



# カイラル磁気効果 発見と批判そして統合へ



福嶋 健二

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻

－ 木村利栄理論物理学賞 受賞記念講演 －

# 紆余曲折の物語



## ■ 発見前夜～黎明期

インスタントンはどこで見付かるか

## ■ 公式発見への道のり (テーゼ)

量子異常が見えた？

## ■ 次々となされる批判 (アンチテーゼ)

カイラル化学ポテンシャルの功罪

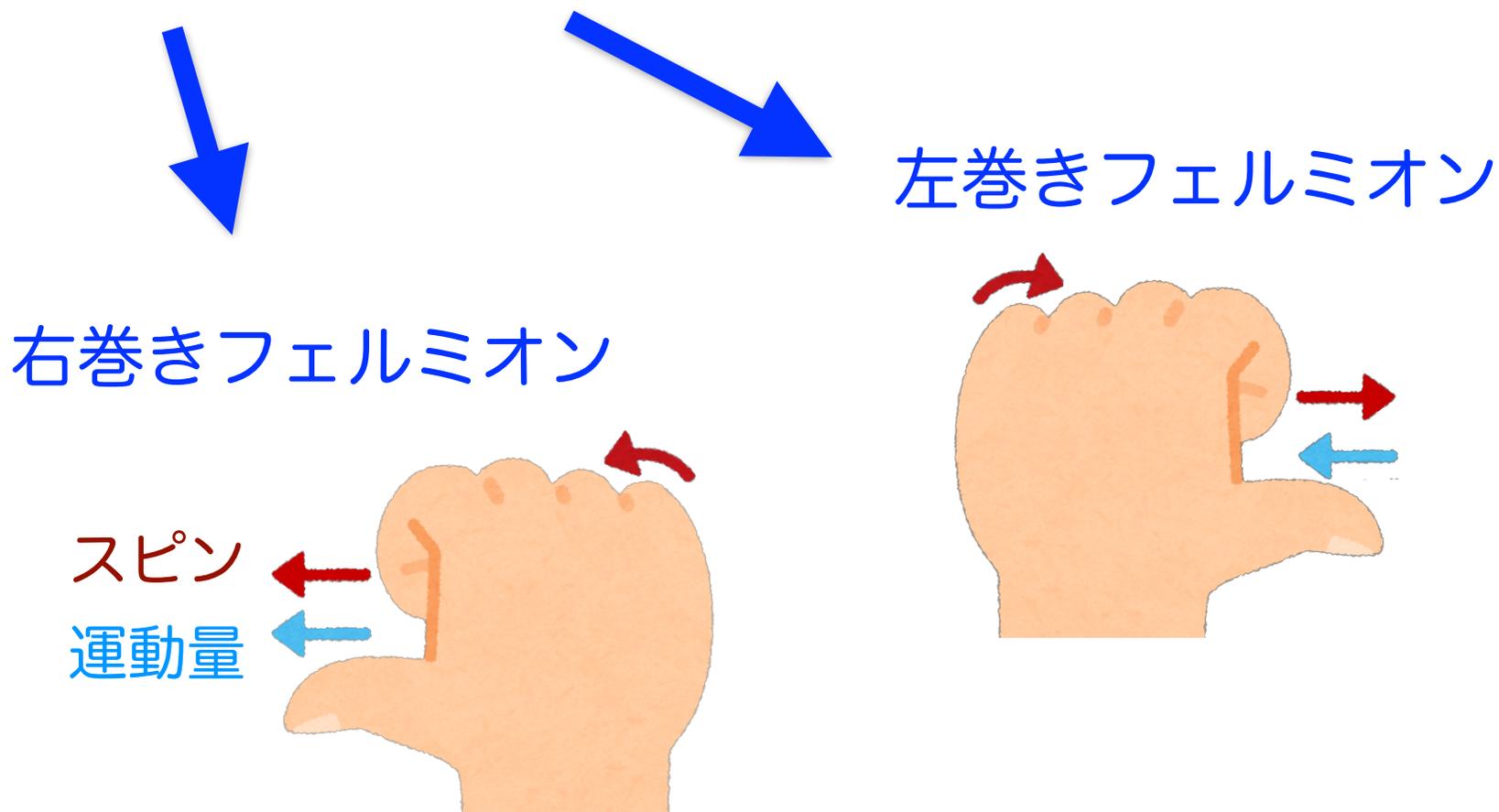
## ■ 批判を乗り越えて (アウフヘーベン)

量子異常と非平衡の物理

# 発見前夜～黎明期

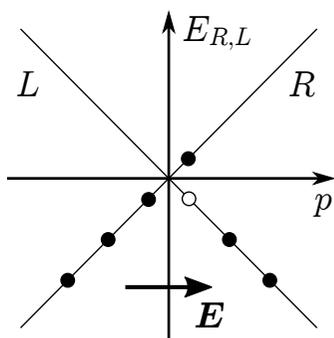
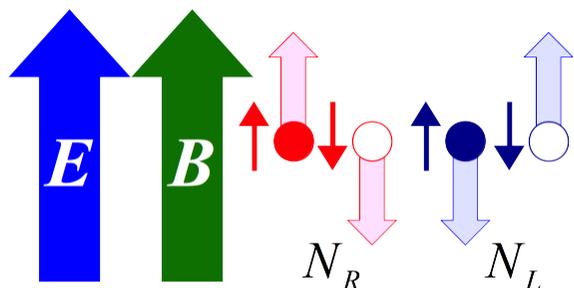
# QCDと量子異常

Diracフェルミオン (ゼロ質量)



# QCDと量子異常

## カイラル量子異常



Nielsen-Ninomiya (1983)

$$p_F^{(R)} = +qEt \quad p_F^{(L)} = -qEt$$

【カイラリティ】

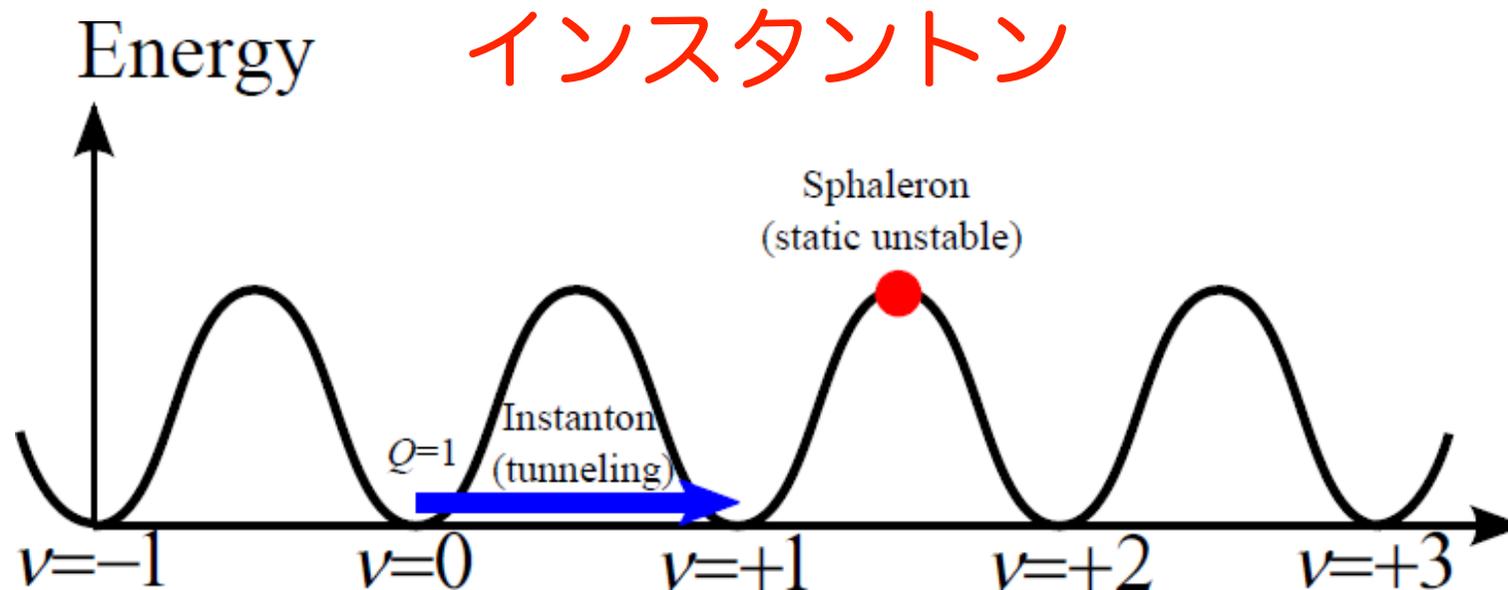
右巻き粒子数と左巻き粒子数の差

$$\frac{dN_{R,L}}{dz d^2x} = \frac{p_F^{(R,L)}}{2\pi} \cdot \frac{qB}{2\pi}$$

$$\frac{dN_5}{dt d^3x} = \frac{q^2}{2\pi^2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \Rightarrow \partial_\mu j_5^\mu = -\frac{q^2}{8\pi^2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$$

# インスタントンと $\theta$ 真空

平行電磁場をかけなくても、QCDではグルーオンの運動方程式の虚時間古典解が似たような性質を持つ



解の存在と性質は'70年代から知られていたが . . .

# インスタントンと $\theta$ 真空



$$\langle \theta | \theta \rangle \rightarrow S_{\text{QCD}} = -\frac{1}{2g^2} \text{tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{\theta}{16\pi^2} \text{tr} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}$$

$\theta$  は(何故か分からないが)ゼロとコンシステント

インスタントンは実験で見えるのか？

- ・ 理論屋はカイラル対称性の自発的破れの起源 (質量の起源) はインスタントンだと信じている
- ・  $\eta'$  の質量が異常に大きい

もっと直接的な実験的証拠は？

# 真空を変化させる実験

## 相対論的重イオン衝突実験

### RHIC: From dreams to beams in two decades

Gordon Baym

Department of Physics, University of Illinois at Urbana-Champaign  
Urbana, IL 61801, U.S.A.

This talk traces the history of RHIC over the last two decades, reviewing the scientific motivations underlying its design, and the challenges and opportunities the machine presents.

#### 1. THE VERY EARLY DAYS

The opening of RHIC culminates a long history of fascination of nuclear and high energy physicists with discovering new physics by colliding heavy nuclei at high energy. As far back as the late 1960's the possibility of accelerating uranium ions in the CERN ISR for this purpose was contemplated [1]. The subject received "subtle stimulation" by the workshop on "Bev/nucleon collisions of heavy ions" at Bear Mountain, New York, organized by Arthur Kerman, Leon Lederman, Mal Ruderman, Joe Weneser and T.D. Lee in the fall of 1974 [1]. In retrospect, the Bear Mountain meeting was a turning point in

bringing heavy ion physics to the forefront as a research tool. The driving question at the meeting was, as Lee emphasized, whether the vacuum is a medium whose properties one could change; "we should investigate," he pointed out, "... phenomena by distributing high energy or high nucleon density over a relatively large volume." If in this way one could restore broken symmetries of the vacuum, then it might be possible to create abnormal dense states of nuclear matter, as Lee and Gian-Carlo Wick speculated [2].

真空＝媒質

実験的に真空  
の性質を変化

arXiv:hep-ph/0104138v2 16 Apr 2001

# 真空を変化させる実験

標準的な場の量子論の教科書によれば・・・

$$= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \omega_{\mathbf{p}} \left( a_{\mathbf{p}}^\dagger a_{\mathbf{p}} + \frac{1}{2} [a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}}^\dagger] \right). \quad (2.31)$$

The second term is proportional to  $\delta(0)$ , an infinite c-number. It is simply the sum over all modes of the zero-point energies  $\omega_{\mathbf{p}}/2$ , so its presence is completely expected, if somewhat disturbing. Fortunately, this infinite energy shift cannot be detected experimentally, since experiments measure only energy *differences* from the ground state of  $H$ . We will therefore ignore this infinite constant term in all of our calculations. It is possible that this energy shift of the ground state could create a problem at a deeper level in the theory; we will discuss this matter in the Epilogue.

QCDには当てはまらない

$$\omega_p = \sqrt{p^2 + m^2}$$

凝縮で動的に決まる

# 真空を変化させる実験

インスタントンに似た物理を調べられる？

- 虚時間 → 実時間のトポロジー的遷移？

高温で遷移率が大きくなる

(**QCDスファレロン**遷移) McLerran-Mottola-Shaposhnikov (1990)

- 実時間で真空が急激に変化して、一時的に

$\theta$  と同じ量子数をもつ凝縮が生成される？

(**Disoriented Chiral Condensate**) Bjorken, Pisarski,  
Kharzeev, ... (~1990)

**T.D. Lee — “Vacuum Engineering”**

# 公式発見への道のり

# 磁場を入れてみよう

当時は磁場中のクォーク物質の計算はまだマイナーな研究課題で、カラー超伝導で議論されていただけ

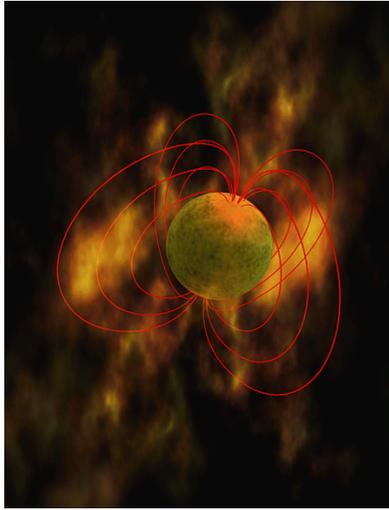
査読したカラー超伝導の論文で????と思うことがあって、たまたま廊下でHarmen Warringaと議論

これ、真面目に計算できるのでは？



**Fukushima-Warringa,  
“Color superconducting matter in a magnetic field”  
Phys.Rev.Lett.100, 032007 (2008)**

# メジヤーでなかった理由



中性子星の表面磁場

$$\lesssim 10^{12} \text{ gauss} \sim 10^{-2} \text{ MeV}^2$$

マグネターの表面磁場

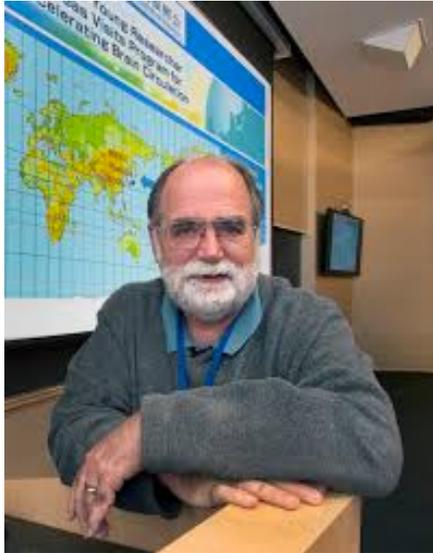
$$\lesssim 10^{15} \text{ gauss} \sim 10 \text{ MeV}^2$$

マグネターの中心部

$$\lesssim 10^{18} \text{ gauss} \sim 10^4 \text{ MeV}^2 \sim m_{\pi}^2$$

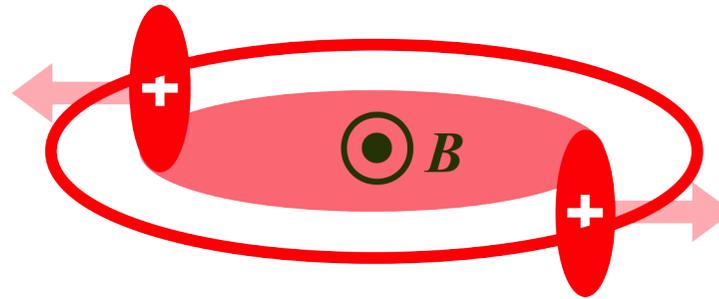
やっとQCDスケールに届いても、密度のエネルギー  
スケールの方が大きく、磁場効果はほとんど効かない

# お前の磁場はネグリジブルだ！



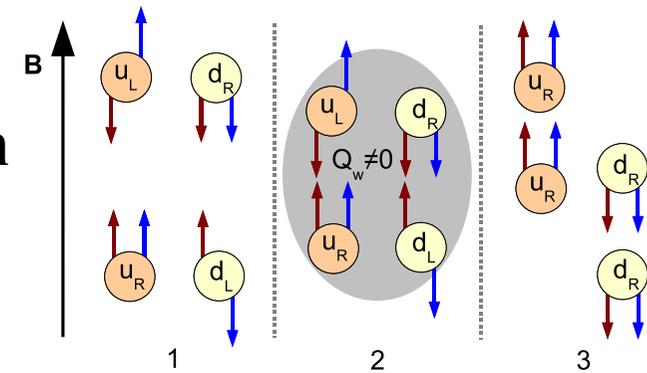
Larry McLerran

**Kharzeev-McLerran-Warringa,**  
**“The effects of topological charge change in heavy ion collisions: Event by event  $P$  and  $CP$  violation”, NPA 803, 227 (2008)**



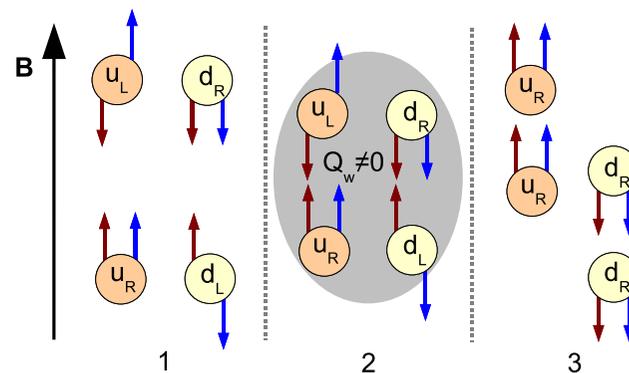
相対論的重イオン衝突実験の作る磁場

$$10^{20} \text{ gauss} \sim \text{GeV}^2$$



# 直感的な描像

Kharzeev-McLerran-Warringa,  
 “The effects of topological charge change in  
 heavy ion collisions: Event by event  $P$  and  
 $CP$  violation”, NPA 803, 227 (2008)



カイラリティがトポロジー的なゲージ配位に誘起される

$$(N_L^f - N_R^f) = 2Q_w$$

磁場がスピンの向きを揃え電荷の偏りが誘起される

$$Q = 2Q_w \sum_f |q_f|$$

ここまではDCCなど様々な  
理論シナリオのひとつ・・・

# 最高に愉快的な数日間

2007年9月にBNLから基研に異動

2008年の初夏にBNLに ~~釣りしに~~ 物理を議論しに行く

Harmen Warringa、Dima Kharzeevと議論が始まる

磁場中のもっと場の量子論的な計算はできないか？

「粒子数」はとても扱いにくい

カラー超伝導では( $\beta$  平衡の)化学ポテンシャルを使う

カイラリティ → 化学ポテンシャルで大分配関数計算

# 最高に愉快的な数日間

毎朝「答えが分かったぞ！」から議論がスタート

K. Fukushima, “Views of the Chiral Magnetic Effect”  
Lect.Notes Phys.871, 241 (2013) 1209.5064 [hep-ph]

我々が最初に気付いた「公式」と「導出法」

$$\Omega = \frac{|eB|}{2\pi} \sum_{s=\pm} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{n,s} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{2\pi} \left[ \omega_{p,s} + T \sum_{\pm} \log(1 + e^{-\beta(\omega_{p,s} \pm \mu)}) \right]$$

Landau縮退度                      ゼロ点振動                      大分配関数

$$\omega_{p,s}^2 = \left[ \text{sgn}(p_3)(p_3^2 + 2|eB|n)^{1/2} + s\mu_5 \right]^2 + m^2$$

Landau軌道                      カイラル化学ポテンシャル

# 最高に愉快な数日間

$$\Omega = \frac{|eB|}{2\pi} \sum_{s=\pm} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{n,s} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{2\pi} \left[ \omega_{p,s} + T \sum_{\pm} \log(1 + e^{-\beta(\omega_{p,s} \pm \mu)}) \right]$$

$$\omega_{p,s}^2 = \left[ \text{sgn}(p_3)(p_3^2 + 2|eB|n)^{1/2} + s\mu_5 \right]^2 + m^2$$

$$j_3 = \frac{\partial \Omega}{\partial A_3} \Big|_{A_3=0} \quad (\mu_5 \text{ のためゲージ量子異常ではない})$$

$$= e \frac{|eB|}{2\pi} \sum_{s=\pm} \sum_{n=0}^N \alpha_{n,s} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \frac{dp_3}{2\pi} \frac{d}{dp_3} \left[ \omega_{p,s} + T \sum_{\pm} \log(1 + e^{-\beta(\omega_{p,s} \pm \mu)}) \right]$$

$$= e \frac{|eB|}{4\pi^2} [\omega_{p,\pm}(p_3 = \Lambda) - \omega_{p,\pm}(p_3 = -\Lambda)]$$

$$= e \frac{|eB|}{4\pi^2} [(\Lambda \pm \mu_5) - (\Lambda \mp \mu_5)] = \frac{e^2 \mu_5}{2\pi^2} B$$

# 最高に愉快な数日間

Harmen・自分「運動量の端っこから答えが出て温度にも質量にもよらない式が出たっ！」



(Dima Kharzeevのオフィスに駆け込んで興奮して黒板に式を書き殴る二人)

Dima「そうそう、量子異常だからねー、フフフ」

Harmen・自分「あれ？思ったより驚かないな・・・  
答えを知っていたのかな・・・」

# 最高に愉快な数日間

1種類の荷電粒子による電流密度

$$j = \frac{e^2 \mu_5}{2\pi^2} B$$

QCDで期待される電流

$$J = N_c \sum_f q_f \left[ \frac{q_f \Phi}{2\pi} \right] \frac{L_z \mu_5}{\pi}$$

## The Chiral Magnetic Effect

Kenji Fukushima,<sup>1,\*</sup> Dmitri E. Kharzeev,<sup>2,†</sup> and Harmen J. Warringa<sup>2,‡</sup>

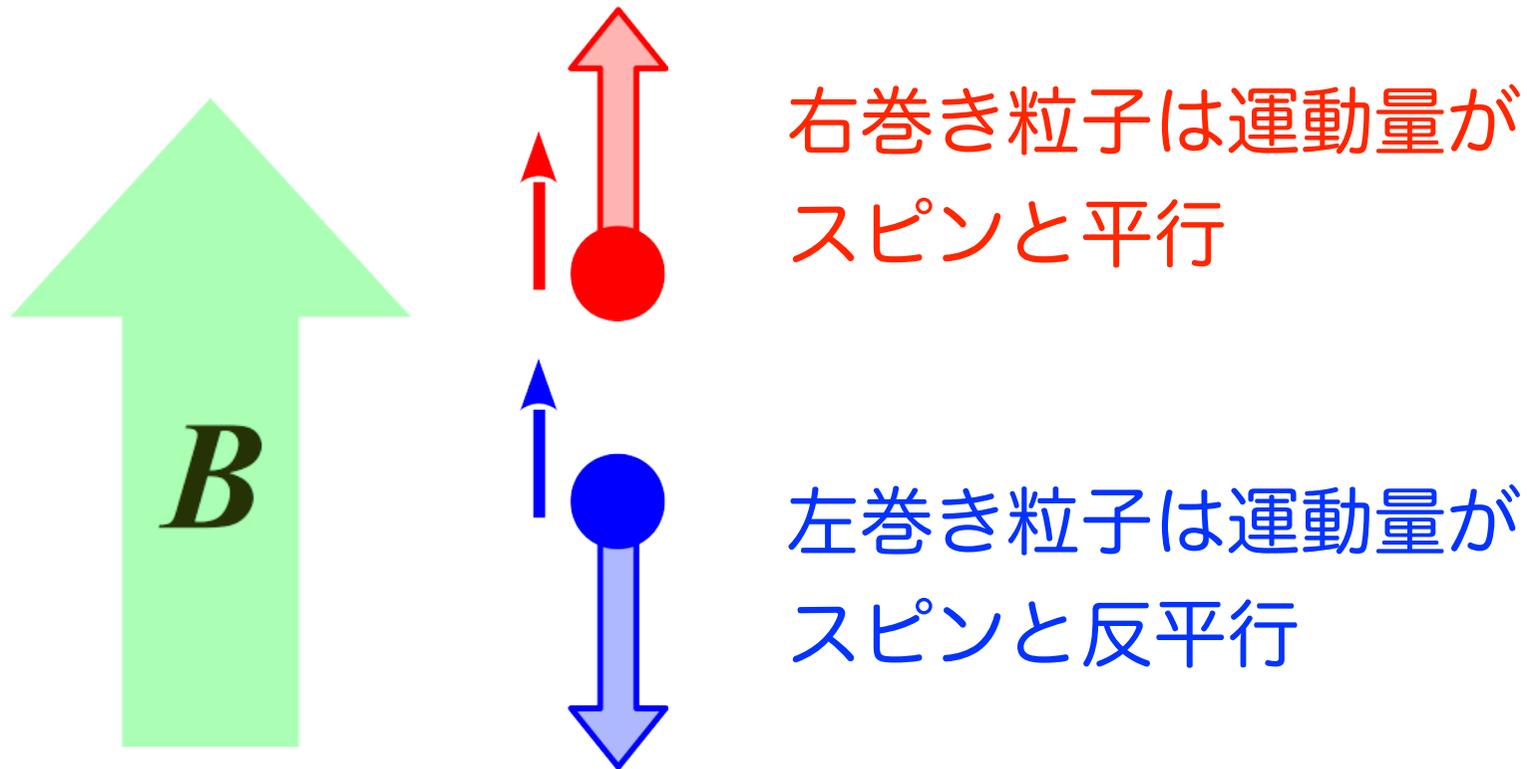
<sup>1</sup>*Yukawa Institute, Kyoto University, Kyoto, Japan*

<sup>2</sup>*Department of Physics, Brookhaven National Laboratory, Upton NY 11973, USA*

(Dated: August 26, 2008)

Phys.Rev.D78, 074033 (2008)

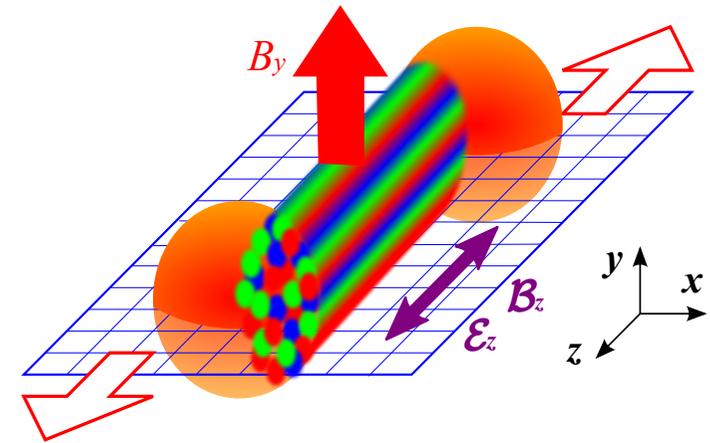
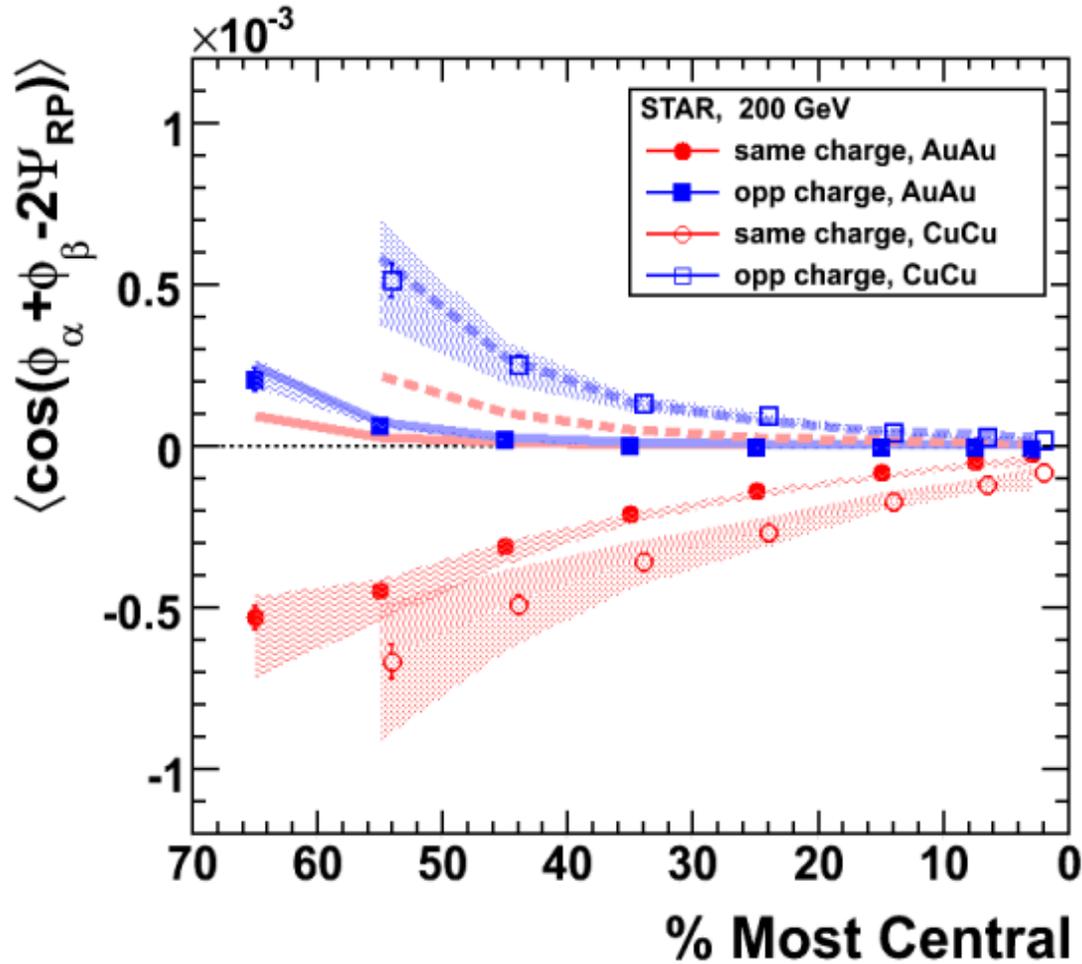
# カイラル磁気効果まとめ



仮に右巻き粒子だけの世界があれば磁場と平行に電流が発生

(量子異常的に微妙な議論ですが大丈夫です)

# メジャーになった理由

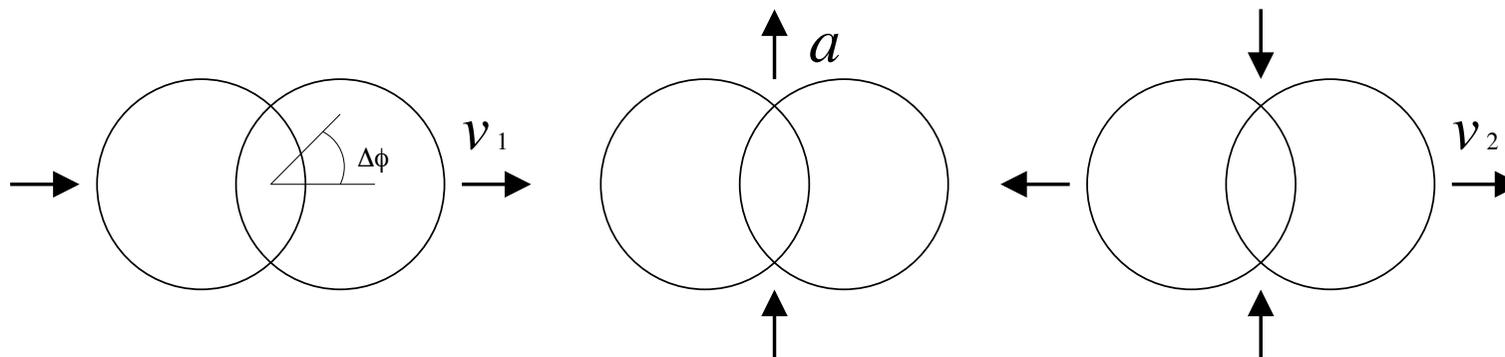


磁場に沿った方向に  
電荷揺らぎが増大  
(平均をとるので  
揺らぎのみ観測)

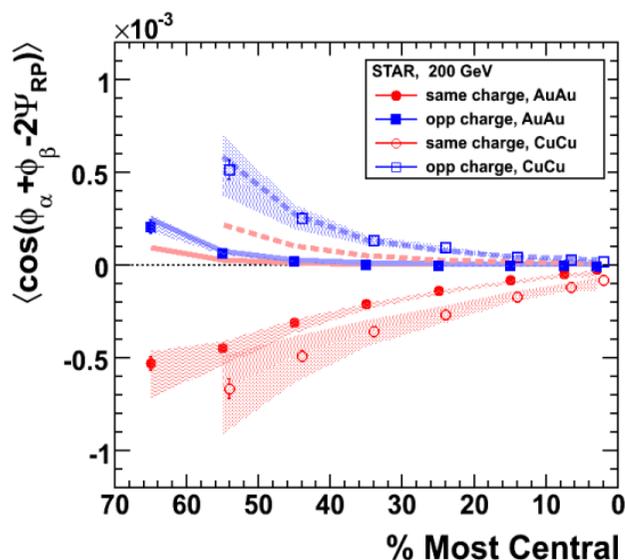
STAR, PRL103, 251601 (2009)

# 次々となされる批判

# カイラル磁気効果は見えていない！



$$\begin{aligned} \langle\langle \cos(\Delta\phi_\alpha + \Delta\phi_\beta) \rangle\rangle &= \langle\langle \cos \Delta\phi_\alpha \cos \Delta\phi_\beta \rangle\rangle - \langle\langle \sin \Delta\phi_\alpha \sin \Delta\phi_\beta \rangle\rangle \\ &= \left( \langle\langle v_{1,\alpha} v_{1,\beta} \rangle\rangle + B_{\alpha\beta}^{\text{in}} \right) - \left( \langle\langle a_\alpha a_\beta \rangle\rangle + B_{\alpha\beta}^{\text{out}} \right). \end{aligned}$$



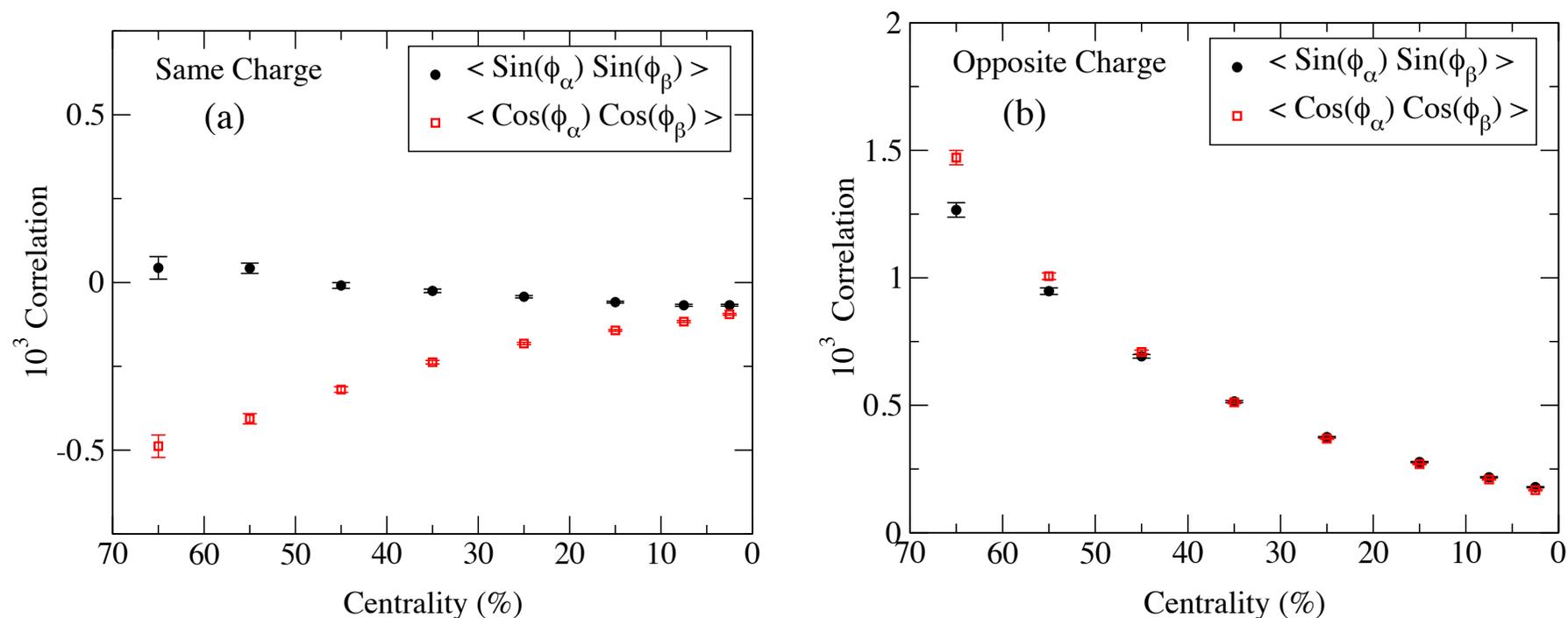
当初はバックグラウンドBはキャンセルし、 $v_1$ の揺らぎも無視できると「仮定」された

# カイラル磁気効果は見えていない！



$$\cos(\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2) = \cos \Delta\phi_1 \cos \Delta\phi_2 - \sin \Delta\phi_1 \sin \Delta\phi_2$$

$$\cos(\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2) = \cos \Delta\phi_1 \cos \Delta\phi_2 + \sin \Delta\phi_1 \sin \Delta\phi_2$$



Bzdak-Koch-Liao (2010)

# カイラル磁気効果は見えていない！



## 現状のまとめ

- 重イオン衝突実験でカイラル磁気効果は(まだ)確認されていない。
- 存在が否定されたわけでもない。強磁場の存在は間違いないが、トポロジーの揺らぎが強いかどうか分からず、観測できない可能性もある。
- 同重核を使った実験計画が進行中。(質量数は等しいが電荷が違うので磁場の効果だけを抜き出すことができる。)

# 昔なやんだ質問

- 量子異常なのに化学ポテンシャルに依存？  
化学ポテンシャルはゲージ場の第ゼロ成分
- ゲージ不変なのか？  
Chern-Simons流の軸性ゲージ場のところに外場  $\mu_5$
- 実際の実験のどこに紫外発散が？  
量子異常に対応する電流をダイヤグラム計算  
すると赤外から寄与が出てくる
- 平衡状態のベクトル演算子期待値は本当に電流？  
いまから詳しく議論します

# カイラル磁気効果は存在しない！

PRL 111, 027201 (2013)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
12 JULY 2013

## Electromagnetic Response of Weyl Semimetals

M. M. Vazifeh and M. Franz

*Department of Physics and Astronomy, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, Canada V6T 1Z1*  
(Received 22 March 2013; published 9 July 2013)

It has been suggested recently, based on subtle field-theoretical considerations, that the electromagnetic response of Weyl semimetals and the closely related Weyl insulators can be characterized by an axion term  $\theta \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$  with space and time dependent axion angle  $\theta(\mathbf{r}, t)$ . Here we construct a minimal lattice model of the Weyl medium and study its electromagnetic response by a combination of analytical and numerical techniques. We confirm the existence of the anomalous Hall effect expected on the basis of the field theory treatment. We find, contrary to the latter, that chiral magnetic effect (that is, ground state charge current induced by the applied magnetic field) is absent in both the semimetal and the insulator phase. We elucidate the reasons for this discrepancy.

$$J_z = -e \sum_n \int_{\text{BZ}} \frac{dk_z}{2\pi} \frac{\partial \epsilon_n(k_z)}{\partial k_z} n_F[\epsilon_n(k_z)] = 0$$

# カイラル磁気効果は存在しない！



- 結晶の周期性（量子異常はキャンセルする）
- ゼロ点振動が入っていない
- 平衡状態では電流は存在しない

計算そのものはQCDには当てはまらない  
平衡状態に関するステートメントは正しい  
QCDも例外ではないはず

$\mu_5$ の発明は理論を進展させたが同時に混乱も起こした

# カイラル磁気効果は存在します！

$\mu_5$ に物理の非平衡性が集約されている！

平衡状態(時間依存性がない)では $\mu_5$ はゼロになる

時空に依存する $\theta$ 項  $\frac{g^2}{32\pi^2}\theta(x,t)F_a^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}^a$

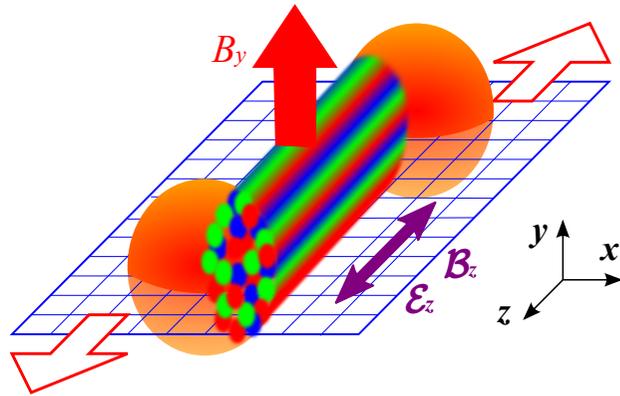
軸性U(1)回転して $\theta$ 項を消すと  $\frac{1}{2N_f}\partial_\mu\theta\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$

これより $\mu_5$ の正体は $\theta$ の時間微分であると分かる

$\mu_5$ が有限であれば平衡状態ではない！

# 批判を乗り越えて

# 粒子生成の物理

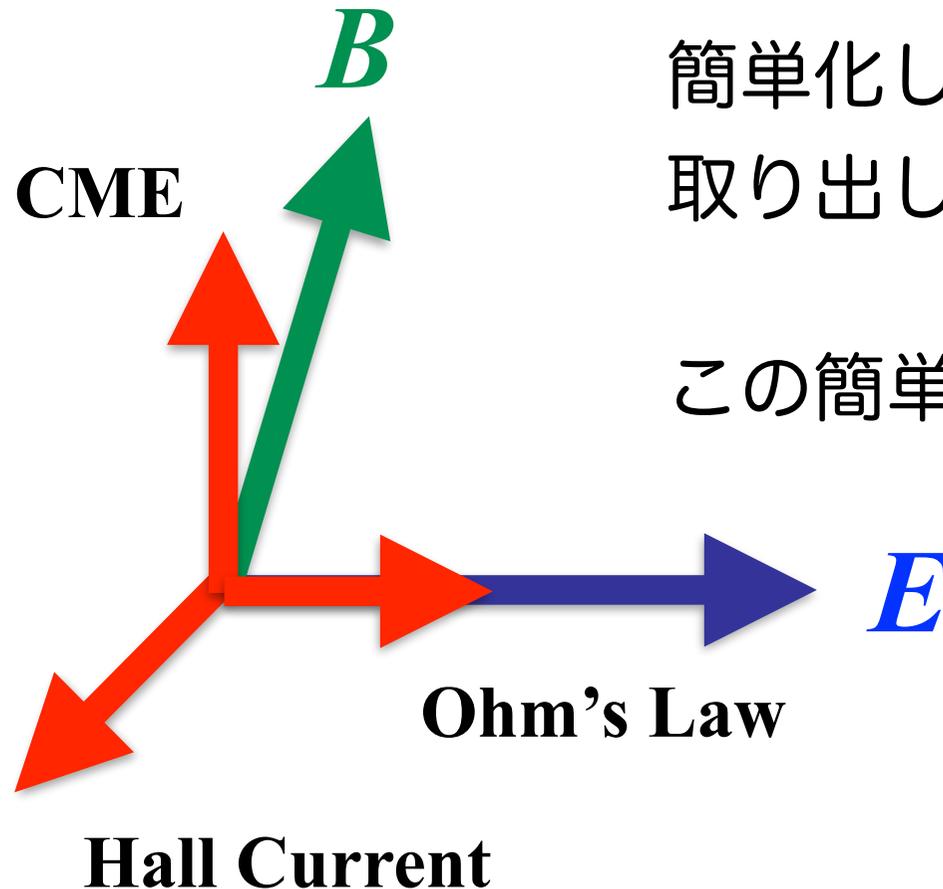


Fukushima-Kharzeev-Warringa,  
“Real-time dynamics of the  
Chiral Magnetic Effect”  
Phys.Rev.Lett.104, 212001 (2010)

互いに平行なカラー電磁場のもとで粒子対生成  
カイラリティの生成  
垂直な磁場方向にCME電流が生成

$\mu_5$ はどこにも入っていない、電場による非平衡性

# 粒子生成の物理

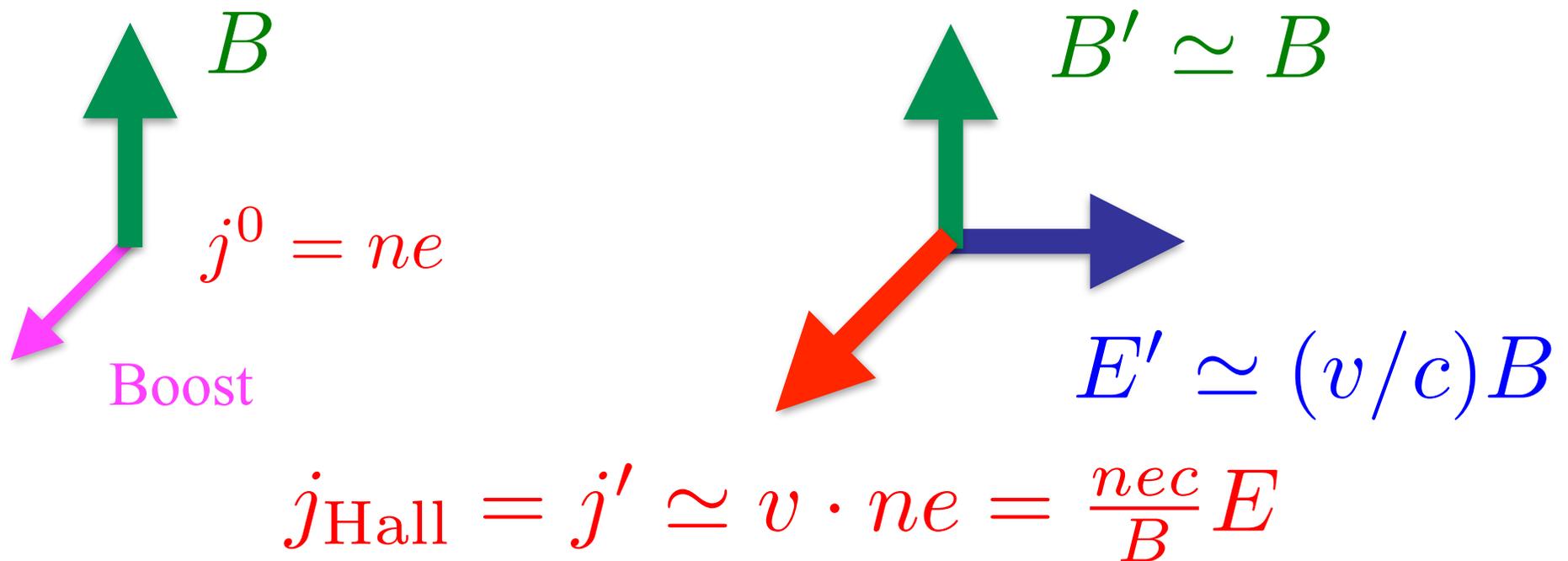


簡単化してエッセンスだけ  
取り出してみると・・・

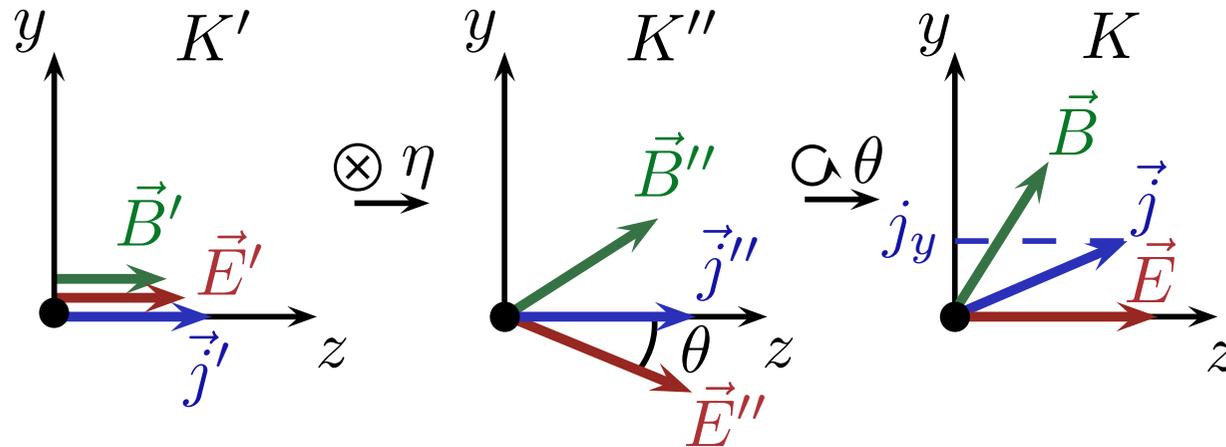
この簡単な設定で問題を解ける？

# 粒子生成の物理

## ローレンツブーストによる(古典)ホール効果の導出



# 粒子生成の物理



K' で見たときのSchwinger 対生成率

$$\Gamma = \frac{q^2 E'_z B'_z}{4\pi^2} \coth\left(\frac{B'_z}{E'_z} \pi\right) \exp\left(-\frac{m^2 \pi}{|qE'_z|}\right) \sim EB$$

for  $|qB| \gg |qE| \gg m^2$

ブーストして(K'')回転する(K)

$$\partial_t j_y \simeq \frac{q^2 B_y}{2\pi^2} \frac{g\mathcal{E}_z \mathcal{B}_z^2}{\mathcal{B}_z^2 + \mathcal{E}_z^2} \coth\left(\frac{\mathcal{B}_z}{\mathcal{E}_z} \pi\right) \exp\left(-\frac{2m^2 \pi}{|g\mathcal{E}_z|}\right)$$

# Harmenの宿題

粒子対生成によるカイラリティ生成

$$\omega \xrightarrow{B \gg E} \frac{e^2 EB}{4\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi m^2}{eE}\right) = \frac{1}{2} \partial_t n_5$$

カイラル量子異常関係式

$$\partial_t n_5 = \frac{e^2 EB}{2\pi^2} + 2m \underline{\langle \bar{\psi} i \gamma_5 \psi \rangle}$$

Harmen Warringa, “Dynamics of the Chiral Magnetic Effect in a weak magnetic field” Phys.Rev.D86, 085029 (2012)

# 近似してるんじゃない？



Shi Pu



Patrick Copinger

$\langle \bar{\psi} i \gamma_5 \psi \rangle$  を計算しよう！

→ (できました!) → (量子異常が消えました!)

$$\langle \bar{\psi} i \gamma_5 \psi \rangle = -\frac{e^2 EB}{4\pi^2 m} \longrightarrow \partial_\mu j_5^\mu = 0$$

間違っていない? → (Schwingerも同じ結果です!)

近似してるんじゃない? → (してません!)

# あれ？


$$\langle \bar{\psi} i \gamma_5 \psi \rangle = -\frac{e^2 EB}{4\pi^2 m} \longrightarrow \partial_\mu j_5^\mu = 0$$

cf. PCAC

これまで  $m=0$  で落としていた項は落ちるとは  
限らない

$$\partial_t n_5 = \frac{e^2 EB}{2\pi^2} + 2m \langle \bar{\psi} i \gamma_5 \psi \rangle$$

~~$m = 0$~~

これが本当だとカイラル磁気効果は存在しない？

# 自分的にお気に入りの論文



Patrick · Shi 「inとoutは別の状態なので区別すべきです！」

*An enigma.*—We choose constant and parallel electric  $E$  and magnetic  $B$  fields in the three-axis direction. Then, the celebrated formula for the Schwinger mechanism reads,

$$\omega = \frac{e^2 EB}{4\pi^2} \coth\left(\frac{B}{E}\pi\right) \exp\left(-\frac{\pi m^2}{eE}\right) \quad (1)$$

for the pair production rate (for a comprehensive review, see Ref. [15]). In a particular limit of strong  $B$  (i.e.,  $\sqrt{eB}$  being the largest mass scale in a system), the spin direction is completely aligned along  $B$ , so that particles have

Copinger, Fukushima, Pu,  
Phys.Rev.Lett.121, 261602 (2018)

$$\langle \text{out} | \bar{\psi} i \gamma_5 \psi | \text{in} \rangle = -\frac{e^2 EB}{4\pi^2 m}$$

$$\begin{aligned} \langle \text{in} | \bar{\psi} i \gamma_5 \psi | \text{in} \rangle \\ = -\frac{e^2 EB}{4\pi^2 m} \left(1 - e^{-\pi m^2 / eE}\right) \end{aligned}$$

平衡状態で計算するとゼロになるが実時間で有限

# 色々な面白い話を割愛しました



- 物性実験でカイラル磁気効果が見えた (?)  
電気伝導度の磁場依存性 (日高義将さん)
- 実時間の運動学的方程式による定式化 (山本直希さん)  
超新星爆発メカニズムへの応用  
初期宇宙(primitive magnetic field)への応用
- 強磁場中のQCD/QED計算手法の開発 (服部恒一さん)
- 相対論的流体方程式でのカイラル量子異常 (本郷優さん)
- 非一様な電磁場中での粒子生成の問題 (田屋英俊さん)
- 円偏光電磁場によるカイラル量子異常 (岡隆史さん)

# 原子核理論は面白いです

カイラル磁気効果は「例外」でなく「一例」