からのゆらぎに着目する統計力学的アプローチが有効である。本章では、近年、量子カオスの観点から見直されているランダム行列理論を中心として、高励起状態に対する考え方を簡単に紹介する。

4-1 高励起スペクトルのゆらぎ

a) 複合核状態

極低エネルギーの中性子を ^{238}U に衝突させたときの共鳴断面積を図 4-1 に示す。数十 eV の間隔で幅の狭い共鳴が起こっている。共鳴幅 (resonance width) Γ から共鳴状態の寿命は 10^{-15} s 程度と評価できる。この寿命は原子核を核子が横切る時間 (横断時間, 約 10^{-22} s) と比べて著しく長い。また, Γ は平均準位間隔 (average level spacing, 準位密度 $\rho(E)$ の逆数) D と比べても十分小さい。したがって, これらの共鳴は連続エネルギー領域に埋め込まれた準安定な束縛状態とみなせる。なぜ, このような長寿命が可能なのだろうか。

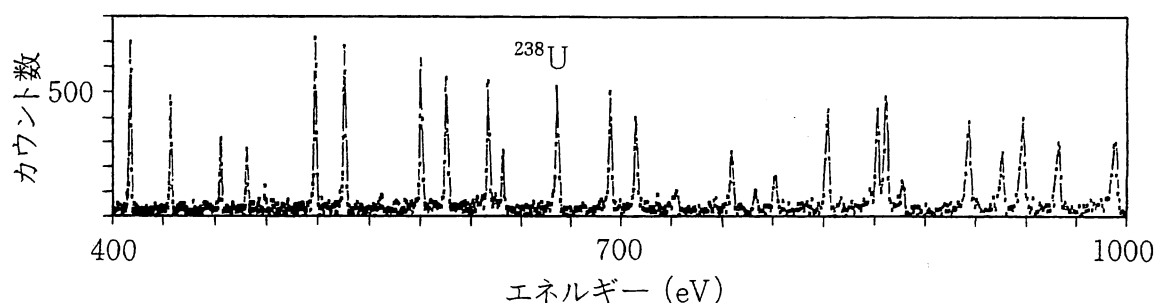


図 4-1 ^{238}U に対する中性子の共鳴準位. 横軸は中性子の運動エネルギー (eV) を示す. (F. Rahn *et al.*: Phys. Rev. C6(1972)1854 による.)

この問いに対する考察から 1936 年, Niels Bohr は複合核 (compound nucleus) モデルを提唱した.

図 4-1 の例では, ^{238}U と 1 個の中性子からなる系は ^{239}U の中性子分離エネルギー (約 5 MeV) 程度の高励起状態にある. N. Bohr は, 原子核のさまざまな運動モード間の相互作用が非常に強く, 励起エネルギーがあらゆる種類の運動の自由度に分配される結果, 一種の熱平衡状態が実現されると考えた. このため, 「初期条件の記憶」が失われ, 熱的ゆらぎによって系がふたたび初期状態に戻る確率は極めて小さく, 共鳴状態の寿命が長くなる. N. Bohr はビリヤードの模型 (図 4-2) を使ってこのアイディアを説明した. ポテンシャルのくぼみに閉じ込められた核子の集団に外から中性子が入射し, そのエネルギーがす

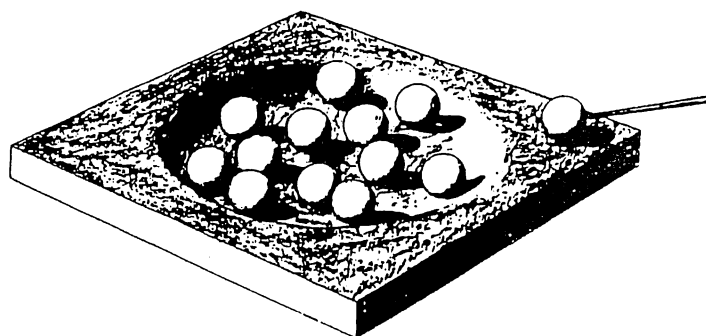


図 4-2 N. Bohr が複合核モデルのアイディアを説明するために用いたビリヤードの模型. (N. Bohr: Nature 137 (1936)351 による.)

すべての核子に分配されるのである*。

b) 準位の統計

エネルギー領域 $(E, E + \Delta E)$ にある同じ I, π の準位の集合 (E_1, E_2, \dots, E_N) の統計的性質を調べよう。 $\Delta E \gg D$, かつ, ΔE 内で D は一定とする。 図 4-3(a) は図 4-1 と同様な実験データを 32 種の原子核から集め, 約 1700 個の準位について, それらの最近接準位間隔 (nearest neighbor level spacing) $S_i = E_{i+1} - E_i$ の分布を調べたものである。 ただし, 多くの原子核の異なった励起エネルギー領域のデータを重ね合わせるために, S を D で規格化し, $x = S/D$ に関する度数分布を示している。 この図から, 準位間隔が領域 $(x, x + dx)$ にある確率 $p(x)dx$ が

$$p(x) = \frac{\pi}{2} x e^{-\frac{\pi}{4} x^2} \quad (4.1)$$

でよく近似できることがわかる。 この分布を **Wigner 分布** とよぶ。 上式は x

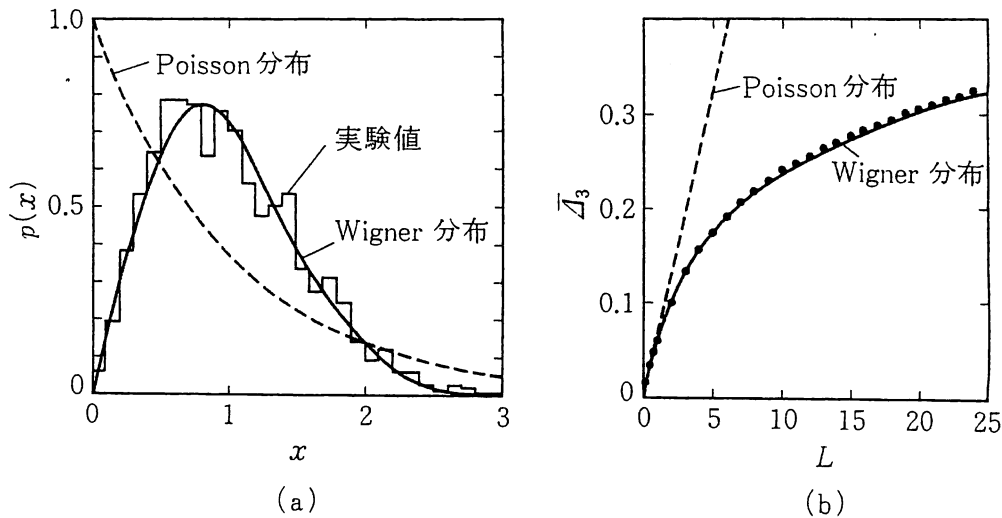


図 4-3 高励起状態の準位の統計. (a) 最近接準位間隔の分布. 横軸は(平均準位間隔で規格化した)準位間隔. (b) Δ_3 統計. 横軸は(平均準位間隔で規格化した)エネルギー幅 L . 実験データは黒丸で示されている. (巻末文献[I-88]による.)

* このエネルギー領域で, 核子の平均自由行程は核半径より長い. このことと複合核の存在は矛盾しない. 核内に入った中性子は(その波動性のため)核表面で何度も反射され, 核内滞在時間が長くなり, 複合核を形成できる(巻末文献[I-22]p.1 参照).

≈ 0 で x に比例する, つまり, 準位反発(level repulsion)が起こることを示している. これは準位どうしに強い相関があることを示唆している(何の相関もなければ間隔分布は $x=0$ に極大をもつ Poisson 分布 $p(x)=e^{-x}$ になる).

準位の間隔分布は(エネルギーとともに滑らかに変化する)平均準位間隔 D からのゆらぎを表わしている. 図 4-3(a)はゆらぎの性質が異なる原子核で共通であることを示している. さらに, 原子核だけでなく, 原子や分子の高励起スペクトルも Wigner 分布に従うことが確認されている. このことから, 間隔分布に見るゆらぎの法則性は系の構成要素や相互作用の性質に依存しない普遍性をもつと考えられる.

間隔分布は準位間の短距離相関を表わす. 次に, 長距離相関(long-range correlation)を見るために

$$\Delta_3(L) = \min \frac{1}{L} \int_{E_0-L/2}^{E_0+L/2} (N(E) - AE - B)^2 dE \quad (4.2)$$

を定義する. ここで $N(E)$ はエネルギー E 以下の準位の総数, \min は積分値を最小にするパラメータ A, B をさがすことを意味する(ただし, 領域 L で D が一定となるように適当なスケール変換をする). (4.2)をいろいろな E_0 について平均した $\bar{\Delta}_3$ を Δ_3 統計(Δ_3 statistics)とよぶ. これは一様分布からのゆらぎの起こりにくさ, つまり, スペクトル硬度(spectral rigidity)を表わす. 図 4-3(b)は, (間隔分布だけでなく) Δ_3 統計も, 次に述べるランダム行列理論とよく合うことを示している.

4-2 ランダム行列理論

準位分布の統計力学的研究は 1960 年ころ Wigner, Metha, Dyson, Porter らにより開始された(巻末文献[I-80, 82, 85]). この研究では, 「ハミルトニアン行列のアンサンブル」という(通常の統計力学とは異なった)アイディアが導入されており, ランダム行列(random matrix)理論とよばれる.

話を具体的にするために, 2-1 節で述べた j - j 結合殻モデルの多粒子-多空孔

励起状態 $|i\rangle$ を基底ベクトルとするモデル空間の中でハミルトニアンを対角化し、偶々核の高励起スペクトルを計算する場合を考えよう。ハミルトニアンが時間反転不変性および回転不変性を満足していれば、ハミルトニアン行列 (H_{ij}) が実対称行列になるように基底 $\{|i\rangle\}$ の位相を選べる(第6章参照)。また、角運動量 I とパリティ π はよい量子数であるから、行列 (H_{ij}) は I^π に関して対角行列とする*。

この行列の次元数 N は極めて大きい。例えば、 ^{238}U の励起エネルギー 5~6 MeV 領域の(同じ I^π をもつ)準位数は $10^5 (\text{MeV})^{-1}$ 程度、したがって $N \cong 10^5$ である。このような大次元行列を対角化して得られる固有値分布の詳細は原子核ごとに異なり、また、励起エネルギーとともに変化する。

しかし、固有値スペクトルの統計的性質に関しては、それらの詳細にかかわらない共通の法則性が存在すると仮定し、ハミルトニアン行列のアンサンブルを導入しよう。そして、特定の原子核の、特定のエネルギー領域の準位分布の統計的性質は、アンサンブル平均から大きくずれないものと期待する。

行列のアンサンブルを導入するには、まず、行列空間の体積要素 dV_H を定義しなければならない。 N 次元実対称行列の場合、行列 H とその近傍の行列 $(H+dH)$ の間の距離 d^2s を

$$d^2s = \text{Tr}(dH \cdot dH) = \sum_{i=1}^N (dH_{ii})^2 + 2 \sum_{i<j}^N (dH_{ij})^2 \quad (4.3)$$

と与えれば、 dV_H は

$$dV_H = 2^{N(N-1)/4} \prod_{i=1}^N dH_{ii} \prod_{i<j}^N dH_{ij} \quad (4.4)$$

となる**。 d^2s と dV_H は直交変換に対して不変である。

次に、このアンサンブルの確率分布関数 $P(H)$ を決めよう。高励起状態で

* I^π 以外にも、アイソスピンのように近似的な量子数があるが、厳密な保存量でないので、ここでは考慮しない。しかし、近似的量子数の存在がスペクトルの統計的性質にどのような影響を与えるかは興味ある問題である。

** 独立変数 x_k に関する計量を g とすると、 $ds^2 = \sum_{k,l=1}^M g_{kl} dx_k dx_l$ 、 $dV = (\det g)^{1/2} \prod_{k=1}^M dx_k$ だから、(4.3)から(4.4)を得る。

は大次元行列 H の詳細な性質はいらないから, H の満たすべき最小限の平均的性質のみ残し, 他の情報はできるだけ消去したい(情報の縮約). このように考えると, 情報理論に基づいて $P(H)$ を導くことができる(巻末文献[I-81]). 一般に, 確率分布 $P(H)$ に対する情報量は

$$I\{P(H)\} = \int P(H) \log P(H) dV_H \quad (4.5)$$

で定義される. ここで, H の内積を一定にする条件

$$\int P(H) \text{Tr}(H^2) dV_H = C(\text{定数}) \quad (4.6)$$

と, 規格化条件

$$\int P(H) dV_H = 1 \quad (4.7)$$

を課す. 2つの拘束条件(4.6), (4.7)の下で情報量(4.5)を最小にするように $P(H)$ を決めると, 結果は Lagrange 乗数 λ_1, λ_2 を用いて

$$P(H) = \exp\{\lambda_1 + \lambda_2 \text{Tr}(H^2)\} \quad (4.8)$$

と書ける. これを(4.6), (4.7)に代入して λ_1, λ_2 を決めると

$$P(H) = 2^{-N/2} (2\pi v^2)^{-N(N+1)/4} \exp[-\text{Tr}(H^2)/4v^2] \quad (4.9)$$

となる(v は定数). 確率分布が上式で指定された行列の集団を **Gauss 型直交アンサンブル**(Gaussian orthogonal ensemble, 略して GOE)とよぶ. GOE の特徴は,

(1) 基底 $\{|i\rangle\}$ の選び方に依存しない($\text{Tr}(H^2)$ は基底の直交変換に対して不変),

(2) 行列要素 H_{ij} は独立な確率変数とみなせる

ことである.

この方法はもっと一般の拘束条件の場合にも容易に拡張できる. この観点からみると, $\text{Tr}(H^3), \text{Tr}(H^4)$ などに対する高次の拘束がないことが GOE の特徴であり, 行列要素 H_{ij} の統計独立性を保証していたことがわかる. 拘束条件を一般化すると, H_{ij} の間に相関が生じるのである.

次に、行列 H を対角化して固有値の確率分布を求めよう。 H を対角化する直交変換により、体積要素 dV_H は固有値 (E_1, E_2, \dots, E_N) と固有ベクトルを特徴づけるパラメータ $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{M-N})$ を用いて

$$dV_H = J \prod_{n=1}^N dE_n \prod_{\nu=1}^{M-N} d\theta_\nu \quad (4.10)$$

と書ける。ここで $M = \frac{1}{2}N(N+1)$ は独立変数の個数である。変換のヤコビアン (Jacobian)

$$J = \frac{\partial(H_{11}, H_{22}, \dots, H_{NN}, H_{12}, \dots, H_{N-1,N})}{\partial(E_1, E_2, \dots, E_N, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{M-N})} \quad (4.11)$$

は、固有値 E_n に関して $M-N$ 次の多項式となる。2つの固有値が一致するとき、対応する固有ベクトルが一意的に決まらず $J=0$ となることに注意すると

$$J = \prod_{n>n'} |E_n - E_{n'}| \cdot \mu(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{M-N}) \quad (4.12)$$

と書ける。変数 θ_ν に関して積分すると、固有値スペクトルに対する確率分布関数

$$P(E_1, E_2, \dots, E_N) = C \exp\left\{-\sum_n \frac{E_n^2}{4\nu^2}\right\} \prod_{n>n'} |E_n - E_{n'}| \quad (4.13)$$

を得る (C は定数)。 $|E_n - E_{n'}|$ が準位反発の存在を示している。この分布関数から隣接準位間隔の分布関数 $P(s)$ が求まり、その結果は Wigner 分布とよい精度で一致する。また、GOE に対する Δ_3 統計は $N \rightarrow \infty$ の極限で $\log L$ に比例する。これらの GOE の予言は実験データとよく合っている (図 4-3)。

最後に、対角化して得られた波動関数の統計的性質を調べよう。 (H_{ij}) の固有ベクトルを (c_1, c_2, \dots, c_N) とする。 (H_{ij}) のアンサンブルは基底の直交変換に関して不変としているから、アンサンブルを構成する個々の固有ベクトルは N 次元の単位球を覆いつくす。したがって、成分の確率分布 $P(c_1, c_2, \dots, c_N)$ は、規格化すると

$$P(c_1, c_2, \dots, c_N) = \pi^{-N/2} \Gamma\left(\frac{N}{2}\right) \delta\left(\sum_{i=1}^N c_i^2 - 1\right) \quad (4.14)$$

で与えられる. i 番目の成分の分布は, $y=c_i^2$ とおいて

$$P(y) = \int \prod_{i'=1}^N dc_{i'} \delta(y - c_{i'}^2) P(c_1, c_2, \dots, c_N)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(N/2)}{\Gamma((N-1)/2)} \frac{(1-y)^{(N-3)/2}}{y^{1/2}} \quad (4.15)$$

y の平均値 $\bar{y}=N^{-1}$ を用い, $N \rightarrow \infty$ とすると

$$P(y) = (2\pi y \bar{y})^{-1/2} \exp(-y/2\bar{y}) \quad (4.16)$$

を得る. これを **Porter-Thomas** 分布とよぶ. この分布は複合核共鳴の幅の分布をよく記述する.

ここで述べたランダム行列理論は(ガラスやスピングラスなど)乱れた系や(マイクロクラスターなど)メゾスコピック系の研究にも広く用いられている.

4-3 スペクトルゆらぎの力学的基礎

前節では, 外部からのランダムネスのない孤立系としての原子核でも, 確率的統計的方法が有効であることを学んだ. その背景には, 高励起状態の原子核は多数の自由度が強く結合した複雑な系とみなせるとの考えがあった.

ところが1980年代に, わずか2自由度の単純な系でも, 古典力学的運動がカオス的になれば, その反映として量子スペクトルの準位間隔は Wigner 分布に従うことが明らかになった. 1例として, (カオス力学系の簡単なモデルと

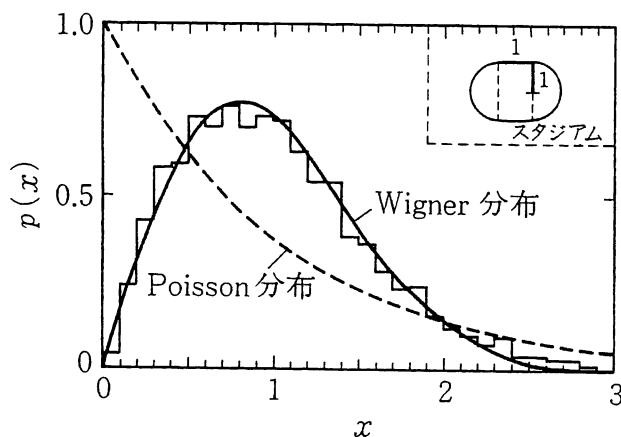


図 4-4 スタジアム型ビリヤードモデルにおける最近接準位間隔の分布. ヒストグラムは図中右上に示したスタジアム内に閉じ込められた1個の粒子に対する Schrödinger 方程式の固有値分布から求めたもの. (巻末文献[I-88]による.)

してよく知られている)スタジアム型ビリヤード模型に対する結果を図4-4に示す. わずか2次元の1粒子問題である図4-4と, 約200個の核子からなる複雑な系としての原子核に対する図4-3(a)はほとんど区別がつかない. こうして, ランダムネスの起源として多自由度の存在は必要条件でなく, 運動のカオス性が本質的であるという新しい見方がでてきた. これは驚くべき結果であり, 統計的概念の力学的基礎を問い直す必要性を示している.

2自由度のHamilton力学系に対する研究の結果, (ランダム行列理論の特徴である)準位反発が古典カオス系に対応する量子スペクトルの特徴であることがわかった. 一方, 古典可積分系に対応する量子スペクトルの間隔分布は, 通常は($x=0$ で極大となる)Poisson分布になる. そして, 古典力学的運動様式が規則的運動から不規則的運動へと変化するに伴い, 量子スペクトルの性質も変化し, 準位間隔の分布はWigner分布に近づいてゆく.

第2章で述べた1粒子モードも, 第3章で議論した集団励起モードも規則的運動である. これらのモードからなる低励起状態の性質は, 本章で議論した高励起状態と著しく異なる. 実際, 図4-5に示すように, 低励起準位の統計はWigner分布よりPoisson分布に近い. それでは, 励起エネルギーの増大につれて, 核子多体系の運動様式は規則的運動からカオスの運動へとどのように移り変わってゆくだろうか. この移行の過程は準位の統計にどのように反映されるだろうか. これは今後の興味ある研究テーマのひとつである.

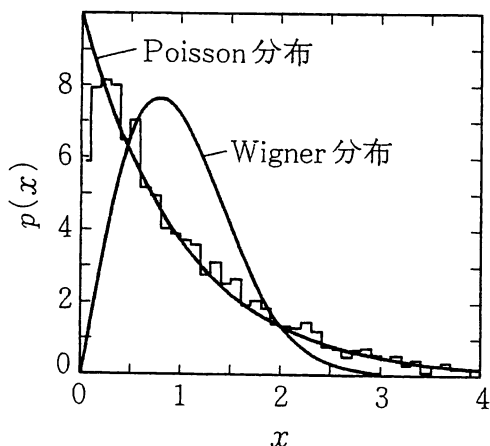


図4-5 $A=155\sim 185$ の原子核のイラスト線から1~2 MeVの励起エネルギー領域にある同じ I^π をもつ準位2522個の間隔分布(ヒストグラム). 比較のためにWigner分布とPoisson分布の曲線が示されている. (J. D. Garrett *et al.*: AIP Conference Proceedings 259(1992)p. 345による.)

4-4 準位密度

励起エネルギーの滑らかな関数として定義された準位密度は準位分布の大局的
平均的性質を表わす重要な物理量である。

A 核子系の励起エネルギー E での準位密度は、固有エネルギー $E_n(A)$ を用
いて

$$\hat{\rho}(E, A) = \sum_A \sum_n \delta(A - A') \delta(E - E_n(A)) \quad (4.17)$$

で定義される。この $\hat{\rho}(E, A)$ は大分配関数 $Z(\alpha, \beta)$ と

$$Z(\alpha, \beta) = \int dE \int dA \hat{\rho}(E, A) e^{\alpha A - \beta E} \quad (4.18)$$

の関係にあるから、 $Z(\alpha, \beta)$ を計算できれば逆 Laplace 変換により $\hat{\rho}(E, A)$ が
得られる。

$$\hat{\rho}(E, A) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \iint_{-i\infty}^{i\infty} Z(\alpha, \beta) e^{\beta E - \alpha A} d\alpha d\beta \quad (4.19)$$

この式の被積分関数の指数 $S(\alpha, \beta) = \beta E - \alpha A + \log Z(\alpha, \beta)$ はエントロピーに
対応し、積分変数 α, β に関して急激に変化する関数である。そこで、 $S(\alpha, \beta)$
を平衡点のまわりで展開し 2 次まで考慮する近似(鞍点法)を採用すると、 E
に関して離散的な準位密度 $\hat{\rho}(E, A)$ から、 E とともに滑らかに変化する準位密
度 $\rho(E, A)$ が得られる。つまり、

$$\hat{\rho}(E, A) \longrightarrow \rho(E, A) = \frac{1}{2\pi\sqrt{D(\alpha, \beta)}} e^{S(\alpha, \beta)} \quad (4.20)$$

となる。ただし、

$$D(\alpha, \beta) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \log Z}{\partial \beta^2} & \frac{\partial^2 \log Z}{\partial \alpha \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \log Z}{\partial \beta \partial \alpha} & \frac{\partial^2 \log Z}{\partial \alpha^2} \end{vmatrix} \quad (4.21)$$

である。ここで平衡点の (α, β) を単に (α, β) と書いた。

以上の一般論を Fermi ガス模型に適用し、角運動量 I 、パリティ π をもつ準位の密度を計算すると、 $N=Z=A/2$ の場合、

$$\rho(A, E, I, \pi) = \frac{2I+1}{24} a_F^{1/2} \left(\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_{\text{rig}}} \right)^{3/2} \left(E - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_{\text{rig}}} I(I+1) \right)^{-2} \\ \times \exp \left\{ 2\sqrt{a_F \left(E - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_{\text{rig}}} I(I+1) \right)} \right\} \quad (4.22)$$

を得る*(巻末文献[I-1]Vol. 1, p. 155). 上の式では、1粒子準位の密度 $g(e) = \sum_i \delta(e - e_i)$ が Fermi エネルギー e_F 近傍で一定と近似した。このとき、パラメータ a_F は

$$a_F = \frac{\pi^2}{6} g(e_F) = \frac{\pi^2}{4} \frac{A}{e_F} \cong \frac{A}{15} \quad (\text{MeV})^{-1} \quad (4.23)$$

で与えられる。この a_F は(1.13)式の実験値 $a \cong A/8$ の約 $1/2$ である。このことは、第2章で述べた殻構造や第3章で述べた集団励起など、核表面にかかわるさまざまな効果の重要性を示している。

ランダム行列理論でも、固有値分布をアンサンブル平均して準位密度 $\rho(E) = \int P(E, E_2, \dots, E_N) dE_2 \dots dE_N$ を計算できる。しかし、確率分布として GOE の(4.9)式を用いた結果は、(1.13)式および実験データと矛盾する。つまり、準位密度を正しく記述するためには GOE では不十分である。

準位密度は原子核により、また、励起エネルギーとともに大きく変化するが、スペクトルゆらぎの性質は系の個性によらない普遍性を示している。この2種類の統計力学的性質は無関係であり、前者はハミルトニアンの特徴を反映し、後者は反映しないと考えられる。

* 各準位は角運動量 I の(空間固定座標系) z 軸成分 M の異なる $2I+1$ 個の状態からなる。(4.22)式ではこの縮退度は数えていない。

核構造における秩序と混沌

イラスト線から励起エネルギー約 2 MeV までは準位密度が低く、励起スペクトルは規則的なパターンを示す。これらは 1 粒子運動モード、多様な集団励起モード、それらの重ね合わせにより作られる。この領域では、個々の準位を分離し、それぞれの個性を明らかにするイラスト分光学が有効である。

他方、イラスト線から遠く離れ準位密度が高くなると、準位の集合の平均的性質に注目する統計力学的アプローチが有効である。第 4 章では、高励起状態の準位密度のゆらぎが、古典カオス力学系に対応する量子スペクトルに特有な性質を示すことを学んだ。

以上のように、核子多体系の運動様式は、1 粒子運動や集団運動にみられる秩序運動と高励起・複合核状態にみられるカオスの運動に大別できる。それでは、両者はどのように共存するであろうか。また、イラスト領域から離れるにつれて、秩序運動からカオスの運動へどのように変化するであろうか。本章では、いくつかの具体例でこの問題を考察する。

5-1 強度関数と分散幅

秩序運動とカオス的運動の共存の形態は、両者の混合(mixing)が強い場合と弱い場合に分類できる。本節では強い場合を、次節では弱い場合を議論する。

図5-1のように、秩序運動による特別な状態 $|r\rangle$ が、個性のない状態群 $\{|\alpha\rangle\}$ の中に埋め込まれている状況を考えよう。例えば、 $|r\rangle$ は巨大共鳴状態、 $|\alpha\rangle$ は複合核状態である。全系のハミルトニアンは

$$H = H_0 + V \quad (5.1)$$

ただし

$$H_0|r\rangle = E_r|r\rangle, \quad H_0|\alpha\rangle = E_\alpha|\alpha\rangle \quad (5.2)$$

V が両者の混合を起こし、 H の固有状態は

$$|n\rangle = C_r^n|r\rangle + \sum_\alpha C_\alpha^n|\alpha\rangle \quad (5.3)$$

となる。固有エネルギー E_n を決める式は

$$E_r - E_n = \sum_\alpha \frac{V_{r\alpha}^2}{E_\alpha - E_n} \quad (5.4)$$

展開係数 C_r^n, C_α^n は

$$C_r^n = \left\{ 1 + \sum_\alpha \frac{V_{r\alpha}^2}{(E_n - E_\alpha)^2} \right\}^{-1/2}, \quad C_\alpha^n = \frac{V_{r\alpha}}{E_n - E_\alpha} C_r^n \quad (5.5)$$

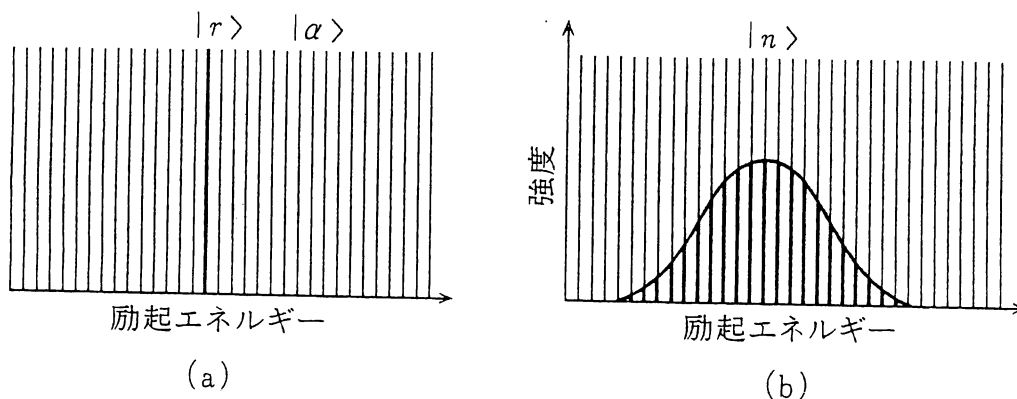


図5-1 強度関数の概念図。特別な状態 $|r\rangle$ が、個性のない状態群 $\{|\alpha\rangle\}$ の中に埋め込まれている(a)。両者の結合により、強度は(b)のように分布する。

と書ける. ただし, $V_{r\alpha} \equiv \langle r|V|\alpha\rangle = \langle \alpha|V|r\rangle$ と書き, 簡単のため $\langle r|V|r\rangle = \langle \alpha|V|\alpha\rangle = 0$ とした.

高励起状態では, 個々の準位の詳細な性質よりも, 準位集団の平均的性質に興味がある. そこで, 秩序状態 $|r\rangle$ が固有状態 $|n\rangle$ の中に含まれている確率を表わす $|C_r^n|^2$ のエネルギー平均を行なう. エネルギー粗視化の幅を I とし, 重み関数として

$$\rho_I(E, E') = \frac{1}{\pi} \frac{I/2}{(E-E')^2 + (I/2)^2} \quad (5.6)$$

を採用すると, 強度関数(strength function) $P_r(E)$ は次のように定義される.

$$P_r(E) = \sum_n \rho_I(E, E_n) |C_r^n|^2 \quad (5.7)$$

E を複素平面に拡張すると, この式は

$$P_r(E) = \frac{iI}{4\pi^2} \oint_{C_1} \frac{d\lambda}{(E-\lambda)^2 + (I/2)^2} \frac{1}{E_r - \lambda - \sum_{\alpha} \frac{V_{r\alpha}^2}{E_{\alpha} - \lambda}} \quad (5.8)$$

と書ける(図5-2). この図で C_1 についての積分は C_2, C_3, C_4 からの積分で表わされる. C_2 に沿っての積分がゼロであることに注意して計算すると,

$$P_r(E) = \frac{1}{\pi} \frac{(\Gamma + I)/2}{(E_r + \Delta E_r - E)^2 + ((\Gamma + I)/2)^2} \quad (5.9)$$

となる. ただし

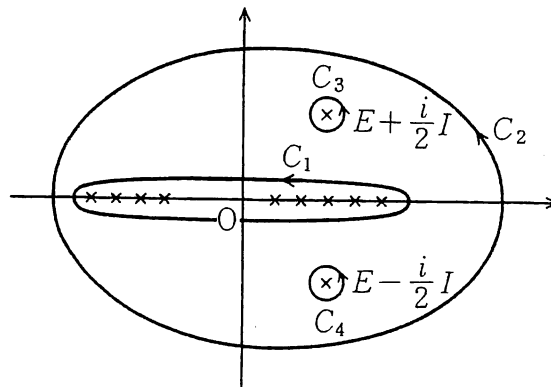


図 5-2 強度関数(5.8)の積分路.

$$\Gamma = I \sum_{\alpha} \frac{V_{r\alpha}^2}{(E - E_{\alpha})^2 + (I/2)^2} \quad (5.10)$$

$$\Delta E_r = \sum_{\alpha} \frac{(E - E_{\alpha}) V_{r\alpha}^2}{(E - E_{\alpha})^2 + (I/2)^2} \quad (5.11)$$

である。

強度関数の物理的意味を理解するために、次のように単純な場合を考えよう。
すなわち、 E_{α} が等間隔

$$E_{\alpha} = \alpha D \quad (\alpha = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (5.12)$$

また、行列要素 $V_{r\alpha}$ も定数 v とする。この場合、(5.5)は

$$C_r^n = \left\{ 1 + \left(\frac{\pi v}{D} \right)^2 + \left(\frac{E_r - E_n}{v} \right)^2 \right\}^{-1/2} \quad (5.13)$$

となる。さらに、 $v > D$ と仮定し、 $\{ \}$ 内の第1項を無視すると、強度関数は

$$P_r(E) \cong \frac{1}{D} |C_r(E_n \cong E)|^2 = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(E_r - E)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (5.14)$$

となる。これは **Breit-Wigner** 型の強度関数とよばれる。幅 Γ は

$$\Gamma = 2\pi \frac{v^2}{D} \quad (5.15)$$

で与えられる。

幅 Γ の物理的意味を考えよう。時刻 $t=0$ に状態 $|r\rangle$ にあった系が、後の時刻 t に同じ状態にとどまっている確率振幅は

$$A_r(t) = \langle r | e^{-iHt/\hbar} | r \rangle = \sum_n |C_r^n|^2 e^{-iE_n t/\hbar} \quad (5.16)$$

と書ける。上式に(5.13)を代入し、 $v > D$ とすると

$$A_r(t) \cong \frac{\Gamma}{2\pi} \int dE \frac{e^{-iEt/\hbar}}{(E_r - E)^2 + (\Gamma/2)^2} = e^{-\Gamma t/2\hbar} e^{-iE_r t/\hbar} \quad (5.17)$$

を得る。この式から、 \hbar/Γ が状態 $|r\rangle$ の寿命(life time)を表わすことがわかる。

上のようにして生じる巨大共鳴や1粒子励起状態の幅を分散幅(spreading

width)とよび、 Γ^\downarrow と書く。一方、これらが粒子放出の敷居エネルギー以上にあると、粒子放出による逃散幅(escape width) Γ^\uparrow があり(11-6節参照)、実験で観測される幅 Γ は両者の和となる($\Gamma = \Gamma^\downarrow + \Gamma^\uparrow$)。

さて、多数の複合核準位 $\{|\alpha\rangle\}$ がWigner分布に従っているとすると、その中に特別な状態 $|r\rangle$ が混合した結果、固有値 $\{E_n\}$ の間隔分布がWigner分布からずれるとは考えられない。つまり、高励起準位の間隔分布を見ているかぎり、特別な状態 $|r\rangle$ の存在は見えないであろう。「木を見て森を見ず」では高励起領域での秩序運動の姿は見えないのである。適当なエネルギー粗視化を行なってはじめて、その姿が見えてくる。時間とエネルギーの不確定性関係から、幅 ΔE で粗視化することは、長時間($t \geq \hbar/\Delta E$)の運動を無視し、短い時間スケールでの運動に注目することを意味する。逆に、 ΔE を小さくした長時間スケールの極限では、カオス的な運動様式が支配的になる。このような意味で、巨大共鳴は「カオスの中に埋め込まれた秩序運動」といえる。

5-2 異なる内部構造の共存

前節では、秩序状態 $|r\rangle$ の強度が多数の複合核状態 $|\alpha\rangle$ に分散する状況について議論した。他方、同じエネルギー領域に角運動量 I もパリティ π も同じ複合核準位が多数存在するにもかかわらず、秩序状態 $|r\rangle$ が量子準位として個性を保つ現象もある。この典型として、本節では超変形状態(superdeformed state)をとりあげよう。

図5-3に ${}^{152}_{66}\text{Dy}_{86}$ のイラスト領域の励起スペクトルを示す。 $I^\pi = 22^+$ から 60^+ にわたってきれいに見えている回転スペクトルは1986年、イギリスのダレスベリー核構造研究所で発見され、超変形回転バンドとよばれている。これは長軸と短軸の比が約2:1の回転楕円体(変形度 $\beta \cong 0.6$)の形をした原子核の高速回転状態に対応する。巨大変形のため、回転準位間E2遷移の $B(E2)$ 値はWeisskopf単位の2660倍にも達している。

ところで、この図の左側にも $I^\pi = 46^+$ に達する規則的なスペクトルが見え

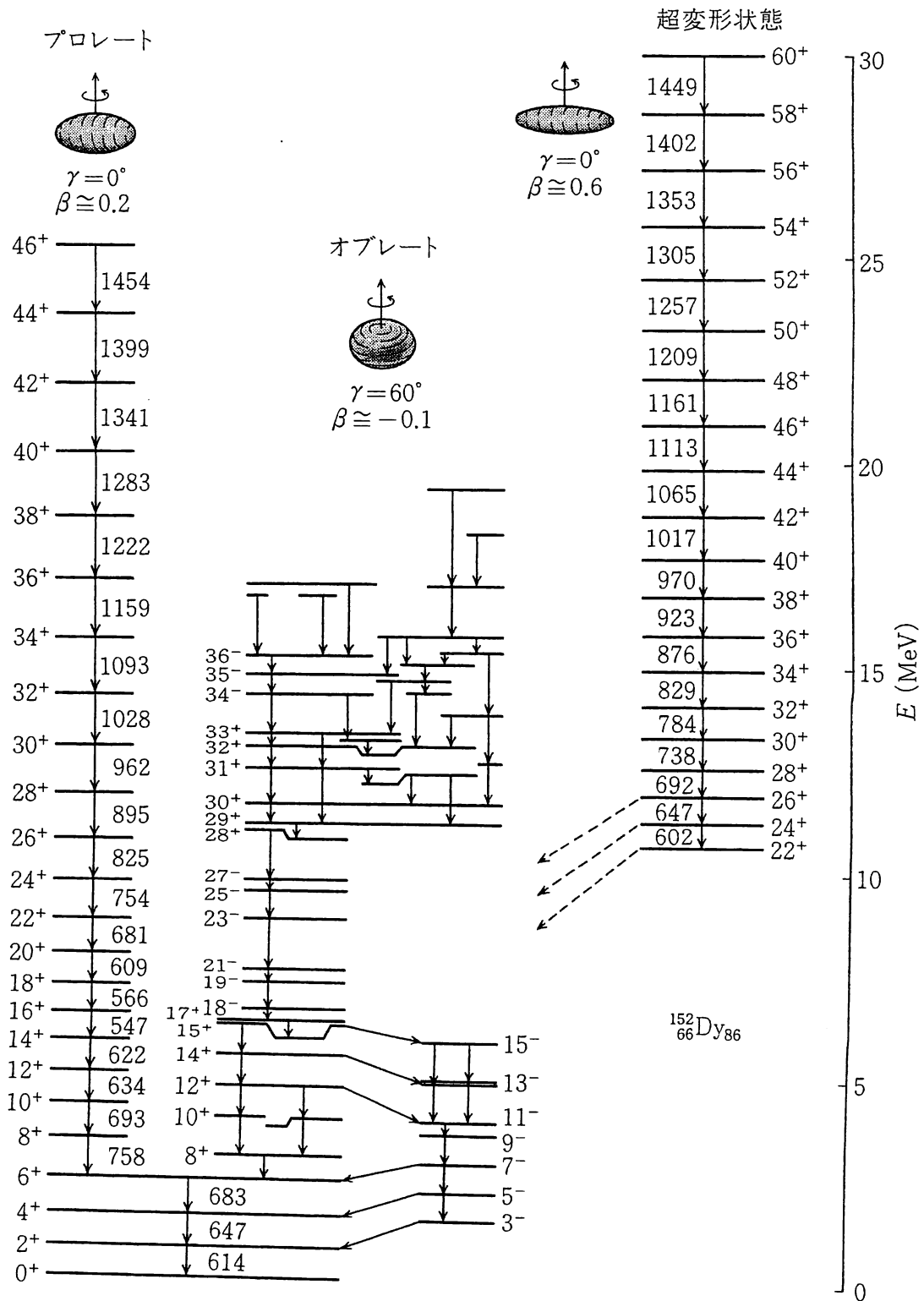


図 5-3 ^{152}Dy の励起スペクトル. 矢印の横の数字は E 2 遷移のガンマ線のエネルギー (keV) を示す. (J. F. Sharpey-Schafer: Prog. Part. Nucl. Phys. Vol. 28 (1992)p. 187 による.)

る。これは通常変形($\beta \cong 0.2$)の回転バンドである。ただし、 $I \leq 14$ の低スピン状態は振動スペクトルを示しており、 $I \cong 14$ 近傍で内部構造が変化している。他方、中央部分に見える $I^\pi = 17^+ \sim 36^-$ の準位群は3-4節e項で述べた角運動量整列状態に対応し、集団励起準位と異なりスペクトルは不規則である。

このように、1つの原子核の、同じエネルギー領域に、著しく異なった内部構造に対応する準位群が、それぞれの個性を保ちつつ共存している。これは異なった秩序構造の共存の典型例である。

図5-4に Strutinsky の処方を用いて計算した変形ポテンシャル曲面を示す。この図の3つの極小点が、上に述べた3種類の励起状態に対応する。

図5-3の励起スペクトルを角運動量の関数として描くと(図5-5)、超変形状

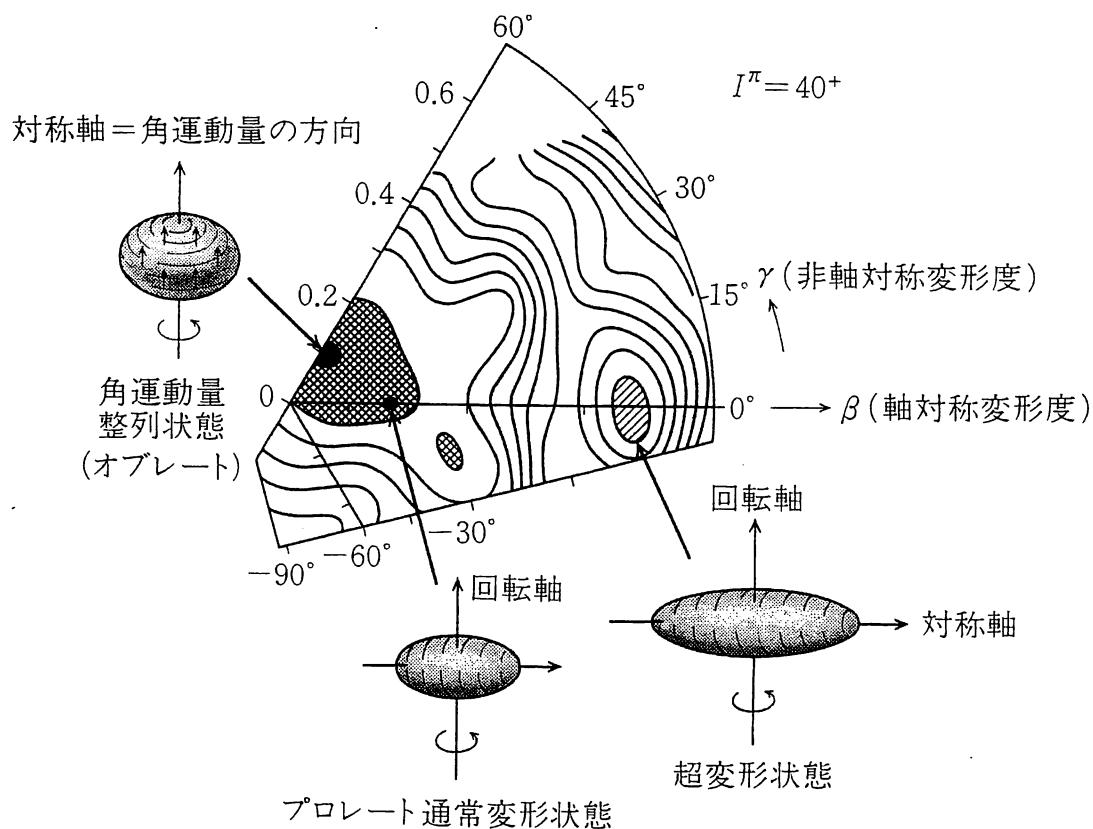


図5-4 ^{152}Dy の $I^\pi = 40^+$ での変形ポテンシャルエネルギー曲面。($\beta \cong 0.6, \gamma = 0^\circ$)の極小点が超変形状態に、($\beta \cong 0.2, \gamma = 0^\circ$)がプロレート通常変形状態に、($\beta \cong 0.1, \gamma = 60^\circ$)が角運動量整列状態に、それぞれ対応する。(I. Ragnarsson and S. Åberg: Phys. Lett. B180 (1986)191 の計算に基づく.)

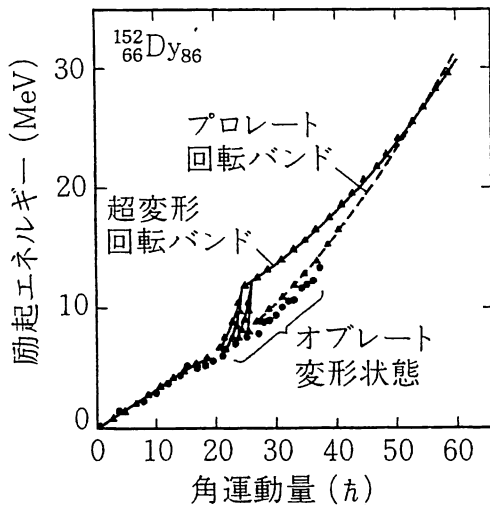


図 5-5 ^{152}Dy のイラスト近傍のスペクトル. (P. J. Twin *et al.*: Phys. Rev. Lett. 57 (1986)811 による.)

態は $I \leq 40$ 領域ではイラストでないことがよくわかる. 例えば, $I^\pi = 22^+$ 準位はイラスト準位より約 4 MeV 上にある. このエネルギー領域で同じ I^π をもつ複合核準位の密度は $10^3 \sim 10^4 (\text{MeV})^{-1}$ と非常に高い*. にもかかわらず, 超変形状態はこれらの準位とほとんど混合していない. つまり, 複合核状態の海の中に, 秩序状態が個性を保ったまま存在している.

このような共存が可能である理由は図 5-6 から理解できる. つまり, $\beta \cong 0.2$ と $\beta \cong 0.6$ の間にある変形ポテンシャル障壁のために, ($\beta \cong 0.6$ 付近に局在した波動関数をもつ)超変形状態が準安定状態として存在しうるのである. しかし,

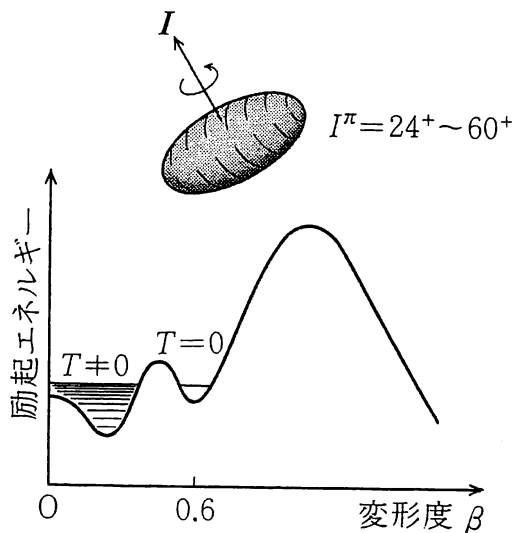


図 5-6 ^{152}Dy の変形ポテンシャルエネルギーの β 依存性(概念図). 図 5-4 の β 軸に沿ってのポテンシャル曲線に対応する.

* 22^+ 状態の崩壊によるガンマ線が観測されていないので, 約 4 MeV は推定値である. このエネルギー領域には膨大な数の「見えていない準位」が存在すると考えられる.

$I \cong 22$ 以下で超変形状態は実験で見えなくなっている。これは、何らかの機構により $I \cong 22$ で超変形状態と(通常変形の)複合核状態の混合が強くなることを示唆している。

超変形状態の形は1960年代に超ウラン核で発見された核分裂アイソマー(fission isomer)と類似している。図5-7に核分裂に対するポテンシャルエネルギー曲線を示す。この図には、参考のため、液滴モデルのポテンシャル曲線も示されている。このモデルでは、原子核を球形に保とうとする表面エネルギーと、変形させようとするCoulombエネルギーが競争する結果、 $\beta \cong 0.6$ でポテンシャルが極大となる。極大付近の、両者の効果がほぼ相殺する領域では(液滴モデルで無視された)殻構造エネルギーが決定的な役割を果たす。ところが、ちょうどこの領域で殻構造エネルギーは極小となるから、全体として $\beta \cong 0.6$ で第2極小が実現するのである。このポテンシャルの谷に捕まった準安定状態が核分裂アイソマーである。

$A \cong 150$ 領域の原子核では、Coulombエネルギーが超ウラン核ほど大きくない。したがって、超変形状態が実現するためには回転効果が必要である(回転運動は原子核を変形させようとする)。 ^{152}Dy の場合、高スピン状態になって

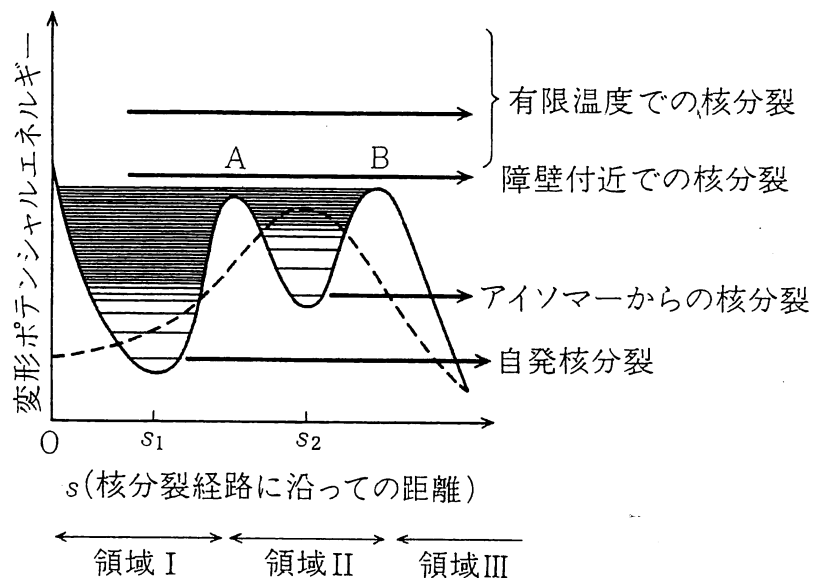


図 5-7 核分裂経路に沿っての変形ポテンシャルエネルギー(概念図)。分離点はもっと右側にある。破線は液滴モデルのエネルギー。 s_2 は第2極小点を示す。

はじめて超変形回転バンドがイラスト線に出現するのはこのためである。

5-3 核分裂のダイナミクス

核分裂アイソマーの発見が契機となって1960年代から1970年代にかけて殻効果を取り入れる計算法が開発された結果、核分裂のポテンシャルエネルギー曲面はかなり正確に計算できるようになった。他方、核分裂の動的過程は、大振幅集団運動の典型であり、原子核理論のなかで最も困難な課題のひとつである。本節では、自発核分裂と有限温度での核分裂に分けて、それぞれの特徴をごく簡単に述べる。

a) 自発核分裂

基底状態からの核分裂のことを自発核分裂(spontaneous fission)という。この半減期は Z^2/A の増大につれて、 ^{238}U の 10^{16} 年から ^{252}No の 10^{-5} 年へと20桁も急激に変化する。

自発核分裂は多次元変形パラメータ空間での量子力学的トンネル現象とみなせる。原子核の形を表わすパラメータの組 $q=(q_1, \dots, q_n)$ を力学変数とみなし、核分裂過程を記述するハミルトニアンが次のように書けるとしよう。

$$H = \frac{1}{2} \sum_{kl} m_{kl}(q) \dot{q}_k \dot{q}_l + V_{\text{coll}}(q) \quad (5.18)$$

$m_{kl}(q)$ は集団運動の質量、 $V_{\text{coll}}(q)$ はポテンシャルを表わす。

図5-7の領域Iの基底状態がポテンシャル障壁を透過して核分裂するとする。透過確率を計算するには、多次元空間 (q_1, \dots, q_n) における核分裂経路(fission path)を決定しなければならない。これは作用積分(action integral)

$$S = \frac{1}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2M(s)(V_{\text{coll}}(q(s)) - E)} ds \quad (5.19)$$

を極小とするように決める。ここで

$$M(s) = \sum_{kl} m_{kl}(q) \frac{dq_k}{ds} \frac{dq_l}{ds} \quad (5.20)$$

s は核分裂経路に沿っての距離で、始点 a 、終点 b で $E = V(q(a)) = V(q(b))$ である。作用 S が求めれば、透過確率は

$$T = (1 + e^{2S})^{-1} \approx e^{-2S} \quad (5.21)$$

で与えられる。ここで、領域 I での零点振動の振動数を ω とすると、単位時間に分裂障壁に $\omega/2\pi$ 回衝突するから、核分裂幅(fission width)は

$$\Gamma_f = \frac{\hbar\omega}{2\pi} T \quad (5.22)$$

となる。

(5.19)式の作用 S を計算するためには、質量 $m_{kl}(q)$ が必要である。それには、クランキング質量(cranking mass)公式

$$m_{kl}(q) = 2\hbar^2 \sum_n \frac{\langle 0 | \partial / \partial q_k | n \rangle \langle n | \partial / \partial q_l | 0 \rangle}{E_n - E_0} \quad (5.23)$$

がよく用いられる(8-2節参照)。ここで E_0, E_n は変形座標 q での最低エネルギー状態 $|0\rangle$ および励起状態 $|n\rangle$ のエネルギーを表わす。

核分裂経路を求める計算の1例を図5-8に示す。この図から、最小作用を実現する経路は、ポテンシャルの谷に沿っていないことがわかる。これは質量 $m_{kl}(q)$ の q 依存性のためである。

実験によると、 ^{238}U より重い核の自発核分裂による分裂片(fission fragment)の質量分布は、液滴モデルの予想と異なり、常に非対称である(例えば ^{139}Ba と ^{97}Kr)。これは殻効果のため、ポテンシャルの極大点を越えたあたりから、8重極変形など空間反転対称性を破る変形が成長するためと考えられる。図5-8では、簡単のため、この自由度を無視している。

ここで、集団運動の質量 $m_{kl}(q)$ の物理的意味を考察し、クランキング質量公式(5.23)の限界を指摘しておく。図5-9に示すように、変形パラメータ q の変化に伴って、1粒子準位の交差が起こる。交差点で $E_n - E_0$ がゼロとなり、(5.23)式は発散する。この発散は、異なる配位の相互作用の重要性を示している。相互作用がなければ、系は新しい最低エネルギー配位に乗り移れない。質量 $m_{kl}(q)$ は平均ポテンシャルの時間変化 $V_{\text{coll}}(q) \rightarrow V_{\text{coll}}(q+dq)$ に追従して、

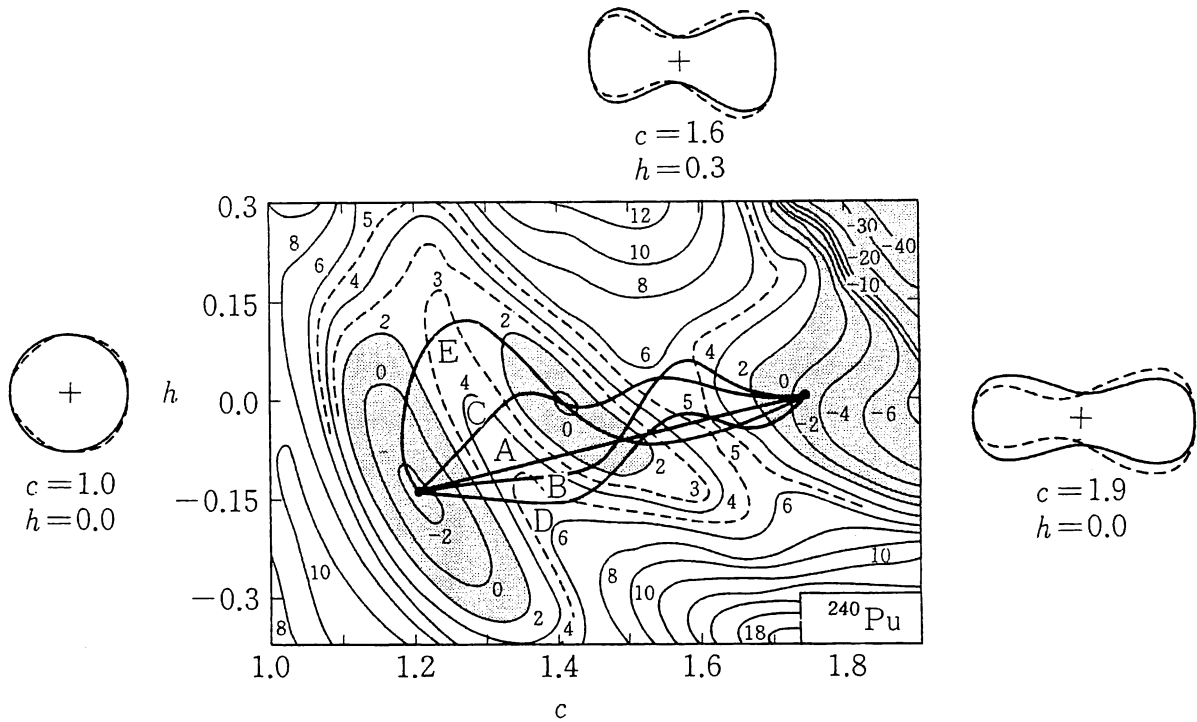


図 5-8 変形パラメータ (c, h) 空間における ^{240}Pu のポテンシャルエネルギー曲面. c は細長さ (elongation), h はくびれの形 (neck の厚さ) を表わすパラメータ. いくつかの (c, h) での形が実線で例示されている (参考として, これに空間反転非対称変形の自由度も考慮したときの形を破線で示す). 作用 S を最小にする経路は B , ポテンシャルの谷に沿う経路は E である. (巻末文献 [I-41] による.)

系がその内部構造 (配位) を変えることのできる能力を表わしている. 追従しやすいほど質量は小さくなり, 逆に, (元の配位にとどまったままで) 全く追従できなければ質量は無量大になる. このように, 異なる配位への遷移のメカニズムを明らかにすることは, 集団運動の質量 $m_{kl}(q)$ の微視的起源 の理解につながり, 第 8 章の大振幅集団運動論の基本的課題のひとつである*.

異なる配位の混合には, 対相関が特に重要な役割を果たす. 超伝導状態では,

* 1 粒子準位 e_i の占有数を n_i ($n_i=0$ または 1) とすると, 占有数の組 $\{n_i\}$ を配位 (configuration) といい, 配位を固定したときの変形ポテンシャルを透熱 (diabatic) ポテンシャルとよぶ. これは, 特定の配位での平衡変形まわりの弾性 (elastic) 振動に対応する. この振幅が大きくなると, 準位交差に出会う. ここでエネルギーの低い配位に乗り移れば, 変形が成長しやすい. このような配位換えを繰り返すと, 大きなスケールでの変形が実現する. こうして, 準位交差は系に塑性 (plasticity) をもたらす.

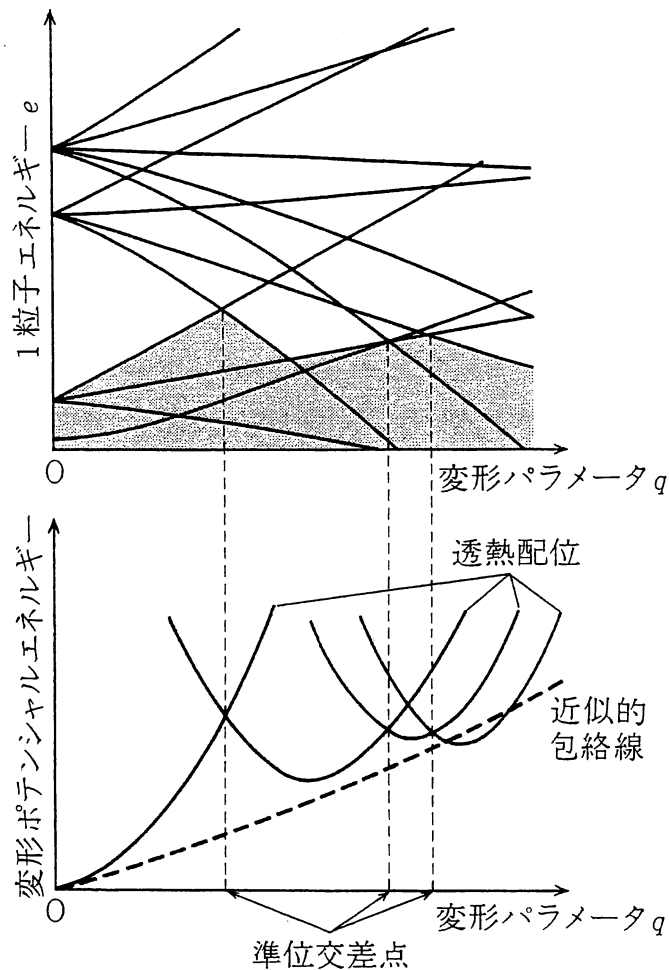


図 5-9 1 粒子エネルギーの変形依存性と準位交差(概念図). 集団ポテンシャル $V_{\text{coll}}(q)$ は各配位ごとに決まる透熱ポテンシャルの近似的包絡線に対応する.

$E_n - E_0$ は 2 準粒子エネルギーとなり, 準位交差点でもゼロにならない. 一般に, 対相関が質量 $m_{kl}(q)$ を小さくすることは, このことから理解できる.

b) 有限温度での核分裂

次に, 4-1 節で議論した複合核状態からの核分裂過程について考えよう. 超ウラン核の障壁の高さ B_f は中性子分離エネルギー B_n と同程度である. したがって, 図 5-7 の領域 I で複合核状態がもっていた励起エネルギー E (5~7 MeV) の大部分は, 極大点 A, B 近傍では, 変形ポテンシャルエネルギーに変換され, 原子核は「冷たく」(内部エネルギーが小さく)なる. E が B_f に十分近いと, 極大点での少数の量子準位が重要な役割を果たす. このような, 極大点近傍の中間状態を遷移状態 (transition state) という. E が B_f より高くなり,

遷移状態数が十分に増大すると、統計力学的方法が有効となる。1938年、Hahn と Strassmann が核分裂を発見するとただちに、N. Bohr と Wheeler は、原子核が変形ポテンシャルの極大点(鞍点)を通過する際に、核分裂自由度とその他のあらゆる内部自由度の間に統計平衡が達成されていると仮定し(図 5-10 参照)、核分裂のダイナミクスを論じた(巻末文献[I-97])。続いて Kramers は(Brown 運動とのアナロジーで)核分裂を拡散過程として記述し、Bohr-Wheeler の仮定は集団運動に伴う摩擦が強い極限と弱い極限で破れることを指摘した(巻末文献[I-98])。この問題は1980年代以降、重イオン融合反応により作られた高励起複合核の核分裂という新しい研究分野が開けてきたことにより、非平衡統計力学の観点から見直されつつある。

複合核の励起エネルギーの増大につれて、核分裂過程のダイナミクスも質的に変化する。 E が 40~50 MeV に達すると、本節 a 項で述べた分裂片の質量分布の非対称性は消え、分布は対称になる。このことは、この領域で殻構造が消滅することを示唆している。

核分裂は、エネルギーだけでなく、分裂過程の前半と後半でも異なった様相を示す。図 5-7 の極大点 B を越え、(核分裂片が形成される)分離点(scission point)に近づくと(領域Ⅲ)、変形ポテンシャルが急激に減少するので、集団運

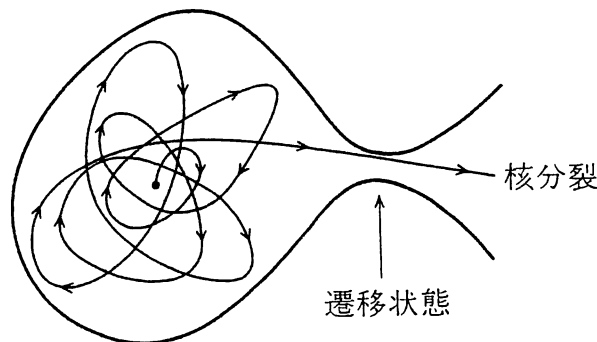


図 5-10 系の自由度を N とする。系の代表点は $2N$ 次元位相空間内でトラジェクトリーを描く。これを核分裂自由度 (s, \dot{s}) からなる 2次元空間に射影したもの(概念図)。Bohr-Wheeler の理論では遷移状態の内側ですべての自由度のあいだに統計平衡が成立していると仮定する。トラジェクトリーが偶然、遷移状態を通過すると核分裂が起こる。

動の速度 \dot{s} が著しく増大する。この領域では、集団運動のエネルギーが内部励起エネルギーに不可逆的に転換される散逸(dissipation)がきわめて重要になる。散逸のため核分裂片が高励起状態にあることは、核分裂片が中性子を放出することからもわかる。

散逸が起こると、核分裂過程を記述する集団変数 (q, \dot{q}) にも統計力学的ゆらぎが生じる。ゆらぎは分離点に近づくにつれ増幅され、分裂片の質量分布、電荷分布、運動エネルギー分布の分散に反映される。核分裂の出口チャンネル(exit channel, 終状態として原理的に区別可能な量子状態)の総数は容易に 10^{10} を越える。このように、分離点近傍のダイナミクスは、非平衡不可逆過程としての様相を呈する。

核分裂の研究は平衡から遠く離れた多自由度量子系の時間発展について豊かな情報を与えてくれると期待される。

5-4 非イラスト領域の核構造

巨大共鳴や、イラスト領域の集団励起モードは平均ポテンシャルの時間変化として記述され、1粒子運動の殻構造を強く反映する。それでは、イラスト線から離れ準位密度の高い有限温度(finite temperature)領域になると、これらの集団運動の性格はどのように変化するだろうか。

第3章では基底状態から励起された巨大共鳴について議論した。一方、殻モデルの多粒子-多空孔状態の上に形成された巨大共鳴が考えられるが、多粒子-多空孔状態の準位密度が高くなると、このような巨大共鳴の集団を統計力学的に取り扱うことができる。これが、有限温度での巨大共鳴である。近年、この種の双極共鳴(GDR)の崩壊によるガンマ線を観測できるようになり、双極振動モードの性質が温度や角運動量の関数としてどのように変化するか調べられつつある。実験データの1例を図5-11に示す。 $E_\gamma \cong 15 \text{ MeV}$ に見えるピークが巨大双極共鳴によるものである。一方、低励起状態でよく知られた β, γ 振動、8重極振動、対振動モードなどが多粒子-多空孔状態の上にやはり形成さ

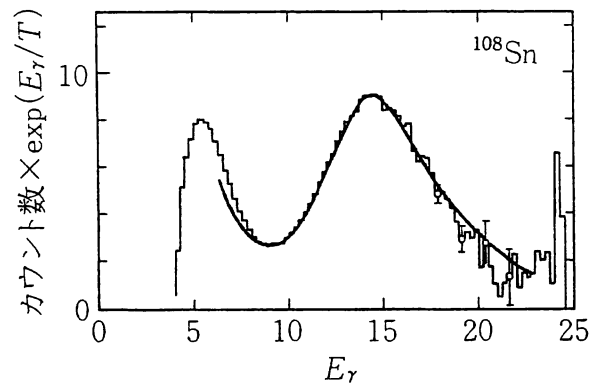


図 5-11 ^{16}O と ^{92}Mo の融合反応で作られた複合核 ^{108}Sn の励起状態 ($E \cong 60 \text{ MeV}$) から放出されたガンマ線のスペクトル. 横軸はガンマ線のエネルギー E_γ , 縦軸はカウント数に熱力学的因子 $\exp(E_\gamma/T)$, $T \cong 1.6 \text{ MeV}$ を掛けたもの. $E_\gamma \cong 15 \text{ MeV}$ 付近のピークが巨大双極共鳴に対応する. (J. J. Gaardhøje *et al.*: Phys. Rev. Lett. 53(1984)148 による.)

れているか否かについては、ほとんど何もわかっていない。

巨大共鳴と同様に、変形殻モデルのあらゆる多粒子-多空孔配位の上に回転バンドを形成できる。準位密度が高くなると、これらの多数の回転バンドは互いに混合し、個別の回転バンドとしての個性を失っていくと思われる。この状況では、これらの回転バンドの集団の平均的性質を統計力学的に取り扱うことができる。最近、有限温度領域での回転運動の減衰のメカニズムを解明しようとする研究が始められている。

温度の上昇につれて対相関が弱まり、やがて、超伝導状態から正常状態への対相転移が起こるだろう。また、殻効果が徐々に弱まるであろう。2-5 節で述べたように、(イラスト領域の)原子核の平衡変形は殻効果によって決まっている。したがって、殻構造が消滅してゆくにつれて、平衡変形がはっきりしなくなり、変形ポテンシャルが浅くなると考えられる。これに伴い、原子核の形の熱力学的ゆらぎ(thermal shape fluctuation)が重要になるだろう。このような高温状態では、そもそも(有限量子系としての)原子核の形をどう定義すればよいのか、そして、形の熱的ゆらぎと量子力学的ゆらぎをどう区別するかが問題となろう。

補章

不安定核の構造

9-5 節で触れたように、中高エネルギー重イオン反応を用いて β 安定線から遠く離れた不安定核*を生成し、これを 2 次ビームとして種々の核反応を起こさせる実験が近年盛んに行なわれるようになってきた。それとともに、われわれの原子核に対する視野は、これまでの β 安定線という 1 次元の曲線近傍から、 N と Z からなる 2 次元平面に広がった。 N と Z の組合せを自由に变化させ、それにつれて核構造が変化する有様を調べることによって、中性子と陽子という 2 種類のフェルミオンからなるユニークな有限量子系としての原子核の特質をより深く理解できると期待される。

この章では、まず A-1 節で、最近の実験で発見され、軽い不安定核の研究を急速に発展させる契機となった中性子ハローと中性子スキンについて述べ、A-2 節で、これらの発見に導いた重イオン反応の Glauber 理論による解析の手法を簡単に解説する。続いて、A-3, A-4 節で、不安定核の構造を理解するための基本的事項を平均場近似の範囲内で簡潔にまとめる。ここでは、6-1 節

* 弱い相互作用による β 崩壊に対して不安定な短寿命(例えば、半減期が 1 ms 程度)の原子核といえども、原子核の世界の時間スケール(例えば、核子が原子核内を 1 周する時間 10^{-22} s 程度)から見れば極めて長時間存在していることになり、近似的な定常状態と見なしてよいことに注意しよう。

で解説した Hartree-Fock 理論の具体的な適用例も紹介する．最後に，A-5 節で最近のいくつかの話題に触れる．

A-1 中性子ハローと中性子スキン

本節では，不安定核にユニークな現象として注目され，現在，精力的に研究が行なわれている中性子ハローと中性子スキンについて述べる．

a) 中性子ハロー

2次ビームとして発生した軽い核のアイソトープをいろいろなターゲットに衝突させ，その反応断面積 σ_r または相互作用断面積 σ_I を測定したところ， ${}^6_3\text{Li}$, ${}^7_4\text{Be}$, ${}^{10}_4\text{Be}$, ${}^{12}_5\text{B}$ 等の中性子過剰核でその断面積が異常に大きいことが見いだされた．相互作用断面積(interaction cross section)とは入射核が基底状態以外の状態に遷移した過程の全断面積である．この結果は，(9.12)から示唆されるように，これらの核の半径が異常に大きいことを意味する．式(9.12)を導いたのと同様の議論によって相互作用断面積を

$$\sigma_I = \pi [R_I(P) + R_I(T)]^2 \quad (\text{A.1})$$

とおき，データを相互作用半径(interaction radius) R_I の形で整理した．ここ

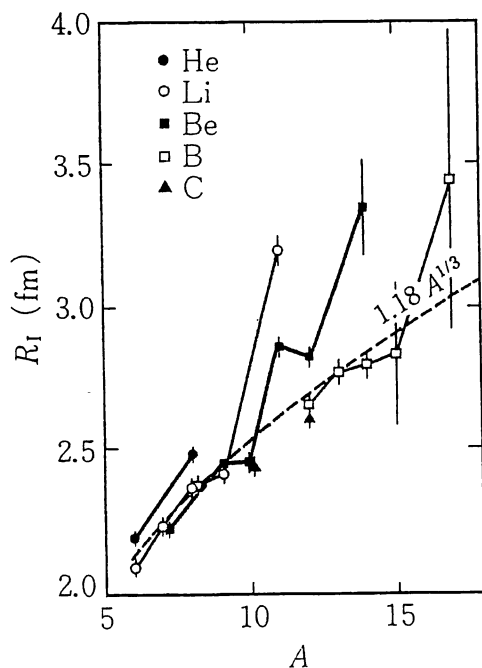


図 A-1 軽い核の相互作用半径．中性子ドリップ線近傍の ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{14}\text{Be}$, ${}^{17}\text{B}$ の半径が異常に大きい．(I. Tanihata: Nucl. Phys. A488(1988) 113c.)

で P, T はそれぞれ入射核と標的核を表わす. 得られた R_1 を図 A-1 に示す.

このような異常を示す核に共通の特徴は, 1 中性子分離エネルギーが非常に小さいか, または 1 中性子を取ると束縛状態が存在せず, 2 中性子分離エネルギーが非常に小さい, したがって, 中性子密度分布が異常に広がっていることである. かくして, 芯の核の周りを 1 ないし 2 中性子の広くひろがった雲が覆っているという中性子ハロー(neutron halo)という描像が導入された.

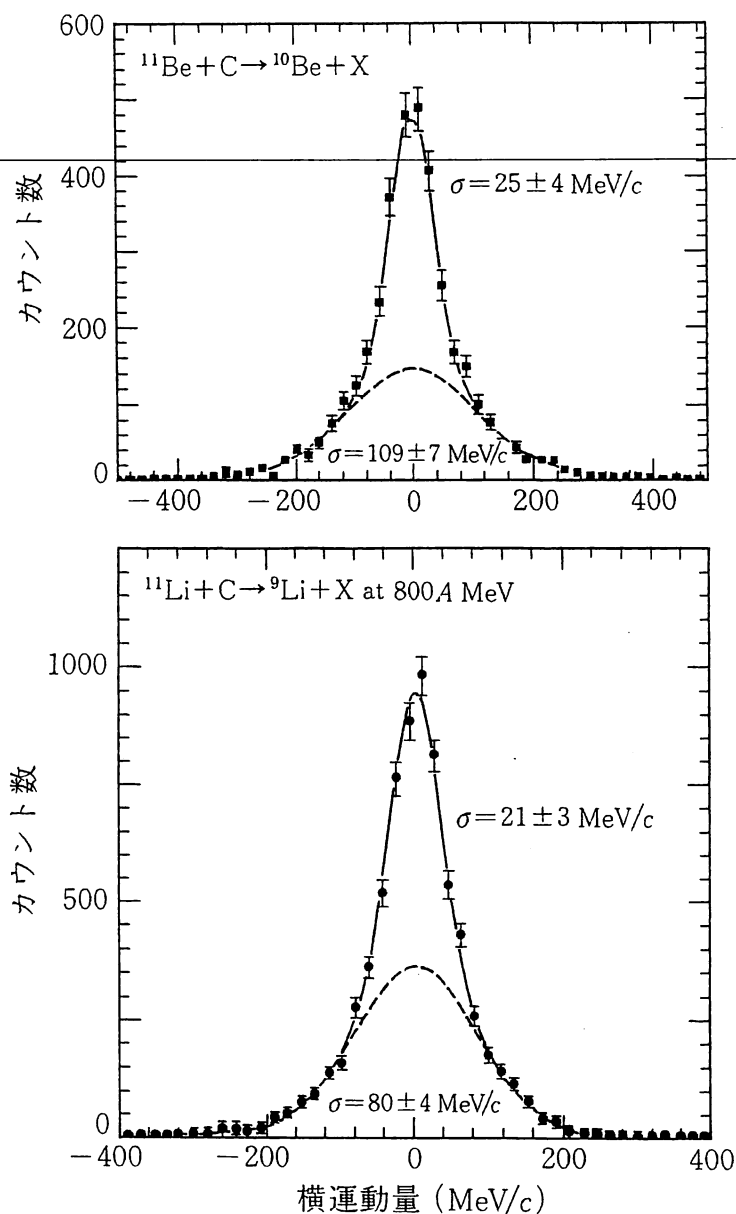


図 A-2 $^{11}\text{Be} + \text{C}$, $^{11}\text{Li} + \text{C}$ 衝突における芯の核 ^{10}Be , ^9Li の横運動量分布. (I. Tanihata: J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 22(1996)157.)

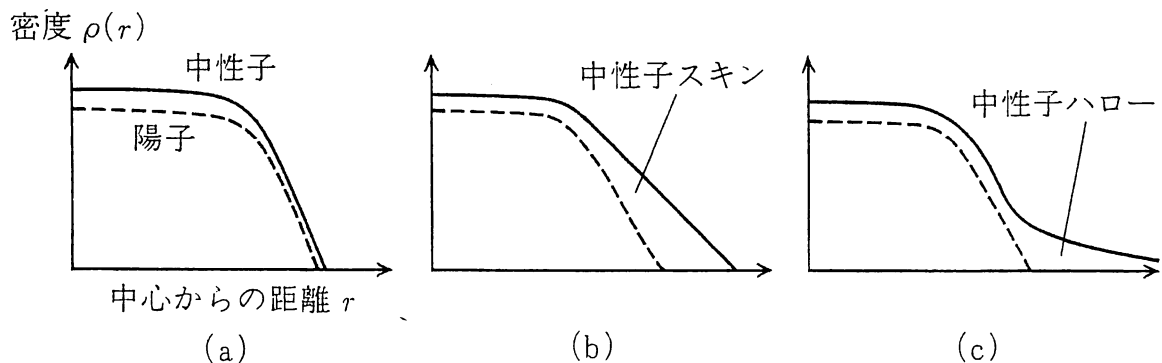
この描像のより確実な証拠は、入射核破砕片である芯の核の運動量分布の測定によって得られた。これは芯の核とハローをなす1ないし2中性子との相対運動の運動量分布を反映している。図A-2に $^{11}\text{Be} + \text{C}$, $^{11}\text{Li} + \text{C}$ 衝突における芯の核 ^{10}Be , ^9Li の横運動量(入射方向に垂直な運動量成分)分布を示す。実験値を2つのGauss関数の和で合わせた。その広がりパラメータ σ を図に示してある。主要成分である幅の狭い運動量分布は空間分布がハローのごとく広くひろがっていることを表わしている。

b) 中性子スキン

$^6_2\text{He}_4$, $^8_2\text{He}_6$ 等の中性子過剰核においては、中性子ハローのように薄くひろく広がった中性子の雲でなく、核表面に通常密度をもつ中性子の層が形成されていることが最近の実験で示された。これを中性子スキン(neutron skin)という。中性子ハローと中性子スキンの違いを図A-3に定性的に示す。

極めて例外的な場合を除いて、 β 不安定核で陽子と中性子の分布が独立に測定されたことはない。中性子スキン存在の証拠は、Glauber理論から近似的に導かれる相互作用断面積と中性子分離断面積(neutron removal cross section)の間に成り立つ関係が根拠となっている。

例を ^6He にとると、もし ^6He 中の ^4He が自由な ^4He と同じであれば、 ^6He から2つの中性子のはぎとられる反応の断面積(分離断面積)を σ_{-2n} として



図A-3 中性子ハローと中性子スキン(概念図)。実線は中性子の密度分布、破線は陽子の密度分布を示す。(a)通常安定核の場合、(b)中性子過剰核における中性子スキン、(c)中性子ドリップ線近傍核における中性子ハロー。縦軸はlogスケールで描かれている。

$$\sigma_{-2n}({}^6\text{He}) = \sigma_1({}^6\text{He}) - \sigma_1({}^4\text{He}) \quad (\text{A.2})$$

という近似式が Glauber 理論から導かれる。実験結果は

$$\sigma_{-2n}({}^6\text{He}) = 189 \pm 14 \quad (\text{mb})$$

$$\sigma_1({}^6\text{He}) - \sigma_1({}^4\text{He}) = (722 \pm 5) - (503 \pm 5) = 219 \pm 8 \quad (\text{mb})$$

で、この近似式がある程度成り立っている。

${}^8\text{He}$ の場合には

$$\sigma_{-2n}({}^8\text{He}) + \sigma_{-4n}({}^8\text{He}) = \sigma_1({}^8\text{He}) - \sigma_1({}^4\text{He}) \quad (\text{A.3})$$

が期待されるが、実験結果は

$$\sigma_{-2n}({}^8\text{He}) + \sigma_{-4n}({}^8\text{He}) = (202 \pm 17) + (95 \pm 9) = 297 \pm 19 \quad (\text{mb})$$

$$\sigma_1({}^8\text{He}) - \sigma_1({}^4\text{He}) = (817 \pm 6) - (503 \pm 5) = 314 \pm 8 \quad (\text{mb})$$

であって、上の関係式がかなりよく成り立っている。したがって、 ${}^6\text{He}$ や ${}^8\text{He}$ の中の ${}^4\text{He}$ が自由な ${}^4\text{He}$ とあまり変わらず、 ${}^6\text{He}$ や ${}^8\text{He}$ における陽子分布半径は ${}^4\text{He}$ のものとほぼ同じと見なせる。そこで $\sigma_1({}^8\text{He})$, $\sigma_1({}^6\text{He})$ から得られる核子分布半径との差をとることにより、中性子スキンの厚さが約 0.9 fm と推定された。

β 安定核では N/Z 比が大きくても (例えば、 ${}^{208}\text{Pb}$ では $N/Z=126/82$)、中性子と陽子の密度分布の半径はほぼ等しく、中性子スキンは形成されない。中性子スキンは、単に N が Z より大きいから生じるのではなく、 β 崩壊に対して非常に不安定な中性子ドリップ線近傍に特有な現象であり、今後、より重い不安定核の研究が可能になるにつれて広範に見いだされるものと期待される。中性子スキン出現のメカニズムについては、A-3, A-4 節で Hartree-Fock 理論に基づいて考察する。

A-2 Glauber 理論による重イオン反応の解析

中性子ハローや中性子スキンを示す実験結果の定量的解析には、主に Glauber 理論が用いられている。本節ではこの理論を簡単に解説しておく。

a) アイコナル近似

質量 m の粒子のポテンシャル V による散乱を考える。入射エネルギー E が十分大きく幾何光学が成り立ち、かつ粒子の軌道が直線で近似できるとする。そのためには V による運動量変化(力 \times 時間 $\approx (V/a)(a/v) \approx V/v$)が運動量の不確定性 \hbar/a より十分大きく、入射運動量 $\hbar k$ より十分小さくしなければならない。ここで a は力の働く領域の長さを、 v は粒子の速度を表わす。これより

$$\frac{Va}{\hbar v} = \frac{V}{2E}(ka) \gg 1, \quad \frac{V}{v\hbar k} = \frac{V}{2E} \ll 1 \quad (\text{A.4})$$

なる条件を必要とする。

直線近似の軌道の方向を z 軸方向とすると、 V を通過する平面波の位相の変化は

$$\Delta\phi = \int_{-\infty}^z (\sqrt{k^2 - U} - k) dz = \int_{-\infty}^z \Phi dz \quad (\text{A.5})$$

となる。ここで

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad U = \frac{2mV}{\hbar^2} \quad (\text{A.6})$$

と置いた。

移行運動量を $\mathbf{q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f$ と書くと、散乱の T 行列は

$$T = \frac{\hbar^2}{2m} \int d^3r e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} U e^{i\Delta\phi} \quad (\text{A.7})$$

と表わされる。 $\mathbf{r} = (\mathbf{b}, z)$ と書き、移行運動量 \mathbf{q} が入射方向にほぼ垂直として

$$\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} \approx \mathbf{q}\cdot\mathbf{b} \quad (\text{A.8})$$

と近似する。条件 $V/2E \ll 1$ より

$$\Phi = \sqrt{k^2 - U} - k \approx -\frac{U}{2k} = -\frac{V}{\hbar v} \quad (\text{A.9})$$

と近似できるので

$$T = -\frac{\hbar^2 k}{m} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \Phi \exp\left(i \int_{-\infty}^z \Phi dz'\right) \quad (\text{A.10})$$

となる. ここで z に関する積分が実行できて

$$T = \frac{i\hbar^2 k}{m} \int d^2 b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} (e^{i\chi(\mathbf{b})} - 1) \quad (\text{A.11})$$

$$\chi(\mathbf{b}) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi dz = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V dz \quad (\text{A.12})$$

が得られる. $\chi(\mathbf{b})$ は位相差関数(phase shift function)と呼ばれる.

式(10.27)より散乱振幅は

$$f(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2 b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} (1 - e^{i\chi(\mathbf{b})}) \quad (\text{A.13})$$

となる. この表式をアイコナル近似(eikonal approximation)という.

b) Glauber 理論

アイコナル近似を多体系に拡張しよう. 簡単のため, 入射粒子は構造のない 1 粒子とし, その座標を $\mathbf{r} = (\mathbf{b}, z)$ で表わす. 一方, 標的核は A 個の核子からなり, 各核子の座標を $\mathbf{r}_i = (\mathbf{b}_i, z_i)$ で表わす. 相互作用は 2 体力の和

$$V = \sum_i V_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \quad (\text{A.14})$$

で書けるとする. このとき, 位相差関数は

$$\chi(\mathbf{b}) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sqrt{k^2 - \sum_i U_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)} - k \right) dz \quad (\text{A.15})$$

で与えられ, 近似(A.9)を用いると

$$\chi(\mathbf{b}) = \sum_i \chi_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) \quad (\text{A.16})$$

$$\chi_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) dz \quad (\text{A.17})$$

を得る. そこで散乱振幅は

$$\hat{f}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2 b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} (1 - e^{i\chi(\mathbf{b})}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2 b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left(1 - \prod_i (1 - \Gamma_i) \right) \quad (\text{A.18})$$

と書ける. ここで Γ_i は $\mathbf{b} - \mathbf{b}_i$ の関数で

$$\Gamma_i = 1 - e^{i\chi_i(\mathbf{b} - \mathbf{b}_i)} \quad (\text{A.19})$$

であり、プロファイル関数(profile function)と呼ばれる。

\hat{f} は \mathbf{b}_i の関数であって、標的核に対する演算子である。散乱振幅は \hat{f} の始状態 Φ_0 と終状態 Φ_n の行列要素

$$F_{n0}(\mathbf{q}) = \langle \Phi_n | \hat{f}(\mathbf{q}) | \Phi_0 \rangle = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle \Phi_n | 1 - \prod_i (1 - \Gamma_i) | \Phi_0 \rangle \quad (\text{A. 20})$$

によって与えられる。ここで $1 - \prod_i (1 - \Gamma_i)$ を Γ_i について展開すると

$$1 - \prod_i (1 - \Gamma_i) = \sum_i \Gamma_i - \sum_{i \neq j} \Gamma_i \Gamma_j + \cdots - (-1)^A \prod_i \Gamma_i \quad (\text{A. 21})$$

となる。第1項が1回散乱、第2項が2回散乱、最後の項が A 回散乱のように、多重散乱過程が有限の和で書かれるのが Glauber 理論の1つの特徴である。

c) Glauber 理論による重イオン反応の解析*

中性子ハローないしスキンをもつ入射イオン P と標的核 T の反応を Glauber 理論によって解析しよう。 P, T の重心座標をそれぞれ $\mathbf{R}_P, \mathbf{R}_T$ 、相対座標を $\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_T = (\mathbf{b}, z)$ と書き、 P, T の内部座標をそれぞれ

$$\mathbf{s}_i = (\mathbf{s}_i^\perp, s_{zi}) = \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_P, \quad \mathbf{t}_j = (\mathbf{t}_j^\perp, t_{zj}) = \mathbf{r}_j - \mathbf{R}_T$$

と書く。また、 P, T の質量をそれぞれ M_P, M_T とし、入射運動量を \mathbf{K} 、その大きさを K 、移行運動量を \mathbf{q} とする。

Glauber 近似においては、 P の内部状態が Ψ_0 から Ψ_α に、 T の内部状態が Θ_0 から Θ_β に遷移する反応の散乱振幅は

$$F_{\alpha\beta}(\mathbf{q}) = \frac{iK}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \langle \Psi_\alpha \Theta_\beta | 1 - \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Psi_0 \Theta_0 \rangle \quad (\text{A. 22})$$

と表わされる。ここで

$$\Gamma_{ij} = 1 - \exp(i\chi_{ij}) \quad (\text{A. 23})$$

$$\chi_{ij} = \chi_{ij}(\mathbf{s}_i^\perp - \mathbf{t}_i^\perp + \mathbf{b}) = -\frac{M_P}{\hbar^2 K} \int_{-\infty}^{\infty} V_{ij}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) dz \quad (\text{A. 24})$$

* Y.Ogawa, K.Yabana and Y.Suzuki: Nucl. Phys. A543(1992)722.

である。 Ψ は $\{s_i\}$, Θ は $\{t_j\}$ の関数であり, $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j = \mathbf{s}_i - \mathbf{t}_j + \mathbf{b}$ を用いた。

したがって, 全反応断面積は

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sum_{(\alpha, \beta) \neq (0, 0)} \sigma_{\alpha\beta} \\ &= \sum_{(\alpha, \beta) \neq (0, 0)} \int \frac{d^2 q d\omega}{K^2} |F_{\alpha\beta}(\mathbf{q})|^2 \delta(\epsilon_{P\alpha} + \epsilon_{T\beta} - \epsilon_{P0} - \epsilon_{T0} - \omega) \quad (\text{A. 25}) \end{aligned}$$

と表わされる。ここで $\epsilon_{P\alpha}$, $\epsilon_{T\beta}$ はそれぞれ P, T の内部エネルギーを表わし

$$\omega = \frac{\hbar^2 \mathbf{K}^2}{2M_P} - \left(\frac{\hbar^2 (\mathbf{K} + \mathbf{q})^2}{2M_P} + \frac{\hbar^2 \mathbf{q}^2}{2M_T} \right)$$

である。散乱角が非常に小さいことから, 立体角に対し

$$d\Omega \approx \frac{d^2 q}{K^2} \quad (\text{A. 26})$$

なる近似を用いた。

入射および出射エネルギーが十分大きいので, 内部エネルギー変化を無視すると, 上の和をとるにあたってエネルギー保存を表わす

$$\int d\omega \delta(\epsilon_{P\alpha} + \epsilon_{T\beta} - (\epsilon_{P0} + \epsilon_{T0}) - \omega)$$

を 1 と置き換えられる。式(A. 22)を代入し $d^2 q$ の積分を実行すると,

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sum_{(\alpha, \beta) \neq (0, 0)} \int d^2 b \langle \Psi_0 \Theta_0 | 1 - \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}^*) | \Psi_\alpha \Theta_\beta \rangle \\ &\quad \times \langle \Psi_\alpha \Theta_\beta | 1 - \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Psi_0 \Theta_0 \rangle \\ &= \int d^2 b \left[\langle \Psi_0 \Theta_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} |1 - \Gamma_{ij}|^2 | \Psi_0 \Theta_0 \rangle - \left| \langle \Psi_0 \Theta_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Psi_0 \Theta_0 \rangle \right|^2 \right] \quad (\text{A. 27}) \end{aligned}$$

を得る。NN 散乱に対するユニタリ性より $|1 - \Gamma_{ij}|^2 = 1$ を用いると, 全反応断面積は

$$\sigma_r = \int d^2 b (1 - |\exp(i\chi_{PT})|^2) \quad (\text{A. 28})$$

$$\exp(i\chi_{PT}) = \langle \Psi_0 \Theta_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Psi_0 \Theta_0 \rangle \quad (\text{A. 29})$$

とまとめられる. ここで χ_{PT} は弾性散乱に対する位相差関数である.

同様の議論を展開して, 相互作用断面積は

$$\begin{aligned}\sigma_I &= \sum_{\alpha \neq 0, \beta} \sigma_{\alpha\beta} \\ &= \int d^2b \left[1 - \langle \Psi_0 \Theta_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}^*) | \Psi_0 \rangle \langle \Psi_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Psi_0 \Theta_0 \rangle \right]\end{aligned}\quad (\text{A. 30})$$

と与えられる.

次に, 中性子スキン存在の証拠に用いた相互作用断面積と中性子分離断面積の関係を導く. 問題を具体化するため, ^{11}Li にならって, 入射核 P が芯の核 F と 2 中性子からなり束縛状態はただ 1 つしかなく, (F+1 中性子) 系の束縛状態はないものとする. このとき P の波動関数が

$$\Psi_0 = \phi_0 \Phi_0, \quad \Psi_{\alpha \neq 0} = \phi_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} \Phi_\gamma \quad (\text{A. 31})$$

と積の形に書けるとする. ここで Φ_γ は芯核 F の状態を表わし, ϕ_0 は P の基底状態での 2 中性子の状態を, $\phi_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}$ は励起状態での 2 中性子の状態を表わす. $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ は芯 F に対する各中性子の運動量である. 直交性 $\langle \phi_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} | \phi_0 \rangle = 0$ と完全性

$$\begin{aligned}\int d^3k_1 d^3k_2 |\phi_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}(\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2)\rangle \langle \phi_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}(\mathbf{u}'_1 \mathbf{u}'_2)| \\ = \delta(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}'_1) \delta(\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}'_2) - |\phi_0(\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2)\rangle \langle \phi_0(\mathbf{u}'_1 \mathbf{u}'_2)|\end{aligned}\quad (\text{A. 32})$$

が成り立つ.

芯 F が励起しない場合の 2 中性子分離断面積は

$$\sigma_{-2n}(P+T) = \sum_{\beta} \int d^3k_1 d^3k_2 \sigma_{\alpha=(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2, \gamma=0), \beta} \quad (\text{A. 33})$$

である. 完全性(A. 32)を用いると

$$\begin{aligned}\sigma_{-2n}(P+T) &= \int d^2b \left[\langle \Psi_0 \Theta_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}^*) | \Phi_0 \rangle \langle \Phi_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Psi_0 \Theta_0 \rangle \right. \\ &\quad \left. - \langle \Psi_0 \Theta_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}^*) | \Psi_0 \rangle \langle \Psi_0 | \prod_{i \in P} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Psi_0 \Theta_0 \rangle \right]\end{aligned}\quad (\text{A. 34})$$

が得られる．一方，右辺第2項は(A.30)により $\sigma_1(P+T)$ と関係している．
右辺第1項を芯 F と 2 中性子の部分にわけると

$$\begin{aligned} & \langle \Theta_0 | \langle \Phi_0 | \prod_{i \in F} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}^*) | \Phi_0 \rangle \langle \Phi_0 | \prod_{i \in F} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Phi_0 \rangle \\ & \quad \times \langle \phi_0 | \prod_{i \in 2n} \prod_{j \in T} |1 - \Gamma_{ij}|^2 | \phi_0 \rangle | \Theta_0 \rangle \\ & = \langle \Phi_0 \Theta_0 | \prod_{i \in F} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}^*) | \Phi_0 \rangle \langle \Phi_0 | \prod_{i \in F} \prod_{j \in T} (1 - \Gamma_{ij}) | \Phi_0 \Theta_0 \rangle \quad (\text{A.35}) \end{aligned}$$

となり， $\sigma_1(F+T)$ と関係している．ここでユニタリ性 $|1 - \Gamma_{ij}|^2 = 1$ を使った．
かくして中性子スキンの実証に用いられた関係式

$$\sigma_{-2n}(P+T) = \sigma_1(P+T) - \sigma_1(F+T) \quad (\text{A.36})$$

が得られた．

A-3 不安定核の平均場の特徴

不安定核の平均ポテンシャルは，以下で述べるように，安定核のものと著しく異なった性質をもつと考えられる．不安定核の構造を論じるには，まず，この点を理解しておく必要がある．

a) 陽子と中性子の Fermi エネルギーの違い

図 A-4 に中性子過剰核，および，陽子過剰核の平均ポテンシャルを通常の安定核の場合と比較した．安定核では陽子と中性子の Fermi エネルギーがほぼ等しい(これが， β 崩壊に対して安定な理由である)が，不安定核では両者が著しく異なる．このことが β 不安定核の最も基本的な特徴である．例えば，陽子ドリップ線上にある最も重い $N=Z$ 核と考えられる ^{100}Sn では，両者は約 15 MeV 異なると見積もられている．さらに中性子(陽子)ドリップ線近傍では，中性子(陽子)Fermi 面が連続エネルギー状態に近い状態に近いため，占有されていない束縛準位がほとんど無い．つまり，非占有準位はほとんど連続状態から成る．これまで学んできたように，基底状態や低励起モードの性質は主に Fermi 面近傍の粒子-粒子相関や粒子-空孔励起によって決まっていたから，この違いは大きな影響を及ぼす．

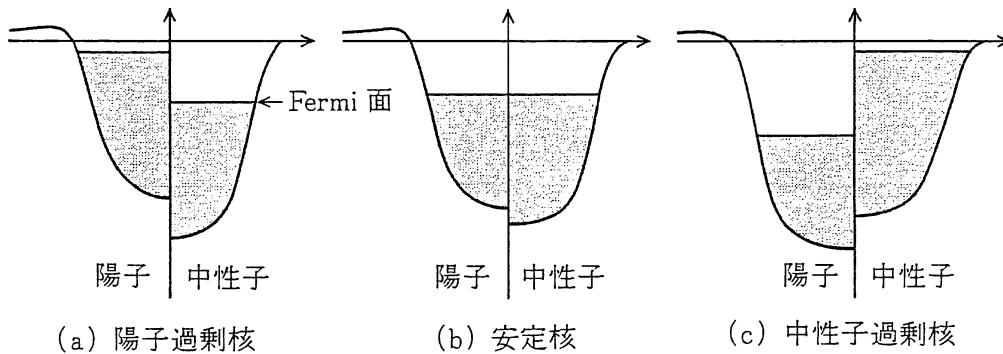


図 A-4 平均ポテンシャルと Fermi 面(概念図). 各図の左側に陽子, 右側に中性子に対する平均ポテンシャルが示されている. 安定核の場合(b), 陽子と中性子の Fermi エネルギーがほぼ等しいが, 陽子過剰核(a), 中性子過剰核(c)では両者が著しく異なることに注意しよう.

b) 連続状態近傍での対相関

実験によると, $N=7$ の ^{10}Li には束縛状態がないが, 中性子数が偶数($N=8$) の ^{11}Li は束縛する. このことは, 2 個の中性子がペアを組むことによって始めて ^9Li に束縛されることを示している. 一般にドリップ線近傍での対相関は極めて重要と考えられるが, 束縛状態に対する通常の BCS 近似をそのまま使うことはできず, 連続状態近傍での対相関を記述する新しい方法の開発が求められる. このように, 不安定核の構造を考えるときは, 弱く束縛された 1 粒子準位と 1 粒子共鳴準位や連続状態との結合を正しく取り扱うことが本質的となる. 弱く束縛された有限量子系に特有の新しい理論的課題といえる.

A-4 密度依存力を用いた Hartree-Fock 計算

β 安定線から中性子(陽子)ドリップ線に至る広範な領域にわたって, 原子核の平均場が N と Z の組合せにより変化する様子を調べる目的に適した有用な理論的手法として, ここでは, 密度に依存する有効相互作用を用いた Hartree-Fock 計算について紹介する.

a) Skyrme 力

1970 年頃までの有効相互作用に関する微視的研究の結果, 原子核内部での媒

質効果(相互作用する2核子にまわりの核子が及ぼす影響)の主要部分を密度依存性として表現できることが明らかになった*. こうして, この密度依存性を現象論的に取り入れ, 結合エネルギーや密度分布の飽和性を再現する有効相互作用が核構造の Hartree-Fock 計算に広く用いられるようになった. なかでも, 相対距離への依存性が δ 関数で与えられる(これをゼロレンジ力という) Skyrme 型の有効相互作用は特に簡便である**. この有効力は

$$\begin{aligned}
 V_{12} = & t_0(1+x_0P_\sigma)\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) + \frac{1}{2}t_1(1+x_1P_\sigma)\{\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}^2\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\} \\
 & + t_2(1+x_2P_\sigma)\mathbf{k}\cdot\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\mathbf{k} + \frac{1}{6}t_3(1+x_3P_\sigma)\rho^\alpha\left(\frac{1}{2}(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)\right)\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2) \\
 & + iW_0(\boldsymbol{\sigma}_1+\boldsymbol{\sigma}_2)\cdot(\mathbf{k}\times\delta(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)\mathbf{k}) \tag{A.37}
 \end{aligned}$$

と一般的に書ける. ここで, $\mathbf{k} = \frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)$ であり, $P_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$ はスピン交換演算子である. 10個のパラメータ ($t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha, W_0$) は, β 安定線付近の原子核の半径, 体積エネルギー, 圧縮率, 表面エネルギー, 対称エネルギーなどの巨視的性質を再現するという条件のもとで決めるので, 任意性はそれほどない. (この際, $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ としてパラメータの数を減らしてもかなり満足できる結果が得られる). t_1, t_2 を含む項は有限レンジ(相互作用の到達距離が有限である)などの効果を運動量依存性として表現したものである. 一方, t_3 を含む項が密度依存性を表わし, そのべき乗パラメータ α としては1より小さい $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ 等がよく使われる. W_0 を含む最後の項はスピン軌道力である.

ゼロレンジ力である Skyrme 力 V_{ij} の利点は, 1粒子モードの真空 $|\phi_0\rangle$ に関する有効ハミルトニアン $H = \sum_i \mathbf{p}_i^2/2m + \frac{1}{2} \sum_{ij} V_{ij}$ の期待値 $E = \langle \phi_0 | H | \phi_0 \rangle$ が局所ハミルトニアン密度 $H(\mathbf{r})$ の空間積分として表現できる点にある. つまり,

$$E = \int H(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \tag{A.38}$$

* J. W. Negele and D. Vautherin: Phys. Rev. C5(1972)1472.

** D. Vautherin and D. M. Brink: Phys. Rev. C5(1972)626; J. Dobaczewski, H. Flocard and J. Treiner: Nucl. Phys. A422(1984)103; P. Bonche, H. Flocard and P.-H. Heenen: Nucl. Phys. A467(1987)115.

$|\phi_0\rangle$ が Slater 行列式で表わせ、かつ、時間反転対称性を満たしているとき、 $H(\mathbf{r})$ は密度 $\rho(\mathbf{r}) = \sum_i |\phi_i(\mathbf{r})|^2$ 、運動エネルギー密度 $\tau(\mathbf{r}) = \sum_i |\nabla\phi_i(\mathbf{r})|^2$ 、スピン軌道流密度 $\mathbf{J}(\mathbf{r}) = i \sum_i \phi_i^*(\mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma} \times \nabla\phi_i(\mathbf{r}))$ および、それらの微分の簡単な関数となる。つまり、

$$H(\mathbf{r}) = H(\rho(\mathbf{r}), \tau(\mathbf{r}), \mathbf{J}(\mathbf{r}), \nabla\rho(\mathbf{r}), \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r})) \quad (\text{A. 39})$$

ここで、 $\phi_i(\mathbf{r})$ は 1 粒子波動関数であり、 \sum_i は占有された 1 粒子状態 i に関する和を表わす。簡単のため陽には書いていないが $\phi_i(\mathbf{r})$ はスピン波動関数も含んでいることに注意。また、実際には陽子と中性子の区別をし、さらに、陽子間の Coulomb 相互作用も付け加える必要がある。

一方、 $|\phi_0\rangle$ が時間反転対称性を破っているとき(例えば、2-4 節で議論した回転座標系で定義された状態の場合)、 $H(\mathbf{r})$ には運動量密度

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2i} \sum_i (\phi_i^*(\mathbf{r}) \nabla\phi_i(\mathbf{r}) - \phi_i(\mathbf{r}) \nabla\phi_i^*(\mathbf{r}))$$

等に依存するいくつかの項が付け加わる。

エネルギー期待値 E を 1 粒子波動関数 $\phi_i(\mathbf{r})$ に関して(規格化 $\int |\phi_i|^2 d\tau = 1$ の拘束条件つきで)変分すると、その停留条件より Hartree-Fock 方程式を得る。 $|\phi_0\rangle$ が時間反転対称性を満たしているとき、それは

$$\left(-\nabla \cdot \frac{\hbar^2}{2m^*(\mathbf{r})} \nabla + U(\mathbf{r}) + i\mathbf{W}(\mathbf{r}) \cdot (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla) \right) \phi_i(\mathbf{r}) = e_i \phi_i(\mathbf{r}) \quad (\text{A. 40})$$

と書ける。ここで、 e_i は 1 粒子エネルギーであり、有効質量 $m^*(\mathbf{r})$ 、ポテンシャル $U(\mathbf{r})$ 、スピン軌道ポテンシャル $\mathbf{W}(\mathbf{r})$ はさきに定義した 3 種類の密度 $\rho(\mathbf{r}), \tau(\mathbf{r}), \mathbf{J}(\mathbf{r})$ の関数として決まる。ここに現われる有効質量は(3.64)で定義した k -質量に対応し、密度 $\rho(\mathbf{r})$ と運動量依存項のパラメータ t_1, t_2, x_1, x_2 に依存する。一方、スピン軌道項は $\rho(\mathbf{r})$ が球対称の場合には 2-1 節で述べた $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ に比例する形に帰着することに注意しよう。このように、Hartree-Fock 方程式を局所ポテンシャルのみを用いて表現できることが Skyrme 力を用いる利点である(有限レンジの有効相互作用を用いると一般に非局所ポテンシャルとなる。Skyrme 力ではこの非局所性は有効質量としてのみ取り入れられて

いる)。殻模型の平均ポテンシャルは局所ポテンシャルとして与えられるから、殻模型との対応も見やすい。

b) 中性子スキンの計算例

図 A-5 に Skyrme 力を用いた Hartree-Fock 計算の一例を示す。この図には中性子ドリップ線近傍の $^{68}_{20}\text{Ca}_{48}$ に対する平均ポテンシャルと 1 粒子エネルギー準位が描かれている。陽子が深く束縛されているのと対照的に中性子の束縛エネルギーは小さく、Fermi 面近くの準位は連続エネルギー領域にこぼれ出す寸前である。また、連続エネルギー領域に描かれている 2 本の共鳴準位は中性子の対相関に重要な役割を果たす。次に、この計算で得られた中性子と陽子の密度分布を図 A-6 に示す。中性子ドリップ線近傍核 $^{68}_{20}\text{Ca}_{48}$ で中性子スキンが形成されていることがわかる*。

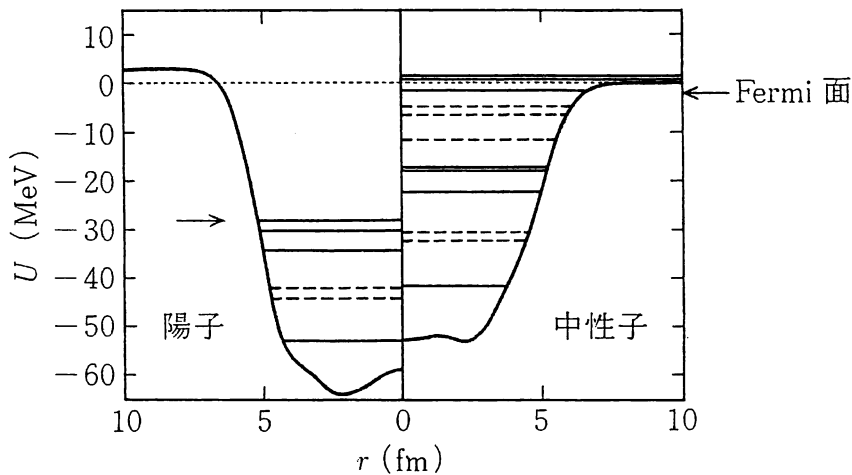


図 A-5 Skyrme 力を用いた Hartree-Fock 計算による $^{68}_{20}\text{Ca}_{48}$ の陽子と中性子に対する平均ポテンシャルと 1 粒子エネルギー準位。左側に陽子、右側に中性子に対する平均ポテンシャルが示されている。実線は正パリティの、破線は負パリティの準位を表わす。2つの矢印は、それぞれ、陽子と中性子の Fermi 面を示す。正エネルギー領域に描かれた 2 本の実線は中性子の $s_{1/2}$ および $d_{5/2}$ 共鳴準位を表わす。(寺崎順氏の計算による。)

* $^{68}_{20}\text{Ca}_{48}$ を実験で生成するのは困難であるが、ここでは理論計算の都合で、この例を紹介した。説明を省略したが、この図は、波動関数を 3 次元座標空間の格子点での値で表わし(正方メッシュ表現という。D. Baye and P.-H. Heenen: J. Phys. A19(1986)2041 参照)、連続エネルギー領域での対相関も考慮した Hartree-Fock-Bogoliubov 計算に基づくものである。また、Hartree-Fock 方程式の解法として虚時間法(K. T. R. Davis, H. Flocard, S. Krieger and M. S. Weiss: Nucl. Phys. A342(1980)111 参照)が用いられている。

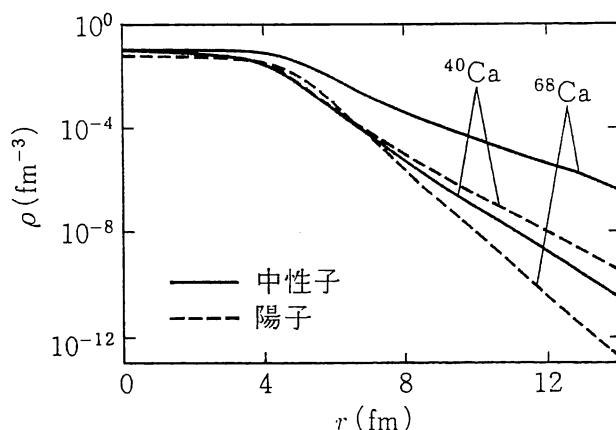


図 A-6 図 A-5 と同じ Hartree-Fock 計算による ${}^{68}_{20}\text{Ca}_{48}$ の陽子密度分布(破線)と中性子密度分布(実線). 比較のため, 安定核 ${}^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$ に対する計算結果も示されている.

この種の計算が現在いろいろな不安定核に対して活発に行なわれており, 中性子ドリップ線や中性子ハロー, 中性子スキンが出現する核領域の理論的予言が試みられている.

また, 類似した現象として, 陽子ハロー, 陽子スキンの可能性も検討されている. 陽子過剰核の場合には, Coulomb ポテンシャル障壁の内側に局在した連続エネルギー領域の共鳴準位の役割が興味深い.

A-5 いくつかの話題

最後に, 最近の話題にすこし触れておく.

a) 殻構造の変化

不安定核では, 過剰な核子による表面の滲み出し(diffuseness)が増大し, また, 中性子と陽子の密度分布が異なるので, 1 粒子エネルギースペクトルは安定核と異なる特徴をもつと予想される. 例えば, 先にみたように, スピン軌道ポテンシャルは密度分布の勾配に比例するから, 陽子と中性子で異なる可能性がある. 将来, 不安定核に対する実験データが蓄積されれば, いろいろな物理量の $(N-Z)/A$ 依存性(アイソスピン依存性)が分かり, また, 1 粒子共鳴準位も含めて殻構造の特徴が明らかになると期待される.

最近の実験で $^{100}_{50}\text{Sn}_{50}$ が発見された*。この原子核はもっとも重い $N=Z$ の 2 重閉殻核と考えられ、このような不安定核でも $j-j$ 結合殻モデルの魔法数が持続しているか等、面白い話題を提供しつつある。一方、軽い中性子過剰核 $^{31}_{11}\text{Na}_{20}$ や $^{32}_{12}\text{Mg}_{20}$ に対する実験データでは、 $N=20$ の魔法数の消滅が示唆されている。

b) 新しい変形殻構造

不安定核では安定核では見られなかった変形が起こるかもしれない。2-5 節で述べたように、原子核の変形は変形殻構造の形成によって起こるが、 N も Z も変形魔法数となる原子核は多くの場合不安定核となるため、これまでよく調べられなかったのである。 $N=Z$ の重い陽子過剰核では、中性子と陽子の変形殻効果がコヒーレントに作用するかどうか興味深い。一方、変形した中性子過剰核では、陽子と中性子の変形が異なる等、新しい様相が現われる可能性がある。

c) 陽子と中性子の対相関

これまで議論してきたのは同種粒子(中性子-中性子, 陽子-陽子)間の対相関であった。陽子-中性子相互作用, 特に, アイソスピン $T=0$ の強い引力のため $N \cong Z$ の重い陽子過剰核では, 新しい型の対相関が生じる可能性がある。(重い安定核では Coulomb 力のため $N > Z$ となり, Fermi 面での 1 粒子準位が陽子と中性子で異なるので, 陽子-中性子対相関が効かなくなっていた。)

d) 巨大 Gamow-Teller (GT) 共鳴状態への β 崩壊

不安定核では中性子と陽子の Fermi エネルギーが著しく異なるため, β 崩壊で隣りの原子核の非常に高い励起状態を生成する。このため, $^{56}_{28}\text{Ni}_{28}$ より重い $N=Z$ の陽子過剰核では娘核の巨大 GT 共鳴状態への β 崩壊という, 安定核ではおよそ考えられなかったことも起こりうるであろう**。

* R. Schneider *et al.*: Z.Phys. A348(1994)241; M.Lewitowicz *et al.*: Phys. Lett. B332 (1994)20.

** 例えば, $^{100}_{50}\text{Sn}_{50}$ は $^{100}_{49}\text{In}_{51}$ の巨大 GT 状態に β 崩壊するという理論計算がある: I. Hamamoto and H. Sagawa: Phys. Rev. C48(1993)R960.

e) 新しい励起モード

不安定核では、1粒子運動の性質や Fermi 面近傍の環境の変化を反映して、集団励起モードの性質も変化すると考えられる。第3章でみたように、陽子と中性子が逆位相で振動するアイソベクトル型電気双極振動は高励起状態に巨大双極共鳴として現われ、これが和則値をほとんど尽くすため、低励起領域ではこの振動の強度は極めて弱い。しかし、中性子過剰核では、中性子スキンと残りの核子集団の相對運動の自由度が生じ、この振動による双極モードが低励起状態に現われる可能性がある*。これはソフト双極モード(soft dipole mode)と呼ばれ、実験的探索が始まっている。安定核の低い励起エネルギー領域では、陽子の励起と中性子の励起のコヒーレントな(位相の揃った)1次結合からなるアイソスカラー型の集団運動が主要な励起モードであった。一方、不安定核では陽子と中性子の Fermi 面がアンバランスになるため、集団運動に対する陽子と中性子の寄与もアンバランスになると考えられる。この極端な例としては、中性子スキンの励起モードも予想される。

また、中性子ドリップ線近傍では、表面の滲み出しのため、単極型励起モードの性質が安定核とかなり異なる可能性がある**。3-1節で触れたように、単極振動モードは核物質の圧縮率と関係しているから、不安定核の実験により中性子-陽子非対称な核物質の圧縮率について情報が得られるかどうか興味深い。

いずれにせよ、不安定核の励起状態に対する今後の実験が期待される。将来、不安定核の高スピン状態が励起できるようになれば、新しい集団モード探索の可能性はさらに飛躍的に増大するであろう。

* K. Ikeda: Nucl. Phys. A538(1992)355c.

** 各種の励起演算子に対する強度関数(式(3.2))は連続状態への励起の始まる、しきいエネルギーを越えると(式(5.7)のようなエネルギー粗視化をしなくても)連続関数となる。ドリップ線近傍では、Fermi 面近傍の核子が容易に連続エネルギー状態に励起されるため、しきいエネルギーが小さく、強度関数はここから著しい立ち上がりを示す。これをしきい効果(threshold effect)という。このような強度関数の理論計算には、上で述べた Skyrme 力を用いた Hartree-Fock 法で得られた平均場に基づき、連続状態との結合を自己無撞着に取り入れた RPA 計算がよく用いられている。(I. Hamamoto, H. Sagawa and X. Z. Zhang: Phys. Rev. C53(1996)765 参照。関連する文献として、T. Otsuka *et al.*: Nucl. Phys. A588(1995)113c.)

参考書・文献

I 原子核の構造

参考書

現代的な核構造論の本格的な教科書

- [1] A. Bohr and B. R. Mottelson: *Nuclear Structure, Vol. 1, Single-Particle Motion* (Benjamin, 1969)[中村誠太郎監修, 有馬朗人, 市村宗武, 久保寺国晴訳: 原子核構造第1巻, 単一粒子運動(講談社, 1979)]; *Vol. 2, Nuclear Deformations* (Benjamin, 1975)[中村誠太郎監修, 有馬朗人, 寺沢徳雄, 市村宗武, 矢崎紘一, 大西直毅訳: 第2巻, 原子核の変形(講談社, 1980)]

本書第1部はこの教科書に多くを負っている.

大学院修士課程1年生向けの一般的な教科書

- [2] A. de Shalit and H. Feshbach: *Theoretical Nuclear Physics, Vol. 1, Nuclear Structure* (Wiley, 1974)
- [3] M. A. Preston and R. K. Bhaduri: *Structure of the Nucleus* (Addison-Wesley, 1975)
- [4] P. Ring and P. Schuck: *Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, 1980)
- [5] P. J. Siemens and A. S. Jensen: *Elements of Nuclei—Many-Body Physics with the Strong Interaction* (Addison-Wesley, 1987)
- [6] J. M. Eisenberg and W. Greiner: *Nuclear Theory, Vol. 1, 2, 3* (North-Holland, 1970)[3rd revised edition(1988)]

- [7] M. K. Pal: *Theory of Nuclear Structure*(Affiliated East-West Press, 1983)
 [8] G. E. Brown: *Unified Theory of Nuclear Models and Forces*(North-Holland, 1967)[香村俊武訳: 原子核モデルと核力の統一理論(講談社, 1971)]

[4]は多体問題に詳しい.

原子核に限らず, 量子多体系に対する方法論を一般的に述べた教科書

- [9] J. Blaizot and G. Ripka: *Quantum Theory of Finite Systems*(MIT Press, 1991)
 [10] J. W. Negele and H. Orland: *Quantum Many-Particle Systems*(Addison-Wesley, 1988)
 [11] A. L. Fetter and J. D. Walecka: *Quantum Theory of Many Particle Systems* (McGraw-Hill, 1971)

- [12] G. E. Brown: *Many-Body Problem*(North-Holland, 1972)

核構造の研究に欠かせないガンマ線分光学について解説した教科書

- [13] H. Ejiri and M. J. A. de Voigt: *Gamma-Ray and Electron Spectroscopy in Nuclear Physics*(Clarendon Press, 1989)

- [14] H. Morinaga and T. Yamazaki: *In-Beam Gamma-Ray Spectroscopy*(North-Holland, 1976)

すこし古くなるが, 現在でも一読の価値がある教科書

- [15] J. M. Blatt and V. F. Weisskopf: *Theoretical Nuclear Physics*(Wiley, 1952)

日本語で書かれた一般的な教科書

- [16] 高木修二, 丸森寿夫, 河合光路: 原子核論, 第2版(岩波講座「現代物理学の基礎」第10巻)(岩波書店, 1978)

- [17] 杉本健三, 村岡光男: 原子核物理学(共立出版, 1988)

- [18] 野上茂吉郎: 原子核(基礎物理学選書13)(裳華房, 1973)

[17], [18]は学部学生向きである.

角運動量に関する基本的事項はどの量子力学の教科書にも書かれている. 専門書としては

- [19] L. C. Biedenharn and J. D. Louck: *Angular Momentum in Quantum Physics, Encyclopedia of Mathematics and its Applications Vol. 8*(Addison-Wesley, 1981)

核構造論における数値計算について

- [20] K. Langanke, J. A. Maruhn and S. E. Koonin(eds.): *Computational Nuclear Physics I, Nuclear Structure*(Springer-Verlag, 1991)

下記の本には核構造論のいろいろな分野の簡潔なレビューが収められている.

- [21] A. Bohr and R. Broglia(eds.): *Elementary Modes of Excitation in Nuclei, Proc. S. I. F., Course LXIX*(North-Holland, 1977)

- [22] R. Broglia, G. Hagemann and B. Herskind(eds.): *Nuclear Structure 1985 (Niels Bohr Centennial Conferences 1985)*(North-Holland, 1985)

- [23] Y. Abe, H. Horiuchi and K. Matsuyanagi(eds.): *New Trends in Nuclear Collective Dynamics*(*Springer Proceedings in Physics* 58)(Springer-Verlag, 1992)
- [24] 「1990年代にむけての核物理の展望」研究会報告(素粒子論研究 77(1988)F1), 「原子核物理の将来」(核理論懇談会 20人委員会, 素粒子論研究 80(1990)253)

文献

第I部で参考にした文献を以下に記す.

第1章

核力・核物質・有効相互作用

- [25] Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 3(1956), No. 39(1967), No. 42(1968)
- [26] G. E. Brown and A. D. Jackson: *The Nucleon-Nucleon Interaction*(North-Holland, 1976)
- [27] H. A. Bethe: Ann. Rev. Nucl. Sci. 21(1971)93
- [28] A. D. Jackson: Ann. Rev. Nucl. Sci. 33(1983)105
- [29] D. W. L. Sprung: *Advances in Nuclear Physics Vol. 5*(Plenum Press, 1972) p. 225
- [30] Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 65(1979)
- [31] S. -O. Backman, G. E. Brown and J. A. Niskanen: Phys. Rep. 124(1985)1
- [32] 鈴木賢二, 岡本良治: 日本物理学会誌 42(1987)263
- 質量公式・中性子過剰核・ベータ崩壊
- [33] 佐藤 竈, 宇野正宏: 日本物理学会誌 39(1984)892
- [34] M. Uno and M. Yamada: Prog. Theor. Phys. 53(1975)985, 65(1981)1322
- [35] 谷畑勇夫, 小林俊雄: 日本物理学会誌 45(1990)790
- [36] 山田勝美, 森田正人, 藤井昭彦: ベータ崩壊と弱い相互作用(新物理学シリーズ 15)(培風館, 1974)

全般

- [37] A. Bohr and B. R. Mottelson: Ann. Rev. Nucl. Sci. 23(1973)363

第2章

j - j 結合殻モデル

- [38] M. G. Mayer and J. H. D. Jensen: *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*(Wiley, 1955)[寺沢徳雄訳: 原子核の殻模型入門(三省堂, 1973)]
- [39] A. de Shalit and I. Talmi: *Nuclear Shell Theory*(Academic Press, 1963)
- [40] B. A. Brown and B. H. Wildenthal: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 38(1988)29
- Strutinsky の方法
- [41] M. Brack, J. Damgaard, A. S. Jensen, H. C. Pauli, V. M. Strutinsky and C. Y.

Wong: Rev. Mod. Phys. 44(1972)320

[42] I. Ragnarsson, S. G. Nilsson and R. K. Sheline: Phys. Rep. 45(1978)1

殻構造の半古典論

[43] R. Balian and C. Bloch: Ann. Phys. 69(1971)76

[44] V. M. Strutinsky and A. G. Magner: Sov. J. Part. Nucl. 7(1976)138

[45] V. M. Strutinsky, A. G. Magner, S. R. Ofengenden and T. Døssing : Z. Phys. **A283**(1977)269

[46] M. Berry : in *Chaotic Behaviour of Deterministic Systems*(Les Houches, Session XXXVI, 1981), eds. G. Iooss, R. H. G. Helleman and R. Stora(North-Holland, 1983)p. 172

第3章

巨大共鳴と和則

[47] H. Sagawa and G. Holzwarth: Prog. Theor. Phys. 59(1978)1213

[48] O. Bohigas, A. M. Lane and J. Martorell: Phys. Rep. 51(1979)267

[49] T. Suzuki: Prog. Theor. Phys. 64(1980)1627

[50] J. P. Blaizot: Phys. Rep. 64(1980)171

[51] E. Baron, J. Cooperstein and S. Kahana : Nucl. Phys. **A440**(1985)744

[52] E. Lipparini and S. Stringari: Phys. Rep. 175(1989)103

[53] 鈴木敏男, 池田清美 : 日本物理学会誌 37(1982)664

[54] G. Bertsch: in *Frontiers and Borderlines in Many-Particle Physics*, ed. R. A. Broglia and J. R. Schrieffer, *Proc. I. N. F., Course CIV*(North-Holland, 1987)p. 41

[55] J. Speth(ed.): *Electric and Magnetic Giant Resonances in Nuclei(International Review of Nuclear Physics, Vol. 7)*(World Scientific, 1991)

原子核の形

[56] S. Åberg, H. Flocard and W. Nazarewicz: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 40(1990) 439

低エネルギー 4 重極集団運動

[57] G. Scharf-Goldhaber, C. B. Dover and A. L. Goodman: Ann. Rev. Nucl. Sci. 26 (1976)239

[58] K. Kumar and M. Baranger: Nucl. Phys. **A92**(1967)608

[59] D. R. Bes and R. A. Sorensen: *Advances in Nuclear Physics, Vol. 2*(Plenum Press, 1969)p. 129

[60] H. Sakamoto and T. Kishimoto: Nucl. Phys. **A501**(1989)205, 242

[61] D. Cline: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 36(1986)683

[62] F. Iachello and A. Arima: *The Interacting Boson Model*(Cambridge Univ.

Press, 1987)

粒子-振動結合, 粒子-回転結合

[63] A. Bohr: Rev. Mod. Phys. **48**(1976)365, B. Mottelson: *ibid*, **48**(1976)375, J. Rainwater: *ibid*, **48**(1976)385

[64] A. Bohr and B. Mottelson : *Physica Scripta* **22**(1980)461

[65] I. Hamamoto: *Phys. Rep.* **10**(1974)63

[66] A. Kuriyama, T. Marumori and K. Matsuyanagi: *Prog. Theor. Phys. Suppl.* No. **58**(1975)53

有効結合定数

[67] J. I. Fujita and K. Ikeda: *Nucl. Phys.* **67**(1965)145

[68] H. Ejiri and J. I. Fujita: *Phys. Rep.* **38**(1978)85

[69] A. Arima, K. Shimizu, W. Bentz and H. Hyuga: *Advances in Nuclear Physics*, Vol. **18**(Plenum Press, 1987)p. 1

有効質量

[70] C. Mahaux and H. Ngo: *Phys. Lett.* **100B**(1981)285

[71] C. Mahaux, P. F. Bortignon, R. A. Broglia and C. H. Dasso: *Phys. Rep.* **120**(1985)1

[72] C. Mahaux and R. Sartor: *Advances in Nuclear Physics*, Vol. **20**(Plenum Press, 1991)p. 1

Nuclear Field Theory

[73] D. R. Bes: *Prog. Theor. Phys. Suppl.* Nos. **74** and **75**(1983)1

クラスター・モデル

[74] *Prog. Theor. Phys. Suppl.* No. **52**(1972), No. **68**(1980)

[75] 堀内昶, 池田清美: *日本物理学会誌* **38**(1983)836

[76] H. Horiuchi and K. Ikeda: in *International Review of Nuclear Physics*, Vol. **4**(World Scientific, 1986)p. 2

高スピン状態

[77] I. Hamamoto: in *Treatise on Heavy-Ion Science*, Vol. **3**, ed. D. A. Bromley (Plenum Press, 1985)p. 313

[78] Z. Szymansky: *Fast Nuclear Rotation*(Clarendon Press, 1983)

[79] Y. R. Shimizu, J. D. Garrett, R. A. Broglia, M. Gallardo and E. Vigezzi: *Rev. Mod. Phys.* **61**(1989)131

第4章

準位の統計およびランダム行列理論

[80] F. J. Dyson: *J. Math. Phys.* **3**(1962)140, 157, 166, 1191, 1199

- [81] R. Balian: *Nuov. Cim.* **57**(1968)183
- [82] C. E. Porter: *Statistical Theories of Spectra—Fluctuations*(Academic Press, 1965)
- [83] T. A. Brody, J. Flores, J. B. French, P. A. Mello, A. Pandey and S. S. M. Wong: *Rev. Mod. Phys.* **53**(1981)385
- [84] S. S. M. Wong: *Nuclear Statistical Spectroscopy*(Oxford Univ. Press, 1986)
- [85] M. L. Mehta: *Random Matrix—Revised and Enlarged, 2nd Edition*(Academic Press, 1991)
- [86] P. G. Hansen, B. Johnson and R. Richter: *Nucl. Phys.* **A518**(1990)13
- [87] O. Bohigas and M.-J. Giannoni: in *Mathematical and Computational Methods in Nuclear Physics*(*Lecture Notes in Physics 209*)(Springer-Verlag, 1984)p. 1
- [88] O. Bohigas: in *Chaos and Quantum Physics*(*Les Houches, Session LII, 1989*), eds. M. -J. Giannoni, A. Voros and J. Zinn-Justin(North-Holland, 1991)p. 89
- [89] 湯川哲之: *日本物理学会誌* **42**(1987)130

準位密度

- [90] J. R. Huizenga and L. G. Moretto: *Ann. Rev. Nucl. Sci.* **22**(1972)427
- [91] R. G. Stokstad: in *Treatise on Heavy-Ion Science, Vol. 3*, ed. D. A. Bromley (Plenum Press, 1985)p. 83

原子核におけるカオス

- [92] O. Bohigas and H. A. Weidenmuller: *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **38**(1988)421
- [93] W. J. Swiatecki: *Nucl. Phys.* **A488**(1988)375c

有限量子系のカオス

- [94] M. C. Gutzwiller: *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*(Springer-Verlag, 1990)
- [95] A. M. Ozorio de Almeida: *Hamiltonian Systems: Chaos and Quantization* (Cambridge Univ. Press, 1988)

第5章

巨大共鳴の減衰幅

- [96] G. F. Bertsch, P. F. Bortignon and R. A. Broglia: *Rev. Mod. Phys.* **55**(1983) 287

核分裂

- [97] N. Bohr and J. A. Wheeler: *Phys. Rev.* **56**(1939)426
- [98] H. A. Kramers: *Physica* **7**(1940)284
- [99] D. L. Hill and J. A. Wheeler: *Phys. Rev.* **89**(1953)1102
- [100] J. A. Wheeler: in *Fast Neutron Physics, Part II*, ed. J. B. Marion and J. L.

- Fowler(Interscience, 1963)p. 2051
- [101] L. Willet: *Theories of Nuclear Fission*(Clarendon Press, 1964)
- [102] R. Vandenbosh and J. R. Huizenga: *Nuclear Fission*(Academic Press, 1973)
- [103] D. Hilscher, H. J. Krappe and W. von Oertzen(eds.): *Proceedings of the International Conference on Fifty Years Research in Nuclear Fission*(Nucl. Phys. A 502(1989))
- [104] Y. T. Oganessian and Y. A. Lazarev: in *Treatise on Heavy-Ion Science, Vol. 4*, ed. D. A. Bromley(Plenum Press, 1985)p. 1
- [105] S. Bjørnholm and J. E. Lynn: Rev. Mod. Phys. 52(1980)725
- [106] T. Kindo and A. Iwamoto: Phys. Lett. 225B(1989)203
- 超変形状態
- [107] P. J. Nolan and P. J. Twin: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 38(1988)533
- [108] R. V. F. Janssens and T. L. Khoo: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 41(1991)321
- 高温状態での集団運動
- [109] K. A. Snover: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 36(1986)545
- [110] R. A. Broglia: in *Frontiers and Borderlines in Many-Particle Physics*, ed. R. A. Broglia and J. R. Schrieffer, *Proc. I. N. F., Course CIV*(North-Holland, 1987) p. 204

II 集団運動の微視的理論

原子核の集団運動の微視的理論を系統的に扱った教科書としては第 I 部文献[4]がよい。この中には多くの参考文献が引用されているので、原論文を知りたい人には参考になる。また原子核の集団運動を取り扱った日本語の教科書としては、第 I 部文献[16]の第 II 部が挙げられる。

第 II 部では多体系の量子論の基礎知識を前提としたが、これには第 I 部文献[9], [10], [11]が参考になる。

原子核における多体問題の 1970 年以前の重要な原論文を集めたものとして

- [1] 新編物理学選集 58(日本物理学会, 1974)
- また核構造のいろいろな分野の理論に関するレビューと問題点を議論したものとしては、第 I 部文献[23]のほか
- [2] Y. Abe and T. Suzuki(eds.): *Microscopic Theories of Nuclear Collective Motions*, Prog. Theor. Phys. Suppl. 74, 75(1983)
- [3] R. Bengtsson, J. Draayer and W. Nazarewicz(eds.): *Nuclear Structure Models* (World Scientific, 1993)

また第 II 部では、古典力学系の非線形力学の多少の知識を前提としたが、これらの教科

書として

[4] V. I. Arnold: *Mathematical Method of Classical Mechanics* (Springer, 1989)

[5] A. J. Lichtenberg and M. A. Lieberman: *Applied Mathematical Science 38* (Springer, 1983)

これ以外に、第Ⅱ部で取り扱った課題のレビューとしていくつかあげれば、時間依存 Hartree-Fock 理論のまとめとして

[6] J. W. Negele: *Rev. Mod. Phys.* **54**(1982)913

[7] P. Kramer and M. Saraceno: *Lecture Notes in Phys. No. 140* (Springer, 1981)

[8] M. Yamamura and A. Kuriyama: *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **93**(1987)

ボソン展開の一般的なまとめとして

[9] A. Klein and E. R. Marshalek: *Rev. Mod. Phys.* **63**(1991)375

Ⅲ 核反応論

参考書

散乱の量子論一般

[1] 砂川重信：散乱の量子論(岩波全書，1977)

[2] 笹川辰也：散乱理論(裳華房，1991)

[3] L. S. Rodberg and R. M. Thaler: *Introduction to the Quantum Theory of Scattering* (Academic Press, 1967)

[4] G. Goldberger and K. M. Watson: *Collision Theory* (John Wiley & Sons, 1964)

核反応論一般

[5] 岩波講座現代物理学の基礎第10巻「原子核論」(岩波書店，1978)，第3部

[6] H. Feshbach: *Theoretical Nuclear Physics—Nuclear Reactions* (John Wiley & Sons, 1992)

[7] G. R. Satchler: *Introduction to Nuclear Reaction, 2nd ed.* (Macmillan Education Ltd., 1990)

[8] P. E. Hodgson: *Nuclear Reactions and Nuclear Structure* (Clarendon Press, 1971)

[9] C. Mahaux and H. A. Weidenmüller: *Shell Model Approach to Nuclear Reactions* (North-Holland, 1969)

光学模型・直接反応一般

[10] G. R. Satchler: *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1983)

- [11] N. K. Glendenning: *Direct Nuclear Reactions*(Academic Press, 1983)
 [12] N. Austern: *Direct Nuclear Reaction Theory*(John Wiley & Sons, 1970)

文献

第9章

基本的な事柄については文献[5]～[9]が参考となる。最近のテーマを知るには諸会議の proceedings 等が役に立つ。本文と関係の深いものをいくつか挙げておく。

全般

- [13] *Proc. International Conference on Nuclear Reaction Mechanisms*(ed. S. Mukherjee, World Scientific, 1989)
 [14] *Proc. Sixth International Symp. on Polarization Phenomena in Nuclear Physics* (ed. M. Kondo *et al.*, Suppl. Journ. Phys. Soc. Japan, 55(1989))

軽イオン反応

- [15] *Proc. 1983 RCNP International Symp. on Light Ion Reaction Mechanism*(ed. H. Ogata *et al.*, RCNP, Osaka Univ. 1983)
 [16] *Spin Observables of Nuclear Probes*(ed. C. J. Horowitz *et al.*, Plenum Press, 1988)

重イオン反応

- [17] *Treatise on Heavy-Ion Science, vol. 1-7*(ed. D. A. Bromley, Plenum Press, 1984)
 [18] *Nucleus-Nucleus Collision III*(ed. C. Detraz *et al.*, Nucl. Phys. **A488**(1988));
Nucleus-Nucleus Collisions IV(ed. H. Toki *et al.*, Nucl. Phys. **A538**(1992))
 [19] *Proc. 7th International Conf. on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions* (ed. G. Baym *et al.*, Nucl. Phys. **A498**(1989))

第10章

本質的な点については文献[5]～[12]に詳しい。

多重散乱理論については[4]が詳しいが、原著論文として

- [20] L. L. Foldy: Phys. Rev. **67**(1945)107; K. M. Watson: Phys. Rev. **89**(1953) 575
 [21] A. K. Kerman, H. McManus and R. M. Thaler: Ann. Phys. (NY) **8**(1959)551
 最近の発展について
 [22] Ch. Elster, T. Chen, F. Redish and P. C. Tandy: Phys. Rev. **C41**(1990)814;
 H. F. Arellano, F. A. Brieva and W. G. Love: Phys. Rev. **C41**(1990)2188
 [23] R. Crespo, R. C. Johnson and J. A. Tostevin: Phys. Rev. **C46**(1992)279
 [24] L. Ray, G. W. Hoffmann and W. R. Cooker: Phys. Rep. **212**(1992)223

を挙げておく.

第 11 章

参考書[10]~[12]が極めて詳しい. 最近の話題は[13]~[16]が参考となる.

第 12 章

統計模型

複合核反応の記述と問題点について, 文献[5],[9]に加えて

[25] C. Mahaux and H. A. Weidenmüller: *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **29**(1979)1

[26] M. Kawai, A. K. Kerman and K. McVoy: *Ann. Phys. (NY)* **75**(1973)156

ランダム行列仮説による研究として

[27] J. J. M. Verbaarschot, H. A. Weidenmüller and M. R. Zirnbauer: *Phys. Rep.* **129**(1985)367

[28] H. Nishioka, H. A. Weidenmüller and S. Yoshida: *Ann. Phys. (NY)* **193**(1989) 195

を挙げておく.

非平衡過程

軽イオン反応の前平衡過程については, 励起子模型の拡張, 発展が

[29] J. J. Griffin: *Phys. Rev. Lett.* **17**(1966)478

[30] G. Mantozouranis, H. A. Weidenmüller and D. Agassi: *Z. Phys.* **A276**(1976) 145

[31] A. Iwamoto and K. Harada: *Nucl. Phys.* **A419**(1984)472

で追える. この考え方の現代版である多段階直接反応, 多段階複合核反応について

[32] H. Feshbach, A. Kermann and S. Koonin: *Ann. Phys. (NY)* **125**(1980)429

[33] T. Tamura, T. Udagawa and H. Lenske: *Phys. Rev.* **C26**(1982)379

[34] H. Nishioka, H. A. Weidenmüller and S. Yoshida: *Ann. Phys. (NY)* **183**(1988) 166

[35] M. Herman, G. Reffo and H. A. Weidenmüller: *Nucl. Phys.* **A536**(1992)124

を挙げておく. 最新の論文から遡って欲しい.

重イオン反応の VUU 法については

[36] G. F. Bertsch and S. Das Gupta: *Phys. Rep.* **160**(1988)189

[37] W. Cassing, V. Mitag, U. Mosel and K. Niita: *Phys. Rep.* **188**(1990)363

量子分子動力学については

[38] T. Maruyama, A. Onishi and H. Horiuchi: *Phys. Rev.* **C42**(1990)386

を挙げておく.

第2次刊行に際して

第2次刊行にあたり、初版にあったいくつかのミスプリントを訂正した他、補章として不安定核の構造と反応に関する基本的事項を簡潔にまとめた。

「まえがき」でおことわりしたように、原子核物理学は多方面に研究のフロンティアが広がっている広大な分野であるので、本書ではそれらを総花的に紹介することを目的とせず、思い切って題材を絞り、核子多体系としての原子核のダイナミクスをできるだけ現代的な観点から、概念的に一貫した筋書きで提示することを試みた。第1次刊行以来、原子核物理学の各分野で重要な進展があったが、第2次刊行に際しても同じ主旨から、補章のテーマを不安定核に絞ったうえ、その中でも、本文の内容を補強するとの観点から題材を選んだ。

近年、中高エネルギー重イオン反応を用いて不安定核を生成し、これを2次ビームとして種々の核反応を起こさせる実験が可能になり、 β 安定線から遠く離れた不安定核の研究が盛んに行なわれるようになった。それとともに、われわれの原子核に対する視野は、これまでの β 安定線という1次元の曲線近傍から、 N と Z からなる2次元平面に広がった。 N と Z の組合せを自由に変化させ、それにつれて核構造が変化する有様を調べることによって、中性子と陽子という2種類のフェルミオンからなるユニークな有限量子系としての原子核

の特質をより深く理解できるだろう。

本書で強調したように、原子核の性質は励起エネルギー、温度、角運動量等の変化につれて、本質的に変化する。したがって、これらのパラメータからなる多次元空間のなかで、個々の原子核現象を位置付け、これらのパラメータの変化に伴って、原子核の構造と反応の諸性質が変化する有様を系統的に調べることによって、原子核に対する知識が広がるだけでなく、原子核という量子多体系の本質について、より深い理解に到達することができると期待される。

この観点からいえば、不安定核の研究はアイソスピン量子数という新たな座標軸を持ち込むものといえる。こうして、アイソスピンの変化に伴う核子多体系のダイナミックスの変化を調べることができる。核子多体系のアイソスピン、角運動量、温度、励起エネルギーなどの物理量を自由にコントロールすることは、核構造・核反応物理学の夢である。不安定核の研究はこの夢に向かって、新たな次元を開くものといえよう。最近、理化学研究所で RI (Radioactive Isotope) ビームファクトリーの建設が決まり、また、新たに発足する素粒子原子核研究所でも JHP (Japan Hadron Project) の一環として不安定核の物理が推進されようとしている。今年、このような世界をリードするプロジェクトが日本で大きな一歩を踏み出す記念すべき年である。以上が、補章で不安定核の物理を取り上げた理由である。

第2次刊行に際しても多くの方々のお世話になった。清水良文氏には九州大学大学院修士課程1年のテキストとして本書を使用された経験に基づいて初版のミスプリントを指摘して頂いた。寺崎順氏には補章の図 A-5, A-6 に採用したオリジナルな Hartree-Fock 計算を遂行して頂いた。松尾正之氏、田嶋直樹氏には補章の草稿に眼を通して頂いた。これらの方々には心から感謝したい。

1997年4月

著 者

索引

- A
- アイコナール近似 272, 273
 アイソパリックアナログ状態 6, 180
 アイソスピン 5
 安定性の行列 138
 アラインメント 68
 圧縮率 38, 193, 266
- B
- β 安定線 9
 β バンド 49
 β 振動 48
 バンド交差 67
 Bogoliubov 変換 24
 Bohr-Mottelson の集団ハミルトニアン
 46
 傍観部 190
 傍観部-関与部描像 190
 ボソンマッピング 141
 ボソン模型 145
 Breit-Wigner 型 89
 Breit-Wigner の 1 準位公式 252
- 部分幅 253
 部分波展開 184, 199
 分光学的因子 231
 分光学的振幅 229
 分離エネルギー 4
 分散幅 89, 244
 分散公式 250
 河合-Kerman-McVoy の—— 255
 分散ポテンシャル 244
 ブレイクアップ反応 175
 ブロッキング効果 53
 物理的, 非物理的ボソン空間 144
 物体固定座標系 21
 BUU 方程式 261
- C
- チャネル 175
 ——波動関数 248
 ——内部波動関数 240
 チャネル結合法 176, 238
 超変形状態 90
 超重元素 9
 超高エネルギー 196

直接反応 176, 180, 220
 中性子分離断面積 270
 中性子ドリップ線 9
 中性子ハロー 268, 269
 中性子スキン 268, 270
 中心衝突 192
 Coriolis 力 64
 Coulomb 応答関数 236
 Coulomb 障壁 226
 CRC 法 242

D

Δ -空孔模型 244
 Δ 粒子 181, 244
 Δ_3 統計 78
 断熱仮定 155, 160
 弾性チャネル 175
 弾性散乱 174, 198
 デカップリングパラメータ 66
 動力学的正準座標系 162
 動的偏極ポテンシャル 205
 動的集団座標 161
 DWBA \rightarrow 歪曲波 Born 近似

E

液滴モデル 8
 エキゾチック核 9
 エネルギー規格化 246
 エネルギー損失 186
 エネルギースペクトル 175

F

Fermi ガス模型 5
 不安定核 9, 194
 不完全融合反応 195
 複合核 11, 76, 177
 複合核弾性散乱 206, 259
 複合核過程 178

G

γ バンド 49
 γ 不安定 46
 γ 振動 49
 外向波 198
 Gauss 型直交アンサンブル(GOE)
 80, 258
 g バンド 49, 69
 Glauber 理論 271, 273
 Green 関数 221

H

8 重極変形 53
 反跳項 65
 半径パラメータ 208
 半古典量子化 35
 Hartree-Fock-Bogoliubov(HFB) 方程式 122
 Hartree-Fock(HF) ハミルトニアン 112
 Hartree-Fock 方程式 116
 時間依存—— 130, 131, 262
 拘束条件つき—— 126
 Hartree-Fock 状態 115
 ——の安定性 137
 Hartree-Fock ポテンシャル 112, 120, 128
 Hauser-Feshbach の公式 257, 259
 平均自由行程 5
 平面波 Born 近似 236
 平面波近似 236
 変形殻モデル 21
 変形共存 46
 変形魔法数 30
 偏極分解能 207, 219
 偏極電荷 62
 偏極ポテンシャル 205
 非調和性, 非調和効果 60, 140

- 非弾性散乱 174, 224, 237
 非平衡過程 246, 259
 非偏極微分断面積 249
 非軸対称変形 21, 46
 Hill-Wheeler 方程式 151
 火の玉 191
 非対称核分裂 54
 Holstein-Primakoff 型ボソン展開法
 141, 143, 145
 飽和性 5
 表面エネルギー 7
 標的核破砕片 191
- I
- 1 粒子運動(独立粒子運動) 5, 15,
 108, 121
 移行反応 230, 240
 インパルス近似 217
 イラスト線 13
 位相差関数 273
- J
- 弱結合 57
 自発的対称性の破れ 15, 119, 146
 時間反転状態 106, 117
 自己無撞着集団座標の方法 164
 軸対称変形 21
 蒸発残留核 185
 状態方程式 194
 重イオン 174
 重イオン反応 183, 190, 261
 準ボソン近似 141, 158
 準弾性散乱 181, 235
 準弾性衝突 184, 186
 準位間隔 12, 75, 77, 252
 準位交差 29, 159, 160
 準位密度 11, 84, 257
 部分—— 260
 1 粒子—— 31
- 滑らかな—— 32
 準位の統計 77
 準自由散乱 181
 準粒子 24, 117, 118, 120
- K
- 荷電交換反応 38
 回転整列 67
 回転対称性 106
 回転運動, 回転状態 25, 44, 238
 回転座標系 26
 核分裂 95
 核分裂アイソマー 94
 殻構造 30
 殻構造エネルギー 7, 33
 殻モデル(殻模型) 15, 16
 変形—— 21
 j-j 結合—— 16
 回転座標系での—— 26, 69
 核力 10
 角運動量表示 246
 慣性モーメント 52, 149
 関与部 191
 完全運動量移行 185
 完全融合 184
 カスケード計算 262, 265
 かすり角 186
 かすり角運動量 184
 かすり軌道 184
 かすり衝突径数 184
 軽イオン 174
 軽イオン反応 175, 179
 形状因子 230
 結合エネルギー 6
 基準振動 135
 危険な項 114, 121
 基底回転バンド(*g* バンド) 49, 69
 光学模型 176, 197
 光学ポテンシャル 176, 199, 202, 238

現象論的—— 206
 1次—— 216
 インパルス近似による—— 216
 一般化された—— 203
 大局的—— 208
 多重散乱理論による—— 214
 光学定理 200
 後方歪曲現象 71
 孤立準位 252
 拘束条件つき変分 119
 高スピンアイソマー 72
 固有 E2 モーメント 51
 固有座標系 21
 組替反応 175, 227, 240
 クランキング
 ——ハミルトニアン 27
 ——公式 52
 ——質量 96
 クラスタ崩壊 9
 クラスタ構造 54
 巨大 Gamow-Teller (GT) 共鳴 38,
 181
 巨大共鳴 36, 178
 巨大 4 重極共鳴 38, 181
 巨大双極共鳴 37, 100
 巨大単極共鳴 38
 強度関数 88
 Breit-Wigner 型の—— 89
 強結合 65
 共鳴幅 37, 75
 共鳴項 252
 巨視的模型 225
 吸収断面積 245

L, M

Lagrange 乗数 119, 126, 160, 167
 Lippmann-Schwinger 方程式 201
 魔法数 8, 16
 変形—— 30

丸森型ボソン展開法 143, 145
 見せかけの縮退 146
 密度演算子 234
 密度行列 111, 120, 131, 262
 一般化された—— 124
 密度依存力 278

N

流れ角 193, 265
 南部-Goldstone モード 146
 熱平衡 76, 246
 2重閉殻 18
 2重変分法 153
 Nilsson ポテンシャル 23
 2ポテンシャル問題 221
 入射核破砕片 191

O

オブレート 23
 オフエネルギーシェル 218
 オンシェル 218
 OPEP 10
 応答関数 180, 235

P

パイオン-核散乱 245
 パリティ 2重項 53
 Pauli ブロッキング 261
 ピックアップ反応 227
 Poisson 括弧式 132, 142
 Porter-Thomas 分布 82
 プロファイル関数 274
 プロレート 23

R

ランダム行列 78, 257
 乱雑位相近似 135
 ——の完備性 137, 148
 ——の正規直交性 136, 148

ラピディティ 191
 励起関数 175
 励起子模型 259
 励起子数 177, 260
 連続状態励起 233
 臨界角運動量 184
 臨界衝突径数 184
 RPA →乱雑位相近似
 R 対称性 65
 Rutherford 比 175
 量子分子動力学 266
 粒子-回転結合 64
 粒子・空孔演算子 110, 129
 粒子-空孔相関 117, 120
 粒子-粒子相関 117, 120
 粒子-振動結合 55

S

散乱振幅 198, 202, 206, 222
 s バンド 69
 正準変換の母関数 137, 162
 生成座標, 生成関数 151
 斥力芯 11
 遷移状態 98
 S 行列 184, 199, 246, 250, 257
 射影演算子 152
 射影法
 変分後の—— 153
 変分前の—— 153
 シグネチャー 27
 始状態表示 229
 —— -終状態表示対称性 229, 232
 4重極遷移 49
 4重極集団運動 45
 しきい効果 284
 滲み出しパラメータ 208
 深部非弾性衝突 184
 振動モード(振動状態) 36, 55, 225
 芯偏極効果 62

侵入軌道 18
 シンプレックス 24
 シンプレクティック多様体 132, 161
 初期正準座標系 162
 衝突項 261, 264
 集団演算子 127, 155
 集団ハミルトニアン 46, 156, 157
 集団的部分多様体 161
 集団の流れ 192, 265
 集団運動模型 238
 集団運動ポテンシャル 127, 156
 集団運動質量パラメータ 156, 158
 集団座標 45
 周縁衝突 192
 終状態表示 229
 Skyrme 力 278
 ソフト双極モード 284
 相互作用断面積 268
 相互作用半径 268
 側方飛散 193
 相転移 43, 138
 Strutinsky の処方 33
 スペクトル硬度 78
 スピン回転関数 207, 219
 スピン-軌道相互作用(スピン-軌道力)
 16, 208
 ストリッピング反応 227

T

$t\rho$ 近似 218
 多段階複合核過程 260
 体積エネルギー 7
 対称エネルギー 7
 対称核分裂 185
 対称性の回復 146, 149, 152
 多重度 192
 多重破碎 195
 多重極-多重極相互作用 59
 多重散乱理論 210

Foldy-Watson の—— 211
 Kerman-McManus-Thaler の——
 212
 単一 Slater 行列式 108
 多粒子-多空孔状態 18, 177
 たたみこみポテンシャル 205
 縦応答関数 236
 TDHF 方程式 130, 131, 262
 ——の正準変数表示 132, 142
 断熱的—— 154
 TDHF 多様体 132, 161
 転移領域 43
 テンソル力 10
 テスト粒子法 266
 T 行列 202, 210, 214, 222, 246
 ——の単一粒子値 231
 戸口の状態 176, 242
 透過行列 256
 透過係数 184
 統計的イラスト線 189
 逃散幅 90, 244
 対ギャップ 25
 対ポテンシャル 25, 120
 対振動 55
 対相関 24, 117
 対相転移 71
 対テンソル 120

 U, V, W
 失われた電荷 237
 渦なし流体値 47
 Vlasov 方程式 262, 265

VUU 方程式 194, 261, 265
 歪曲波 180, 221
 ——Born 近似 220
 歪曲ポテンシャル 224
 和則 39
 Weisskopf 単位 49
 Wigner 分布 77
 Wigner 変換 263
 Wilczynski プロット 187
 Woods-Saxon 型 208
 Woods-Saxon ポテンシャル 16

 Y
 揺動断面積 254
 陽子ドリップ線 9
 有限温度領域 100
 融合断面積 189
 有効ハミルトニアン 176
 有効結合定数 60
 有効質量 63
 有効相互作用(有効核力) 11, 180

 Z
 全断面積 175, 180, 200
 全弾性散乱断面積 175, 180, 200
 全反応断面積 175, 184, 200
 前平衡過程 177, 186, 259
 漸近領域 175
 漸近量子数 23
 全体爆発 195
 ゼロレンジ近似 232
 ゼロレンジ力 279

市村宗武 (いちむら むねたけ)

1938 年生まれ

1961 年東京大学理学部物理学科卒業

現在 東京大学教授(大学院総合文化研究科広域科学専攻相関基礎科学系)

坂田文彦 (さかた ふみひこ)

1944 年生まれ

1968 年京都大学理学部物理学科卒業

現在 茨城大学教授(大学院理工学研究科数理科学専攻)

松柳研一 (まつやなぎ けんいち)

1945 年生まれ

1967 年京都大学理学部物理学科卒業

現在 京都大学助教授(大学院理学研究科物理学・宇宙物理学専攻)

岩波講座 現代の物理学 第9巻

第15回配本(全21巻)

原子核の理論

1993年11月8日 第1刷発行

1997年6月2日 第2刷発行

著者 市村宗武・坂田文彦・松柳研一

発行者 大塚信一

発行所 株式会社 岩波書店

〒101-02 東京都千代田区一ツ橋 2-5-5 電話 03-5210-4000(案内)

印刷：法令印刷 カバー：半七印刷 製本：牧製本

© Munetake Ichimura, Fumihiko Sakata, Kenichi Matsuyanagi 1993

ISBN 4-00-010439-X Printed in Japan

Ⓜ<日本複写権センター委託出版物> 本書の無断複写は、著作権法上での例外を除き、禁じられています。本書からの複写は、日本複写権センター(03-3401-2382)の許諾を得て下さい。