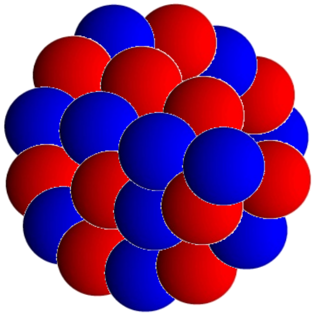
原子核物理学入門
原子核の殻構造と変形

東北大学　理学研究科物理学専攻
萩野浩一　（原子核理論）

原子核: 核子（陽子、中性子）の複合体

→ ***Nuclear Many-Body Problems*** **（多体問題）**



- 原子核の質量
- 液滴模型と殻効果
- 原子核の変形
- 最新の話題: 変形した中性子過剰核 ^{31}Ne

自己紹介

- 1989年4月～1993年3月　東北大学理学部物理学科（学部）
- 1993年4月～1995年3月　東北大学理学研究科（修士）
- 1995年4月～1998年3月　東北大学理学研究科（博士）

重イオン核融合反応の研究
原子核の集団励起が核融合に及ぼす影響

- 1998年10月～2000年11月　ワシントン大 （ポスドク）

重イオン核融合反応の研究は継続
（実験データの解析、不安定核の融合反応）
原子核構造（励起状態）の研究

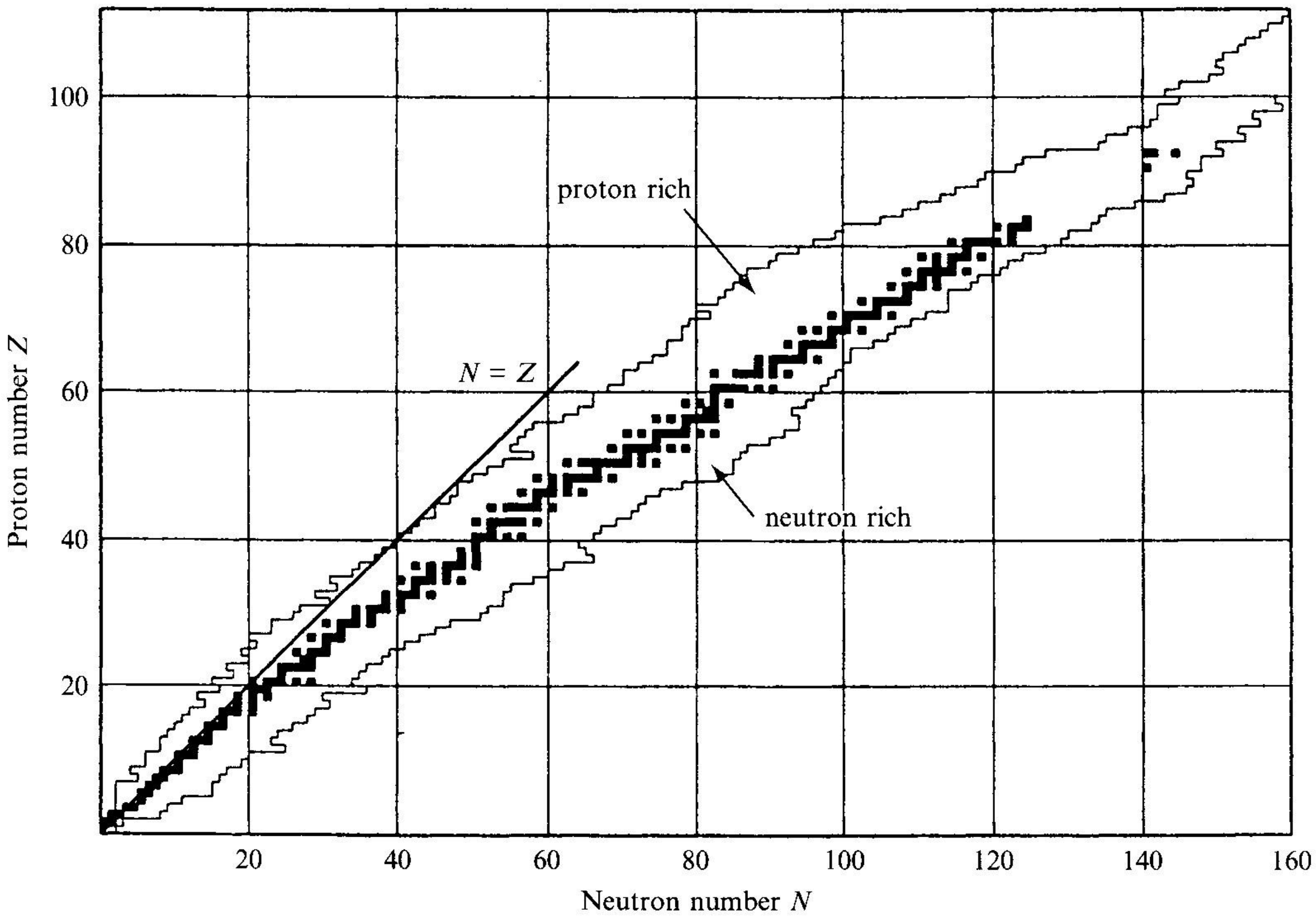
- 2000年11月～2004年4月　京大基研 （助手）
  この間 2002年9月～2003年8月はIPNオルセー

不安定核の平均場理論
陽子過剰核の陽子放出崩壊

- 2004年5月～　東北大学理学研究科（助教授→ 准教授）

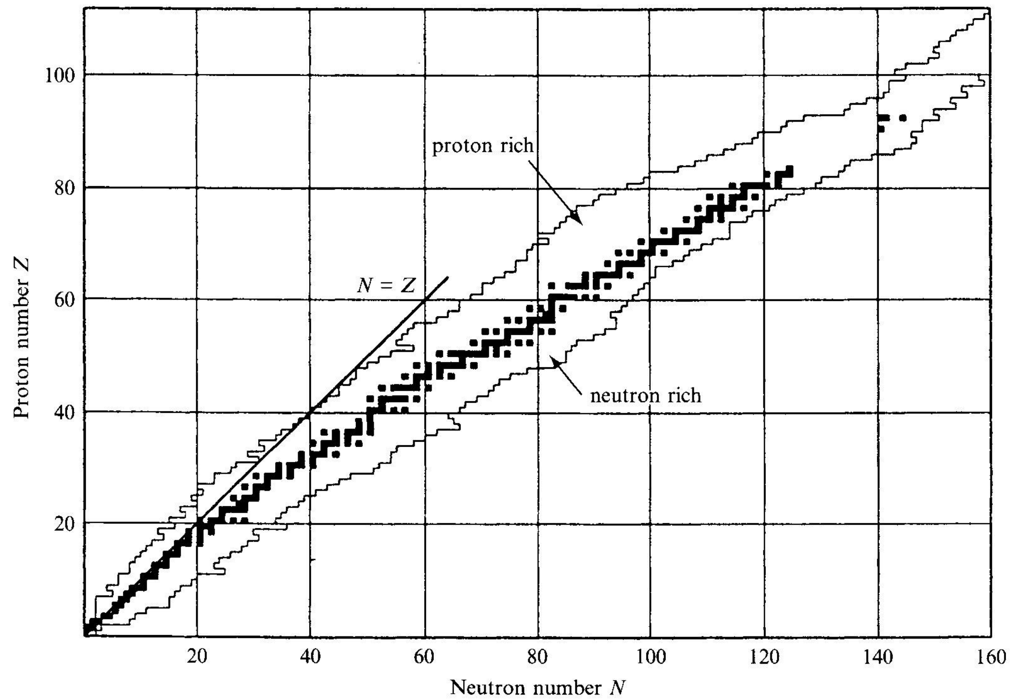
軽い中性子過剰核の3体模型計算

核図表



横軸を中性子の数、縦軸を陽子の数にとった2次元マップ
（■は地球上に存在する安定な原子核）

核図表



横軸を中性子の数、縦軸を陽子の数にとった2次元マップ
（■は地球上に存在する安定な原子核）

- Z ~20くらいまでは N~Z
- Z > 20 になると N > Z

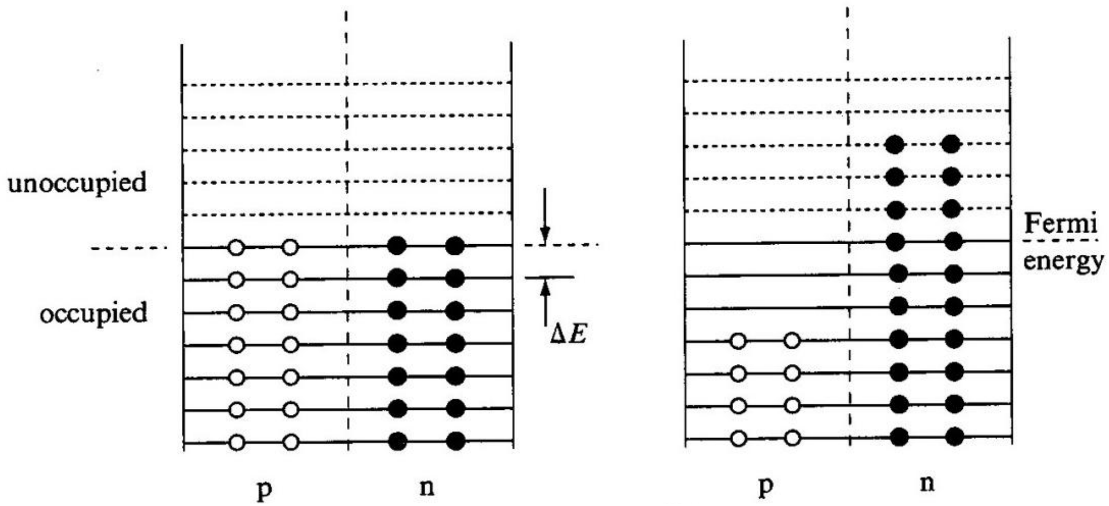
何でか分かりますか?

- 「Z ~20くらいまでは N~Z」になる理由（原子核の対称エネルギー）

２つの理由

1. 中性子間力や陽子間力よりも中性子－陽子間力の方が強い
   cf.　重陽子

2. パウリ原理



両方とも（同じ A = N+Z であれば） N ~ Z にした方が得する

準位エネルギーが $E_\mathrm{k} = k\,\Delta E$ で与えられ、各準位の縮退度が 2 だとすると、

$$\begin{aligned} E &= \sum_{k=1}^{N/2} 2k\Delta E + \sum_{k=1}^{Z/2} 2k\Delta E \\ &= 2\Delta E\left(\sum_{k=1}^{N/2} k + \sum_{k=1}^{Z/2} k\right) \\ &= \frac{\Delta E}{2}\left(\frac{N^2+Z^2}{2} + N + Z\right) \\ &= \frac{\Delta E}{2}\left(\frac{A^2}{4} + A + (N-Z)^2\right) \end{aligned}$$

- それでは、何故「Z > 20 では N > Z」となるか?

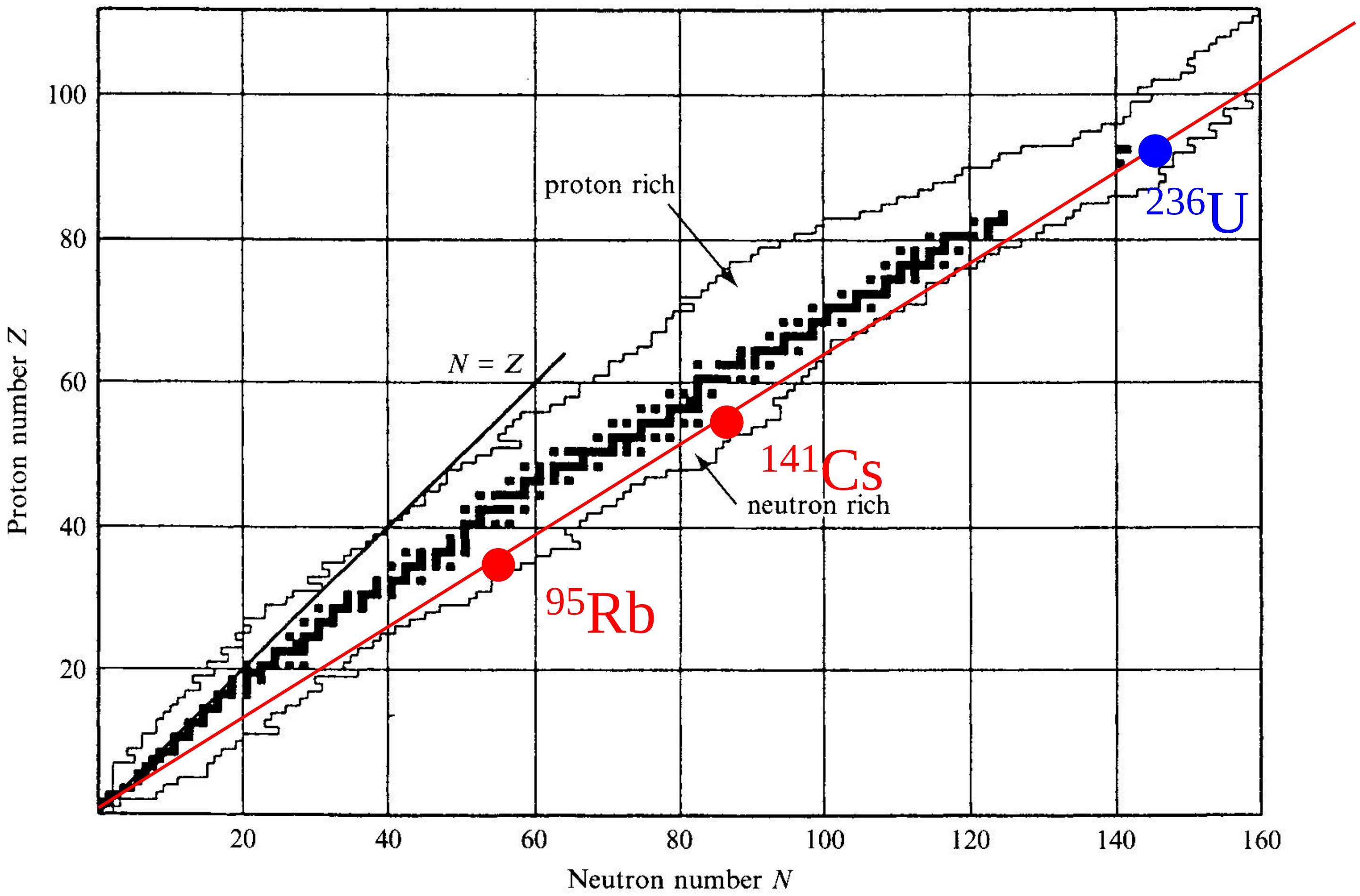
クーロン力の影響

pp, pn, nn : 核力（強い引力）
pp : +　クーロン力（斥力）

➡　中性子の数を増やして引力をかせぐ
（クーロン斥力を打ち消す）

対称エネルギーでは損をするが、トータルとしては得をする。

核図表



横軸を中性子の数、縦軸を陽子の数にとった2次元マップ
（■は地球上に存在する安定な原子核）

原子核の質量

原子核の基本的な物理量の一つ

例１）ベータ崩壊

$$^{A}{}_{Z}X_{N} \rightarrow {}^{A}{}_{Z+1}Y_{N-1} + e^{-} + \overline{\nu}_{e}$$

- $Q_\beta = m({}^{A}{}_{Z}X_{N})c^2 - [m({}^{A}{}_{Z+1}Y_{N-1})c^2 + m_e c^2]$ が電子と反ニュートリノの運動エネルギーに分配
- ベータ崩壊の確率はQ_β に大きく依存

例２）核融合反応

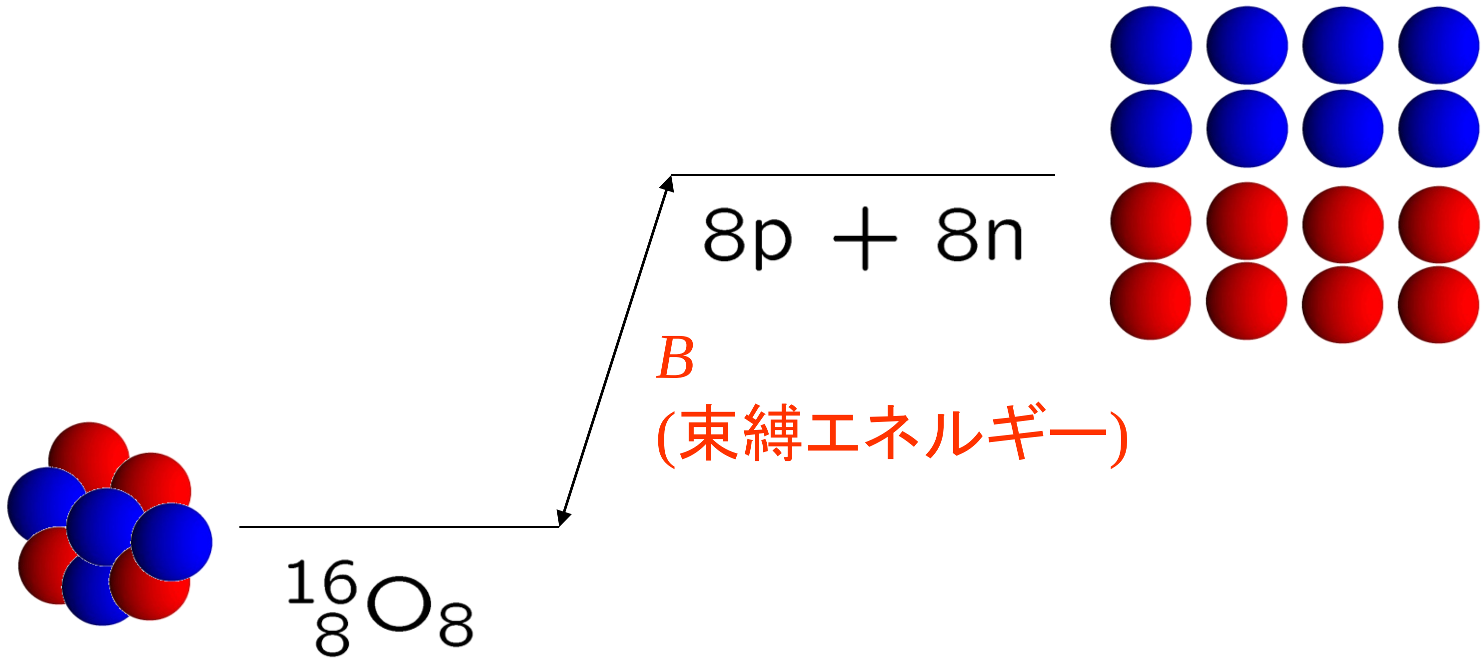
$$^{16}O + {}^{208}Pb \rightarrow {}^{224}Th$$

生成される ^{224}Th の励起エネルギー

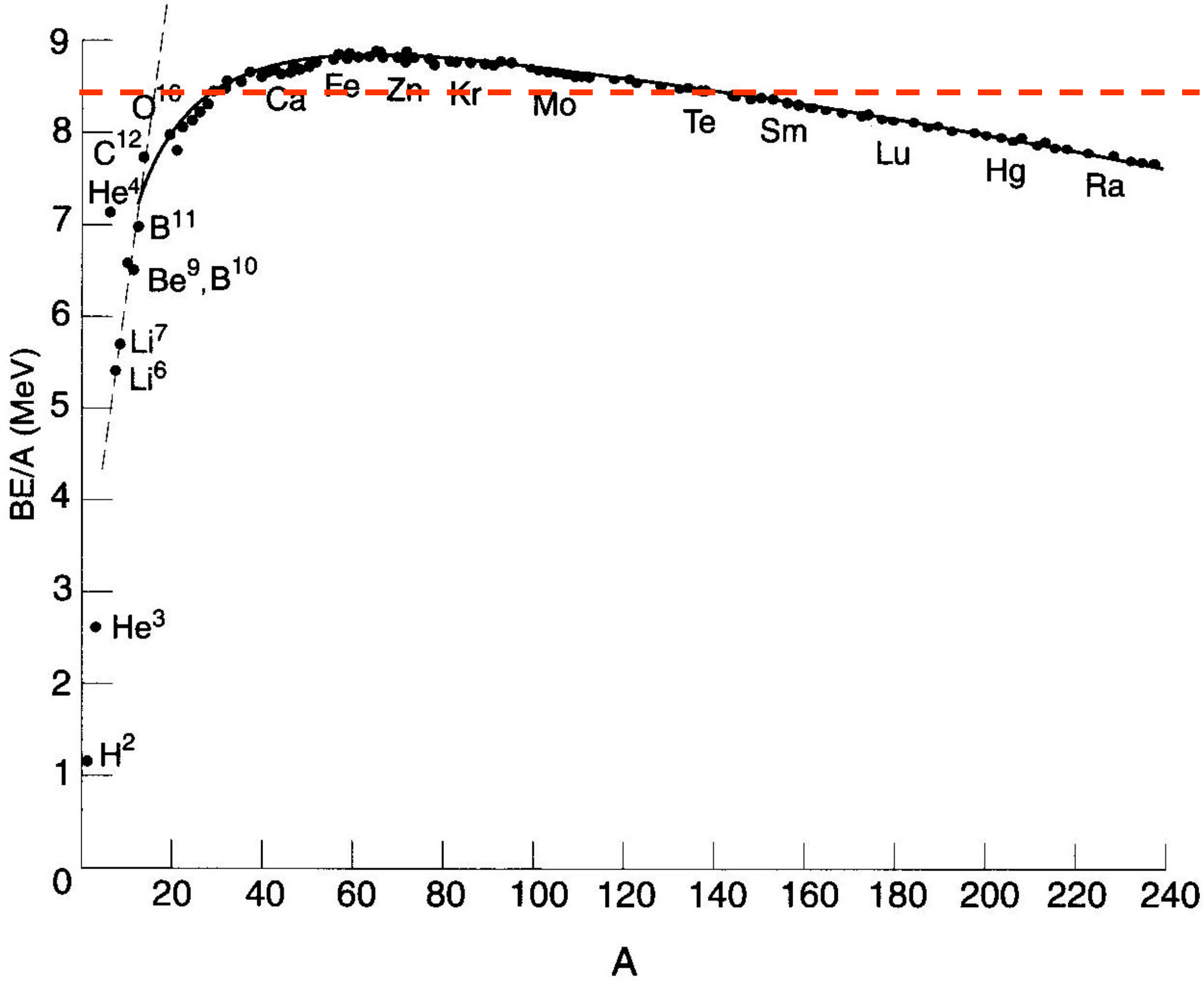
$$E^* = m(^{16}O)c^2 + m(^{208}Pb)c^2 + E_{beam}(cm) - m(^{224}Th)c^2$$

✓^{224}Th の崩壊の様子は E* に大きく依存

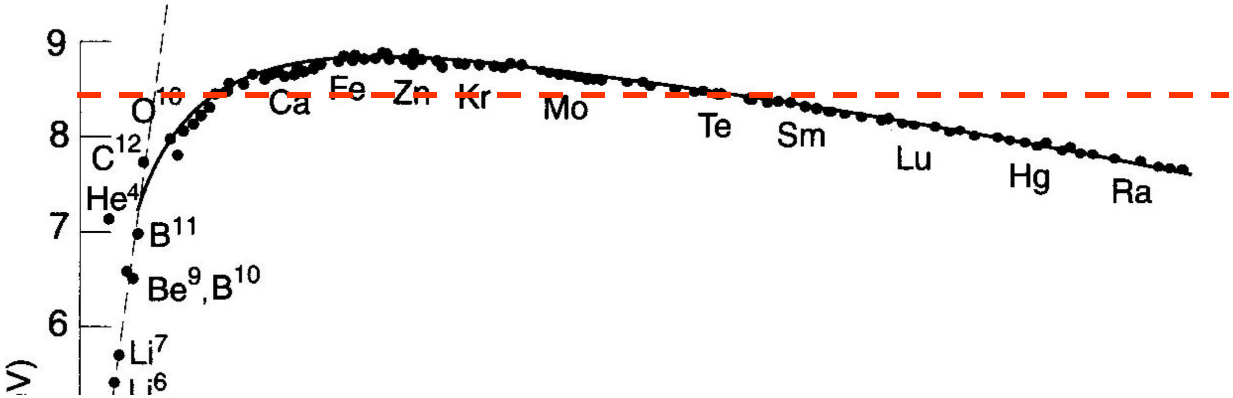
原子核の質量



$$m(N,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - B$$

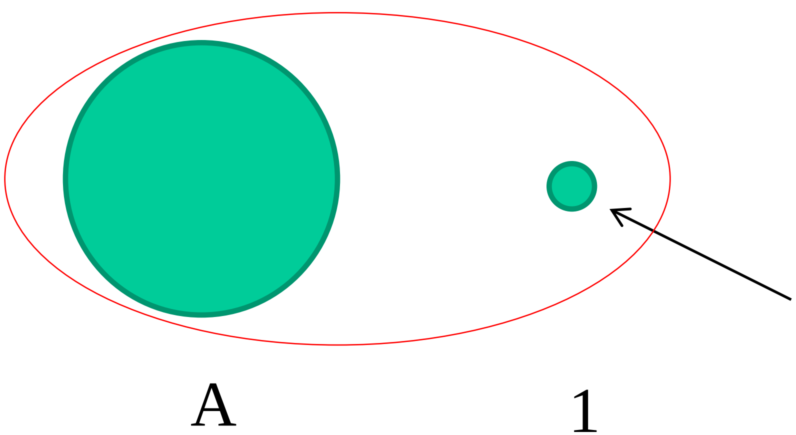


1. B(N,Z)/A ~ 8.5 MeV (A > 12) ⟺ 短距離力（核子間相互作用）



1. B(N,Z)/A ~ 8.5 MeV (A > 12)

これは、粒子を1つ増やすと、束縛エネルギーは一定の量（~8.5 MeV）しか増えないことを意味している。



この核子は決まった個数の核子としか相互作用しない

もしすべての核子と相互作用するとすると（長距離力）

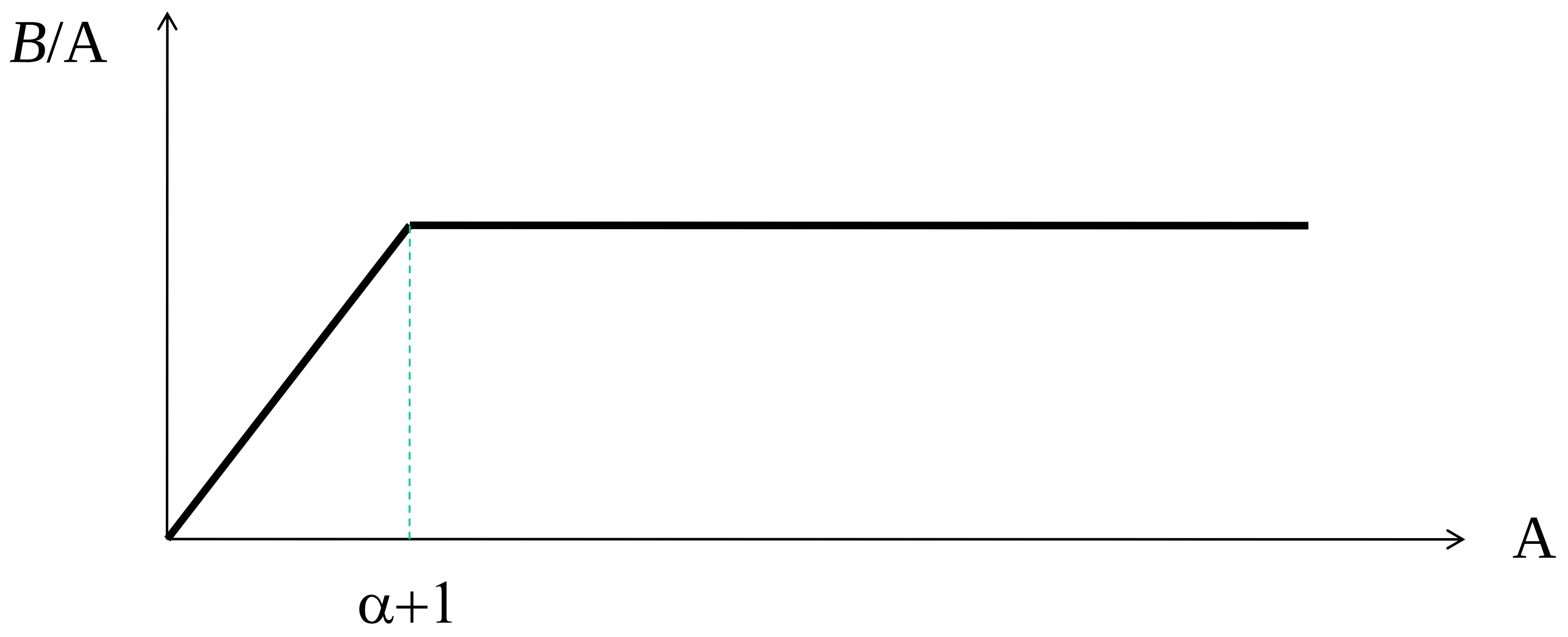
$B \propto A(A-1)/2$ $\quad$ $B/A \propto A$ となるはず

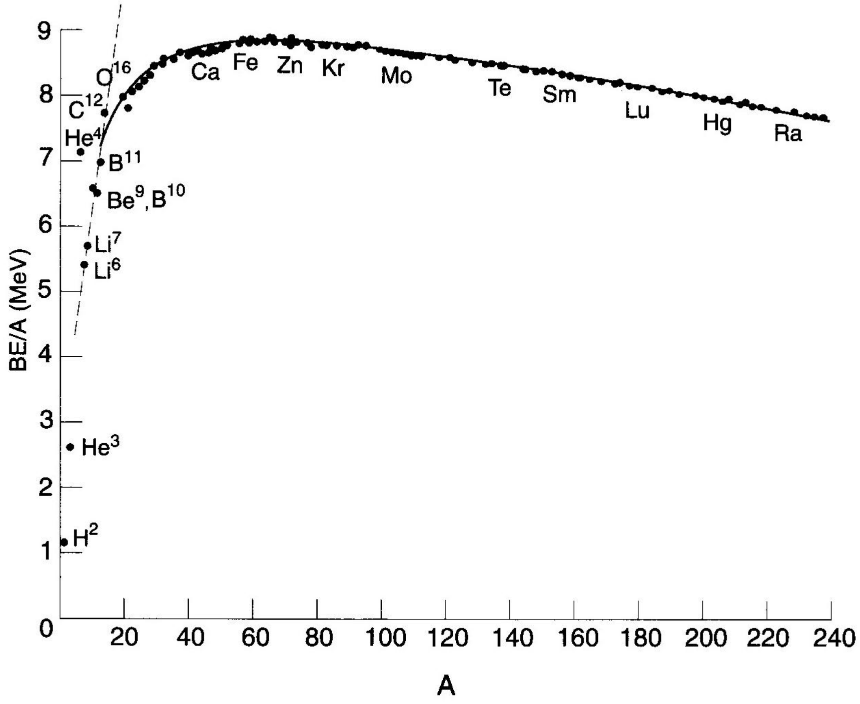
1つの核子が α 個の核子とのみ相互作用するとすると、

$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2$ (const.)

ただし、$A < \alpha+1$ の時は、すべての核子対が相互作用するので、

$B/A \propto A$





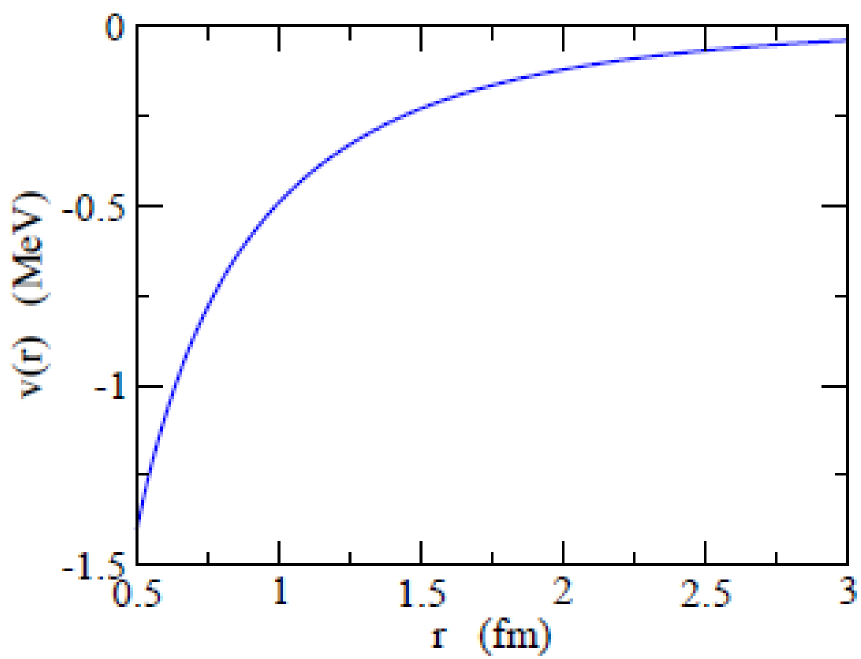
この図からαの値を読み取ると、
α ~ 10 くらい。

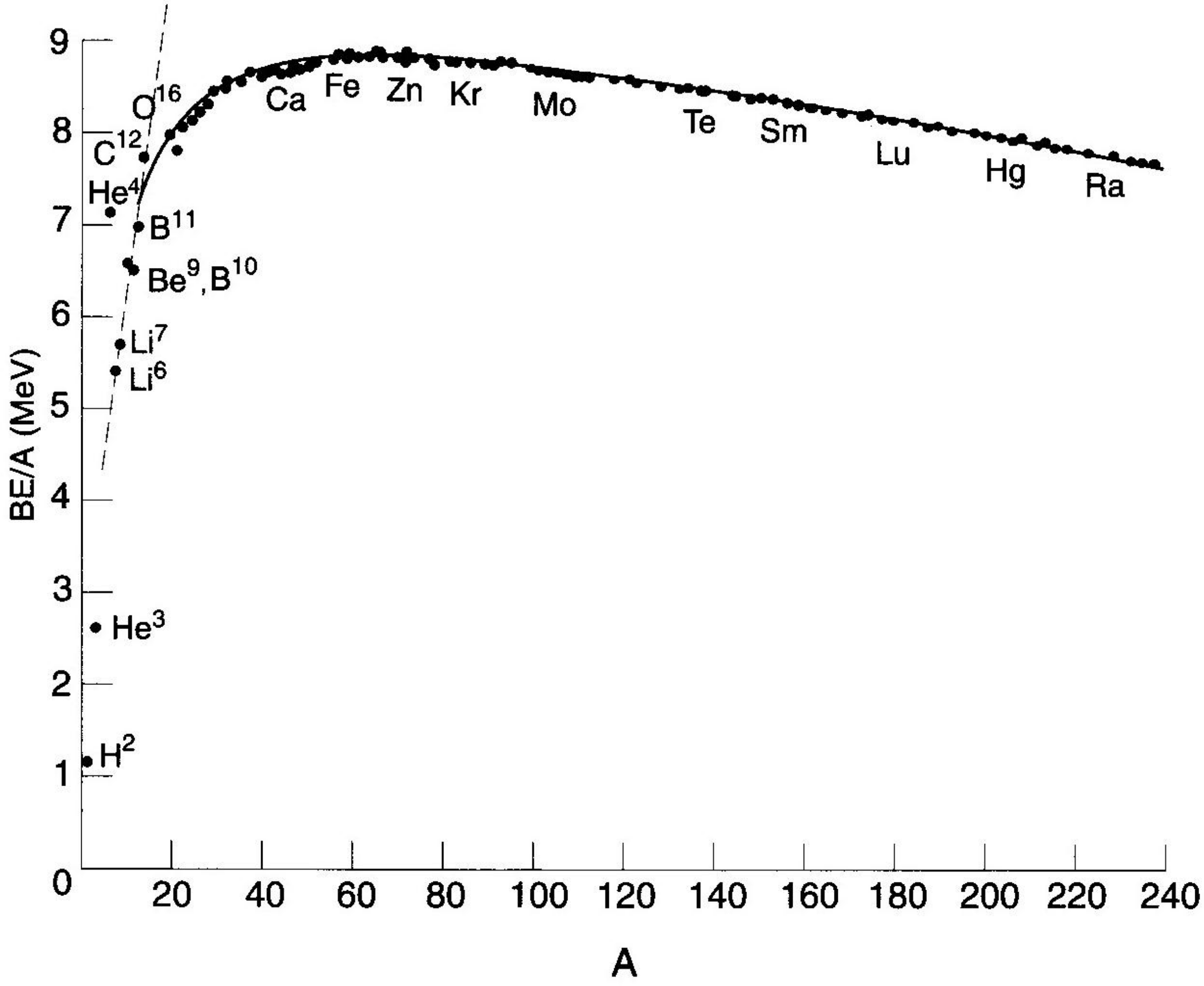
核力の到達距離は、
1.1 x 10$^{1/3}$ = 2.37 fm 程度。

湯川相互作用:

$$v(r) = -g\frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

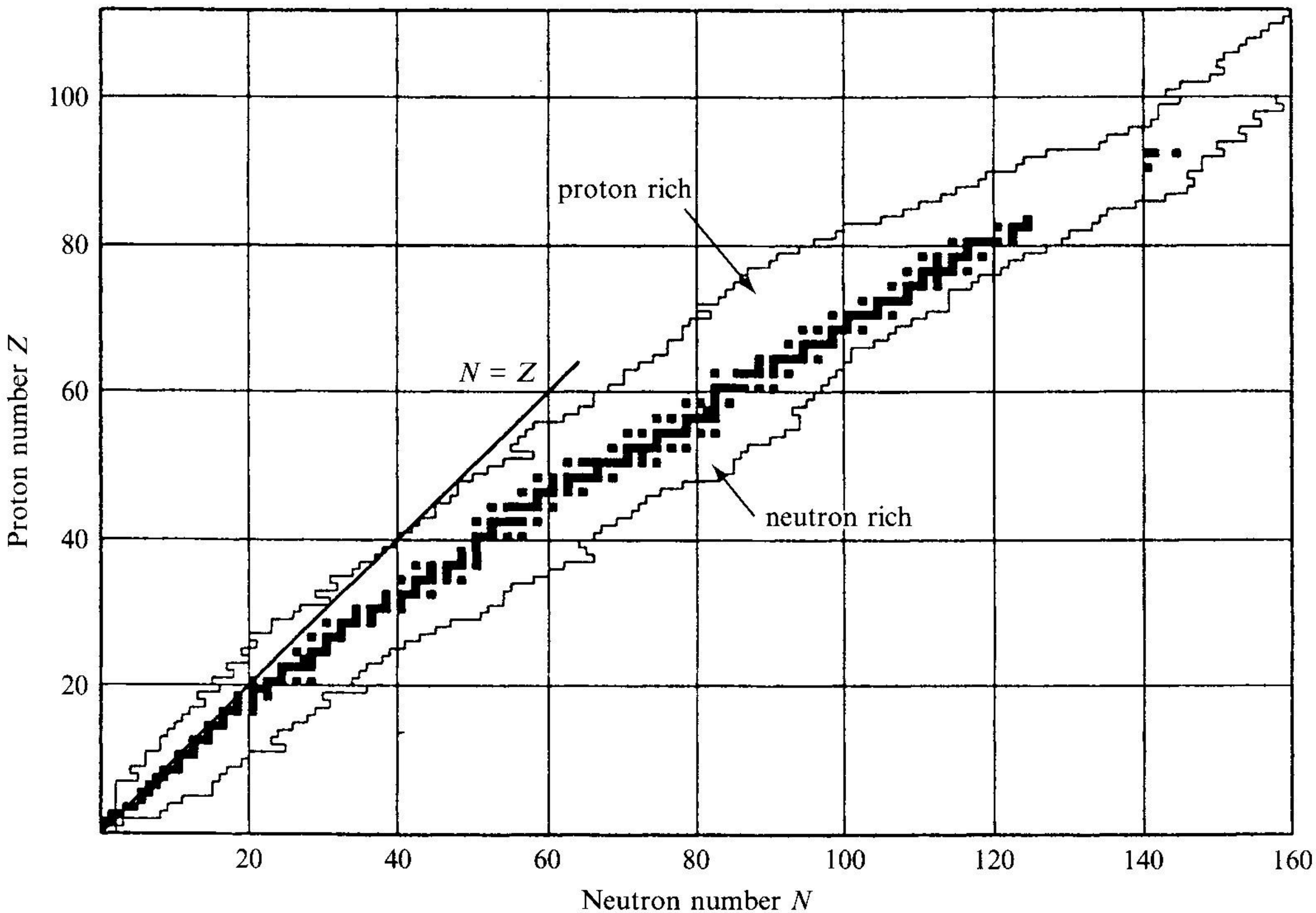
$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{m_\pi c} = 1.41 \text{ fm}$$



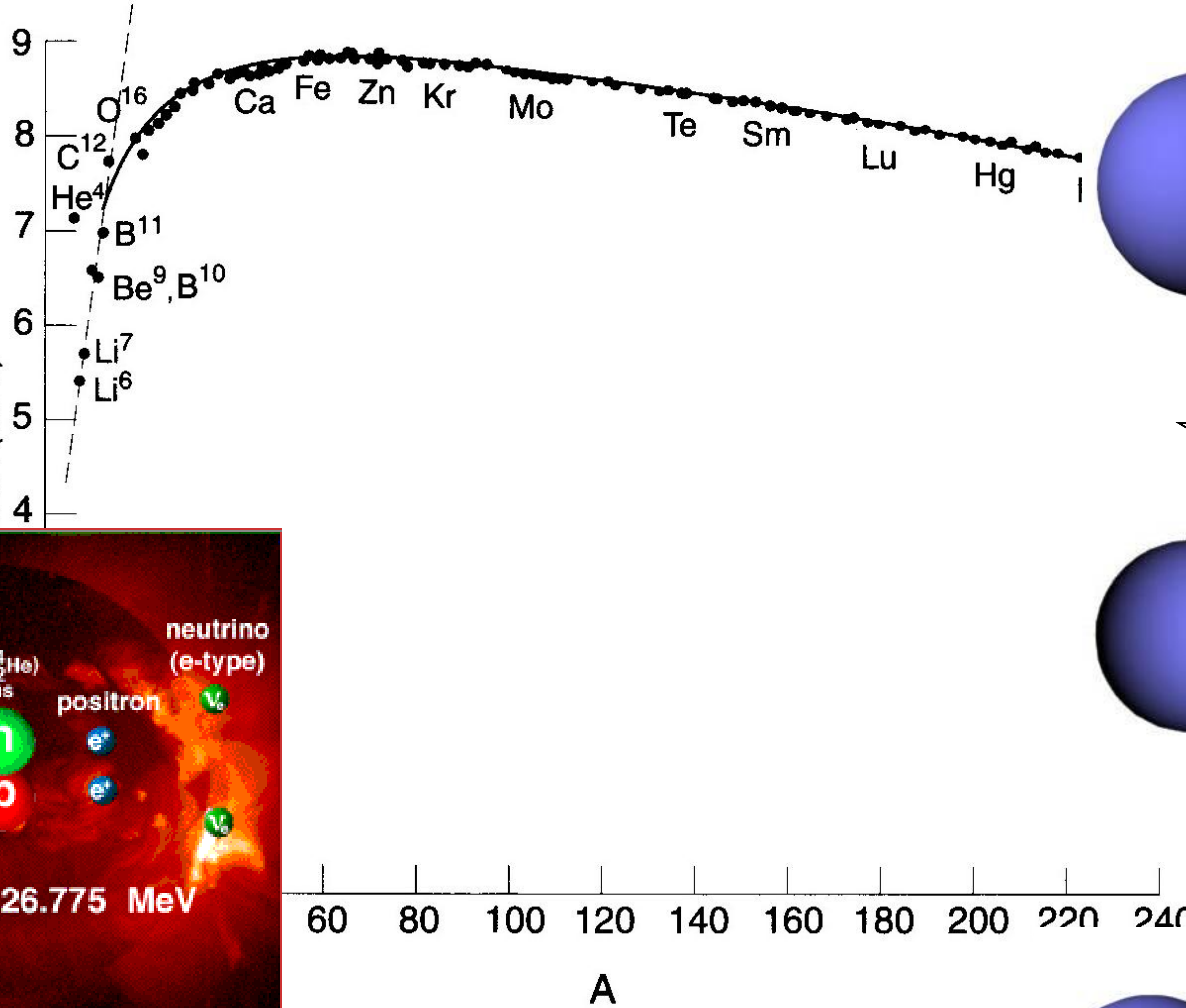


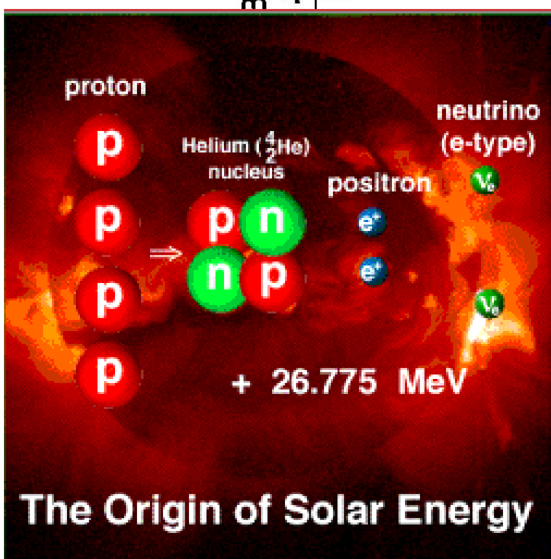
1. B(N,Z)/A ~ 8.5 MeV (A > 12) ⟺ 短距離力（核子間相互作用）
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

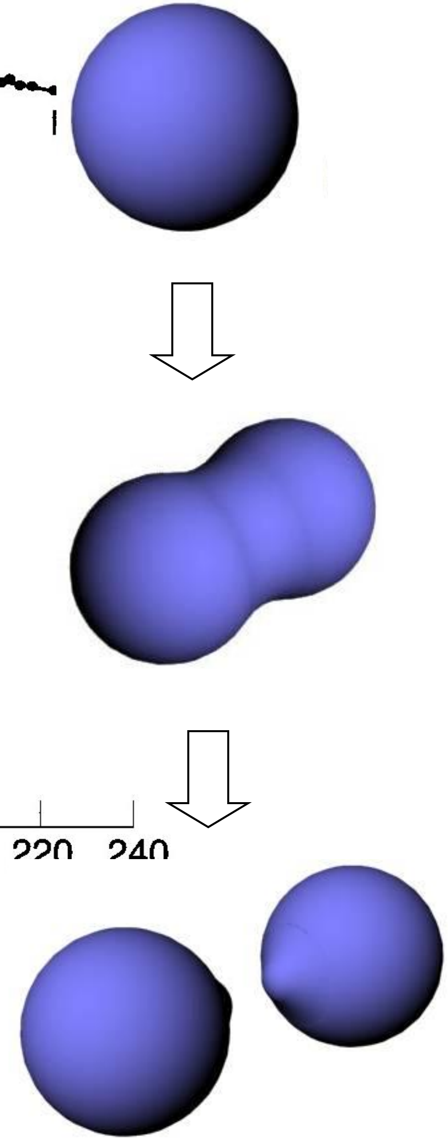
核図表



安定核: $N \geq Z$

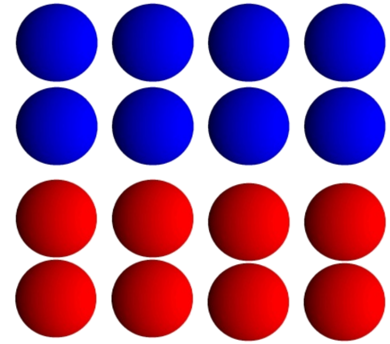






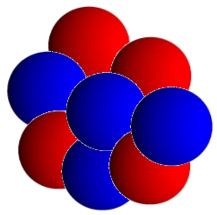
1. B(N,Z)/A ~ 8.5 MeV (A > 12) $\Leftrightarrow$ Short range
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響
3. 軽い核は核融合した方が安定
4. 重い核は核分裂した方が安定

原子核の質量



8p + 8n

B
(束縛エネルギー)



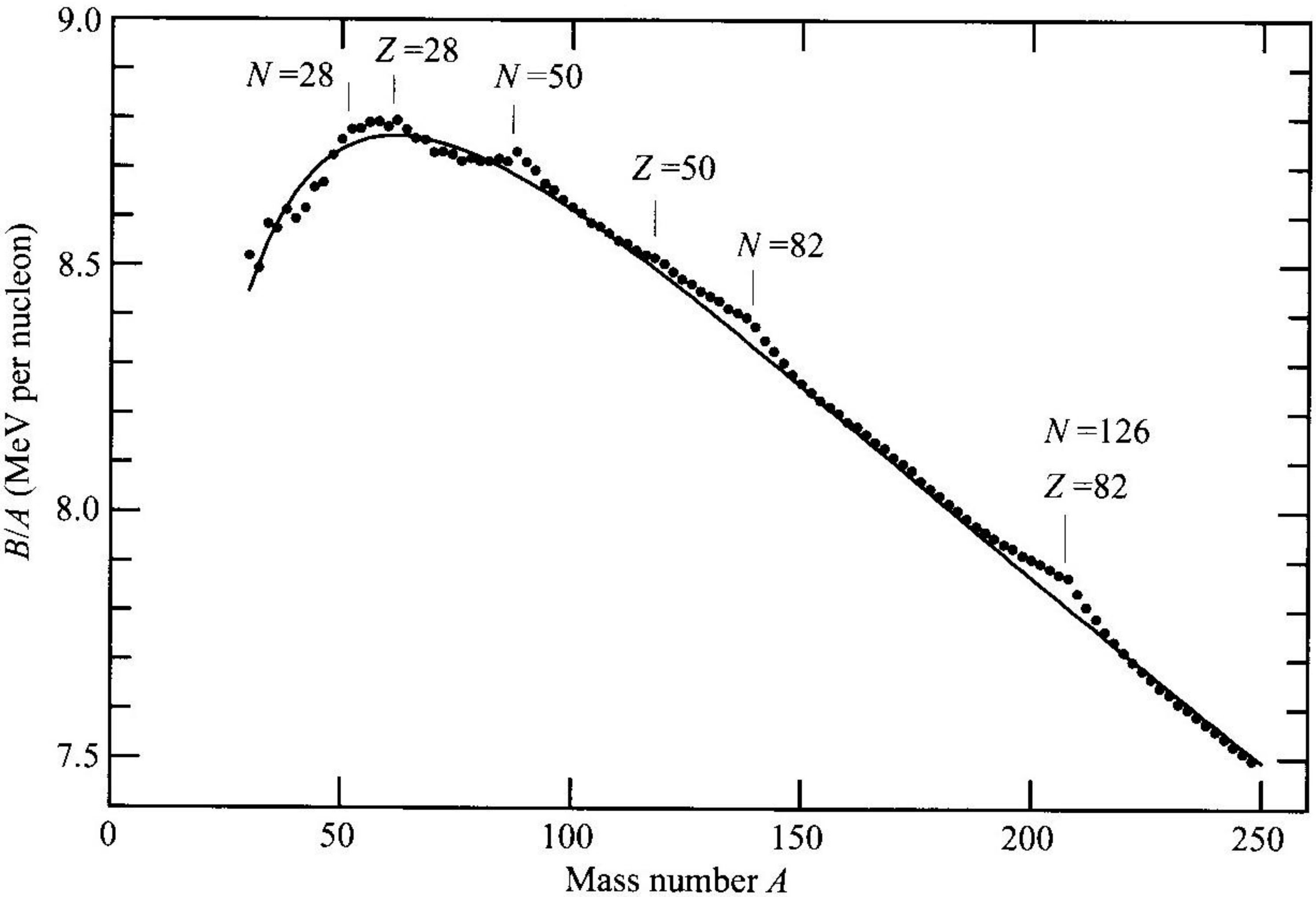
$^{16}_{8}\mathrm{O}_8$

$$m(N,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - B$$

(Bethe-Weizacker 質量公式: 液滴模型)

$$\boxed{B(N,Z) = a_vA - a_sA^{2/3} - a_C\frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\mathrm{sym}}\frac{(N-Z)^2}{A}}$$

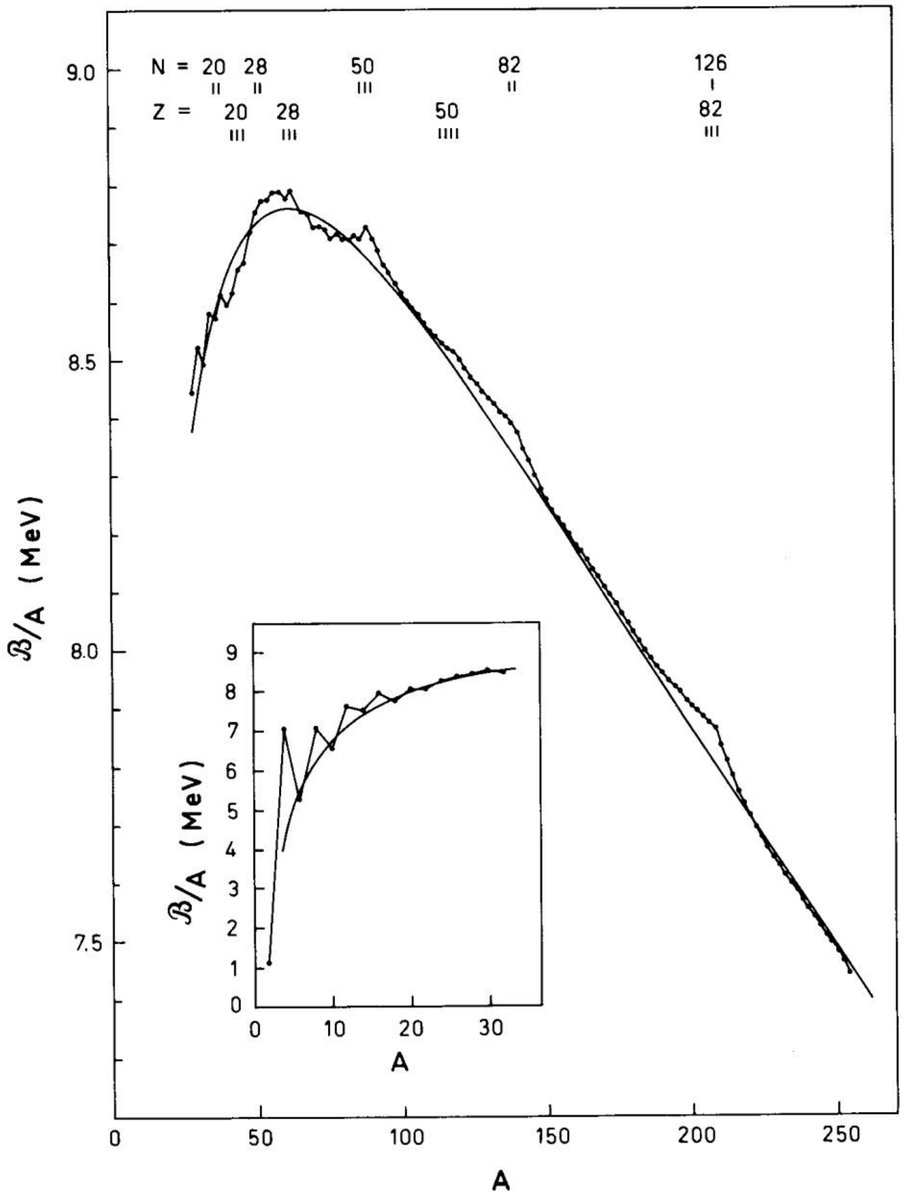
どのくらい実験を再現するか？



cf. N,Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (魔法数)に対して束縛エネルギー大

殻構造

$$B(N,Z) = B_{\text{macro}}(N,Z) + B_{\text{micro}}(N,Z)$$



- スムーズな関数

$$B_{\text{macro}}(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

- ゆらぎ

$$B_{\text{micro}} = B_{\text{pair}} + B_{\text{shell}}$$

液滴模型:

$$B_{\text{LDM}} = B_{\text{macro}} + B_{\text{pair}}$$

対相関エネルギー

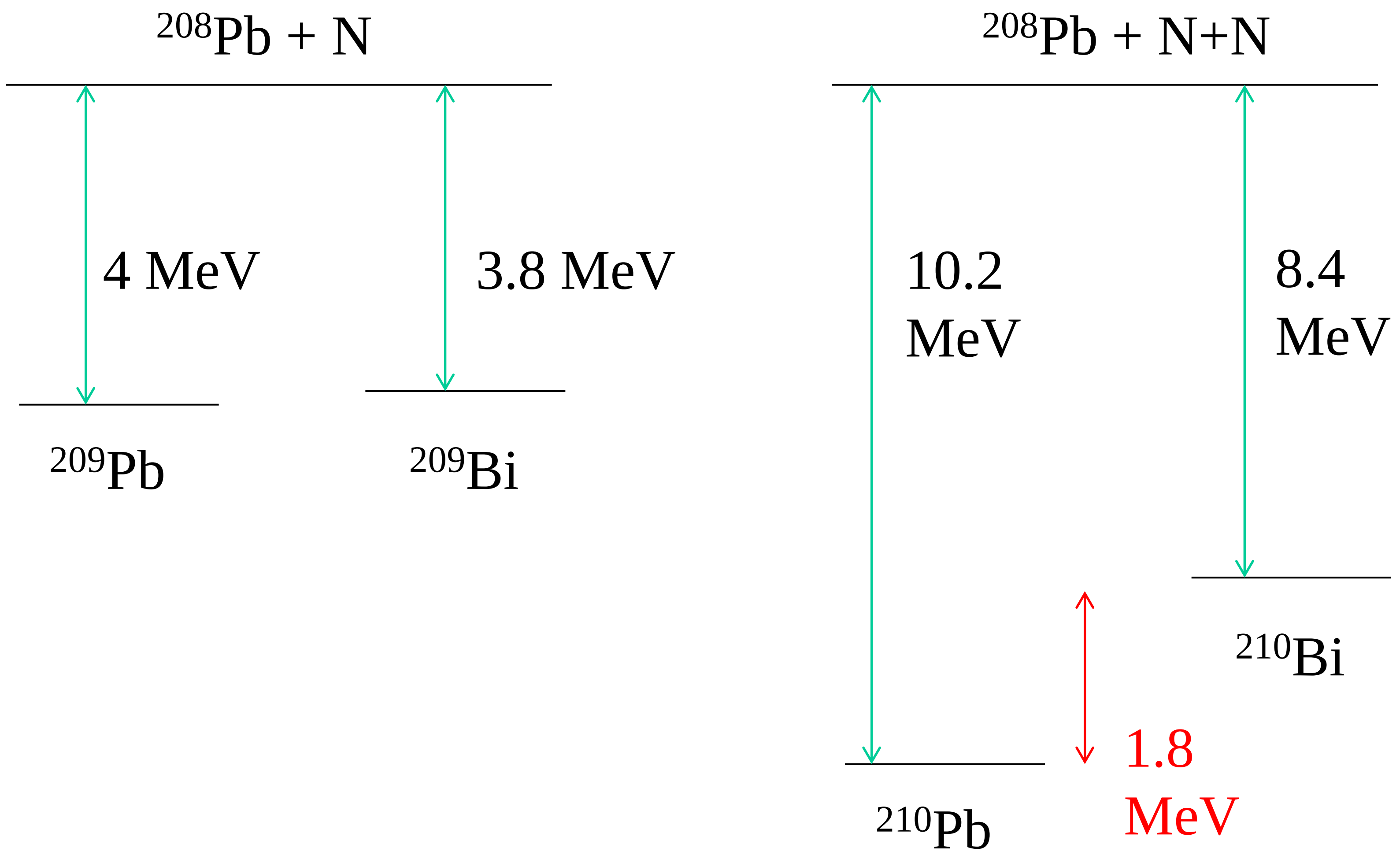
２つの陽子または2つの中性子がスピン0を組むと束縛が大きくなる

例:

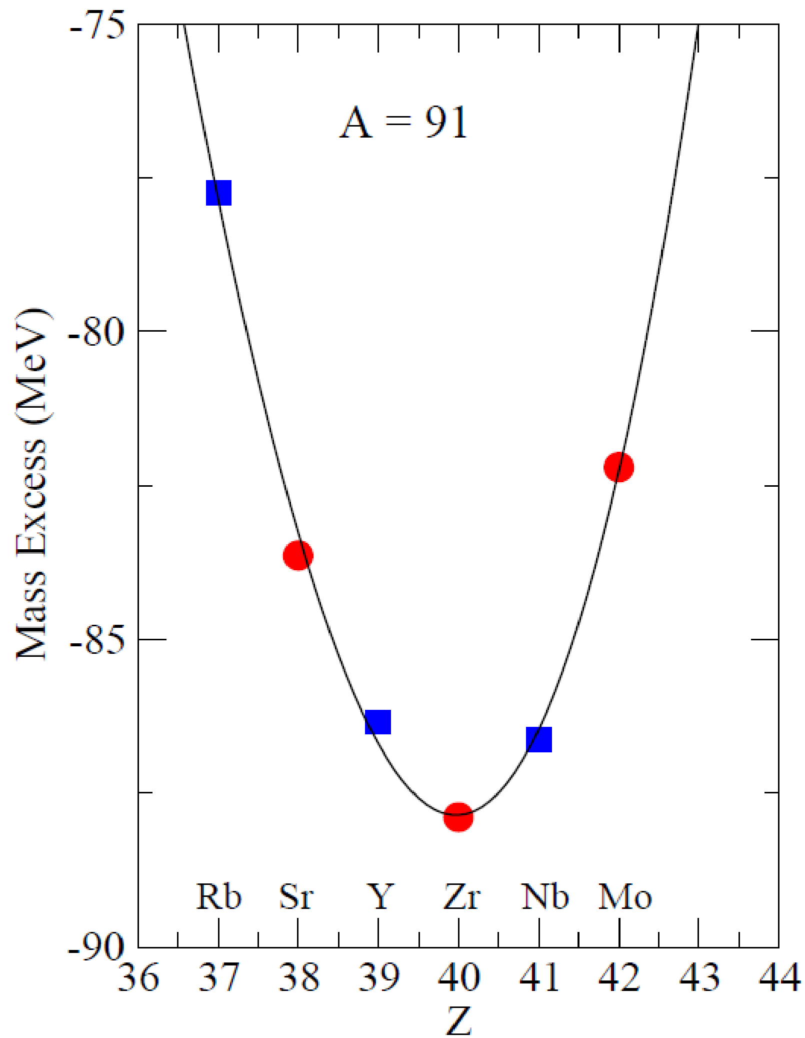
	束縛エネルギー (MeV)
${}^{210}_{82}\mathrm{Pb}_{128} = {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}_{126}+2n$	1646.6
${}^{210}_{83}\mathrm{Bi}_{127} = {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}_{126}+n+p$	1644.8
${}^{209}_{82}\mathrm{Pb}_{127} = {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}_{126}+n$	1640.4
${}^{209}_{83}\mathrm{Bi}_{126} = {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}_{126}+p$	1640.2

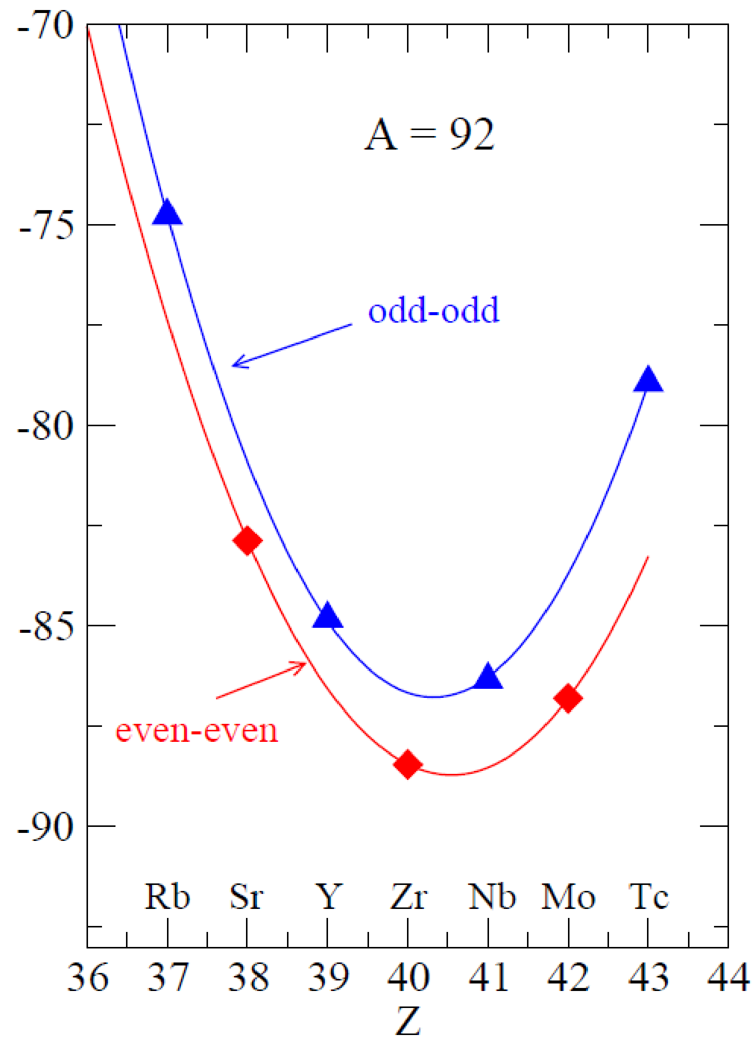
$$
\begin{aligned}
B_{\mathrm{pair}} &= \Delta && (\text{for even} - \text{even}) \\
&= 0 && (\text{for even} - \text{odd}) \\
&= -\Delta && (\text{for odd} - \text{odd})
\end{aligned}
$$

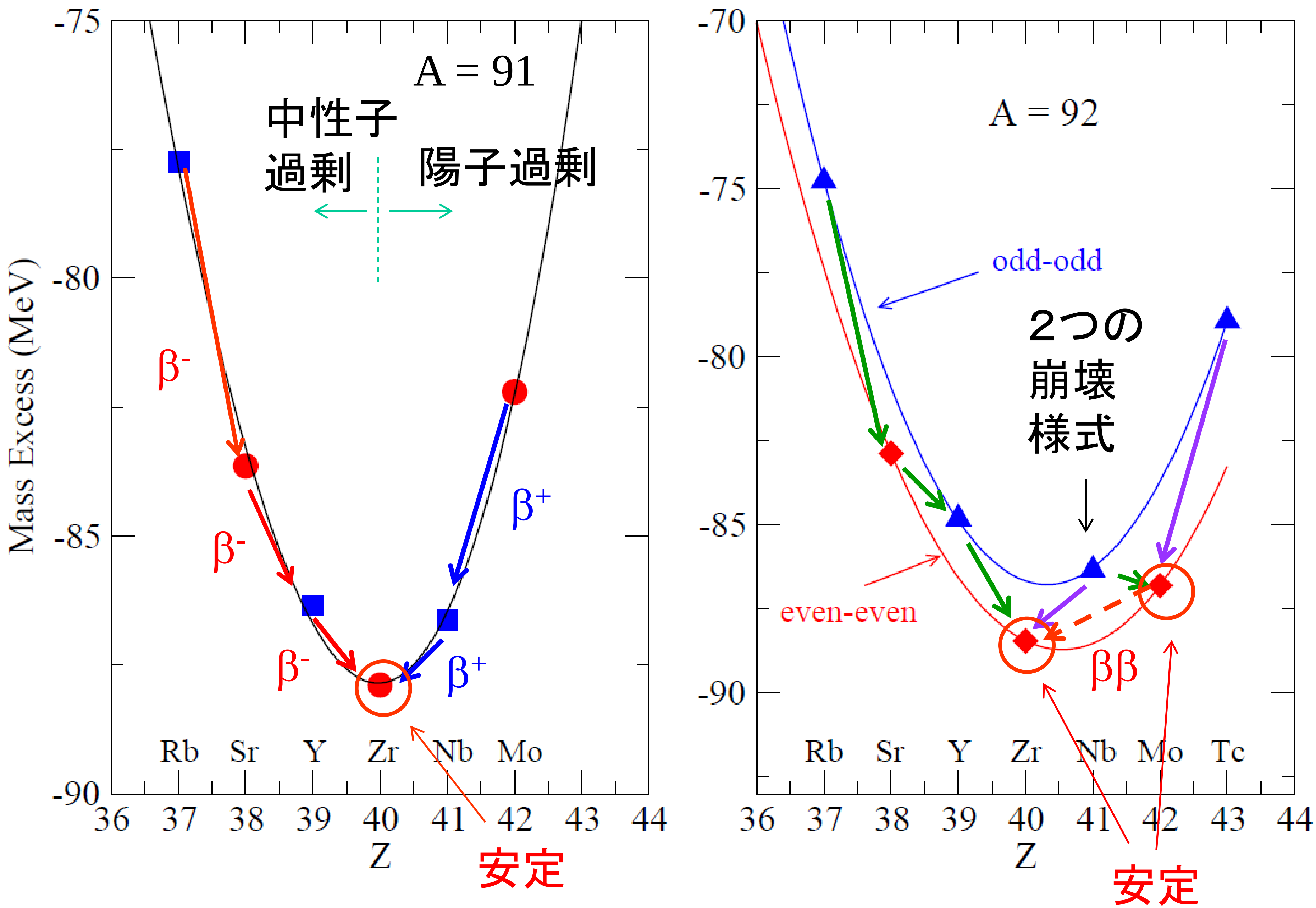
^{208}Pb の束縛エネルギー : 1636.4 MeV



$$
\begin{aligned}
B_{\text{pair}} &= \Delta \quad &(\text{for even} - \text{even}) \\
&= 0 \quad &(\text{for even} - \text{odd}) \\
&= -\Delta \quad &(\text{for odd} - \text{odd})
\end{aligned}
$$

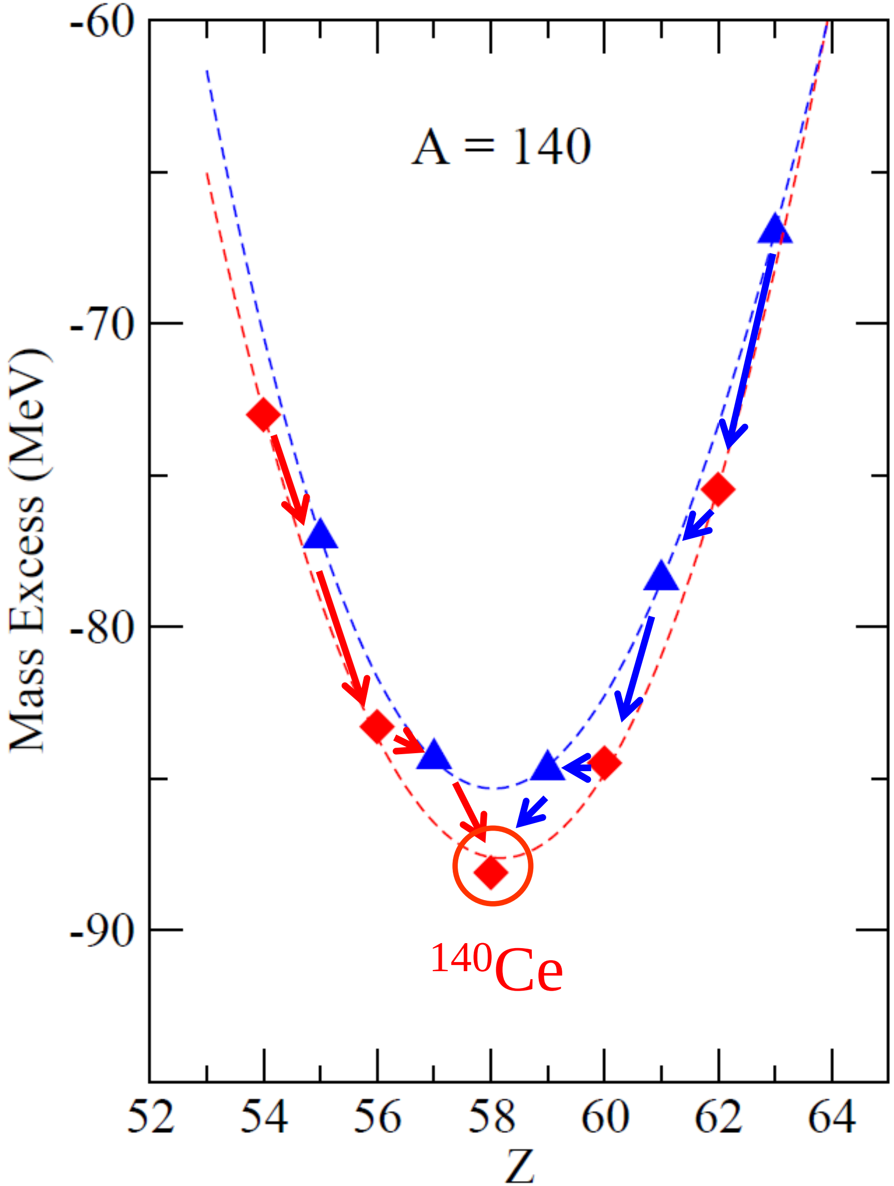




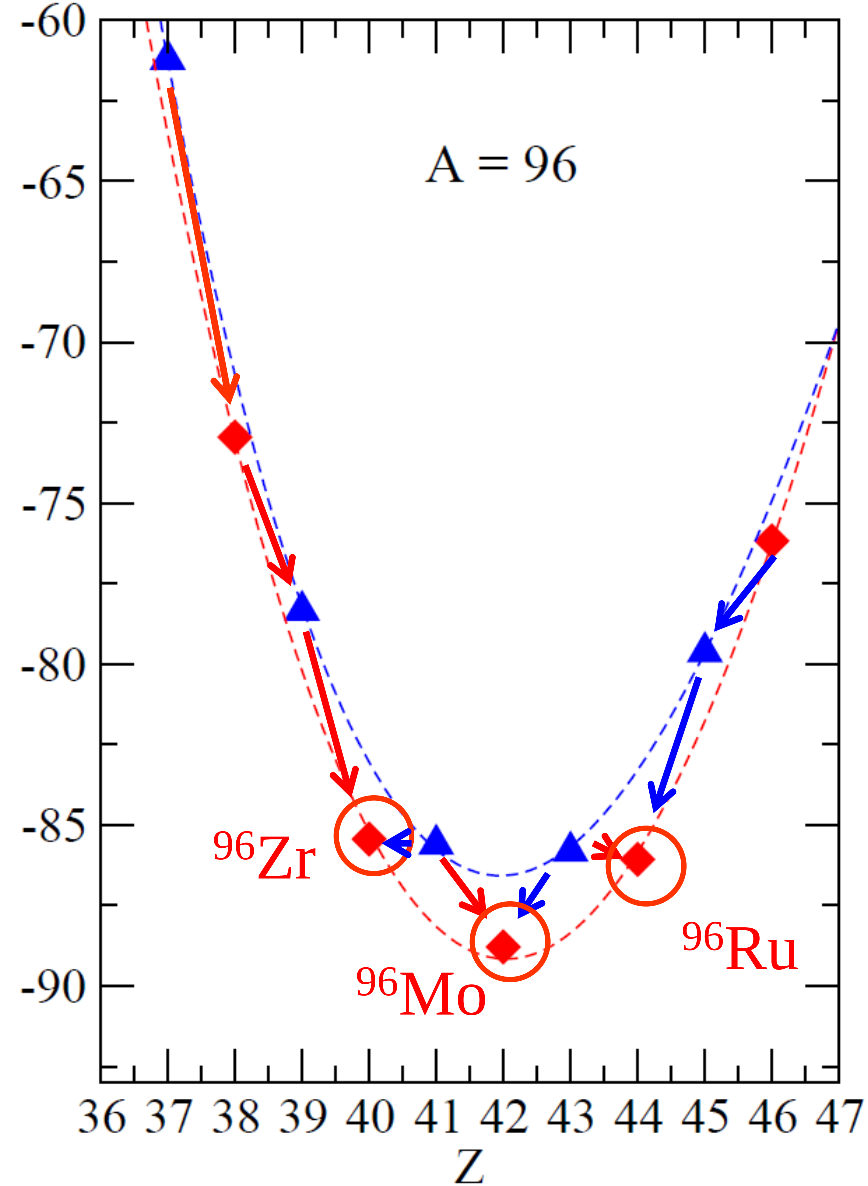


A = 91
中性子
過剰
陽子過剰
Mass Excess (MeV)
β-
β-
β-
β+
β+
Rb Sr Y Zr Nb Mo
Z
安定
A = 92
odd-odd
2つの
崩壊
様式
even-even
ββ
Rb Sr Y Zr Nb Mo Tc
Z
安定

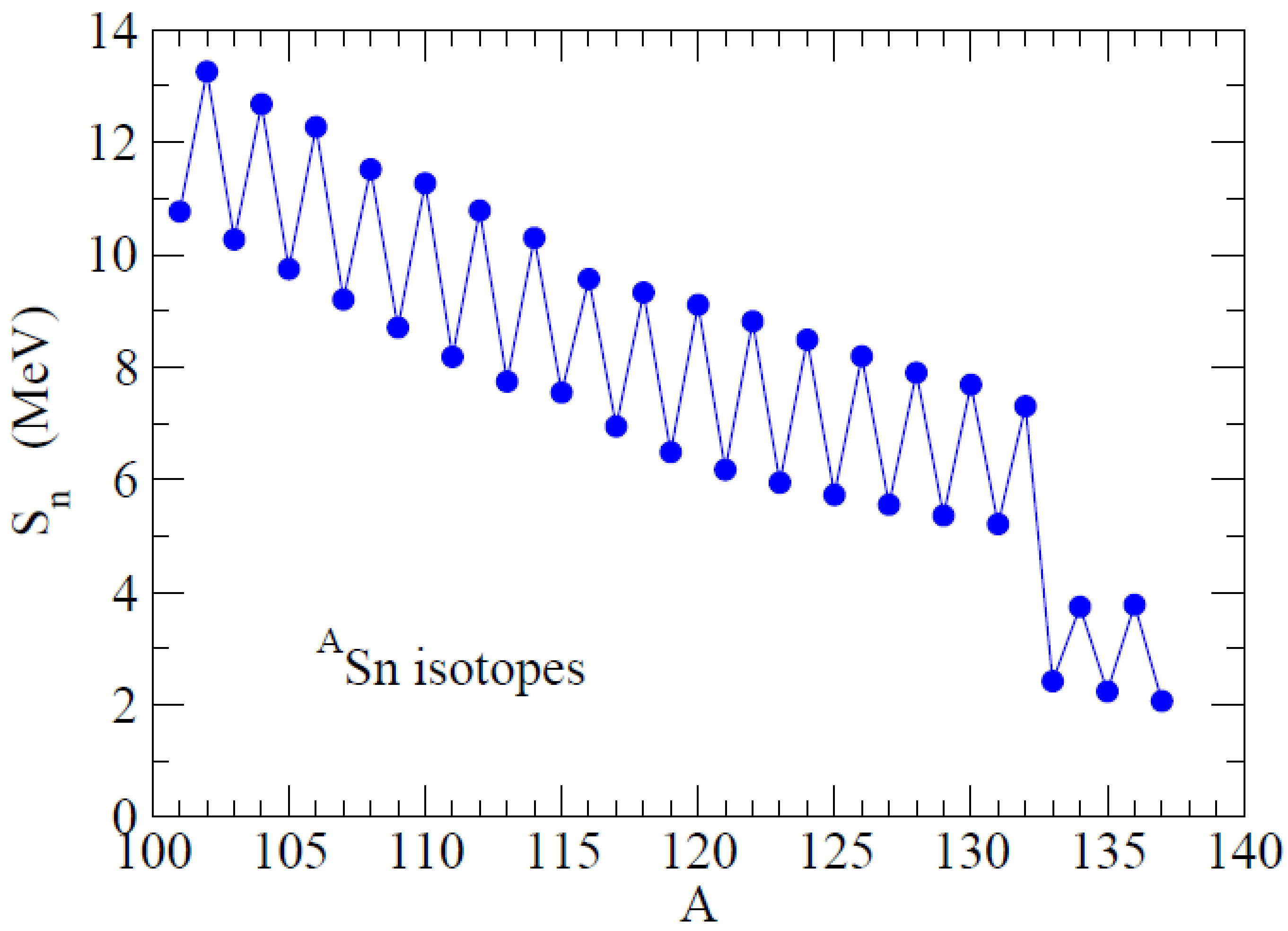
安定核が1つの場合



安定核が3つの場合



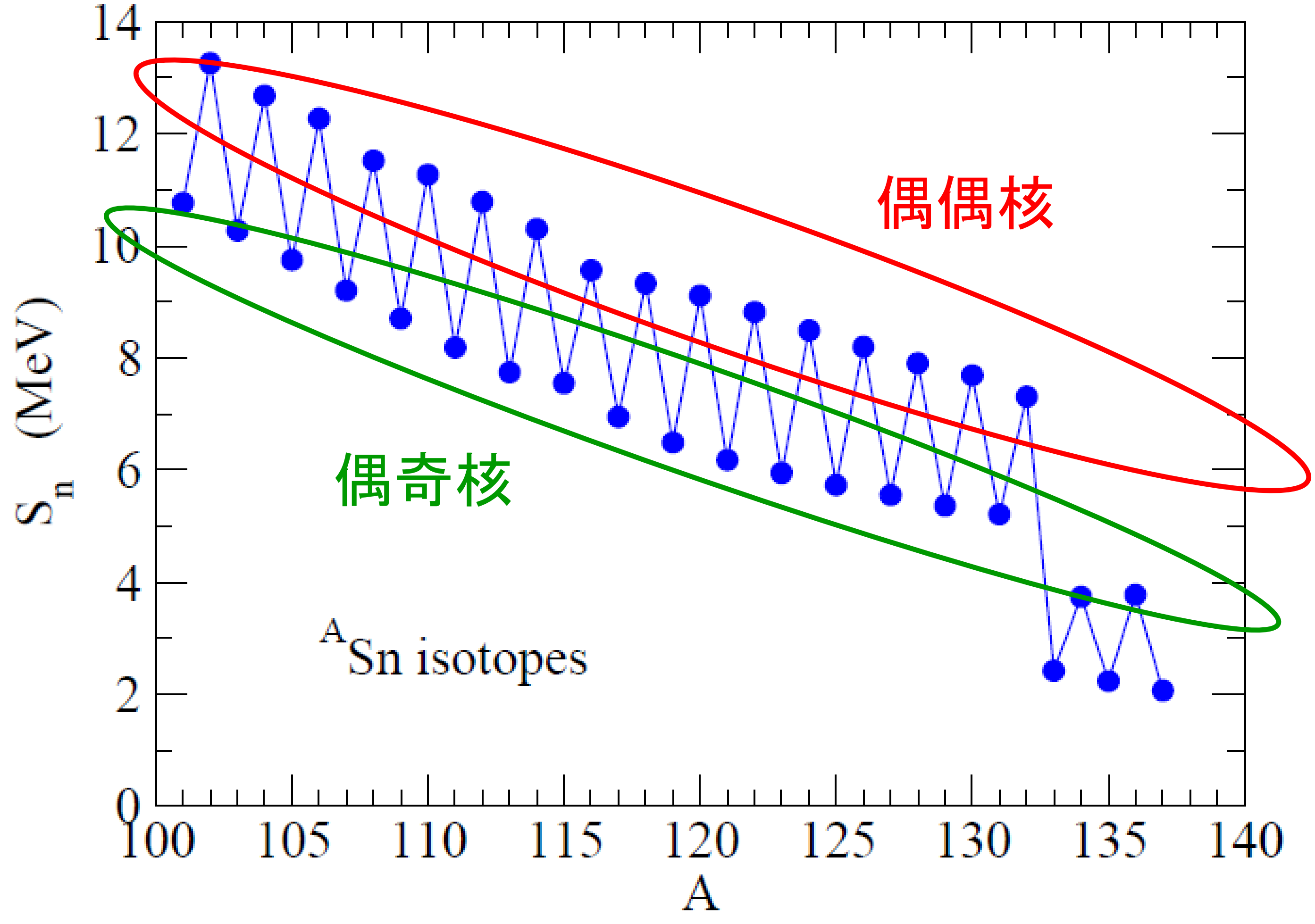
分離エネルギーにおける偶奇効果



1n separation energy: S_n (A,Z) = B(A,Z) – B(A-1,Z)

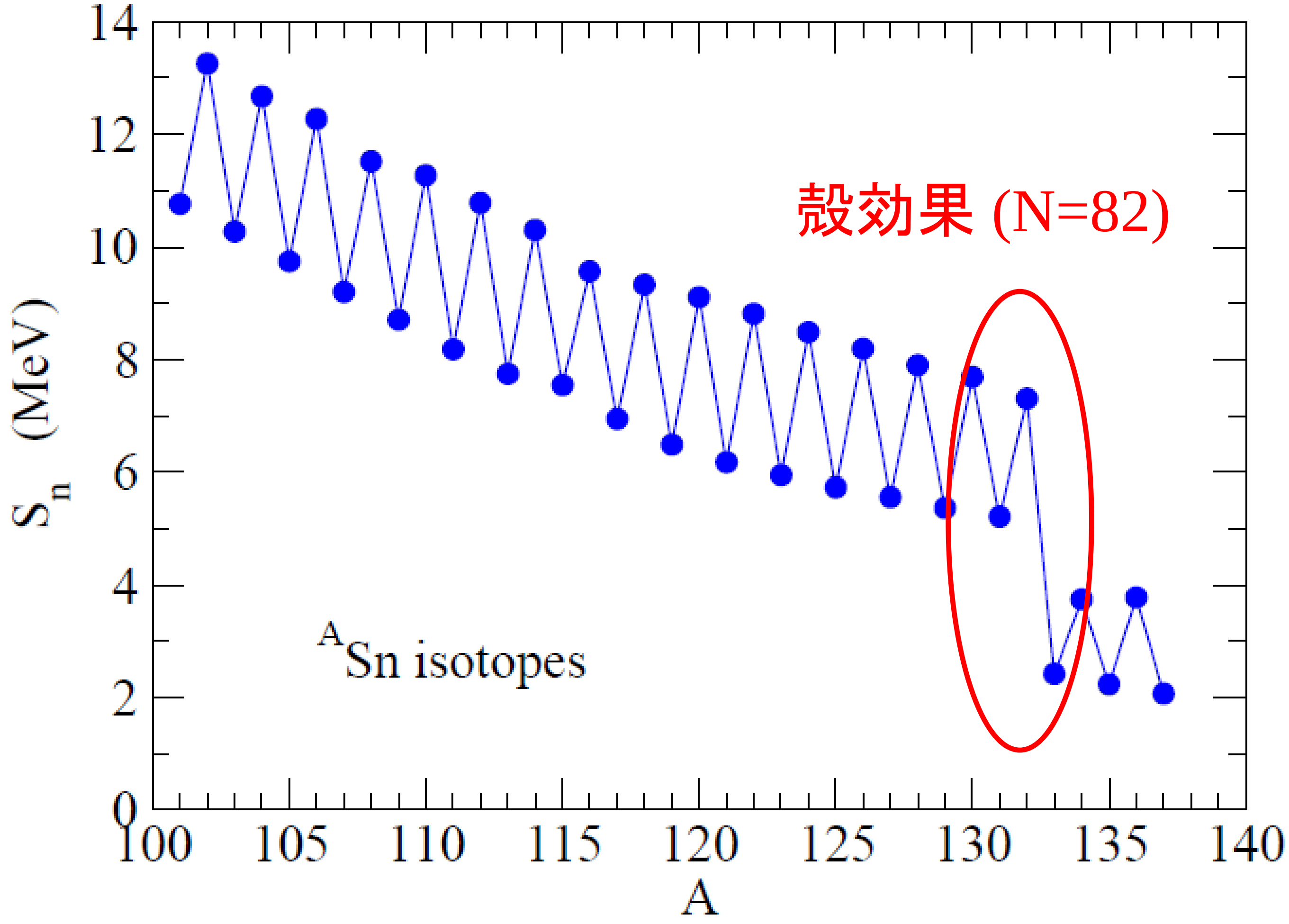
偶数個の中性子から1つ中性子を取る方が奇数個から取るより大きなエネルギーが必要

even-odd staggering



1n separation energy: S_n (A,Z) = B(A,Z) – B(A-1,Z)

even-odd staggering



1n separation energy: S_n (A,Z) = B(A,Z) – B(A-1,Z)

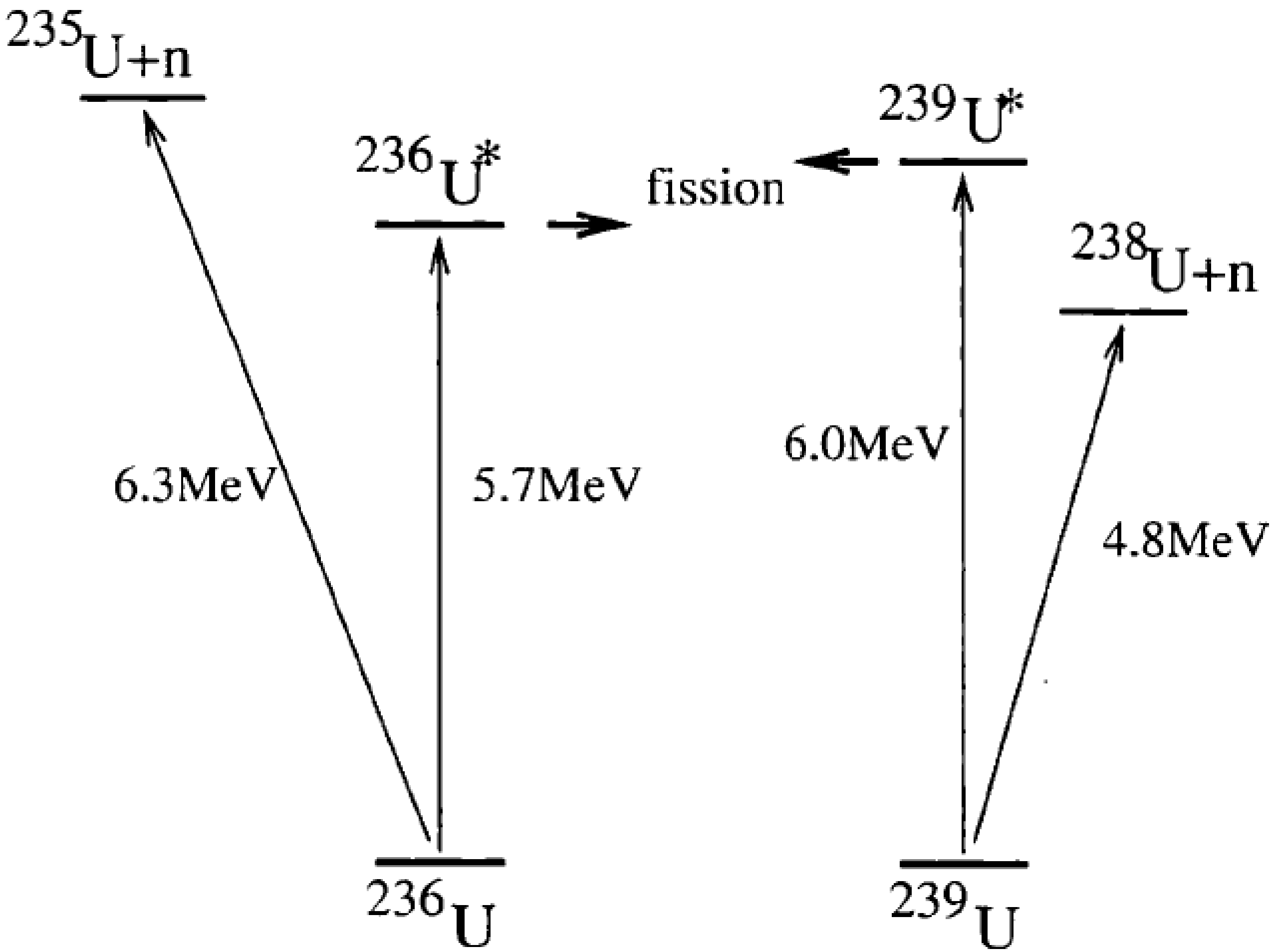
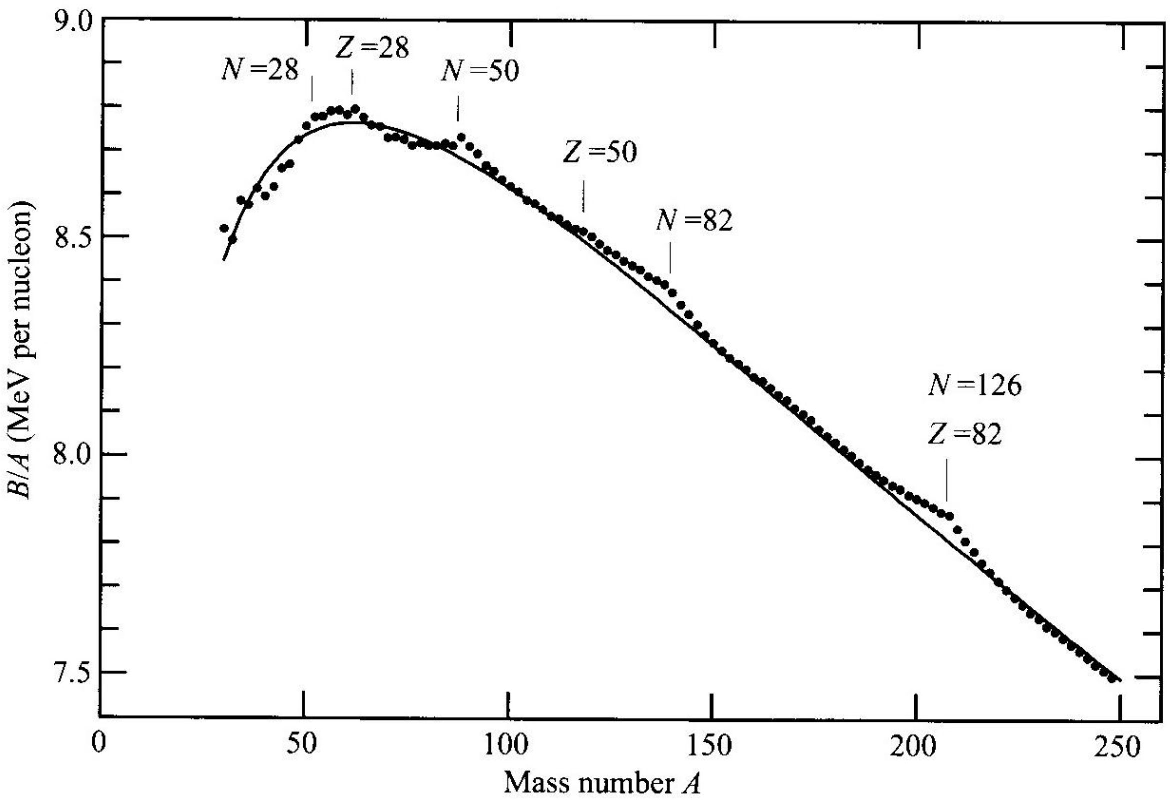


Fig. 6.6. Levels of the systems $A = 236$ and $A = 239$ involved in the fission of ^{236}U and ^{239}U. The addition of a motionless (or thermal) neutron to ^{235}U can lead to the fission of ^{236}U. On the other hand, fission of ^{239}U requires the addition of a neutron of kinetic energy $T_n = 6.0 - 4.8 = 1.2\,\mathrm{MeV}$.

核分裂障壁の高さと1中性子分離エネルギーの関係

殻エネルギー

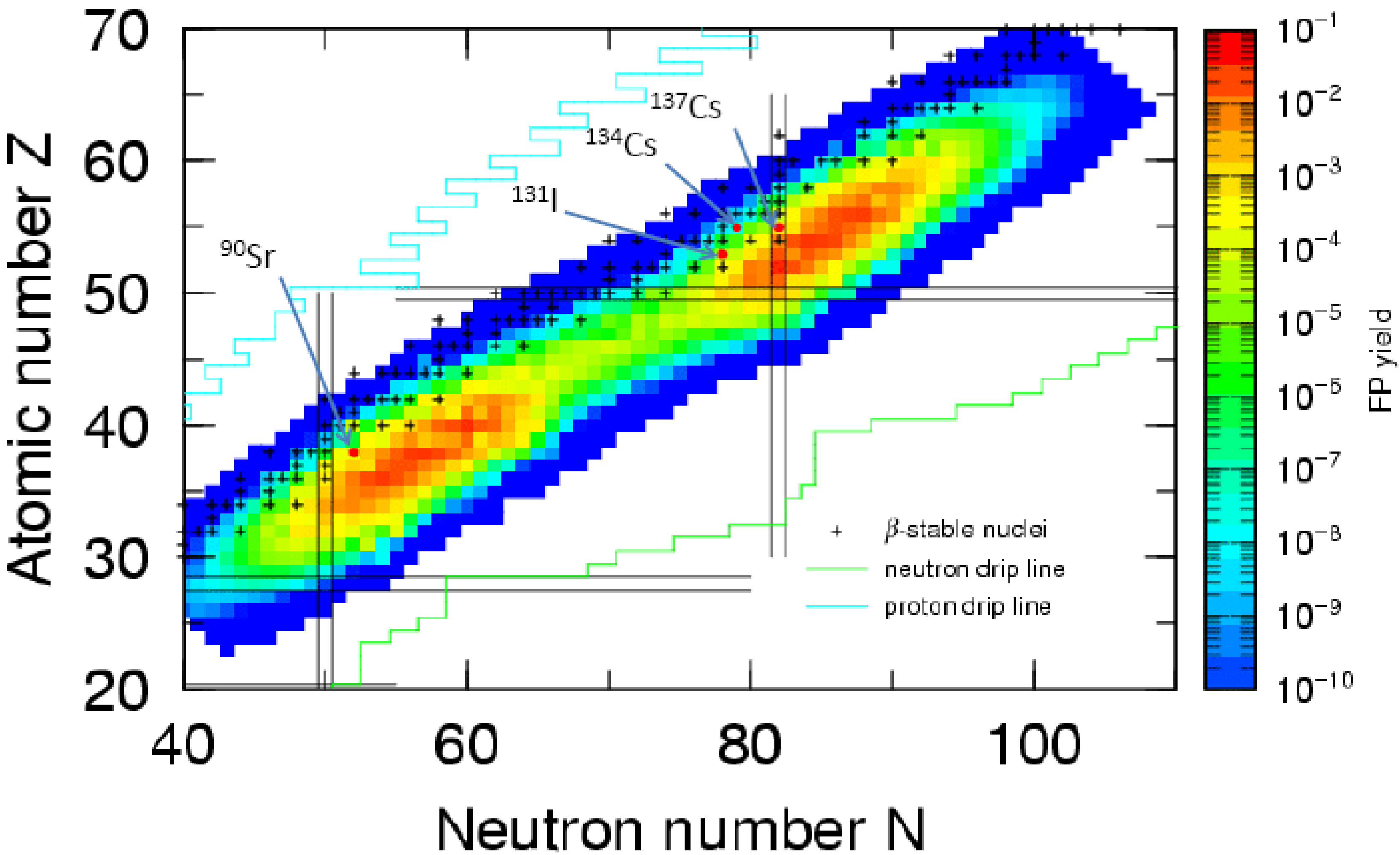


N,Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (魔法数)に対して束縛エネルギー大

⇒ とても安定

$^{4}{}_{2}\mathrm{He}_{2}, {}^{16}{}_{8}\mathrm{O}_{8}, {}^{40}{}_{20}\mathrm{Ca}_{20}, {}^{48}{}_{20}\mathrm{Ca}_{28}, {}^{208}{}_{82}\mathrm{Pb}_{126}$

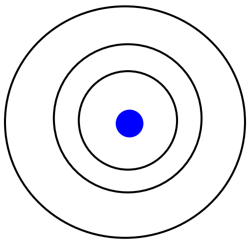
Fission fragment mass distribution for n_{th} + ^{235}U reaction



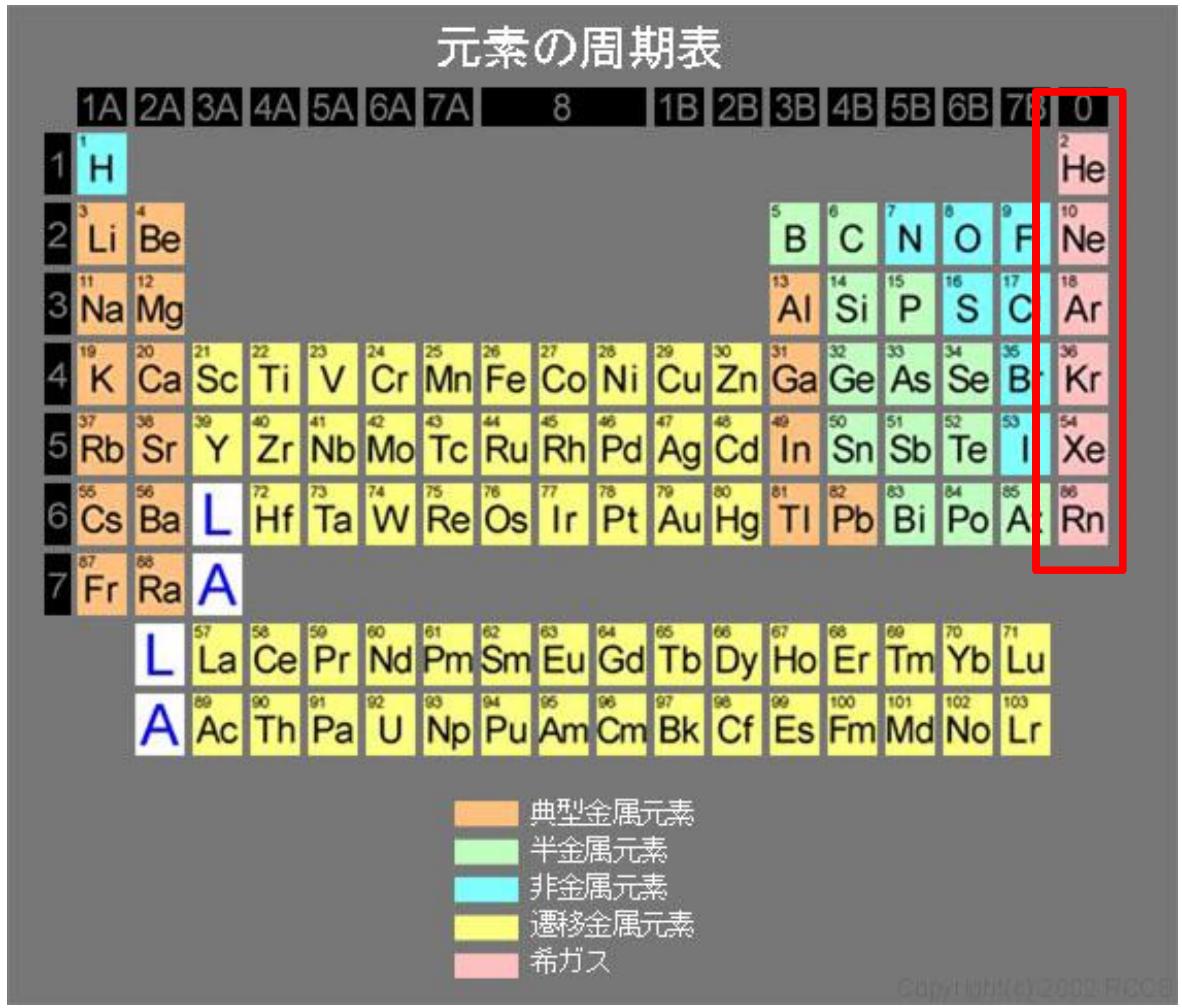
非对称核分裂

(note) 原子の魔法数 (貴ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)

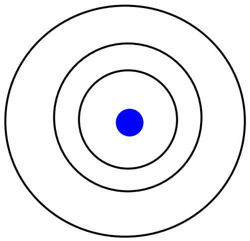


殻構造



(note) 原子の魔法数 (貴ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)

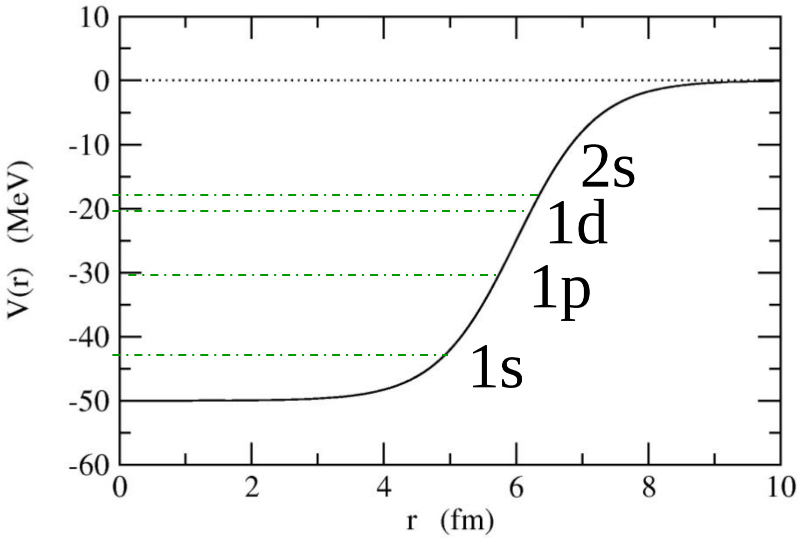


殻構造

原子核物理における似た試み: ポテンシャル中の独立粒子運動

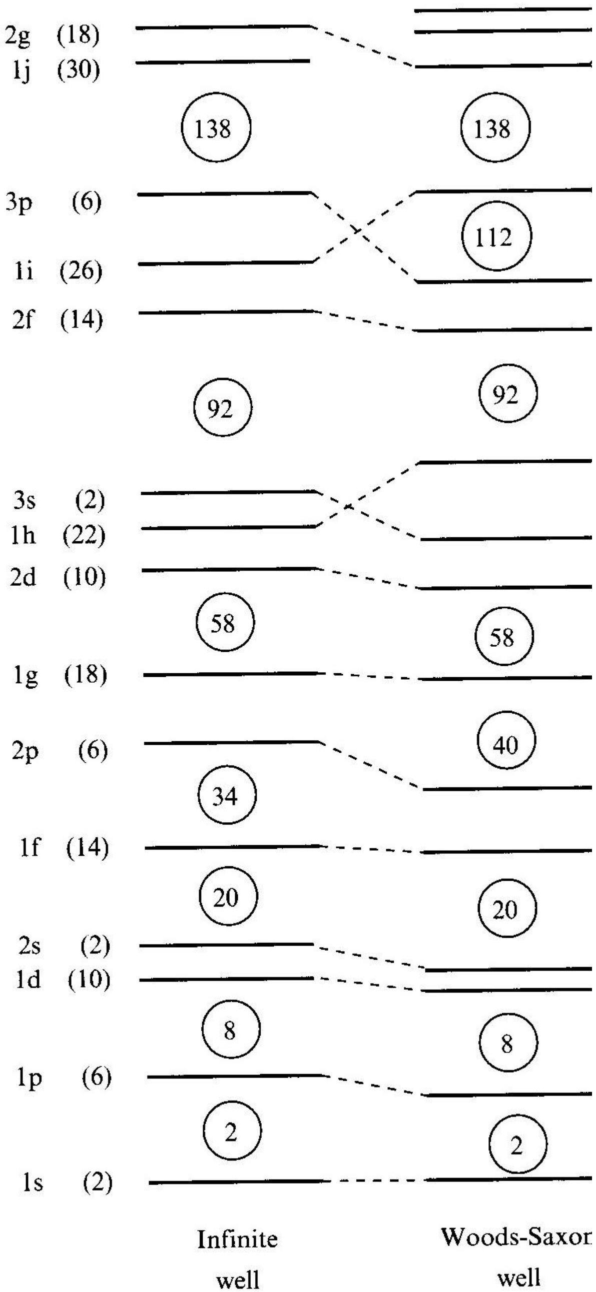
Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a]$$



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \frac{u_l(r)}{r}Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$



Woods-Saxon ポテンシャルのみでは魔法数 (2,8,20,28,50,82,126)が正しく出ない.

Meyer and Jensen (1949):
強いスピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r}\frac{dV}{dr} \qquad (\lambda > 0)$$

jj 結合殻模型

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0 \Longrightarrow \psi_{lmm_s}(\boldsymbol{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

(note) $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{s} \Longrightarrow \boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} = (\boldsymbol{j}^2 - \boldsymbol{l}^2 - \boldsymbol{s}^2)/2$

$$\boxed{\begin{aligned} \psi_{jlm}(\boldsymbol{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r}\mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \\ \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\boldsymbol{r}}) &= \sum_{m_l, m_s} \langle l\ m_l\ 1/2\ m_s | j\ m\rangle Y_{lm_l}(\hat{\boldsymbol{r}})\chi_{m_s} \end{aligned}}$$

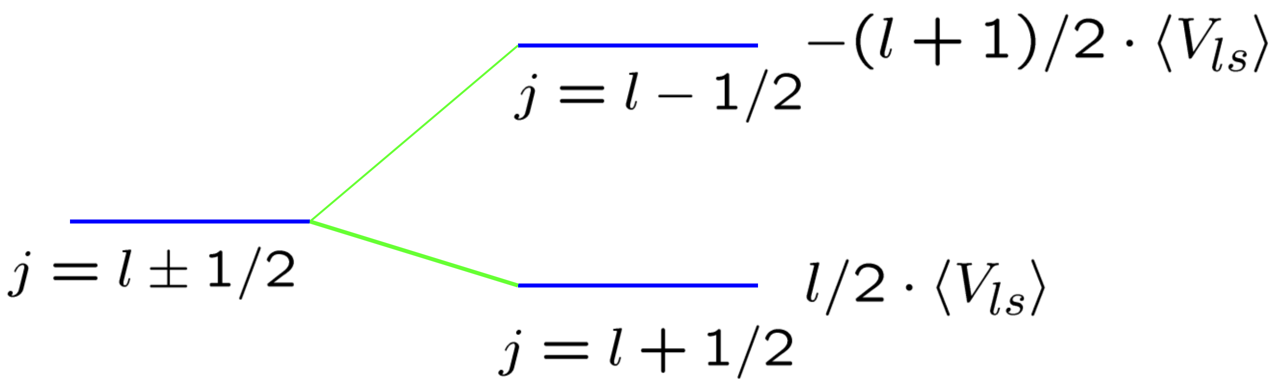
jj 結合殻模型

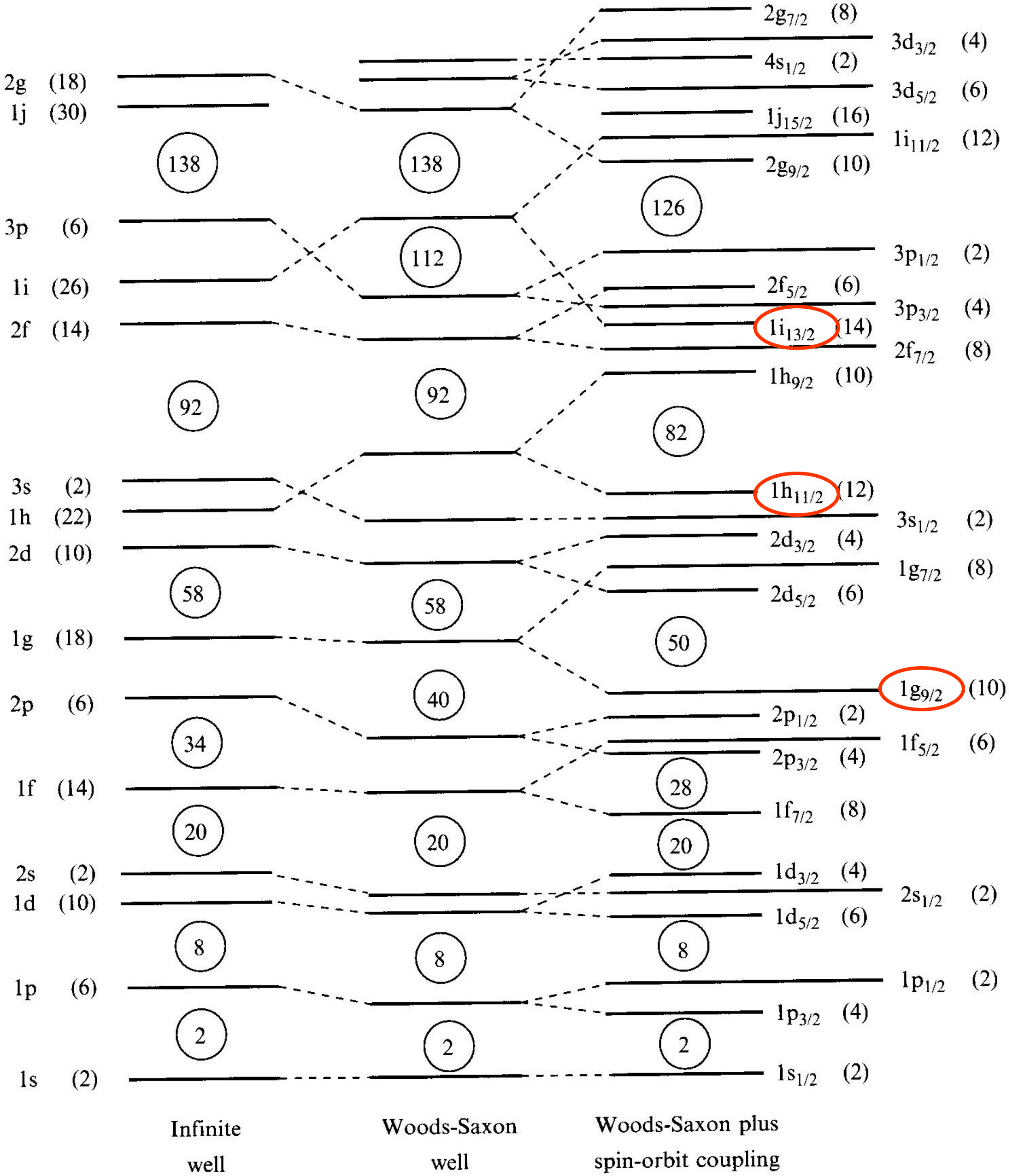
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

(note) $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{s} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} = (\boldsymbol{j}^2 - \boldsymbol{l}^2 - \boldsymbol{s}^2)/2$

$$\boxed{\begin{aligned} \psi_{jlm}(\boldsymbol{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r}\mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \\ \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\boldsymbol{r}}) &= \sum_{m_l, m_s}\langle l\ m_l\ 1/2\ m_s | j\ m\rangle Y_{lm_l}(\hat{\boldsymbol{r}})\chi_{m_s} \end{aligned}}$$

$$\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} = l/2\ (j = l + 1/2), \quad -(l+1)/2\ (j = l - 1/2)$$





intruder 状態
unique parity 状態

一粒子準位

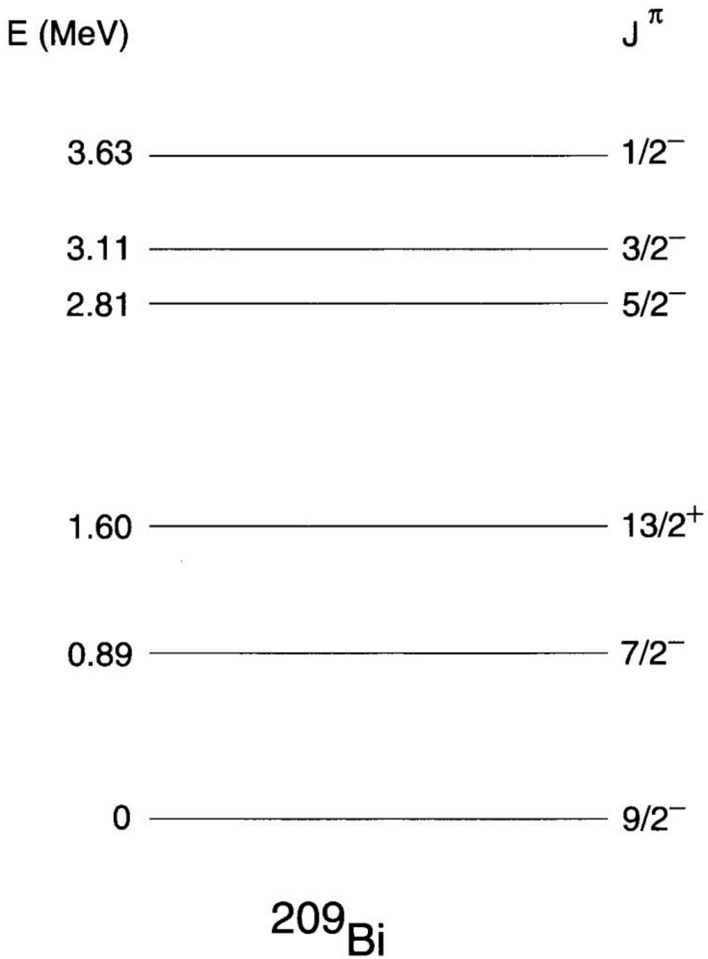
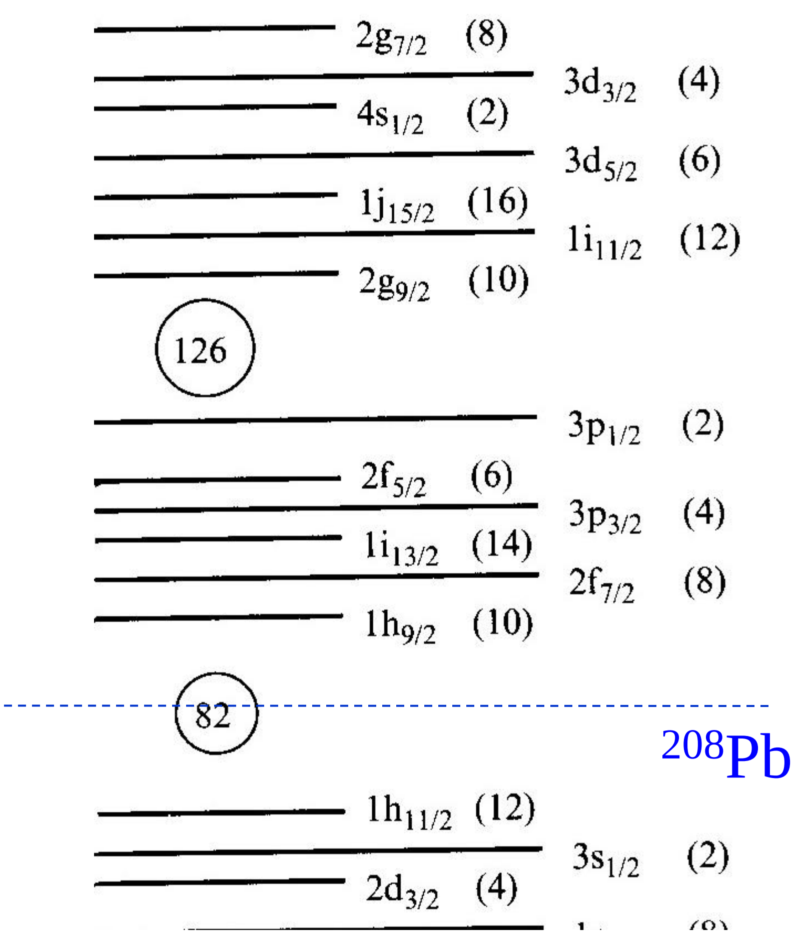


FIG. 3.6. Low-lying single-particle levels of ^{209}Bi.



元素生成


ビッグバン
137億年前
H, He
最初の星の形成:
誕生から2億年
大質量星の内部
C, N, O, Fe
超新星爆発
Sプロセス
Bi まで
次世代の星の
誕生
C, N, O, Fe,
Si, Au??, U??
超新星残骸から
星間物質へ
～90種類の
重元素蓄積
46億年前
生命の誕生と進化
© KASAYA

生命誕生のための幸運な偶然

原子の魔法数

電子の数が 2, 10, 18, 36, 54, 86

不活性ガス:He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn

原子核の魔法数

陽子または中性子の数が

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 の時安定

➡ 例えば $^{16}_{8}O_{8}$（二重閉殻核）

➡ 酸素元素は元素合成の過程で数多く生成された

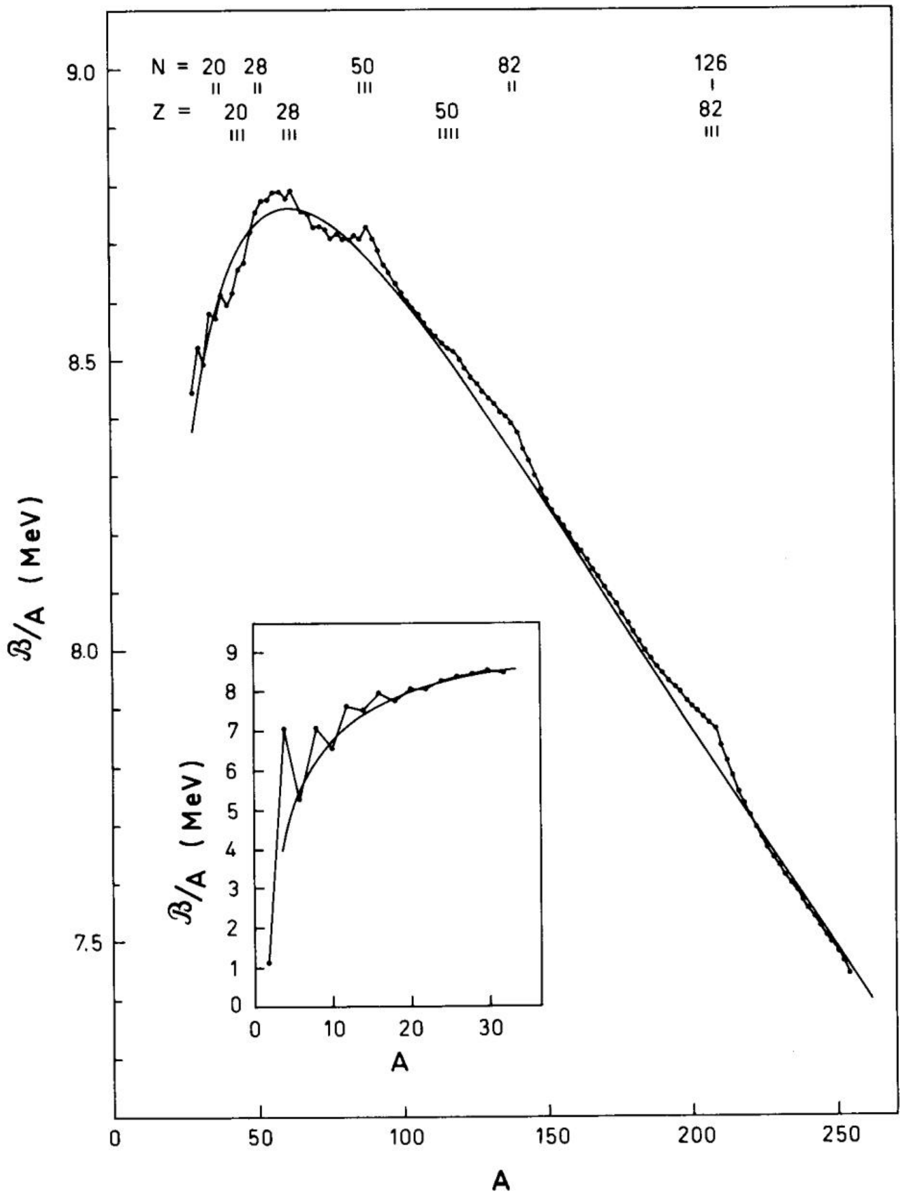
➡ しかし、酸素は化学的には「活性」

➡ 化学反応により様々な複雑な物質をつくり生命に至った

参考:望月優子　ビデオ「元素誕生の謎にせまる」　http://rarfaxp.riken.go.jp/~motizuki/contents/genso.html

殻構造

$$B(N,Z) = B_{\text{macro}}(N,Z) + B_{\text{micro}}(N,Z)$$



- スムーズな関数

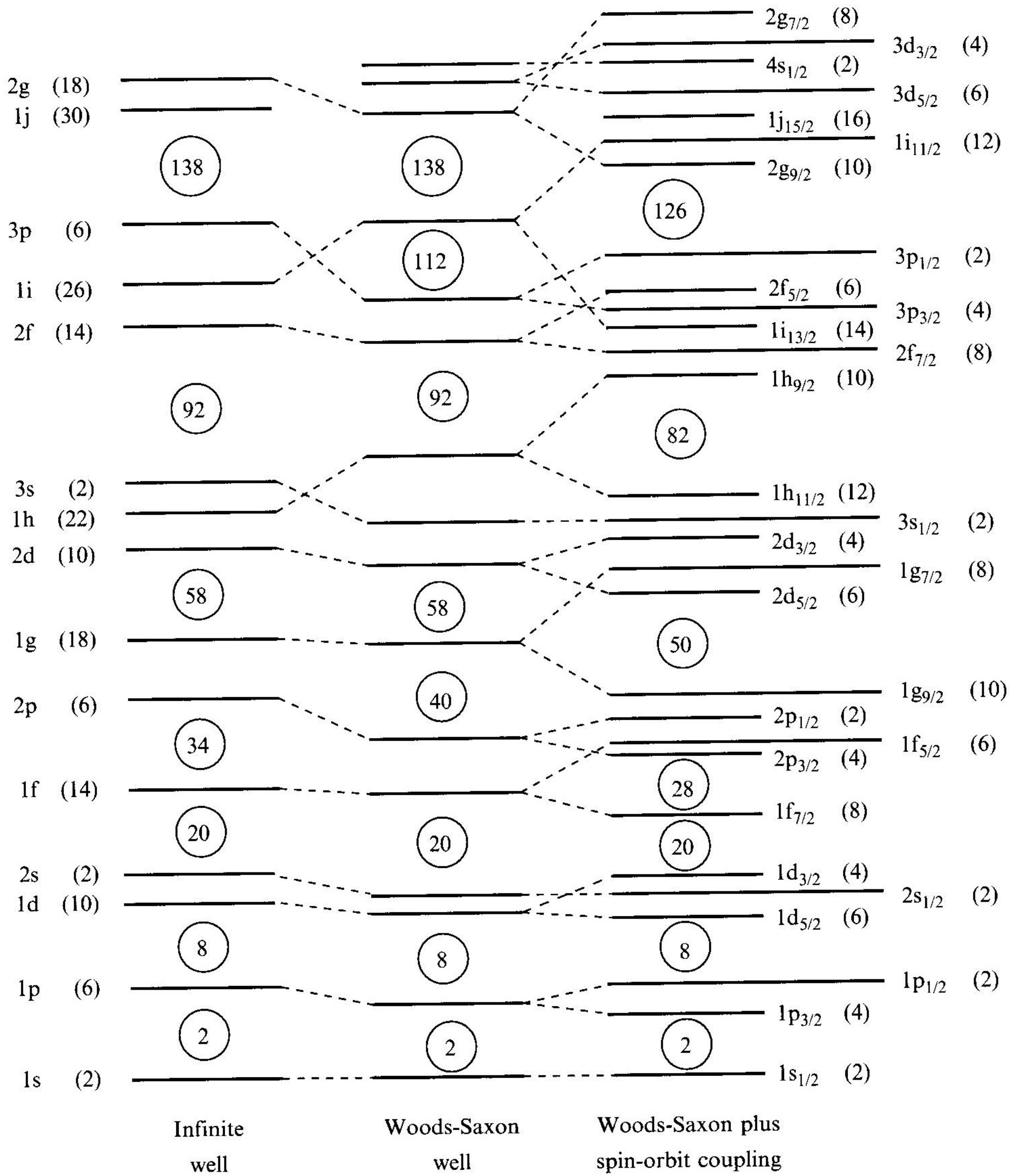
$$B_{\text{macro}}(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

- ゆらぎ

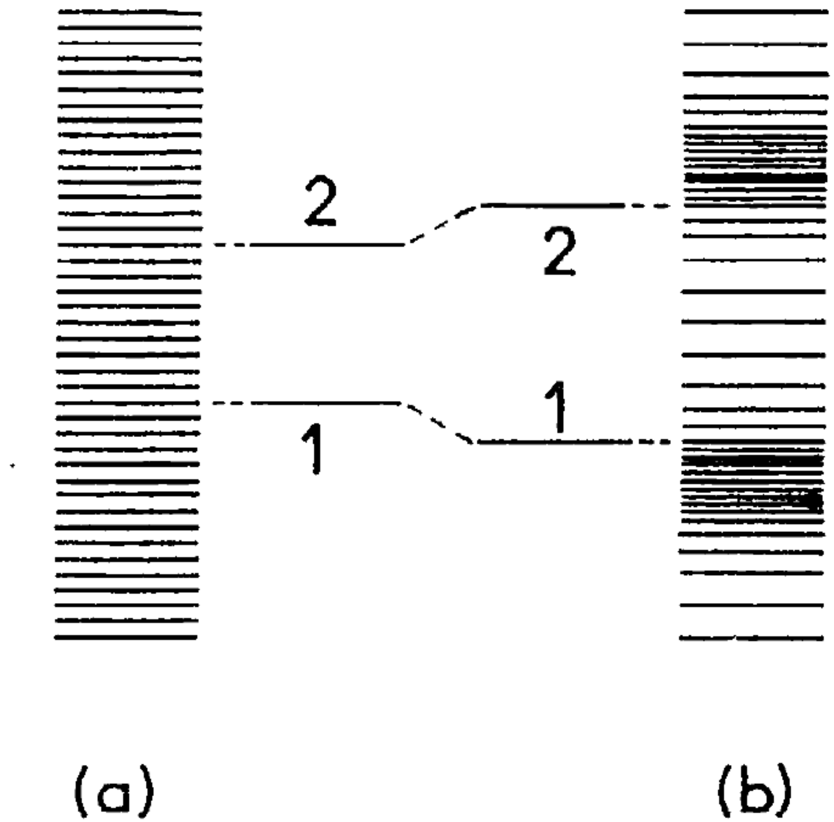
$$B_{\text{micro}} = B_{\text{pair}} + B_{\text{shell}}$$

液滴模型:

$$B_{\text{LDM}} = B_{\text{macro}} + B_{\text{pair}}$$


2g (18)
1j (30)
138
3p (6)
1i (26)
2f (14)
92
3s (2)
1h (22)
2d (10)
58
1g (18)
2p (6)
34
1f (14)
20
2s (2)
1d (10)
8
1p (6)
2
1s (2)
138
112
92
58
40
20
8
2
$2g_{7/2}$ (8)
$3d_{3/2}$ (4)
$4s_{1/2}$ (2)
$3d_{5/2}$ (6)
$1j_{15/2}$ (16)
$1i_{11/2}$ (12)
$2g_{9/2}$ (10)
126
$3p_{1/2}$ (2)
$2f_{5/2}$ (6)
$3p_{3/2}$ (4)
$1i_{13/2}$ (14)
$2f_{7/2}$ (8)
$1h_{9/2}$ (10)
82
$1h_{11/2}$ (12)
$3s_{1/2}$ (2)
$2d_{3/2}$ (4)
$1g_{7/2}$ (8)
$2d_{5/2}$ (6)
50
$1g_{9/2}$ (10)
$2p_{1/2}$ (2)
$1f_{5/2}$ (6)
$2p_{3/2}$ (4)
28
$1f_{7/2}$ (8)
20
$1d_{3/2}$ (4)
$2s_{1/2}$ (2)
$1d_{5/2}$ (6)
8
$1p_{1/2}$ (2)
$1p_{3/2}$ (4)
2
$1s_{1/2}$ (2)
Infinite well
Woods-Saxon well
Woods-Saxon plus spin-orbit coupling

準位密度

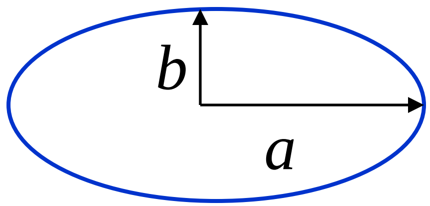


均一の場合　　濃淡がある場合

液滴模型による原子核の変形

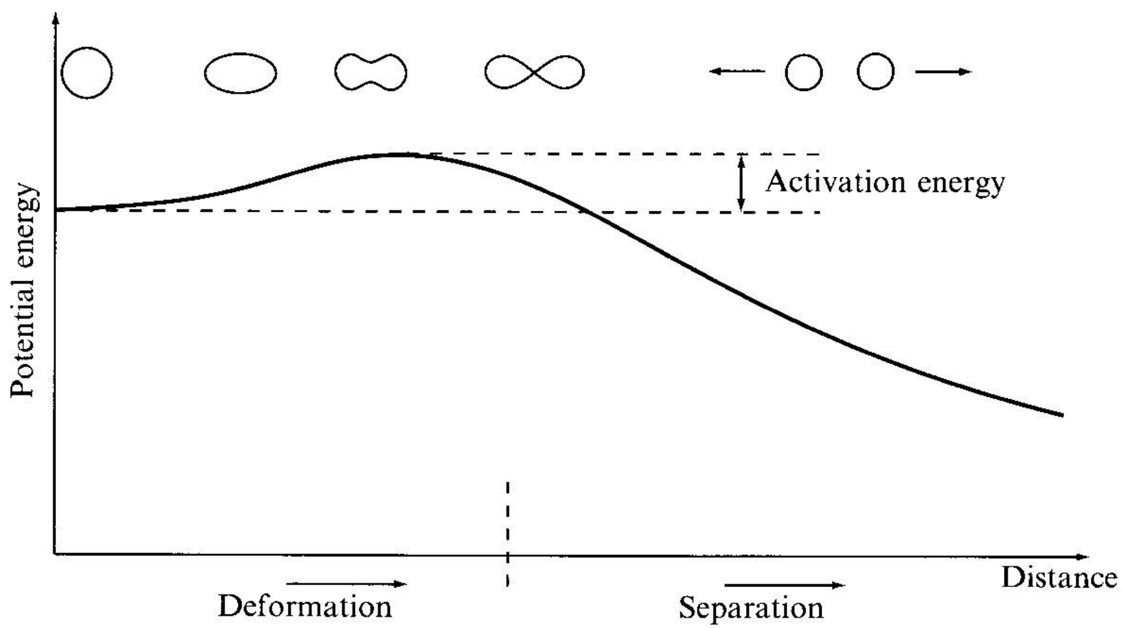
$$B(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\mathrm{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

回転楕円体



$$\begin{aligned} a &= R \cdot (1+\epsilon) \\ b &= R \cdot (1+\epsilon)^{-1/2} \end{aligned}$$

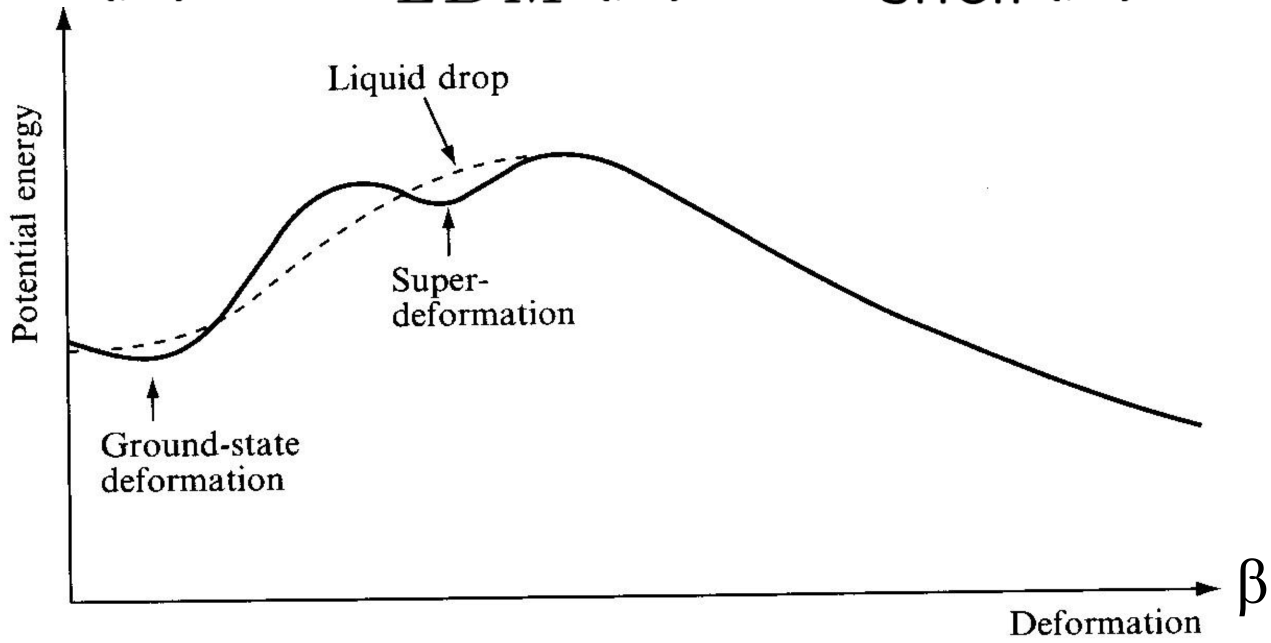
$$\begin{aligned} E_{\mathrm{surf}} &= E_{\mathrm{surf}}^{(0)} (1 + 2\epsilon^2/5 + \cdots) \\ E_C &= E_C^{(0)} (1 - \epsilon^2/5 + \cdots) \end{aligned}$$

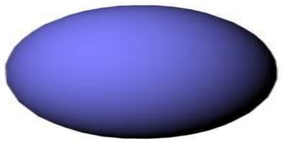


原子核の変形

原子核の変形にともなうエネルギーの変化

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{\mathrm{shell}}(\beta)$$

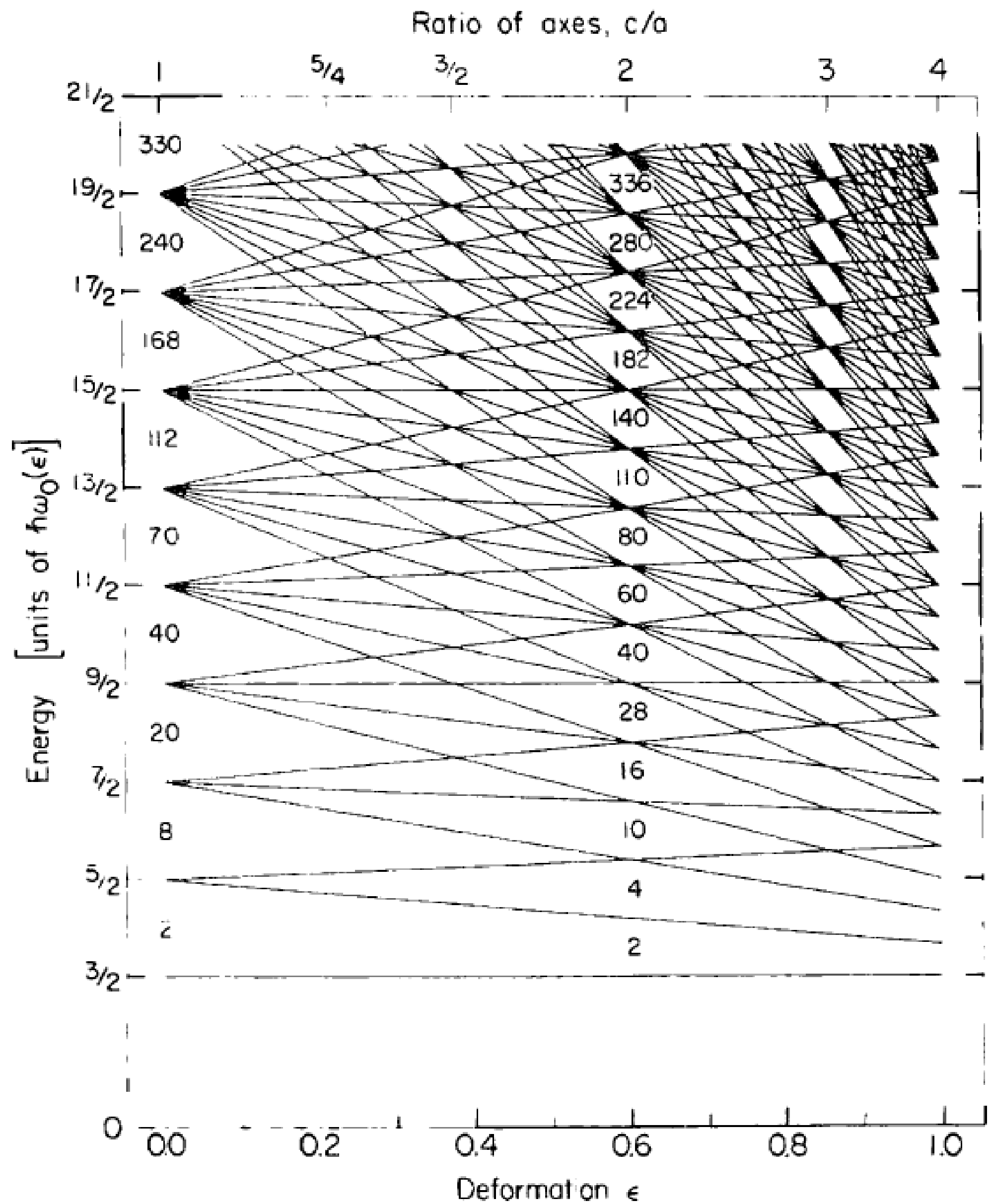




液滴模型 → 必ず球形

殻補正 → 変形状態が基底状態になる場合あり

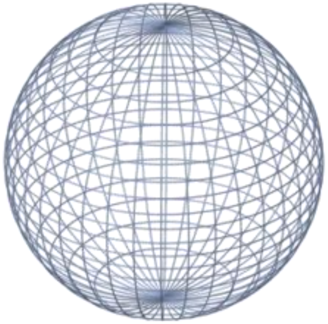
＊対称性の自発的破れ



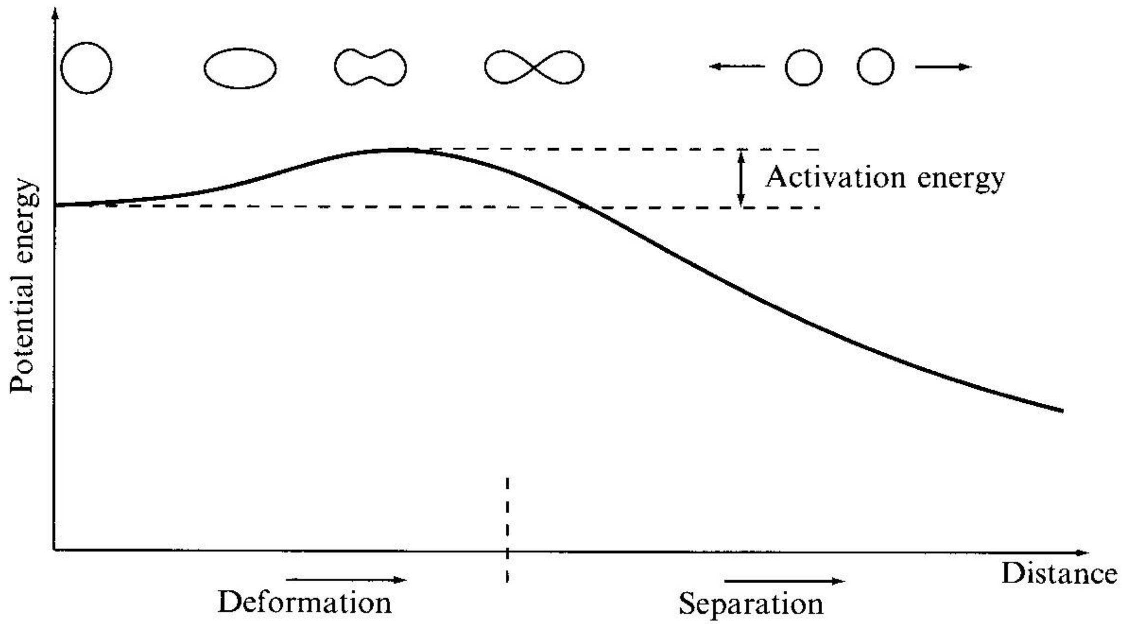
$\epsilon = (\omega_\perp - \omega_z)/\omega_0$

Figure 2.25. Energy levels of an harmonic-oscillator potential for prolate spheroidal deformations ϵ. (From [MN 73].)

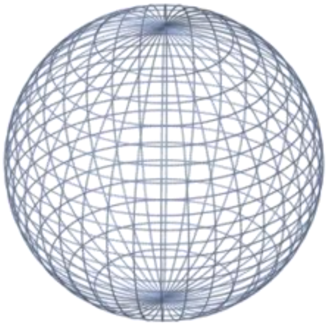
原子核の変形

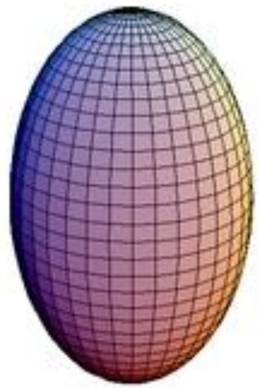


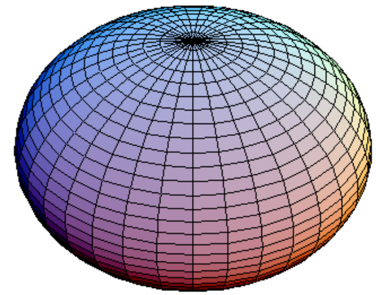
球形


Activation energy
Potential energy
Distance
Deformation
Separation

回転楕円体





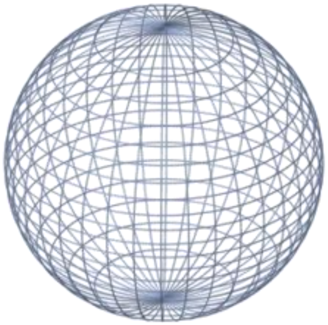


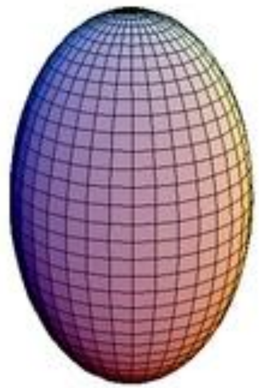
球形　　プロレート　　オブレート　　三軸非対称

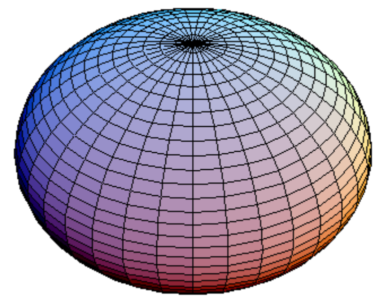
殻効果

$$B_{\mathsf{micro}} = B_{\mathsf{pair}} + B_{\mathsf{shell}}$$

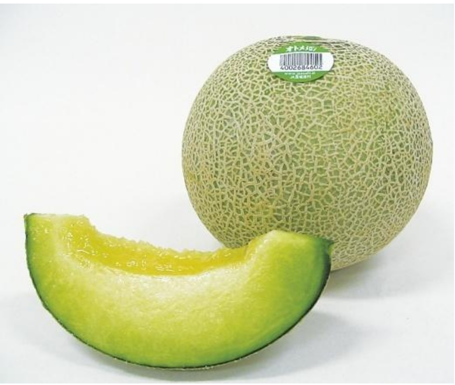
回転楕円体

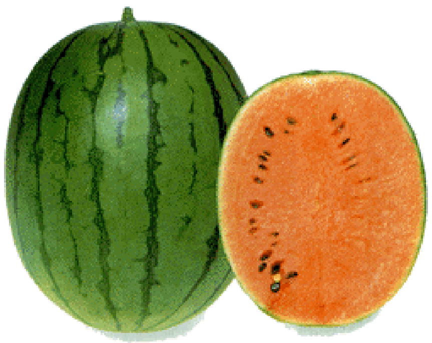






球形　　プロレート　　オブレート　　三軸非対称



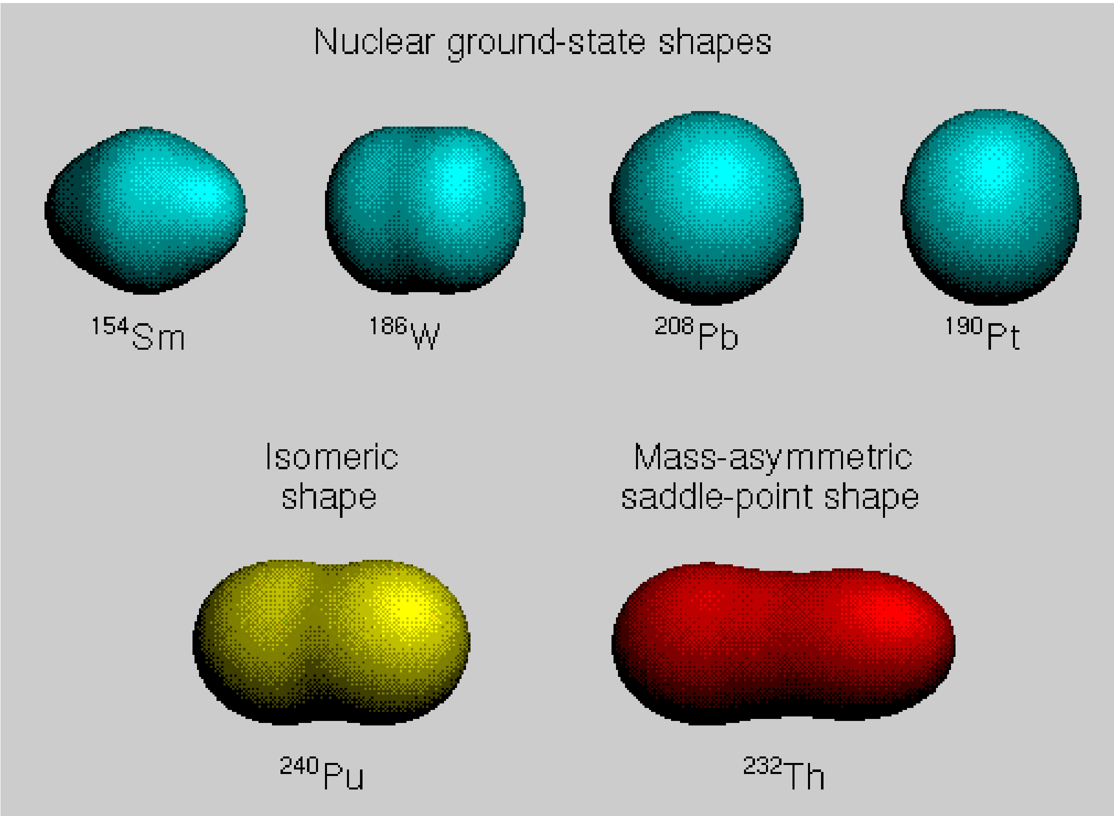


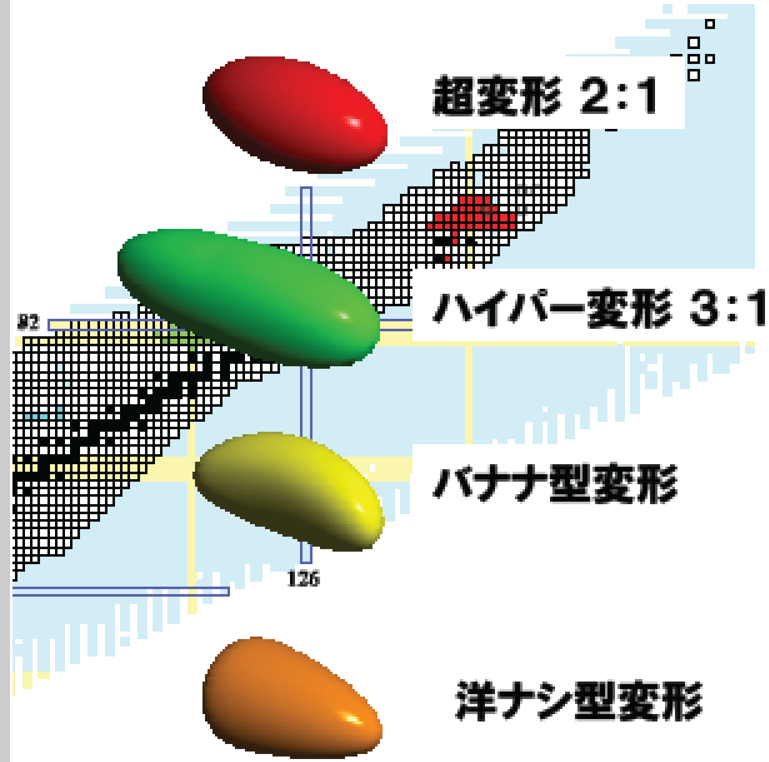
$\beta = 0$

$\beta > 0$, $\gamma = 0$

$\beta < 0$, $\gamma = 0$

$\beta > 0$, $0 < \gamma < \pi/3$





http://t2.lanl.gov/tour/sch001.html

原子核は陽子と中性子の組み合わせの仕方によって様々な形をとり得る！

原子核の変形

Cf. 剛体の回転エネルギー（古典力学）

$$E = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2 = \frac{I^2}{2\mathcal{J}}$$

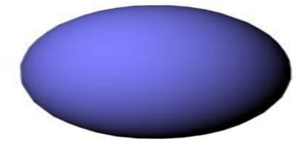
$$(I = \mathcal{J}\omega,\ \ \omega = \dot{\theta})$$

^{154}Sm の励起スペクトル

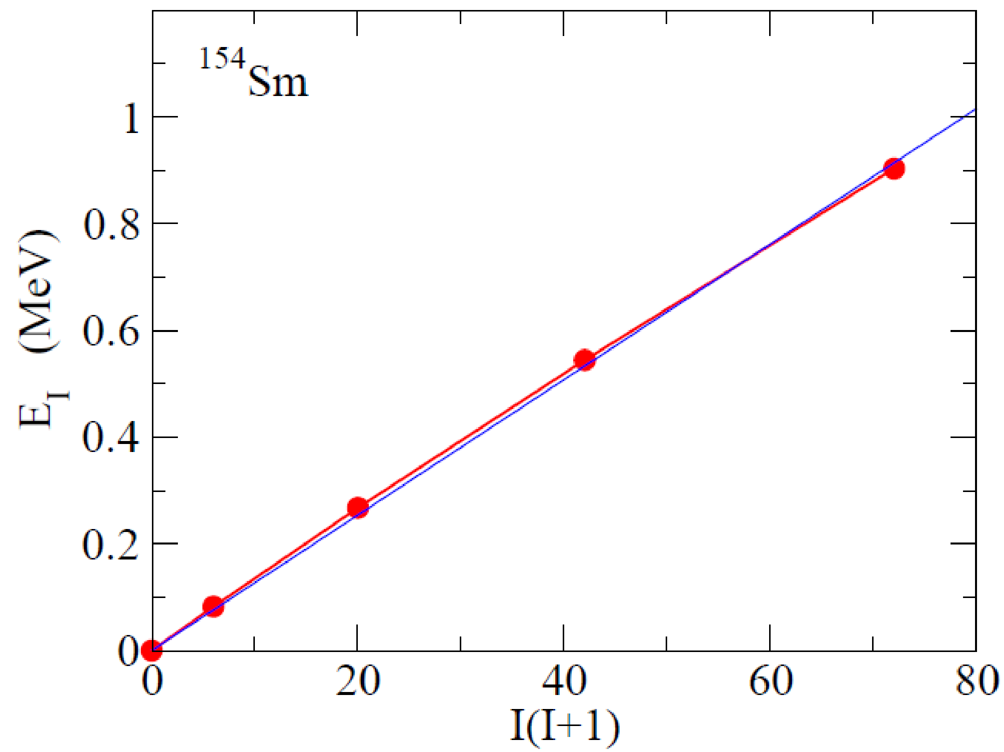
(MeV)	
0.903	8^+
0.544	6^+
0.267	4^+
0.082	2^+
0	0^+

^{154}Sm

^{154}Sm は変形している



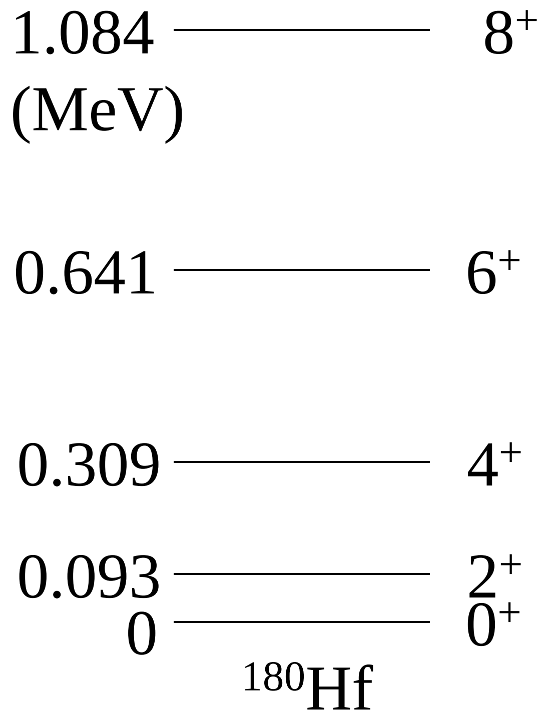
$$\boxed{E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}}$$



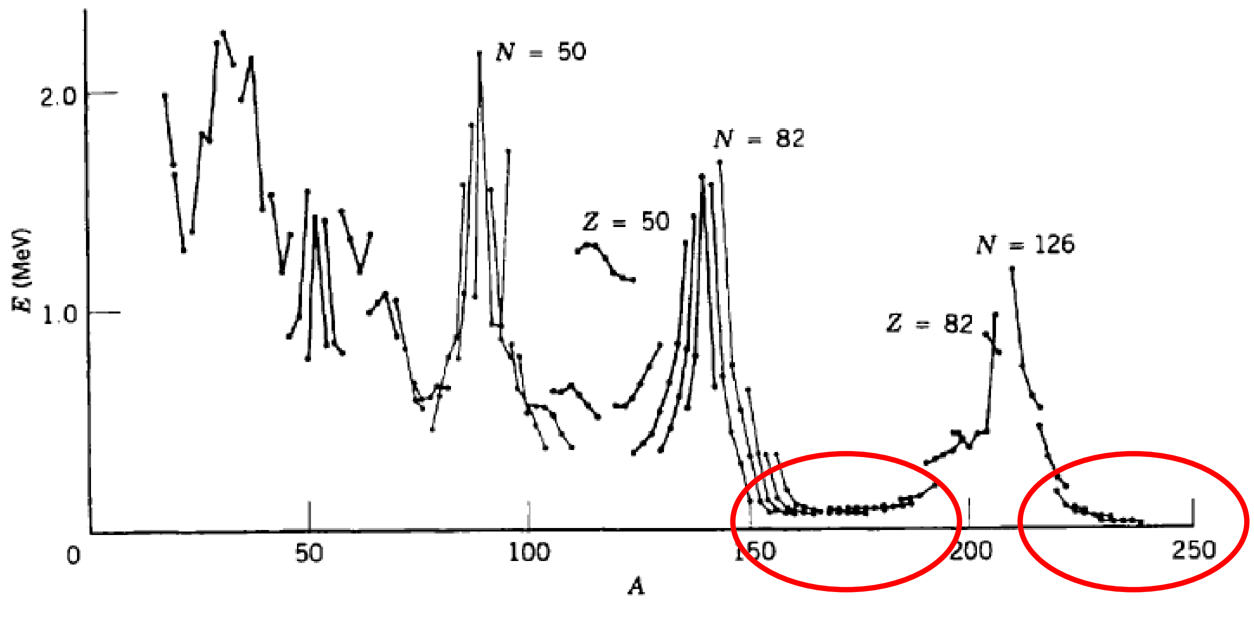
原子核が変形している証拠

- 回転バンドの存在

$$E_I = \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

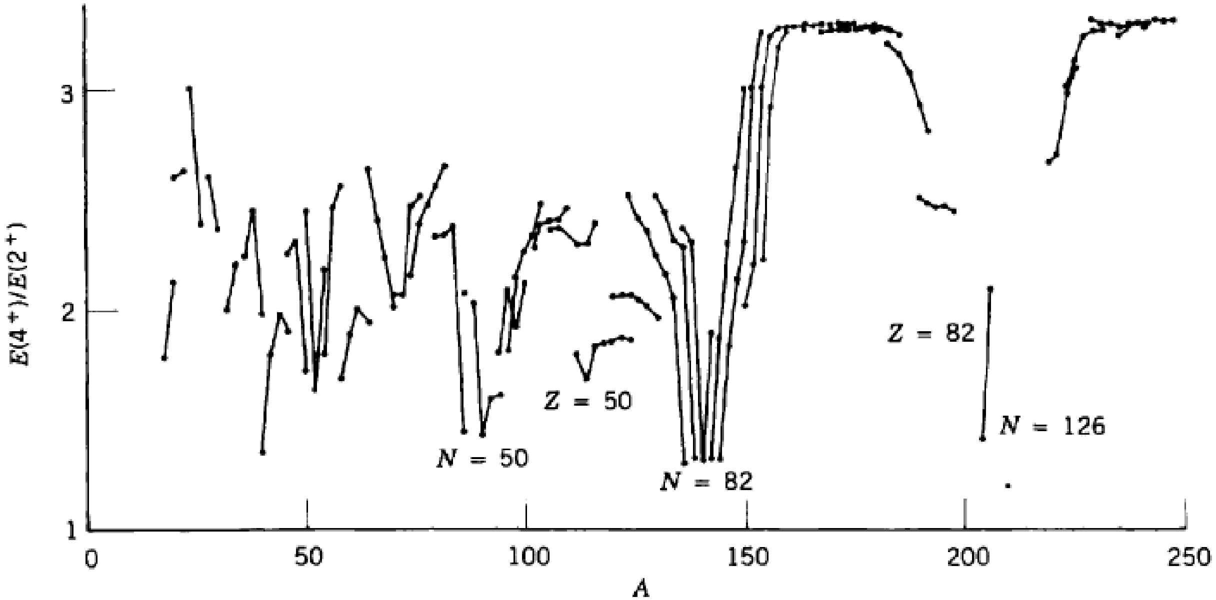


偶偶核の 2^+ 状態のエネルギー



K.S. Krane, “Introductory Nuclear Physics”

偶偶核における E(4⁺)/E(2⁺)



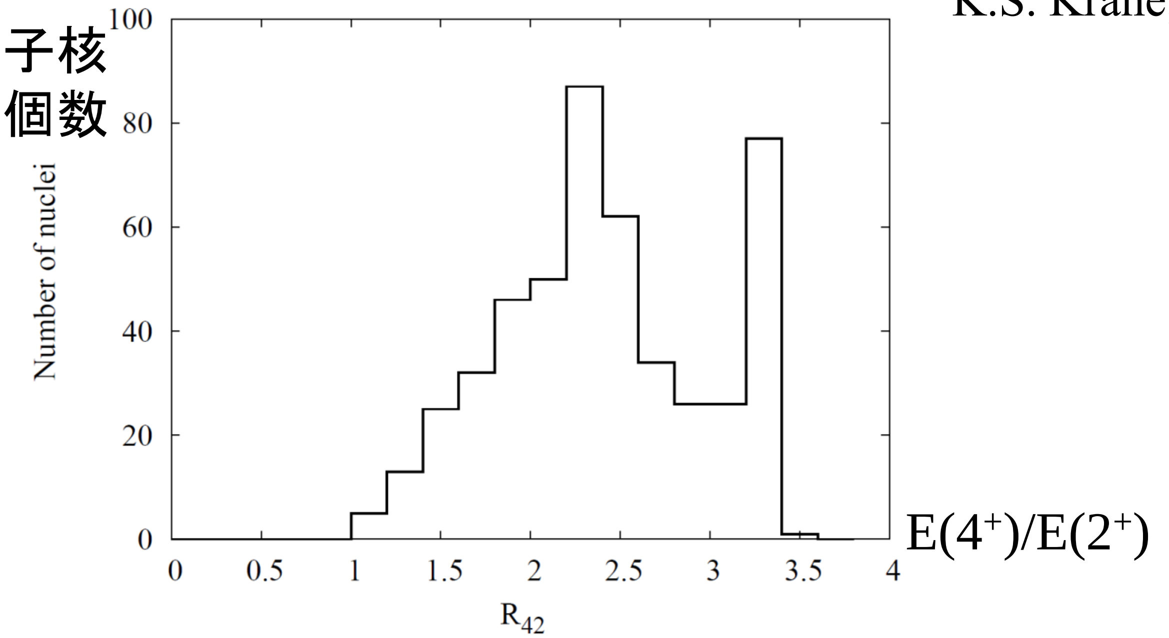
変形核なら

$E(4^+)/E(2^+) \sim 3.3$

球形核なら

$E(4^+)/E(2^+) \sim 2$

K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics"



G.F. Bertsch,
arXiv:1203.5529

原子核が変形している証拠

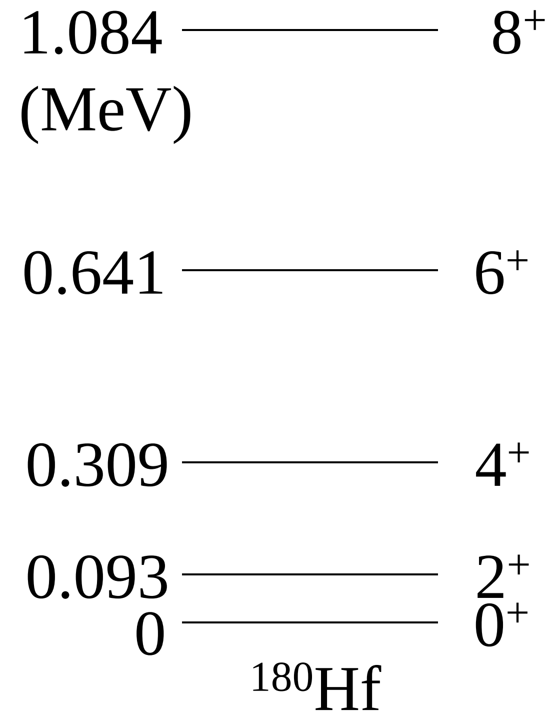
- 回転バンドの存在

$$E_I = \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

- 非常に大きな四重極モーメント
(奇数個の核子を持つ原子核や励起状態)

$$Q = e\sqrt{\frac{16\pi}{5}}\langle\Psi_{II}|r^2Y_{20}|\Psi_{II}\rangle$$

- 四重極遷移確率の増大



偶偶核の 2$^+$ 状態の四重極モーメント

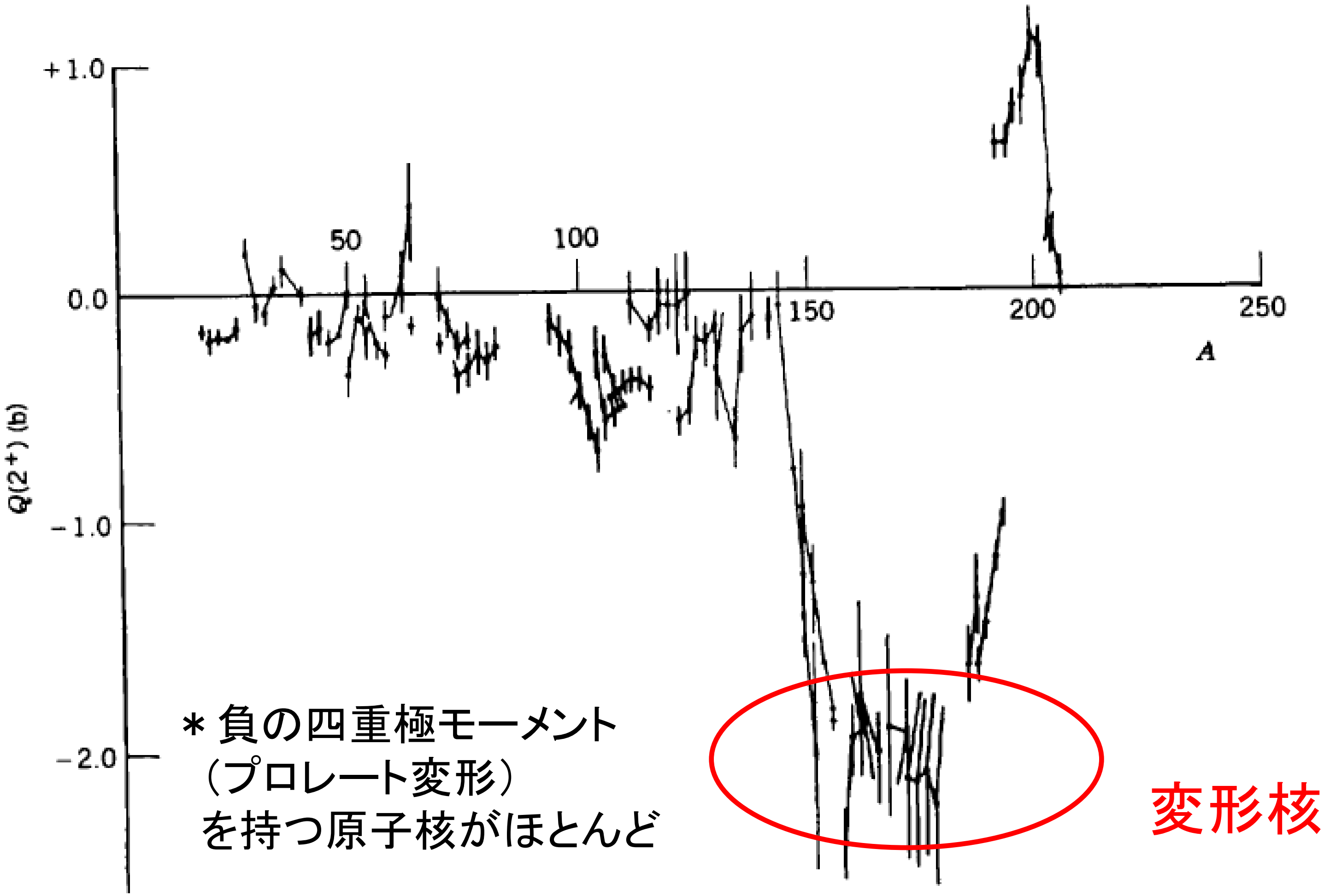


Figure 5.16*b* Electric quadrupole moments of lowest 2$^+$ states of even-*Z*, even-*N* nuclei. The lines connect sequences of isotopes.

K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics"

原子核が変形している証拠

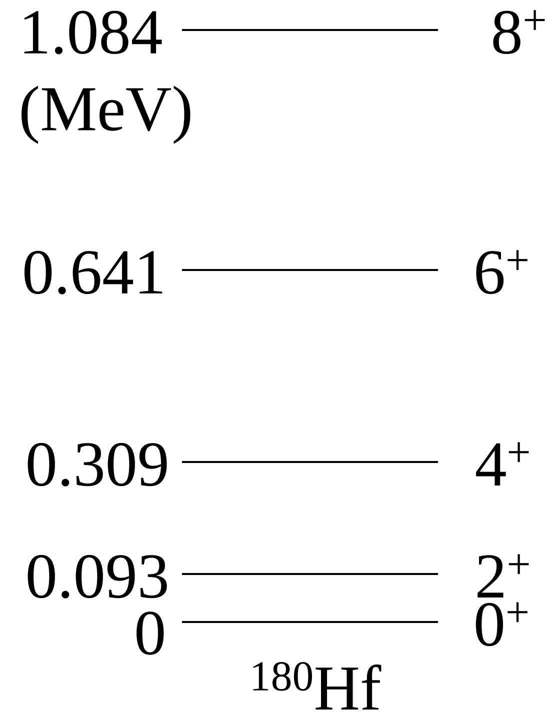
- 回転バンドの存在

$$E_I = \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

- 非常に大きな四重極モーメント
  (奇数個の核子を持つ原子核や励起状態)

$$Q = e\sqrt{\frac{16\pi}{5}}\langle\Psi_{II}|r^2Y_{20}|\Psi_{II}\rangle$$

- 四重極遷移確率の増大
- 一粒子スペクトル



変形核の一粒子準位
（ニルソン・レベル）

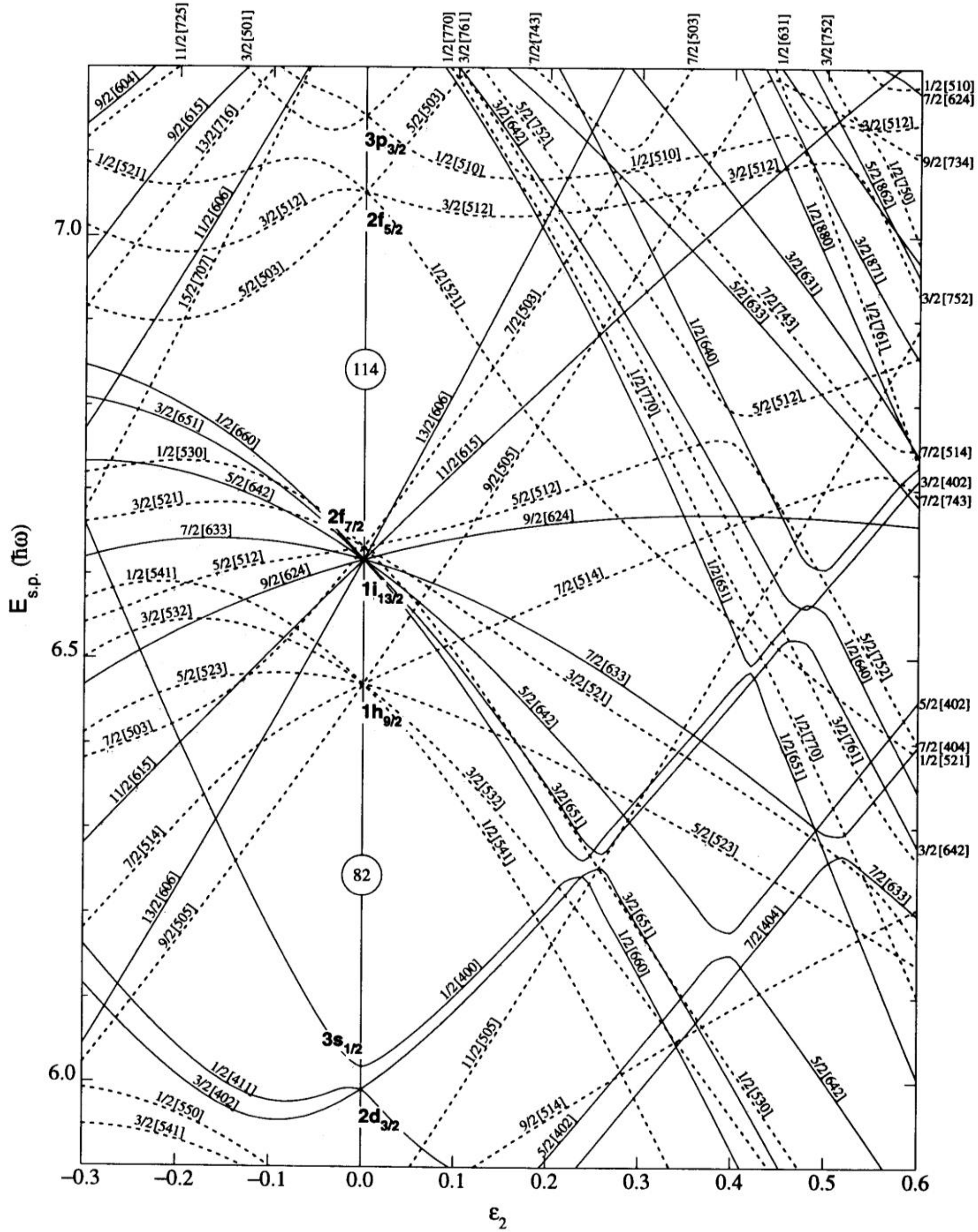


Figure 13. Nilsson diagram for protons, $Z \geq 82$ ($\varepsilon_4 = \varepsilon_2^2/6$).

変形ポテンシャル中の一粒子運動

$$V(\boldsymbol{r}) \sim \int v(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\rho(\boldsymbol{r}')d\boldsymbol{r}' \sim -g\rho(\boldsymbol{r}) \qquad \text{if} \quad v(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = -g\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$$

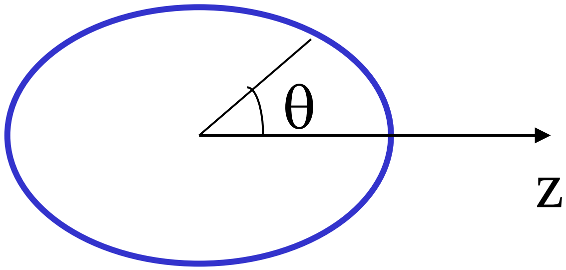
密度分布が変形すると、平均場ポテンシャルも同じように変形

(note) 軸対称な回転楕円体の半径: $R(\theta) = R_0(1+\beta_2 Y_{20}(\theta))$

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1+\exp((r-R_0)/a)]$$

の半径 R_0 を $R(\theta)$ に変えると



変形Woods-Saxon ポテンシャル

$$\boxed{\begin{aligned} V(r,\theta) &= -V_0/[1+\exp((r-R_0-R_0\beta_2 Y_{20}(\theta))/a] \\ &\sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \cdots \end{aligned}}$$

変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

$$\boxed{\begin{aligned} V(r,\theta) &= -V_0/[1+\exp((r-R_0-R_0\beta_2 Y_{20}(\theta))/a] \\ &\sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \cdots \end{aligned}}$$

ポテンシャルが回転対称性を持たない

$\longrightarrow$ 角運動量がいい量子数にならない
（保存しない）

■Y_{20}の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

（復習）1次の摂動論

$$H = H_0 + H_1$$

H_0 の固有値、固有状態がわかっているとする:

$$H_0|\phi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)}|\phi_n^{(0)}\rangle$$

H_1 があることによって、固有値、固有関数は次のように変化する:

$$\begin{aligned} E_n &= E_n^{(0)} + \langle\phi_n^{(0)}|H_1|\phi_n^{(0)}\rangle + \cdots \\ |\phi_n\rangle &= |\phi_n^{(0)}\rangle + \sum_{m\neq n} \frac{\langle\phi_m^{(0)}|H_1|\phi_n^{(0)}\rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |\phi_m\rangle + \cdots \end{aligned}$$

変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

$$\boxed{V(r,\theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \cdots}$$

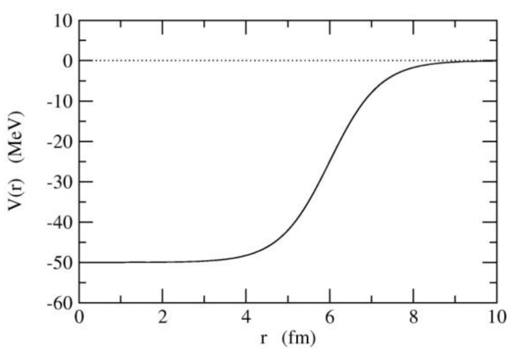
■Y_{20}の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

β=0（球形ポテンシャル）の時の固有関数: $\psi_{nlK}(\boldsymbol{r}) = R_{nl}(r) Y_{lK}(\hat{\boldsymbol{r}})$

固有値: E_{nl} （K には依存しない）

エネルギーの変化分:

$$\begin{aligned} E_{nl} &\to E_{nl} + \langle \psi_{nlK} | \Delta V | \psi_{nlK} \rangle \\ &= E_{nl} - \beta_2 R_0 \underbrace{\left[\int_0^\infty r^2 dr \frac{dV_0}{dr} (R_{nl}(r))^2 \right]}_{\text{正の量}} \cdot \underbrace{\langle Y_{lK} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle}_{\propto -(3K^2 - l(l+1))} \end{aligned}$$



変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

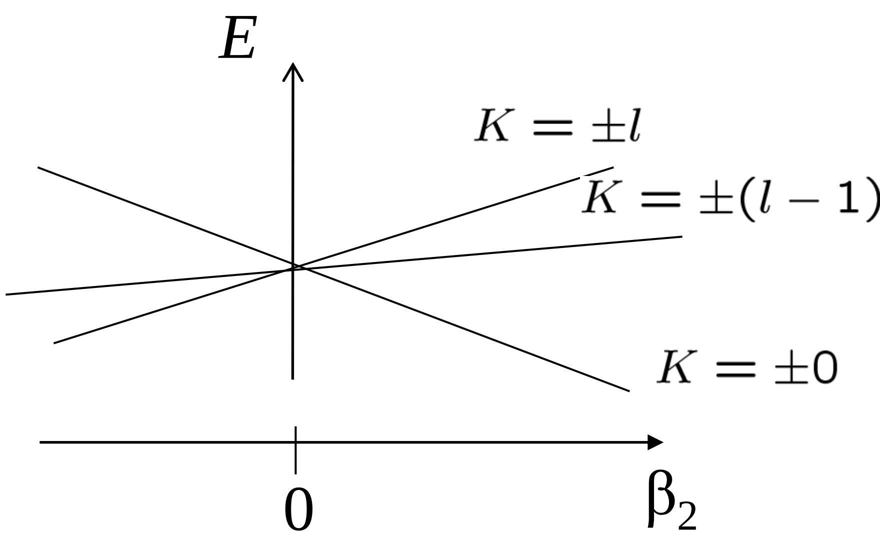
$$\psi_{nlK}(\boldsymbol{r}) = R_{nl}(r)Y_{lK}(\hat{\boldsymbol{r}})$$

$$\boxed{V(r,\theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \cdots}$$

■Y_{20}の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

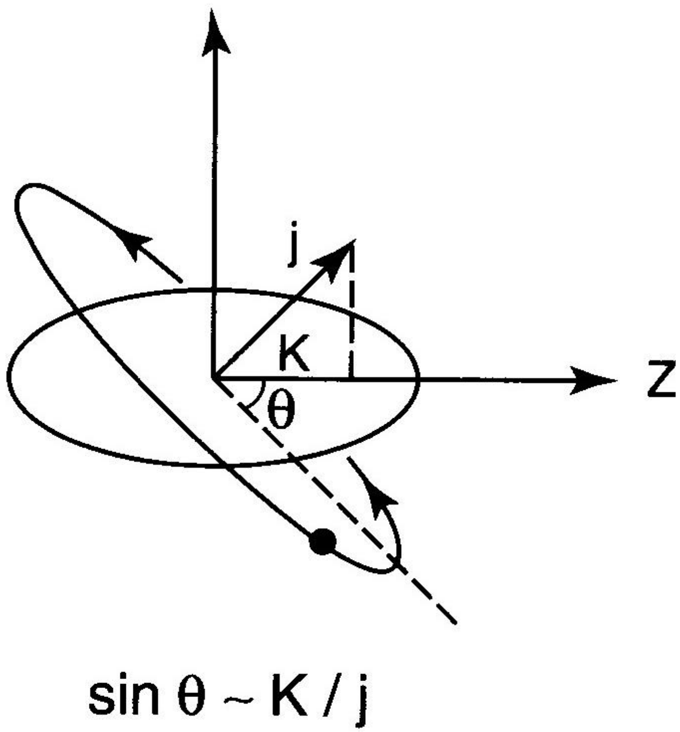
エネルギーの変化分:

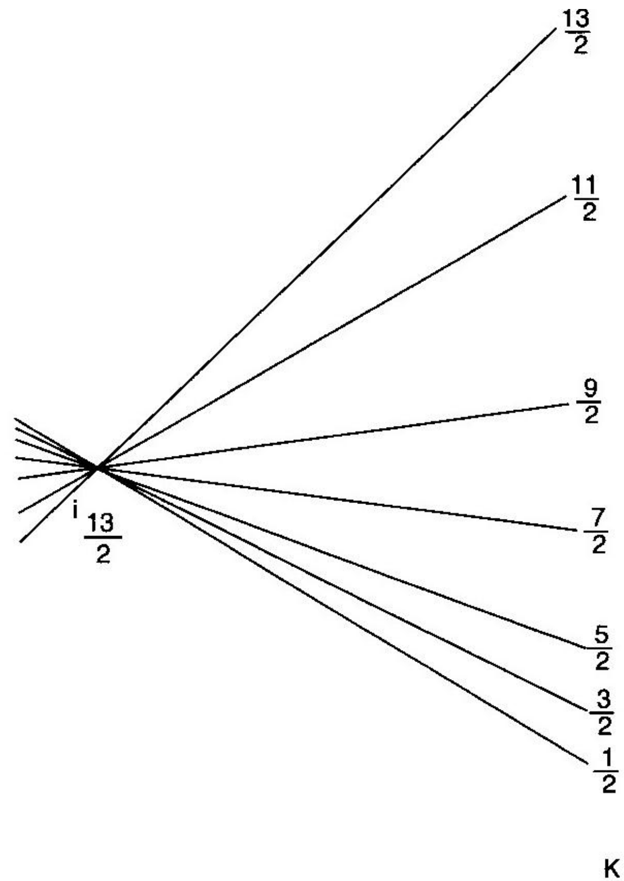
$$E_{nl} \;\to\; E_{nl} + \alpha_{nl}\,\beta_2\,(3K^2 - l(l+1)) \qquad (\alpha_{nl} > 0)$$



- K ごとにエネルギー変化が異なる（縮退が解ける）
- $\beta_2 > 0$ では K が小さいほどエネルギーが低くなる。
- $\beta_2 < 0$ ではその逆
- K と $-K$ は縮退する

幾何学的解釈





- K は角運動量ベクトルの z 軸への射影
- 核子の軌道は角運動量ベクトルに垂直な平面内
- プロレート変形の場合、小さな K ほど長軸に沿って運動。
- 従ってより引力を感じてエネルギーが下がる。
- 大きな K は短軸に沿って運動し、エネルギーを損する。

変形ポテンシャル中の一粒子運動

$$\boxed{V(r,\theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \cdots}$$

■Y_{20}の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

次に波動関数の変化分: $|\phi_n\rangle \;=\; |\phi_n^{(0)}\rangle + \sum_{m\neq n} \frac{\langle\phi_m^{(0)}|H_1|\phi_n^{(0)}\rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}|\phi_m\rangle + \cdots$

β=0（球形ポテンシャル）の時の固有関数: $\psi_{nlK}(\boldsymbol{r}) = R_{nl}(r)Y_{lK}(\hat{\boldsymbol{r}})$

$$\psi_{nlK} \to \psi_{nlK} + \sum_{n'l'K'} \frac{\langle\psi_{n'l'K'}|\Delta V|\psi_{nlK}\rangle}{E_{nl} - E_{n'l'}}\psi_{n'l'K'}$$

$\langle Y_{l'K'}|Y_{20}|Y_{lK}\rangle$ でつながる状態が波動関数に混ざる

- l は保存せず、様々な l が波動関数に混ざる
- 軸対称変形 (Y_{20}) の場合、K は変化しない ($K' = K$)、すなわち保存量
- Y_{20} はパリティを変えない。従って、パリティも保存量。

変形ポテンシャル中の一粒子運動

$$\boxed{V(r,\theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \cdots}$$

一般的には、

$$\Psi_K(\boldsymbol{r}) = \sum_l \frac{u_{lK}(r)}{r} Y_{lK}(\hat{\boldsymbol{r}})$$

* u_{lK} を球形ポテンシャルの固有関数で展開することも可能。その場合

$$u_{lK}(r) = \sum_n \alpha_{nlK}\, u_{nl}(r)$$

例）

$$\begin{aligned}
|K^\pi\rangle = \left|0^+\right\rangle &= A_s\,|Y_{00}\rangle + A_d\,|Y_{20}\rangle + A_g\,|Y_{40}\rangle + \cdots \\
\left|1^+\right\rangle &= B_d\,|Y_{21}\rangle + B_g\,|Y_{41}\rangle + \cdots \\
\left|0^-\right\rangle &= C_p\,|Y_{10}\rangle + C_f\,|Y_{30}\rangle + C_h\,|Y_{50}\rangle + \cdots
\end{aligned}$$

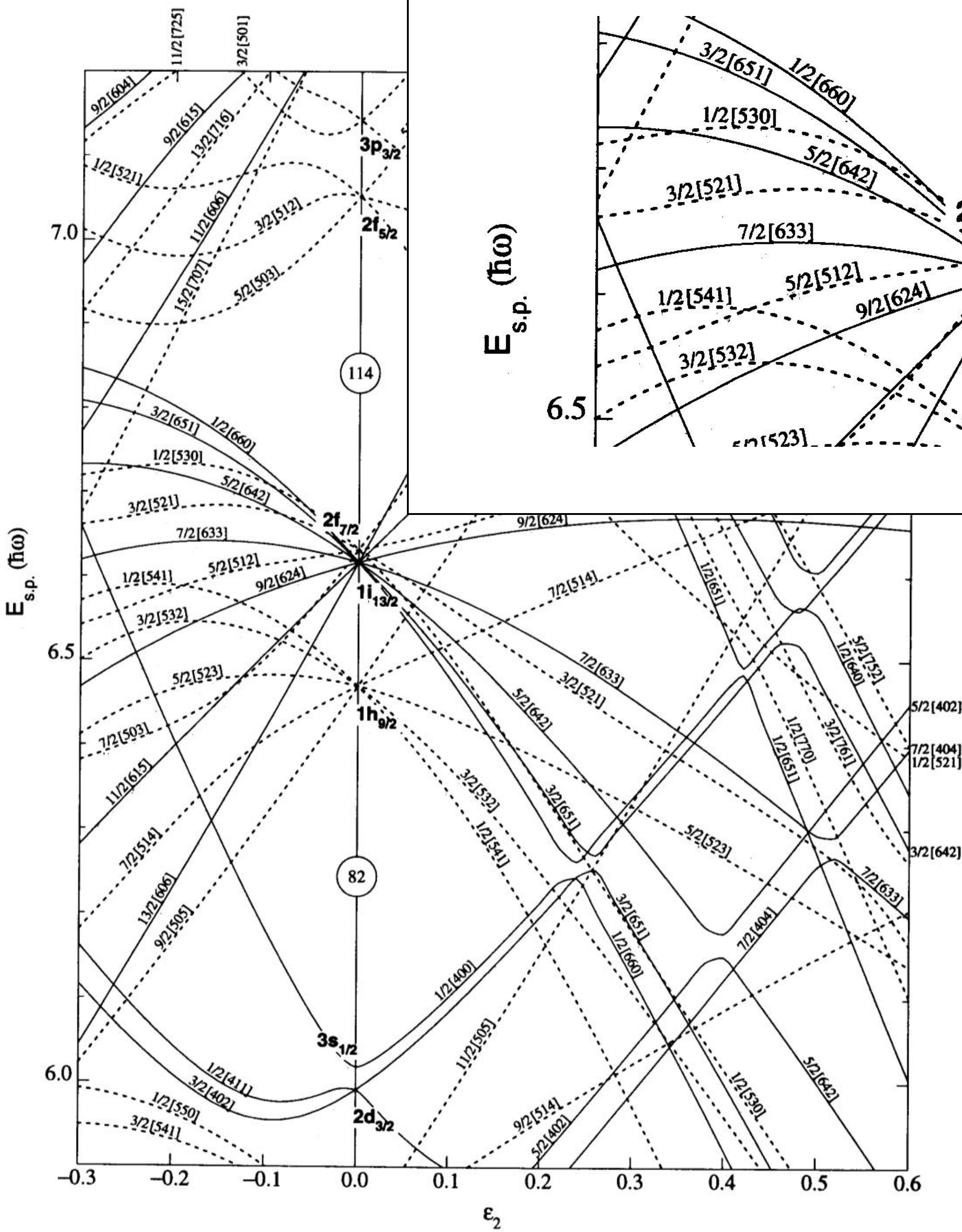
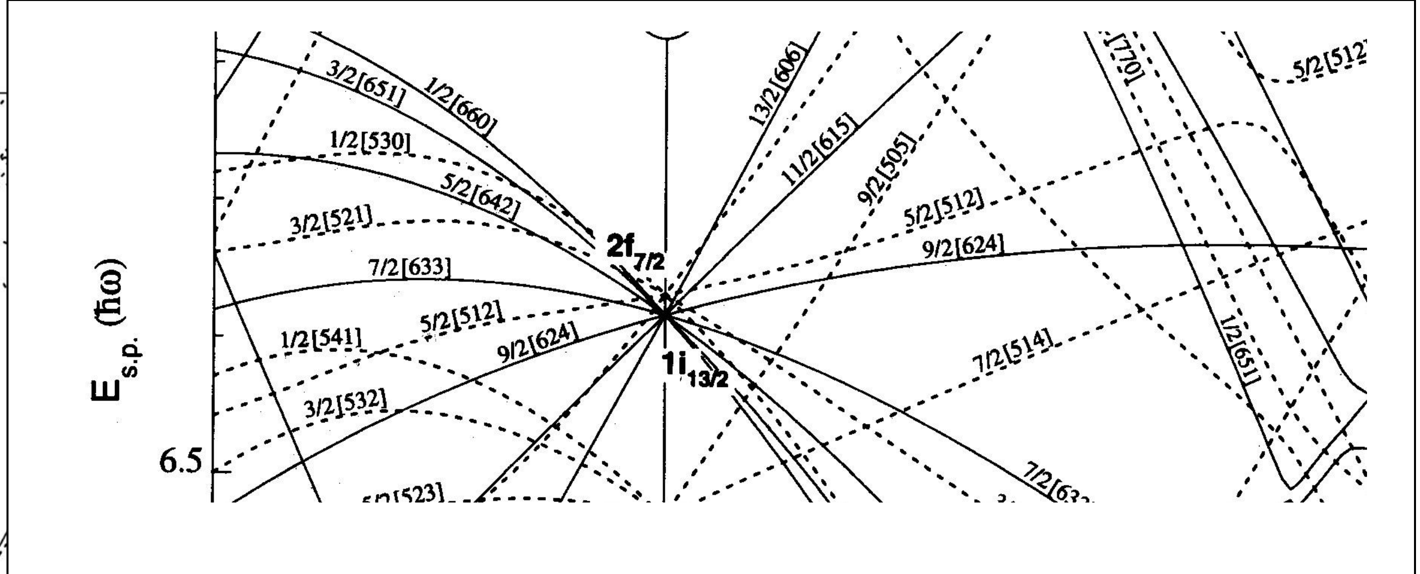
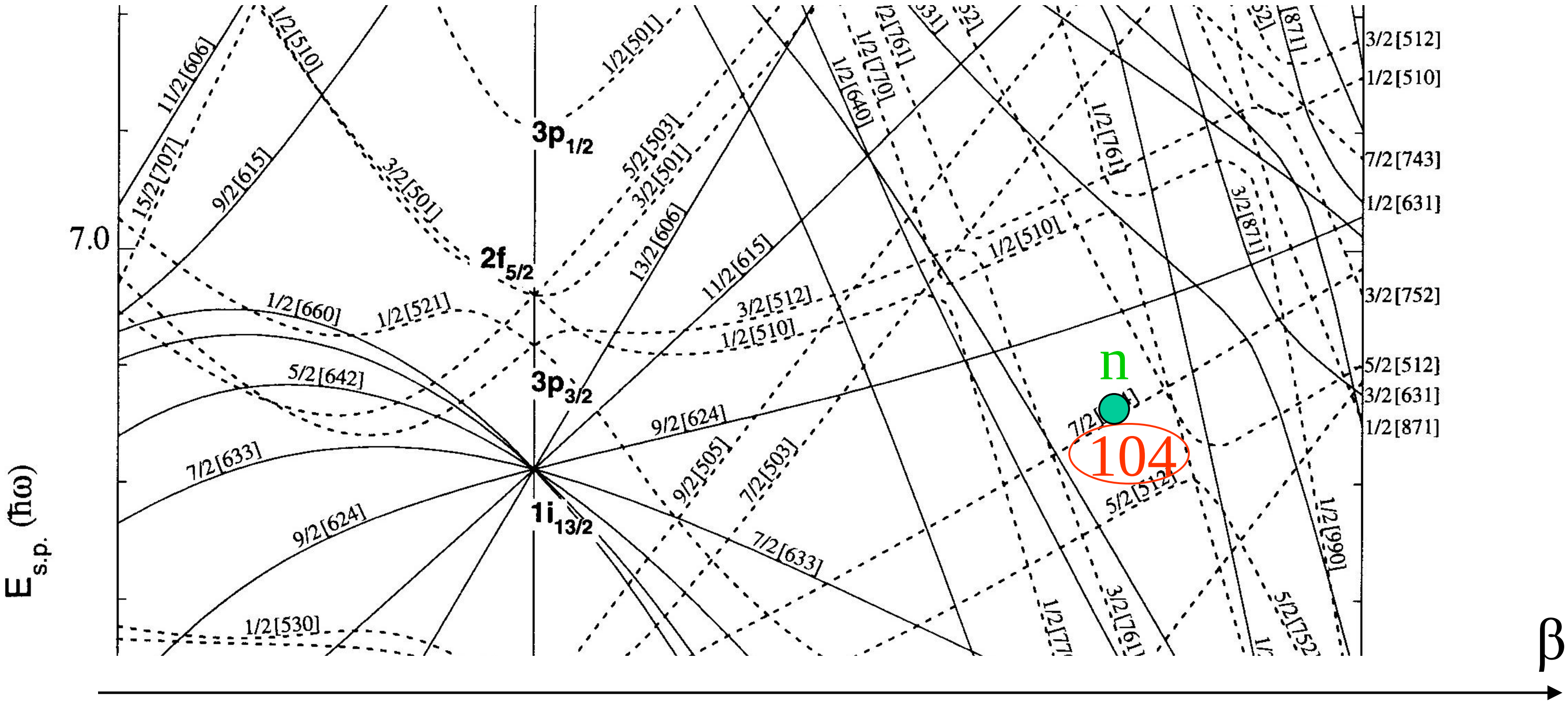


Figure 13. Nilsson diagram for protons, $Z \geq 82$ ($\varepsilon_4 = \varepsilon_2^2/6$).



Nilsson 図

変形核の一粒子準位



$5/2^-$ —— 0.508

$9/2^+$ —— 0.321 $\quad {}^{177}_{72}\mathrm{Hf}_{105}$

$7/2^-$ ——

2008年のノーベル物理学賞

“for the discovery of the mechanism of spontaneous broken symmetry in subatomic physics”

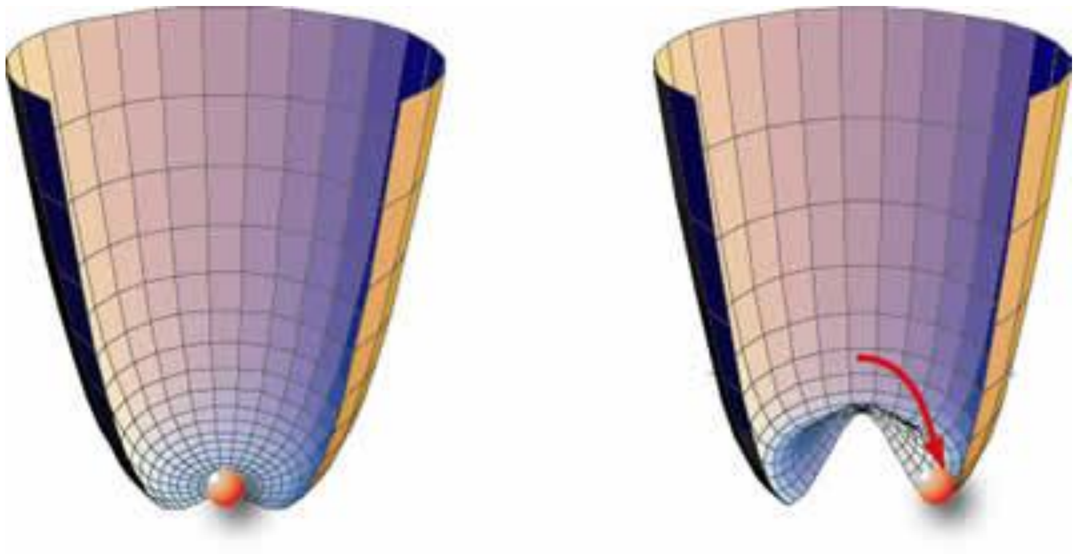
南部陽一郎

“for the discovery of the origin of the broken symmetry which predicts the existence of at least three families of quarks in nature”

小林誠、益川敏英

対称性の自発的破れ

ハミルトニアンが持つ対称性を、真空が持たない（破る）。



（対称性を回復するように
南部・ゴールドストン・モード（ゼロ・モード）
が発生）

休憩（頭の体操）

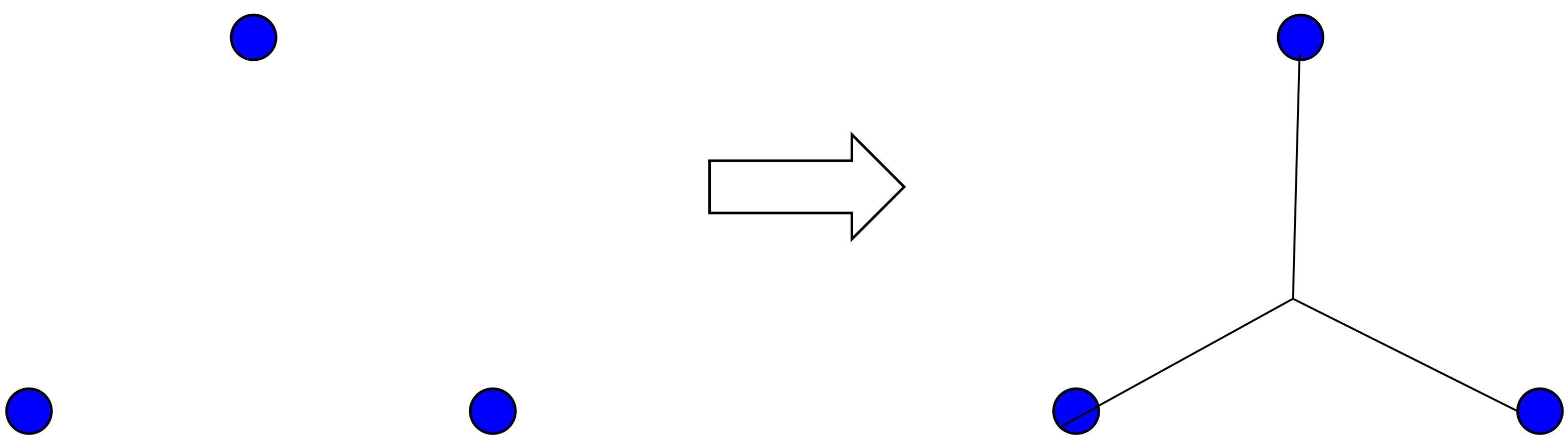
頂点が何個かある

- 頂点を適当な線でつなぐ
- 何本引いてもよい
- 線は交わってもよい
- 一つの点から線を通って全ての点にいけるようにする

線の長さの合計が最短になる線のひき方は?

例）正三角形の場合

対称となるように引く



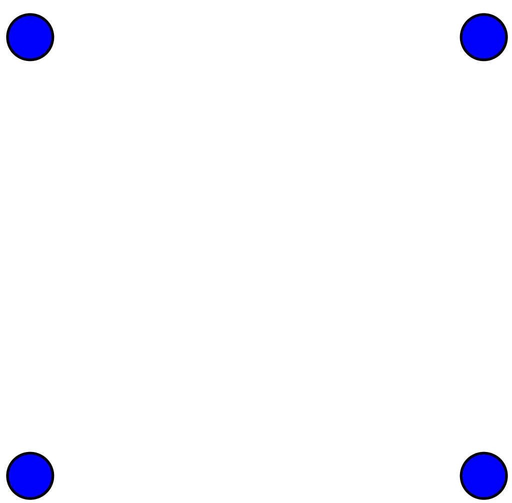
休憩(頭の体操)

頂点が何個かある

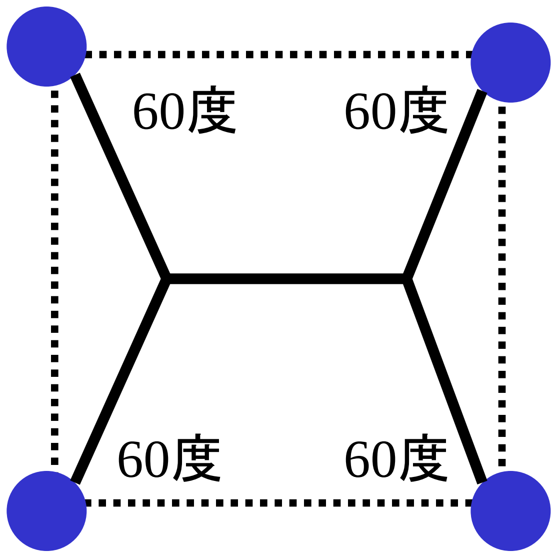
- 頂点を適当な線でつなぐ
- 何本引いてもよい
- 線は交わってもよい
- 一つの点から線を通って全ての点にいけるようにする

線の長さの合計が最短になるひき方は?

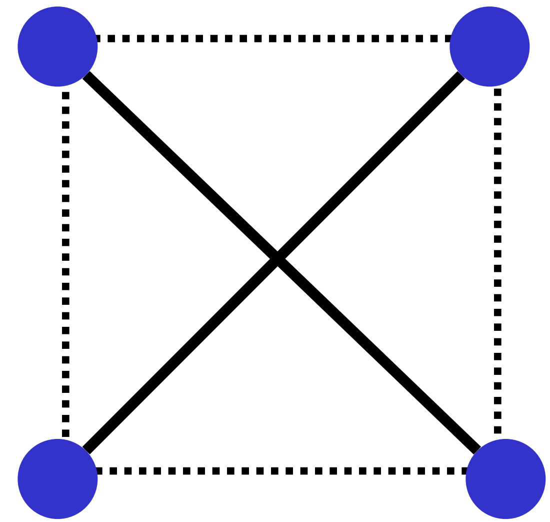
(問題)正方形の場合は?



（答え）



cf.



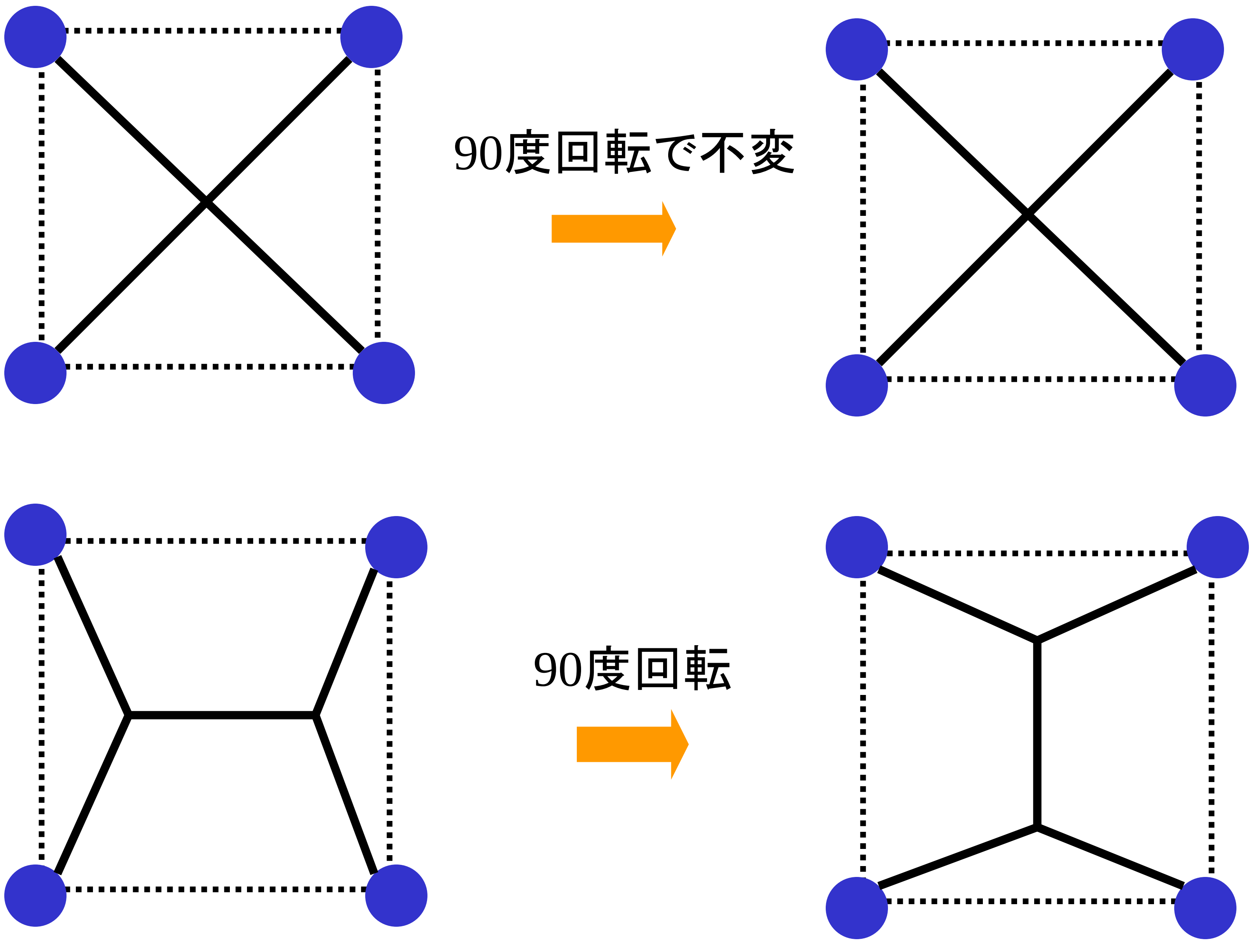
長さ

$$4 \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \left(1 - 2 \times \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$$
$$= 1 + \sqrt{3}$$
$$= 2.732\cdots$$

長さ

$$2 \times \sqrt{2} = 2.828\cdots$$

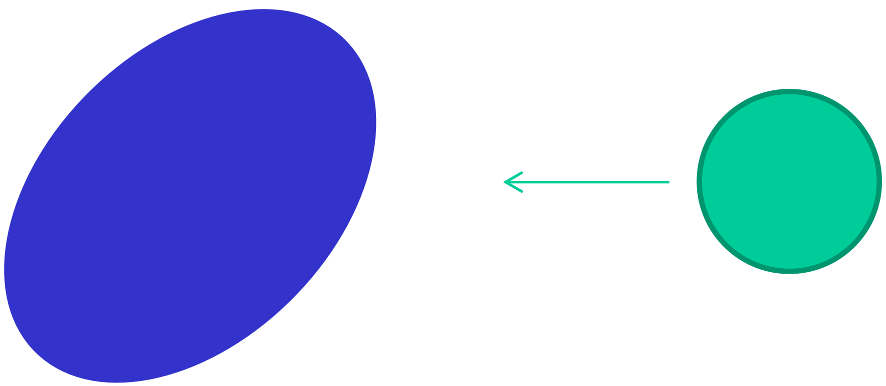
参考：
小池武志「原子核研究」Vol. 52 No. 2, p. 14

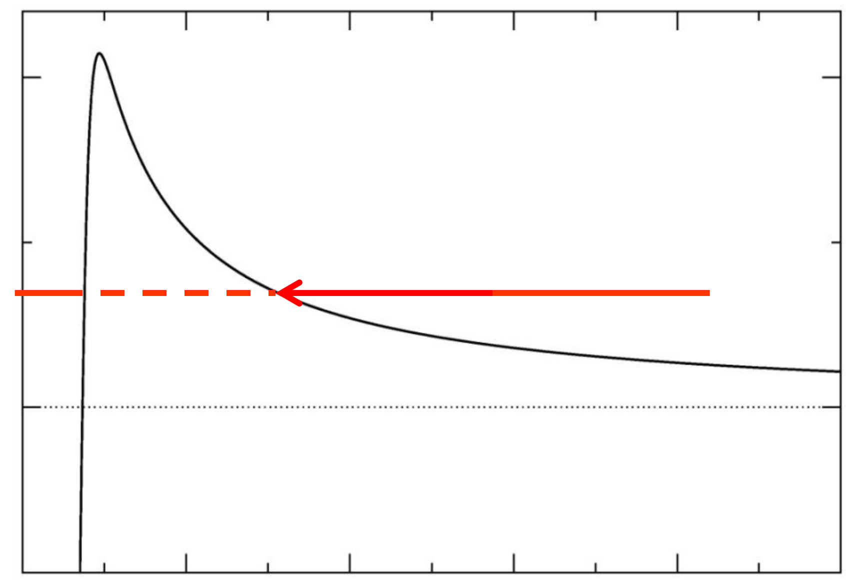


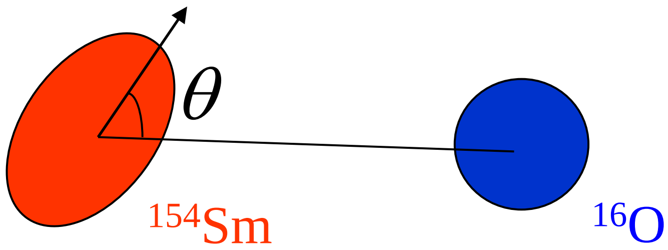
対称性の自発的破れの好例

スライド: 小池武志氏（東北大学）

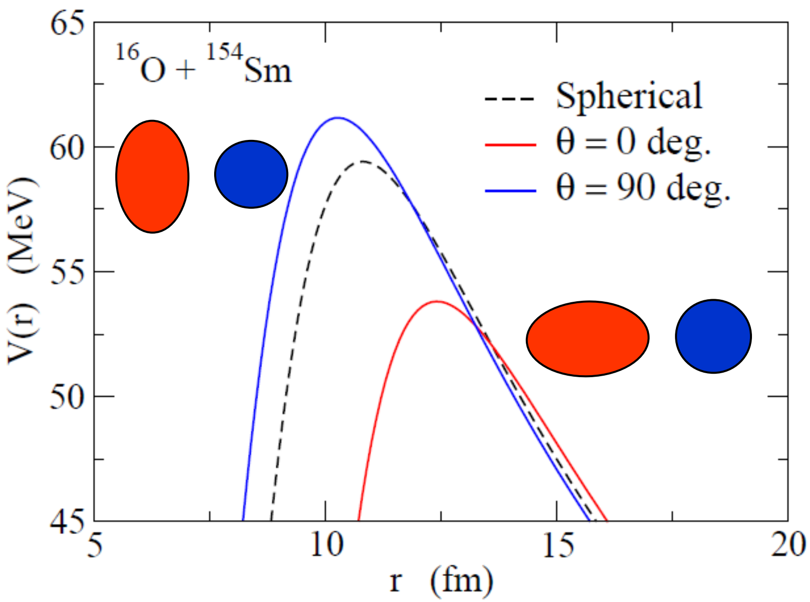
変形した原子核の核融合反応

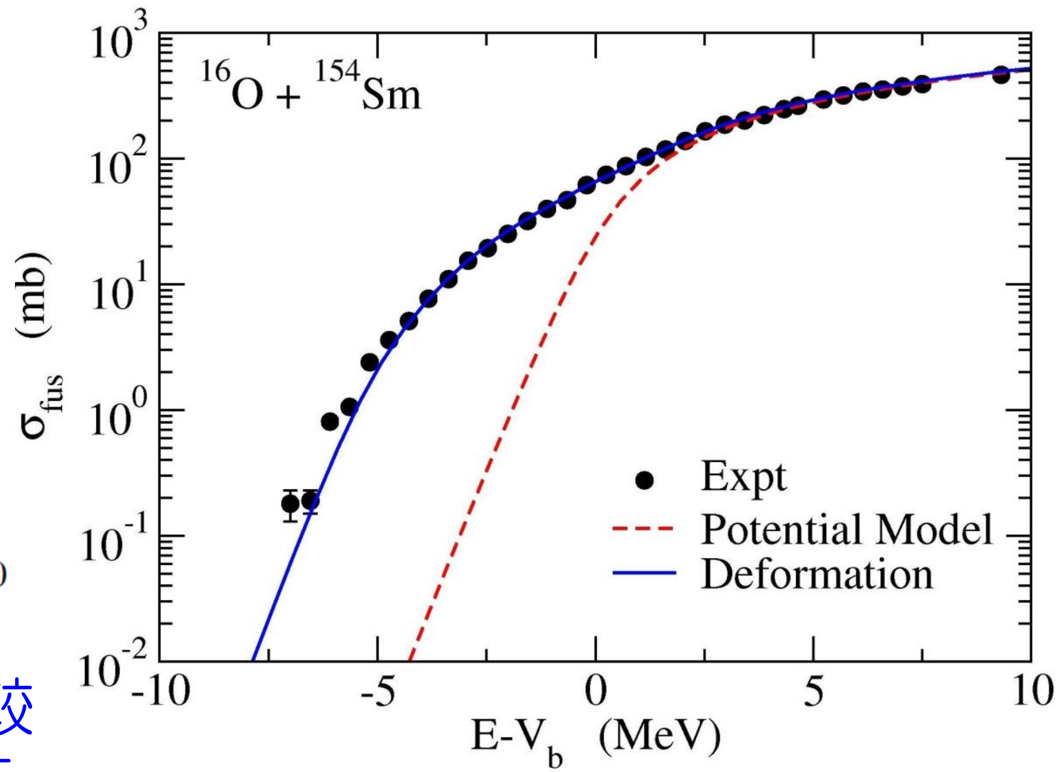






$$\sigma_{\mathrm{fus}}(E) = \int_0^1 d(\cos\theta)\sigma_{\mathrm{fus}}(E;\theta)$$





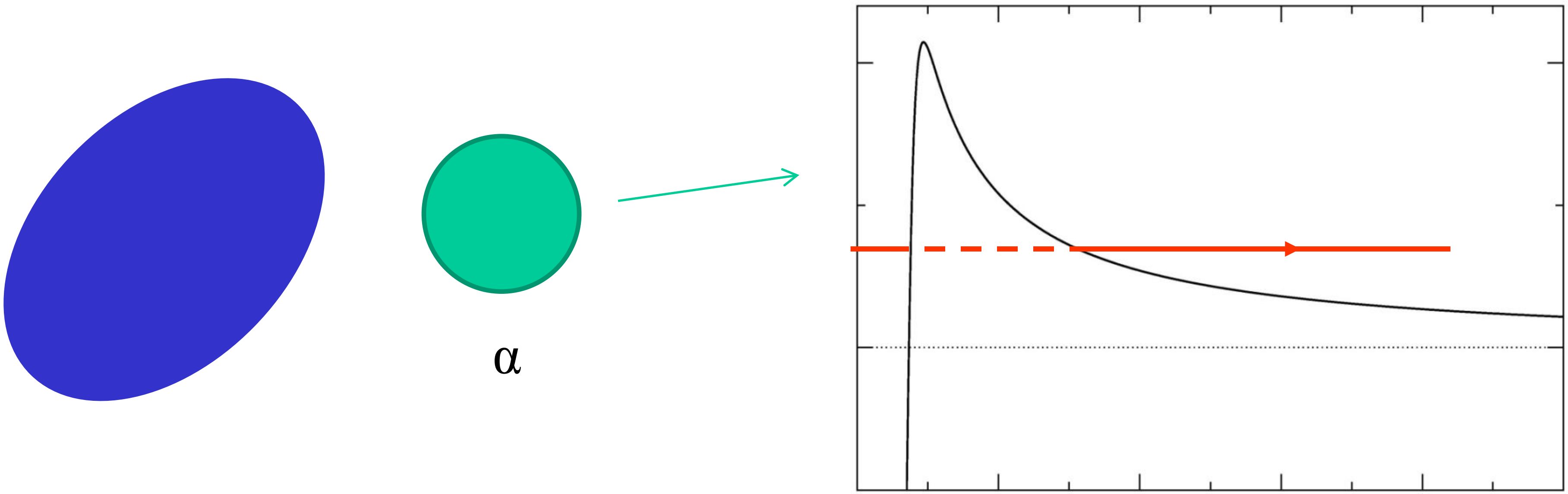
$\theta = 0$ では引力の核力が比較的遠方から働くため障壁が下がる。

$\theta = \pi/2$ はその逆。近づかないと引力が働かないため障壁は上がる。

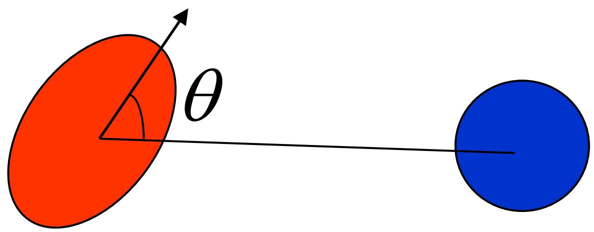
変形の効果:核融合断面積が 10~100 倍増大

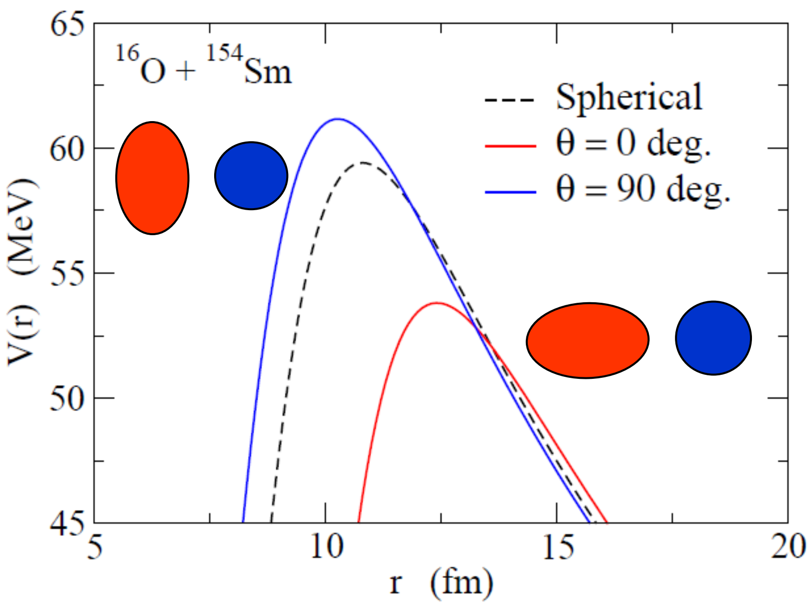
⟹ 核融合反応:核構造に対する興味深いプローブ

変形した原子核のα崩壊

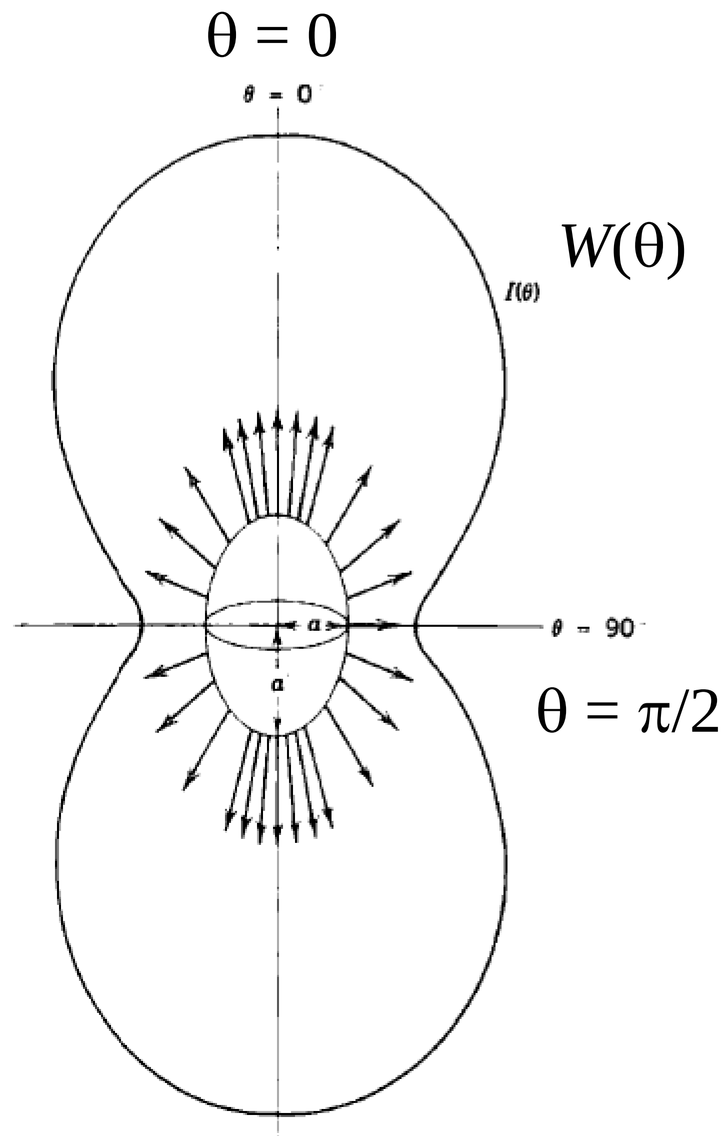


◆α粒子の角度分布



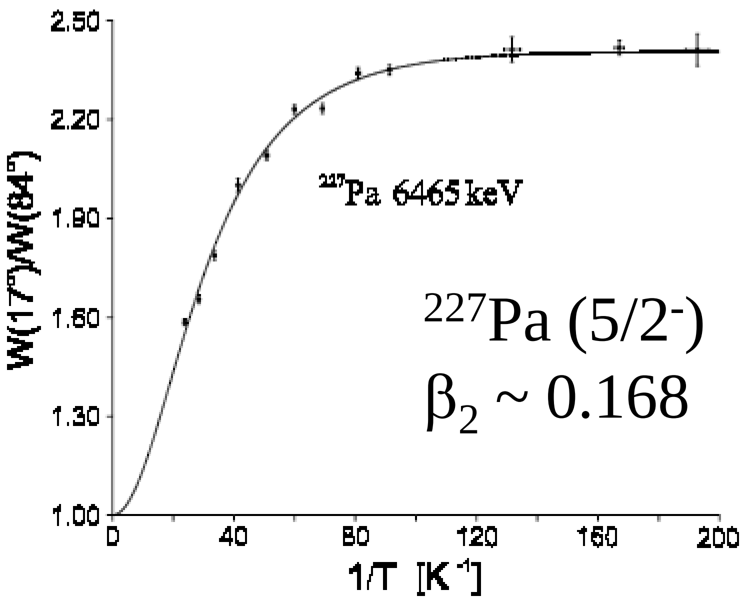


prolate 核の場合、θ = 0 の時ポテンシャルが最低



予想される角度分布

◆α粒子の角度分布



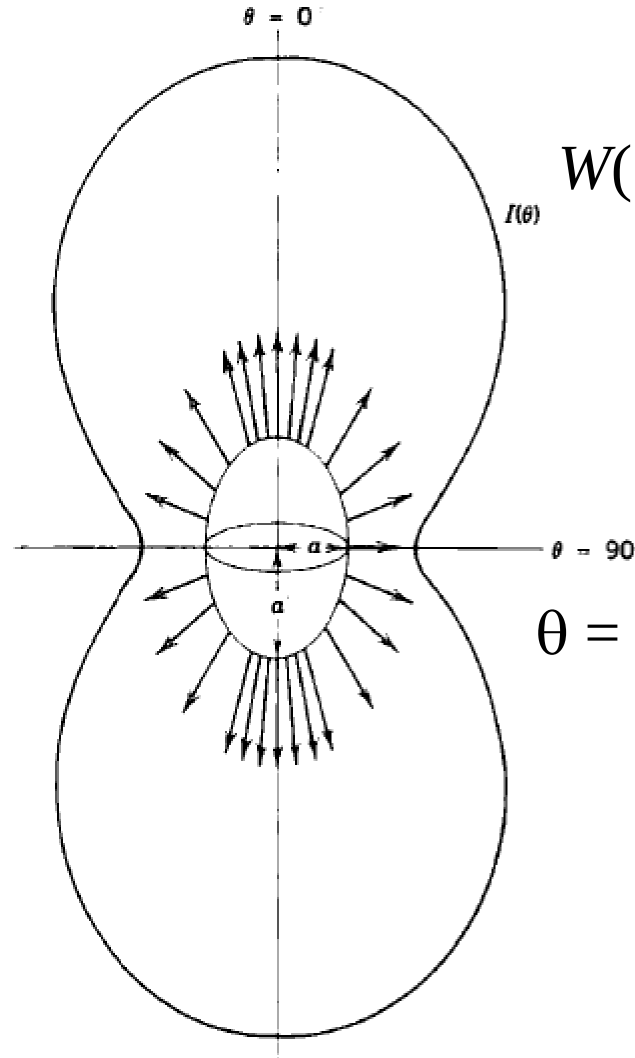
^{227}Pa (5/2$^-$)

$\beta_2 \sim 0.168$

P. Schuurmans et al.,
PRL82('99)4787

$\theta = 0$

$W(\theta)$



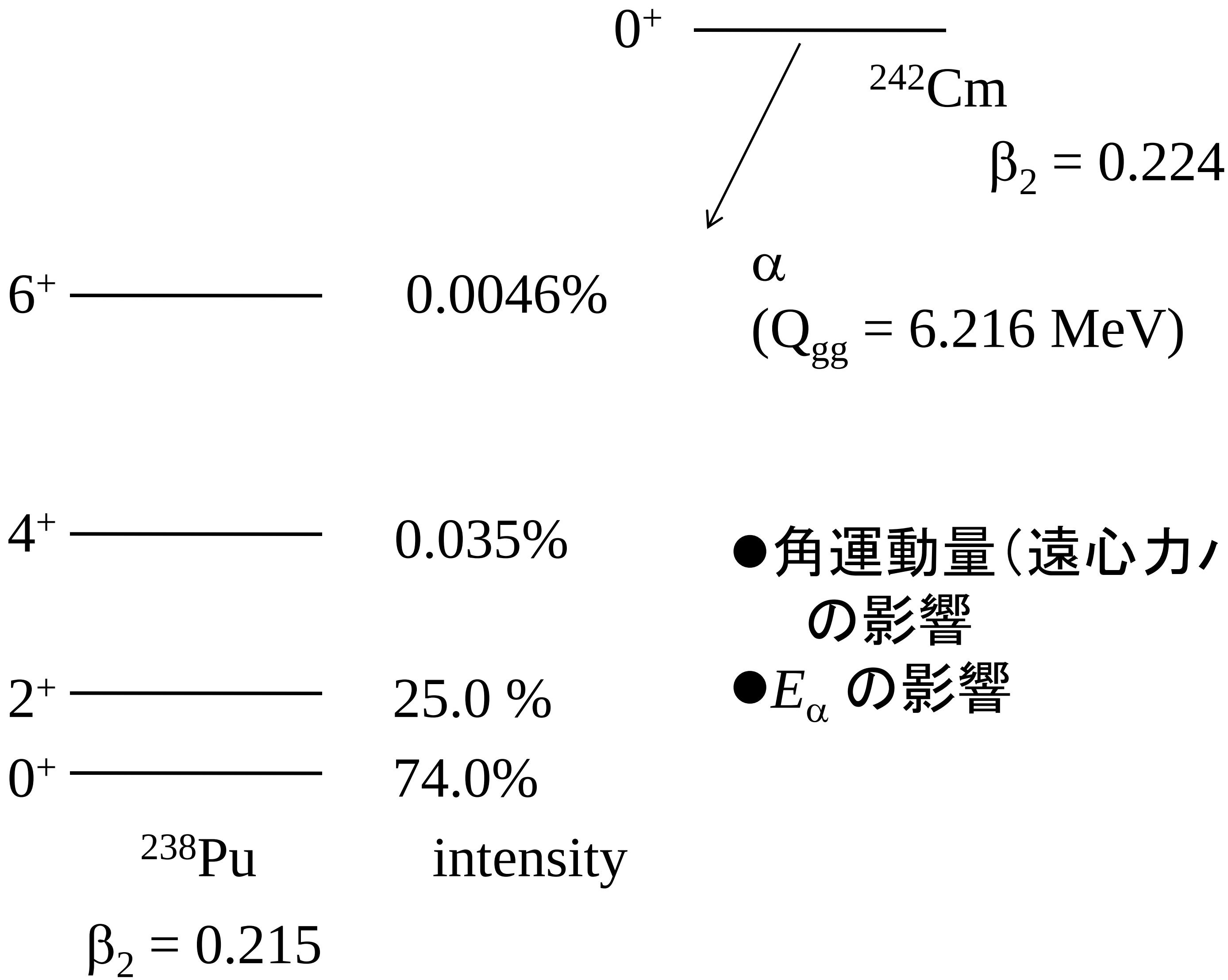
$\theta = \pi/2$

磁場で基底状態スピンを align させて
α崩壊を測定

⟹ W(17 deg) ~ 2.4 x W(84 deg)

予想される角度分布

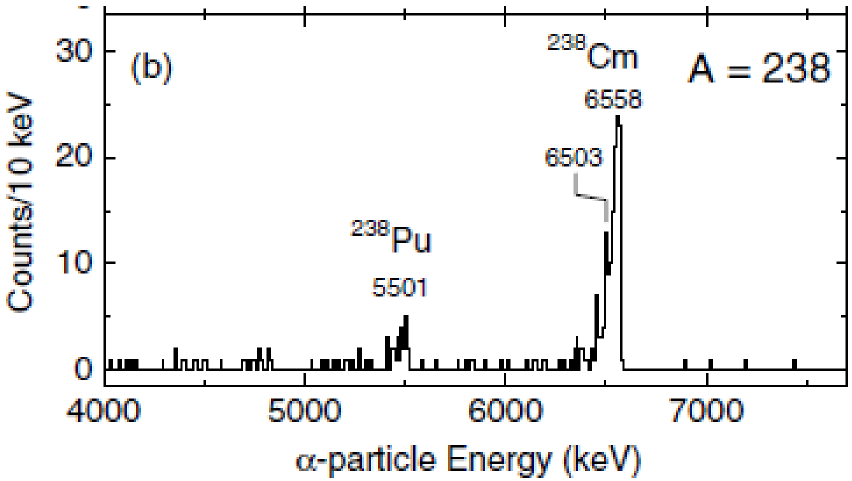
◆α線の微細構造と超重核の核構造

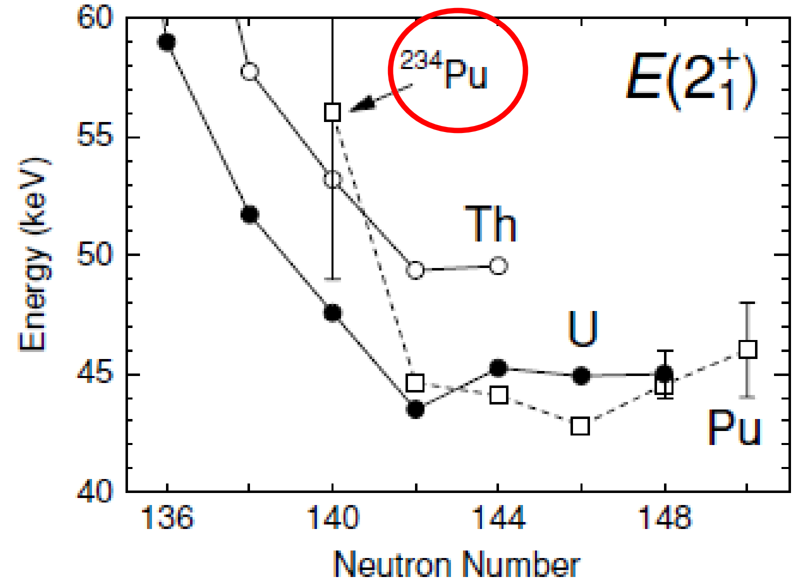


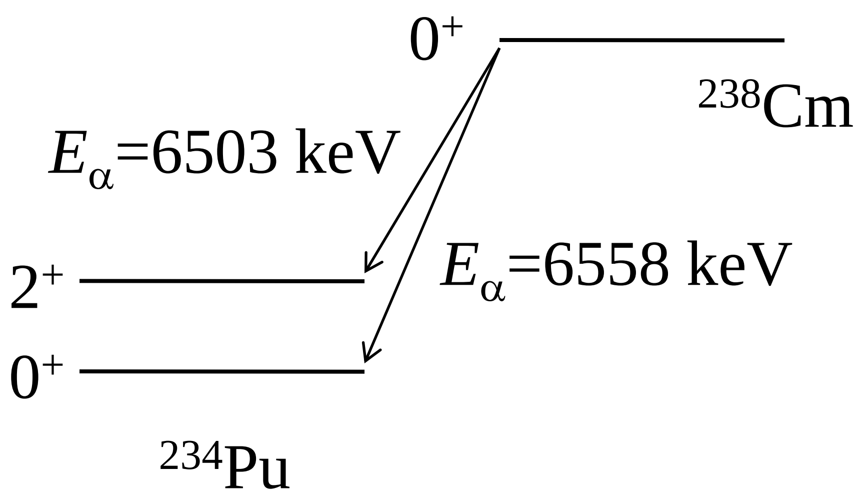
●角運動量（遠心力バリア）の影響

●E_α の影響

α崩壊を用いた重核･超重核の 2_1^+ 状態のエネルギーの系統性の研究（日本原子力機構･浅井雅人氏）





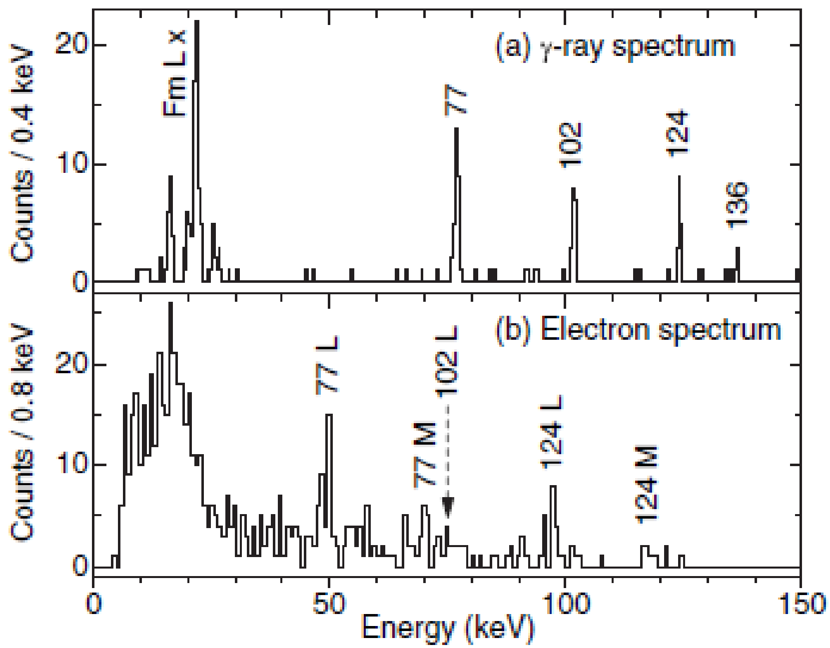


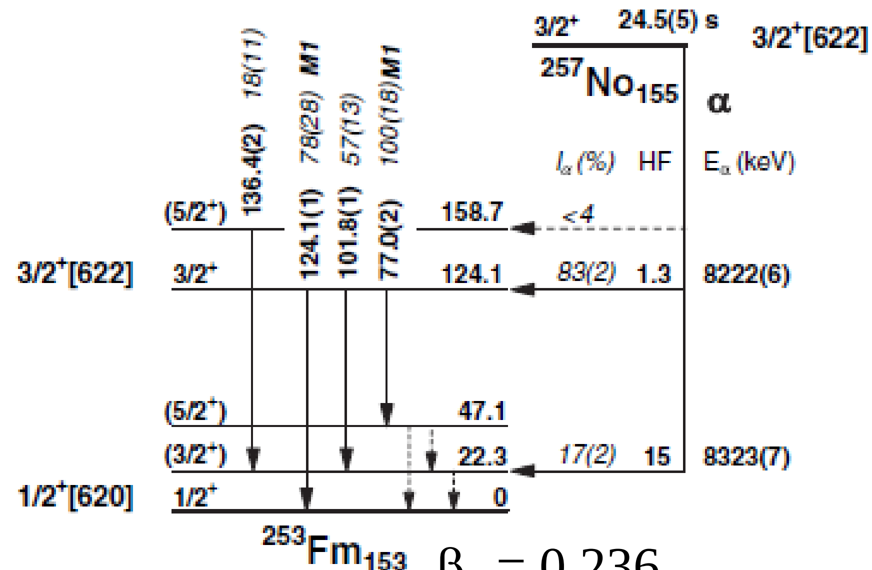
$\beta_2 = 0.216$

M. Asai et al., PRC73(‘06)067301

α崩壊を用いた重核･超重核における一粒子状態のスピン･パリティの決定（日本原子力機構･浅井雅人氏）

α−γ spectroscopy





$\beta_2 = 0.236$

α線とγ線･内部転換電子の同時計測

^{257}No の基底状態を 3/2$^+$ と同定（以前のα線のみを使った解析だと 7/2$^+$）

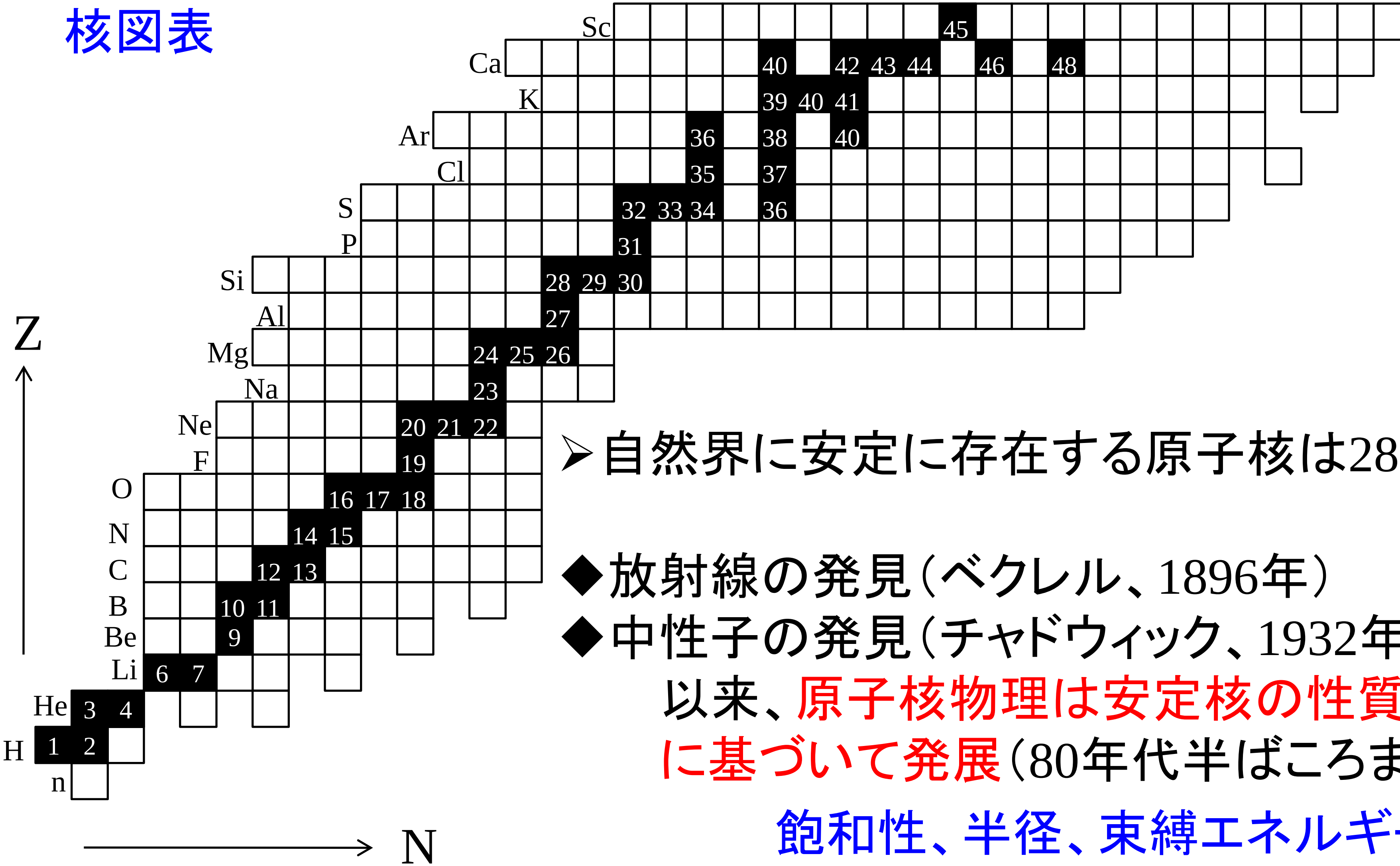
超重核領域における殻構造の解明

M. Asai et al., PRL95(‘05)102502

最新の話題：変形したハロー原子核

イントロダクション

核図表



➢自然界に安定に存在する原子核は287種

◆放射線の発見（ベクレル、1896年）
◆中性子の発見（チャドウィック、1932年）

以来、原子核物理は安定核の性質に基づいて発展（80年代半ばころまで）

飽和性、半径、束縛エネルギー
魔法数と独立粒子描像、、、、、

原子核物理は安定核の性質に基づいて発展

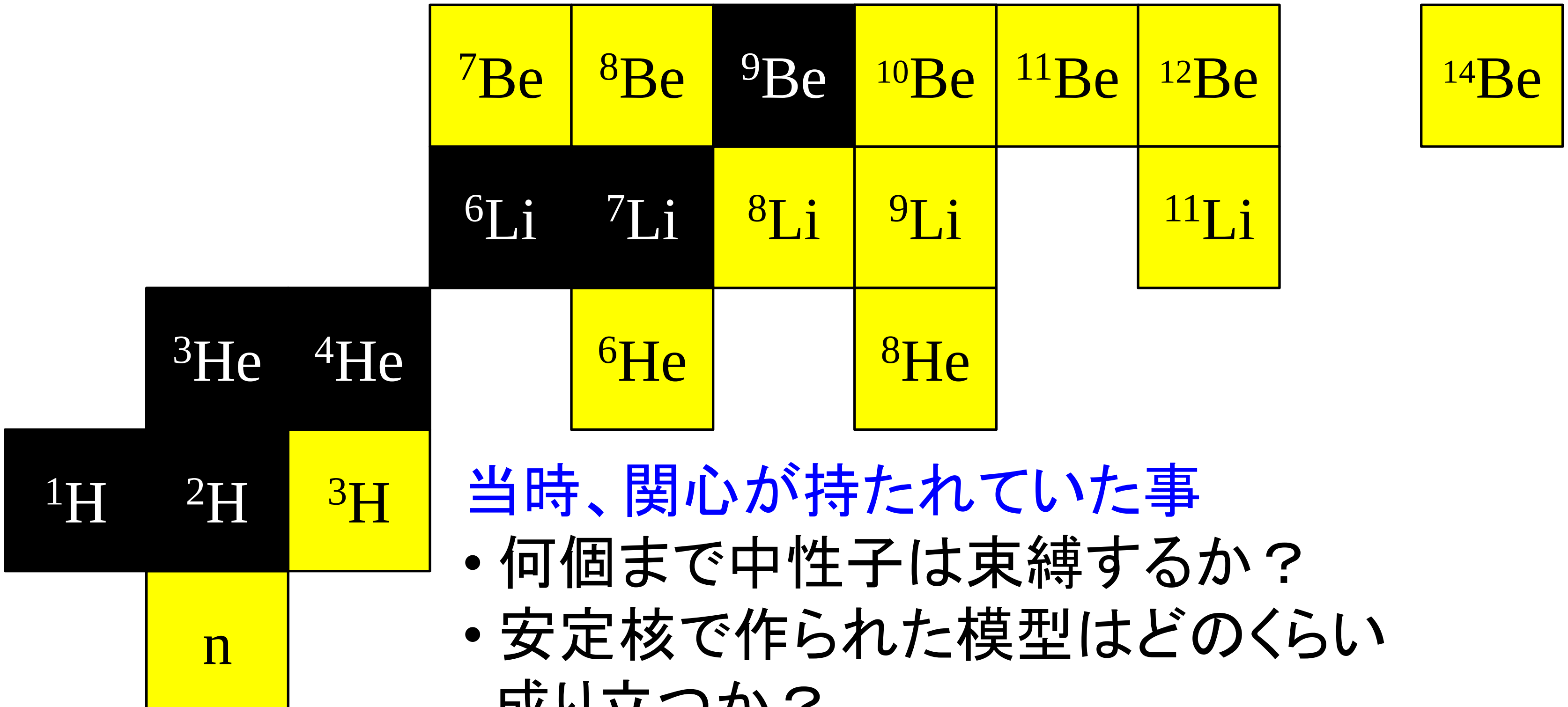
⟶ そうは言っても、自然な疑問として

「陽子数が与えられたときに、中性子は何個まで安定にくっつくのか？」

古くから関心は持たれていた。

- "Light Nuclei with Large Neutron Excess"
  V.V. Volkov, in Proc. Int. Conf. on Nucl. Phys. ('74)
- "Very Neutron Rich Light Nuclei"
  G.T. Garvey, Comments on Nucl. and Part. Phys. 5('72)85.
- "Explorations far from stability"
  O.L. Keller Jr., Comments on Nucl. and Part. Phys. 5('72)98.
- "Int. Symp. on why and how should we investigate nucleides far off the stability line", Lysekil, Sweden (1966).
- "Int. Conf. on the Properties of Nuclei far from the Region of Beta-Stability", CERN (1970).

^{6}He の生成 1948 年 : H.S. Sommers Jr. and R. Sherr, PR74('48)1192.
^{8}He の生成 1965 年 : A.M. Poskanzer et al., PRL15('65)1030.
^{11}Li の生成 1969 年 : R. Klapisch et al., PRL23('69)652.



当時、関心が持たれていた事

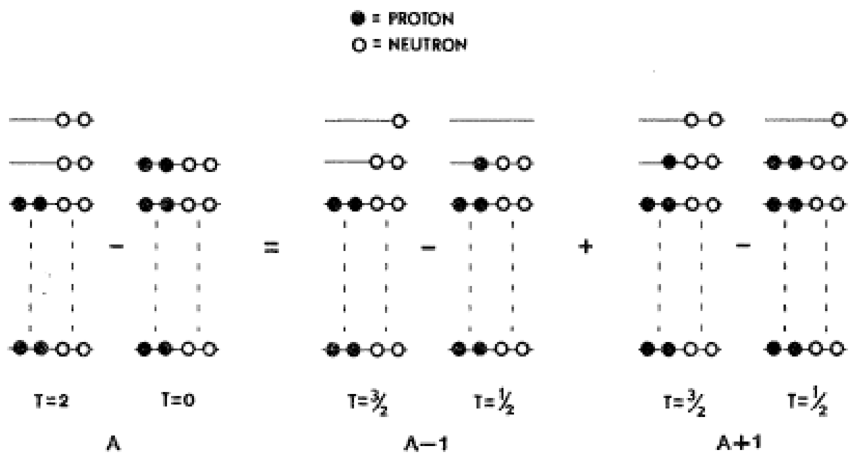
- 何個まで中性子は束縛するか？
- 安定核で作られた模型はどのくらい成り立つか？
- r-プロセス元素合成

今もあまり変わらない

＋弱束縛になることによって見え始める物理はあるか？

（参考）: 当時行われていた計算

G.T. Garvey and I. Kelson, PRL16('66)197



最も単純な殻模型に基づくと

$$M(N+2,Z-2)-M(N,Z)$$
$$=M(N+1,Z-2)-M(N,Z-1)$$
$$+M(N+2,Z-1)-M(N+1,Z)$$

↓

既知核の質量から未知核の質量を予測

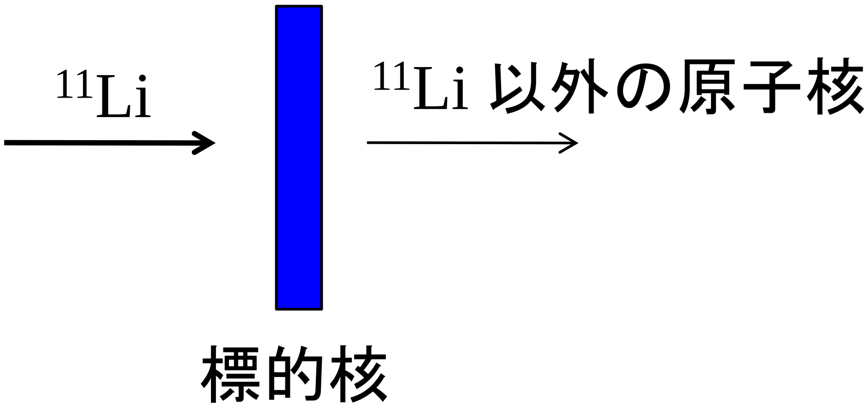
^{8}He: stable to ^{6}He+2n by 10 MeV — stable by 2.14 MeV

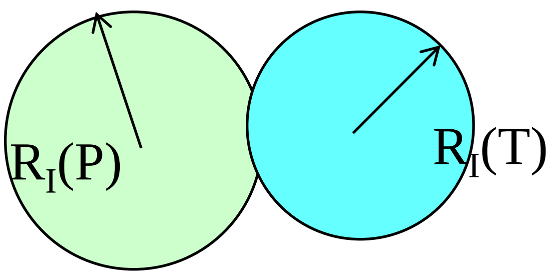
^{11}Li: unstable to ^{9}Li+2n by 0.6 MeV — stable by 0.376 MeV

↑

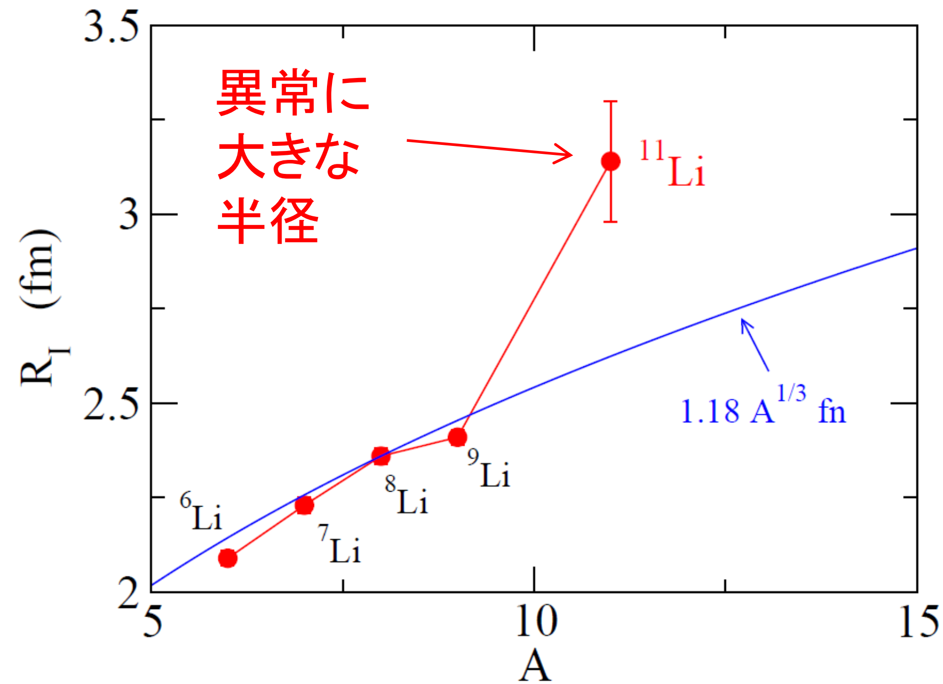
実際の測定値

不安定核研究の本格的幕開け：相互作用断面積測定（1985）

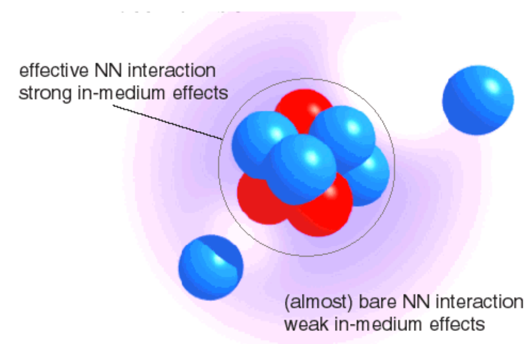




入射核　　　標的核



I. Tanihata et al., PRL55(‘85)2676



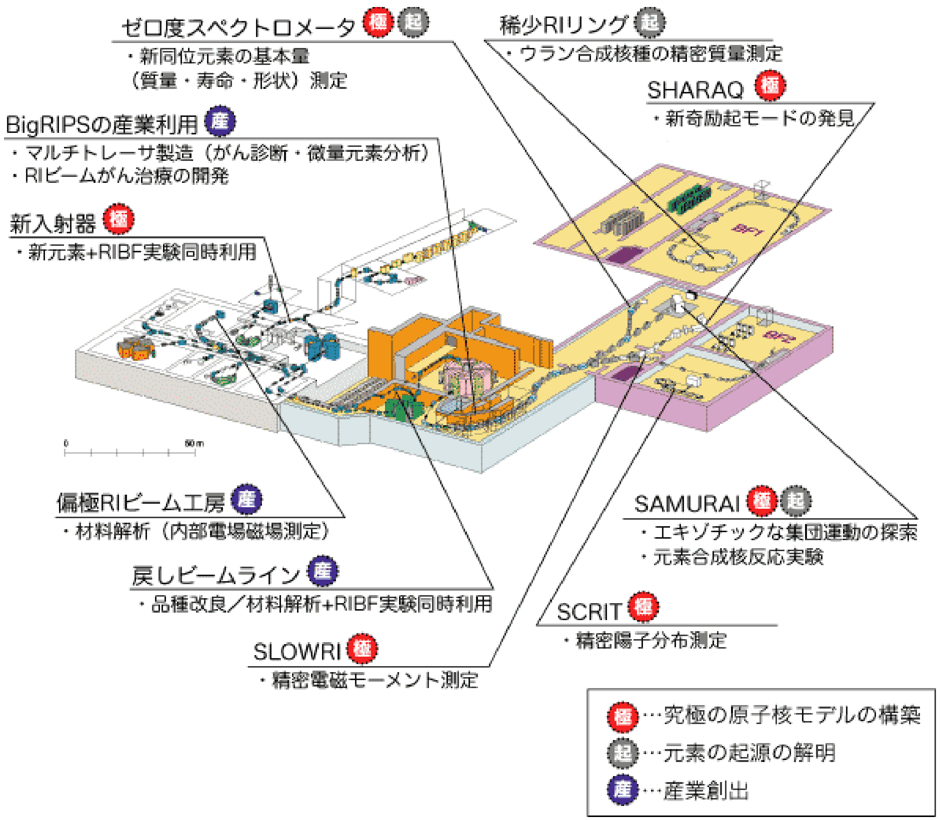
2つの原子核が重なった時に
反応が起こるとすると

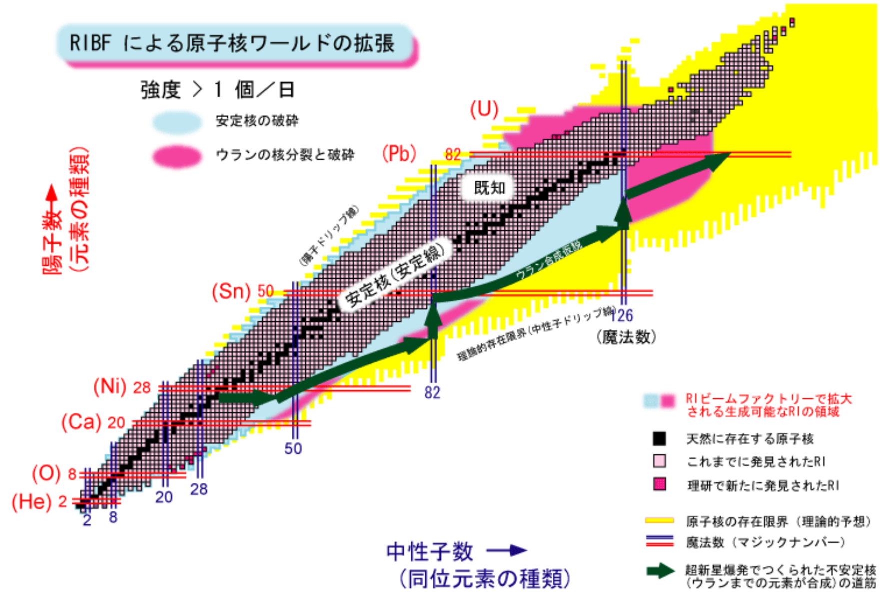
$$\sigma_I \sim \pi[R_I(P) + R_I(T)]^2$$

$$\longrightarrow \quad R_I(\mathrm{P})$$

新世代不安定核ビーム施設:理研RIBF

2007年本格的に始動



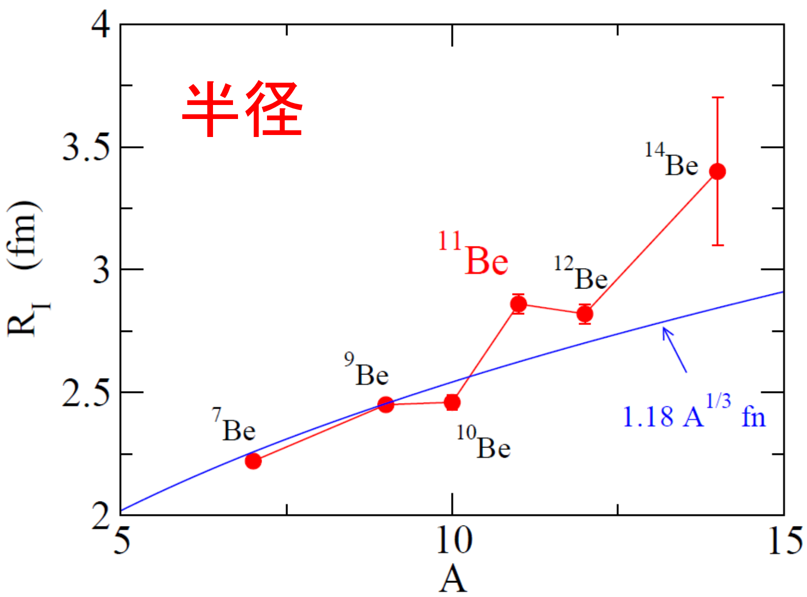


これまで作ることの難しかった原子核を生成できるようになる

→ 理論の大きな進展が求められている

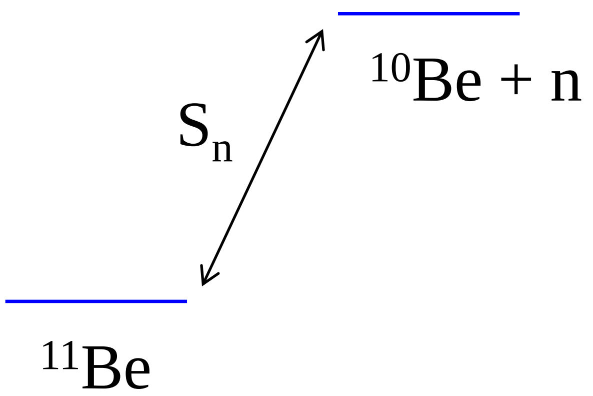
1中性子ハロー核

典型的な例：$^{11}{}_{4}Be_{7}$



I. Tanihata et al.,
PRL55('85)2676; PLB206('88)592

1中性子分離エネルギー

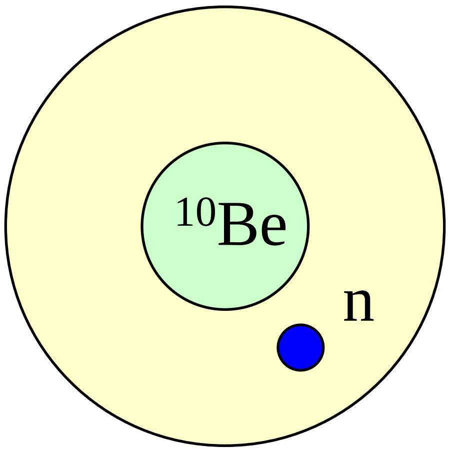


S_n = 504 +/- 6 keV

非常に小さい

ちなみに ^{13}C では、
S_n = 4.95 MeV

大きな半径の解釈：^{10}Be のまわりに1つの中性子が弱く束縛され薄く広がっている



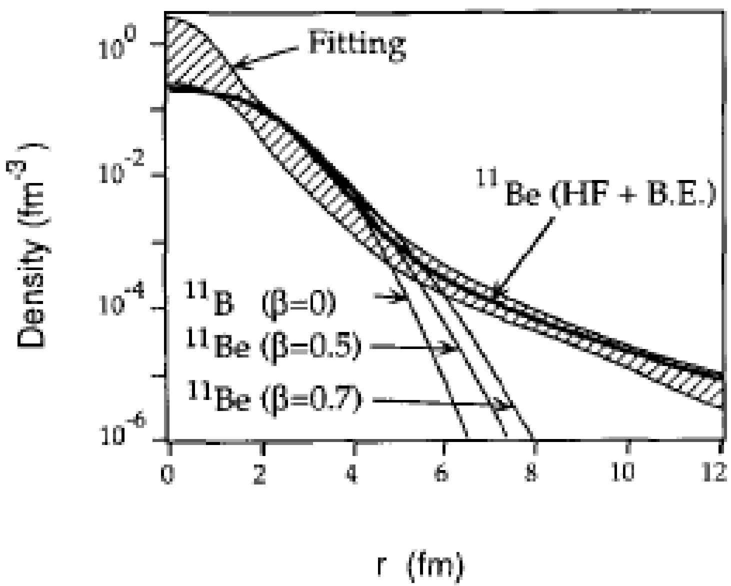
$$\psi(r) \sim \exp(-\kappa r) \qquad \kappa = \sqrt{2m|\epsilon|/\hbar^2}$$

弱く束縛された系

密度分布の空間的広がり（ハロー構造）

月暈（月のまわりに広がる薄い輪。ハロー。）

反応断面積の実験値を説明する密度分布

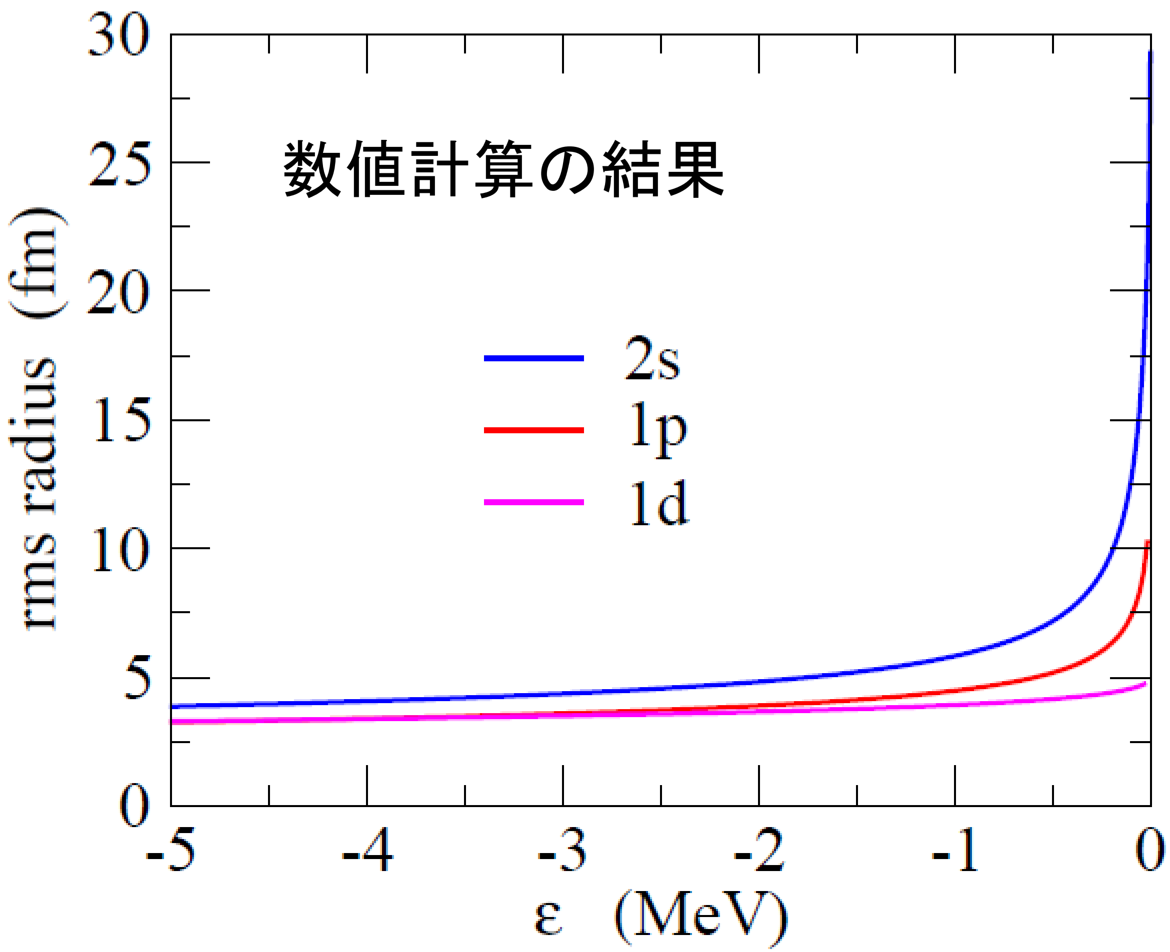


M. Fukuda et al., PLB268('91)339

半径のふるまい

$$\langle r^2 \rangle \propto \begin{cases} 1/|\epsilon_0| & (l=0) \\ 1/\sqrt{|\epsilon_1|} & (l=1) \\ const. & (l=2) \end{cases}$$

K. Riisager,
A.S. Jensen, and
P. Moller, NPA548('92)393



⇩

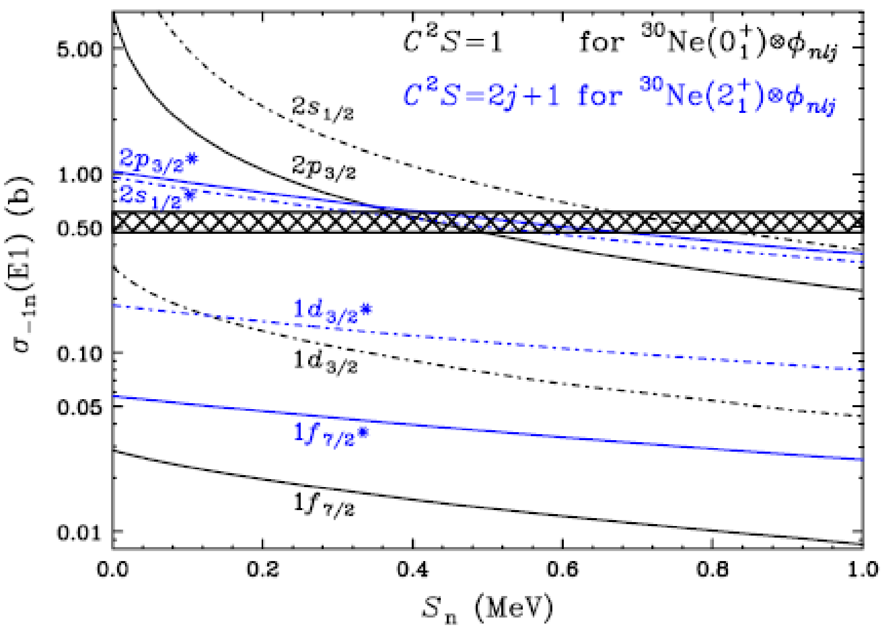
半径は l=0,1 では発散
（ゼロ・エネルギー極限）

⇩

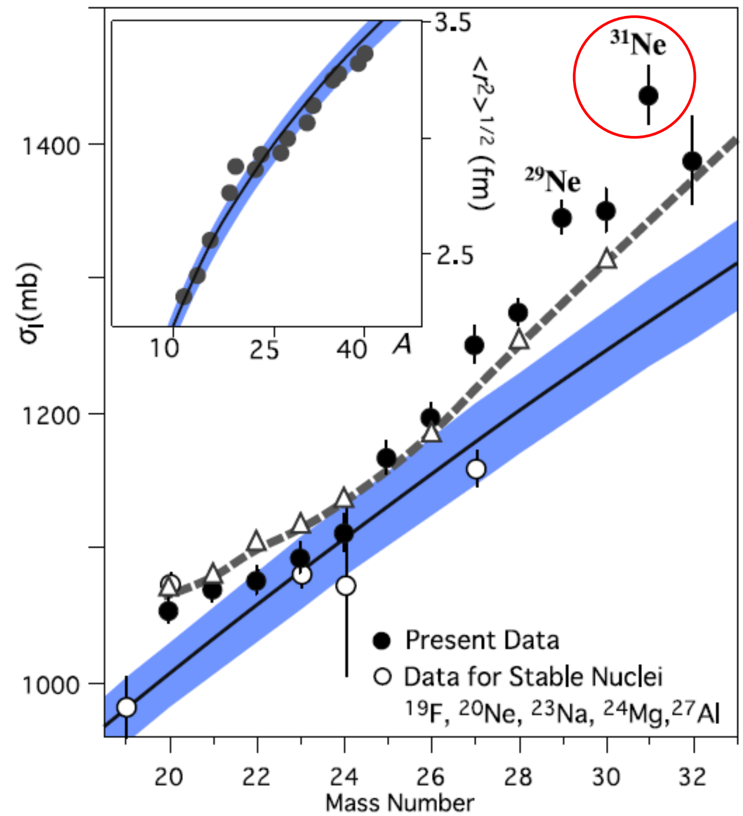
ハロー（異常に大きい半径）は l= 0 or 1 でのみおこる

^{31}Ne核に対する最近の実験

大きなクーロン分解反応の断面積及び相互作用断面積



T. Nakamura et al., PRL103('09)262501



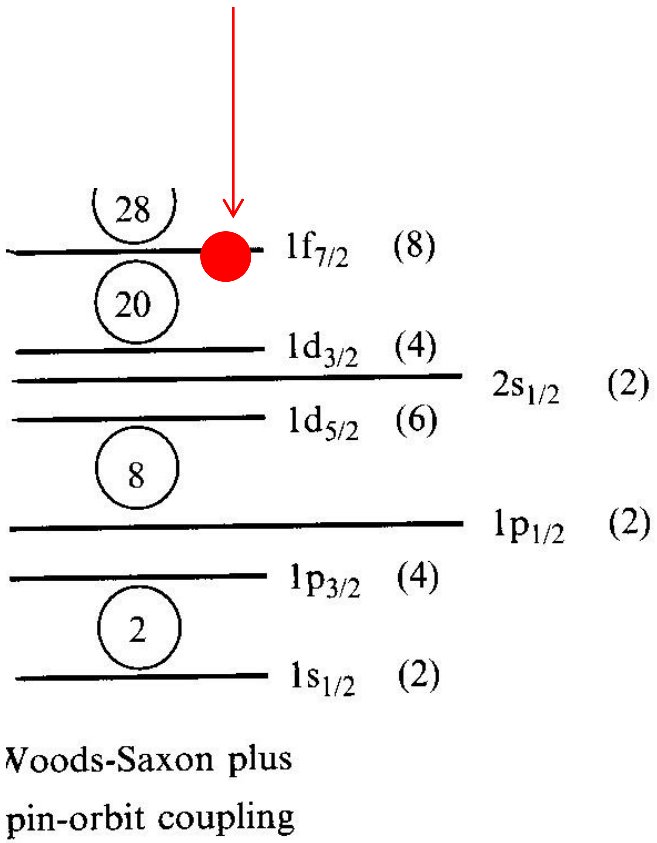
M.Takechi et al., PLB 707('12)357

^{31}Ne はハロー核

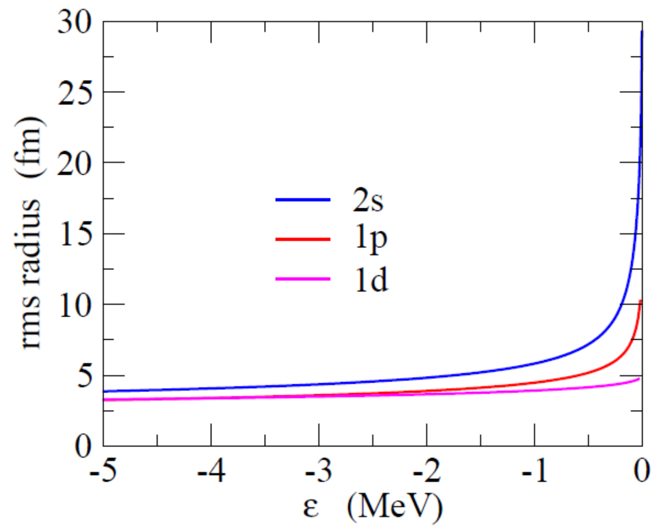
$^{31}_{10}Ne_{21}$ 核

↑

21番目の外殻中性子

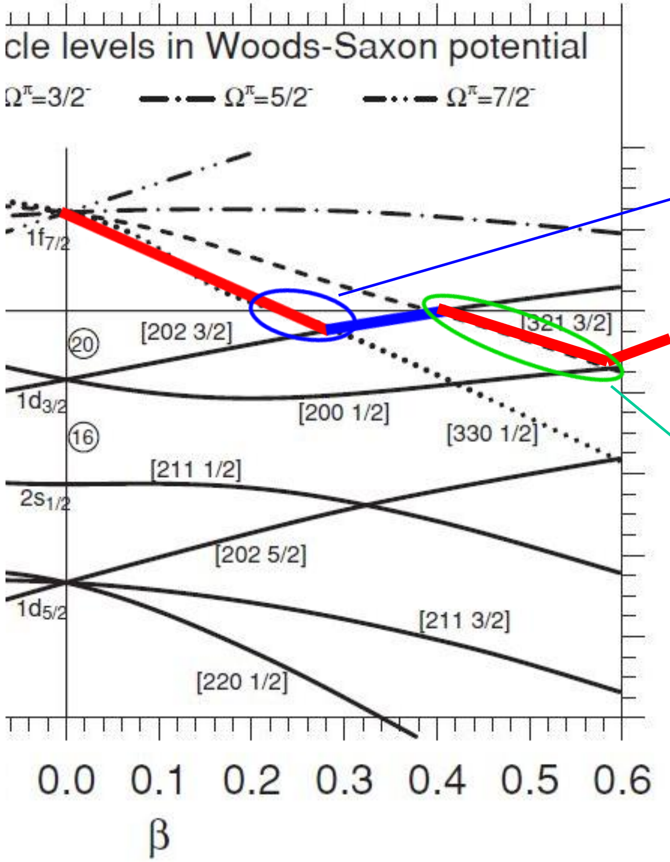


$f\ (l = 3)$ 状態はハロー構造を作らない

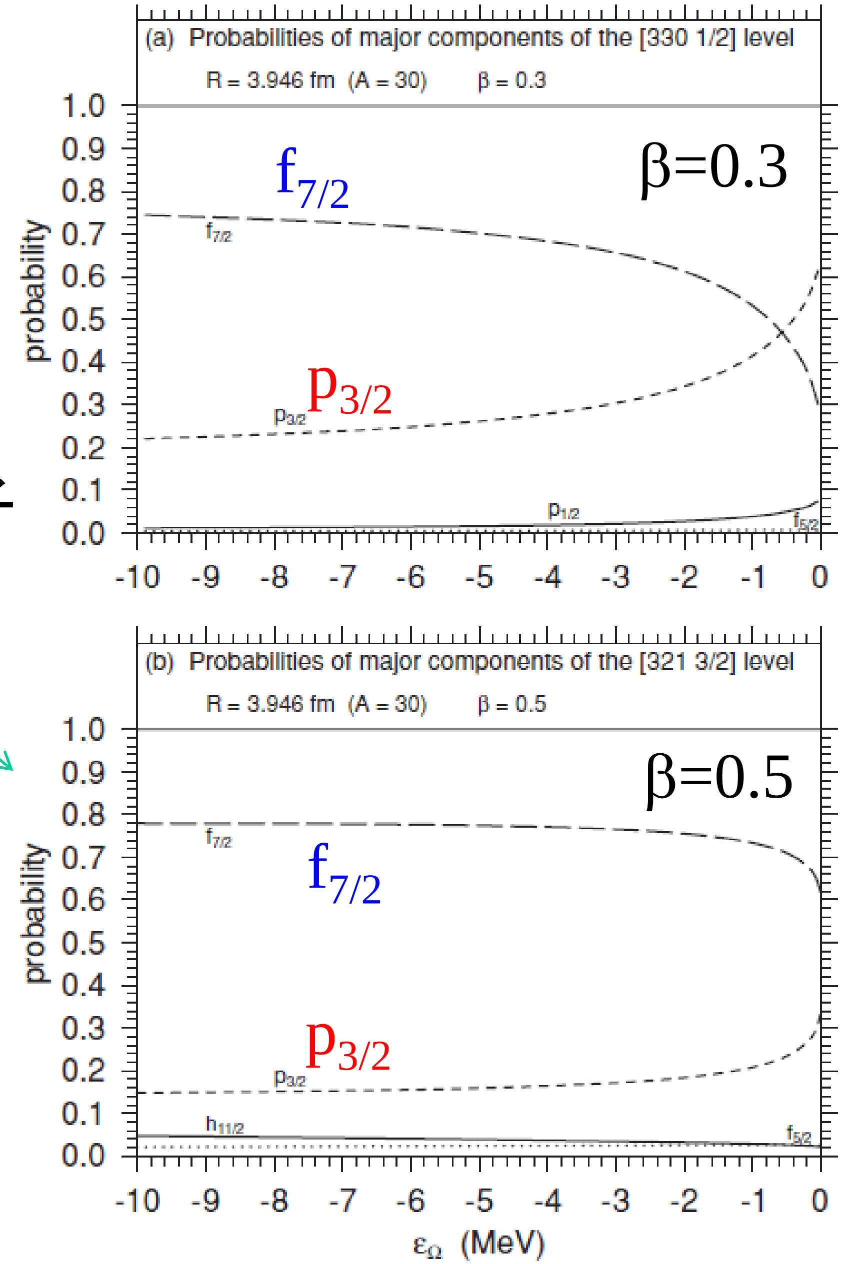


^{31}Ne は変形している?

ニルソン模型による解析 [I. Hamamoto, PRC81('10)021304(R)]

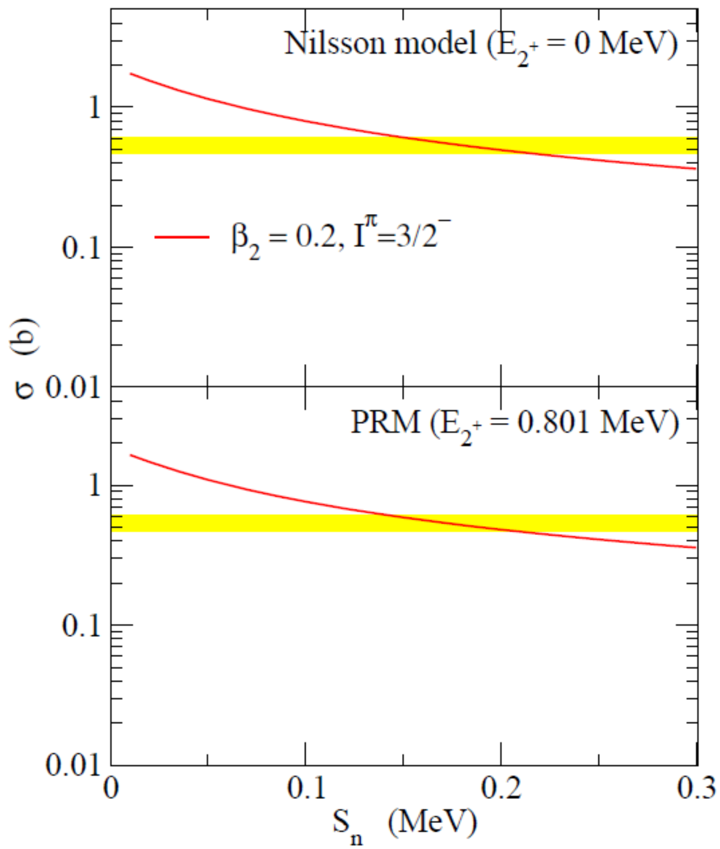


21番目の中性子

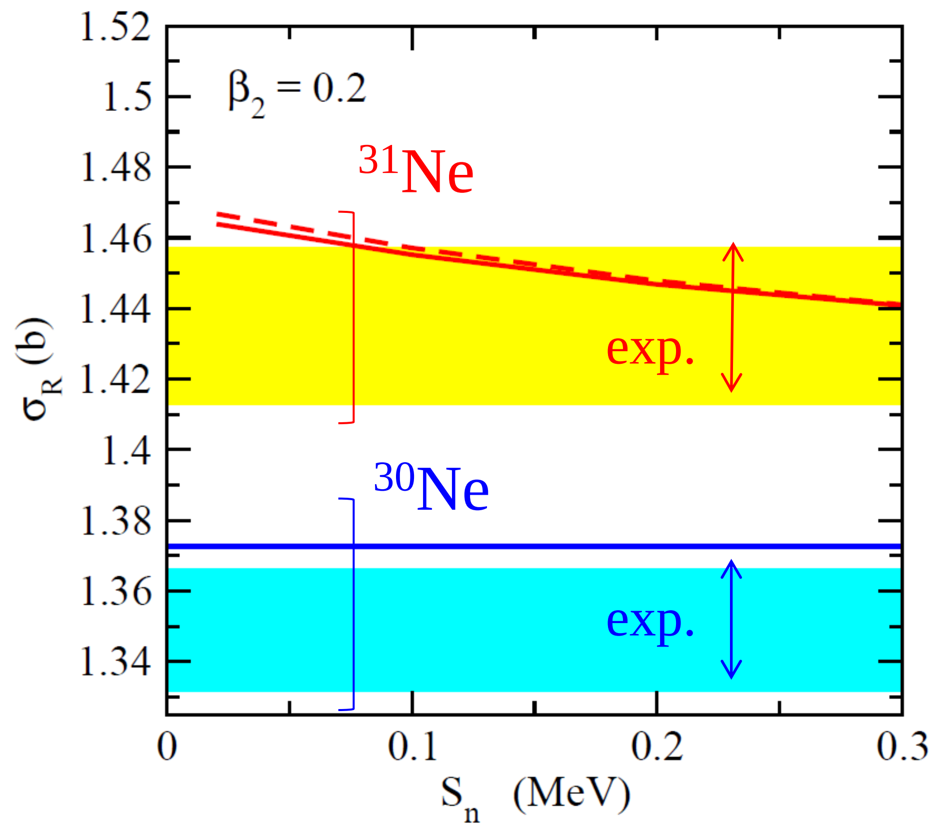


$f_{7/2}$ と $p_{3/2}$ の混じり ⟶ ハロー

粒子-回転子模型による解析



Y. Urata, K.H., and H. Sagawa, PRC83('11)041303(R)



Y. Urata, K.H., and H. Sagawa, arXiv:1205.2962 [nucl-th]

$\beta \sim 0.2$を仮定すると、σ_{bu} も σ_R も同時に説明できる

まとめ

✓原子核の質量(束縛エネルギー)

➢大まかな振る舞い:液滴模型
➢揺らぎ:量子的な殻効果

$$B = B_{\mathrm{LDM}} + B_{\mathrm{shell}}$$

•魔法数
•変形 ⟶ 励起スペクトル、α崩壊、核融合反応などへ大きな影響

✓最近の話題:変形したハロー核