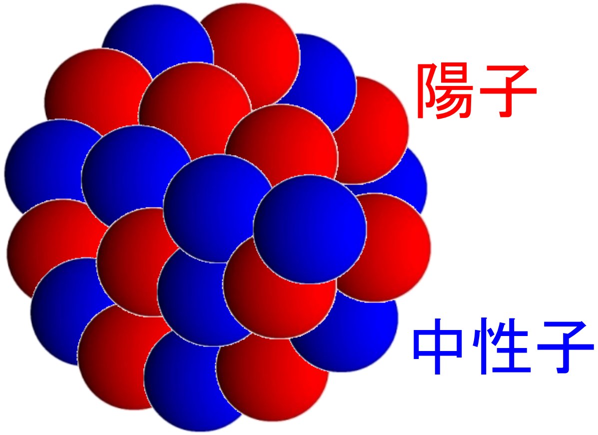
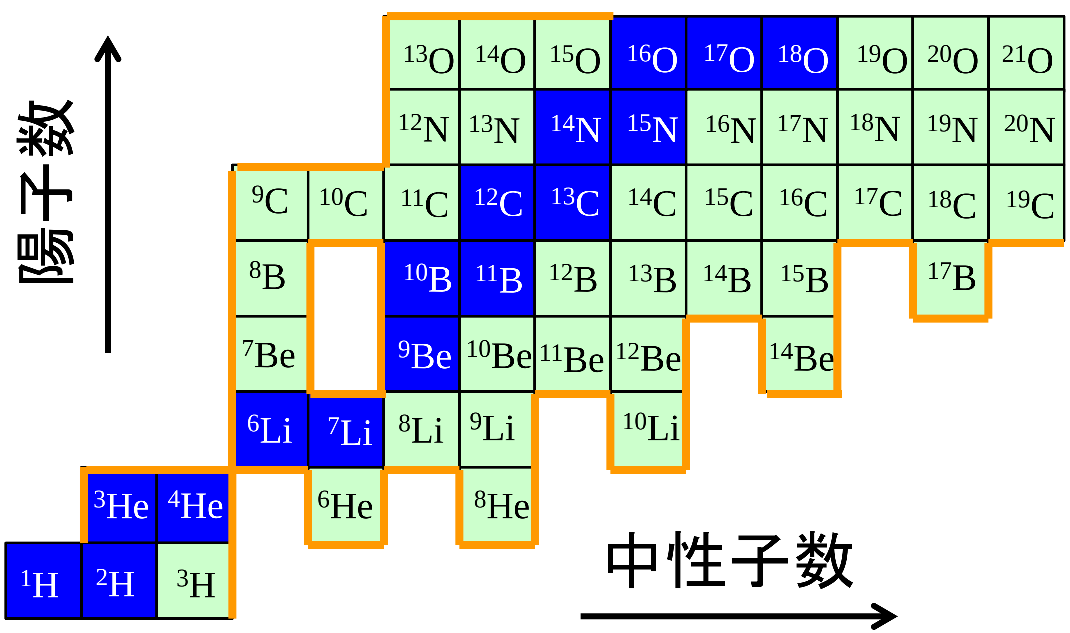
4. ハロー核入門



原子核 ＝ 強い相互作用をする粒子（核子）の集合体

- 有限量子多体系
- 自己束縛系

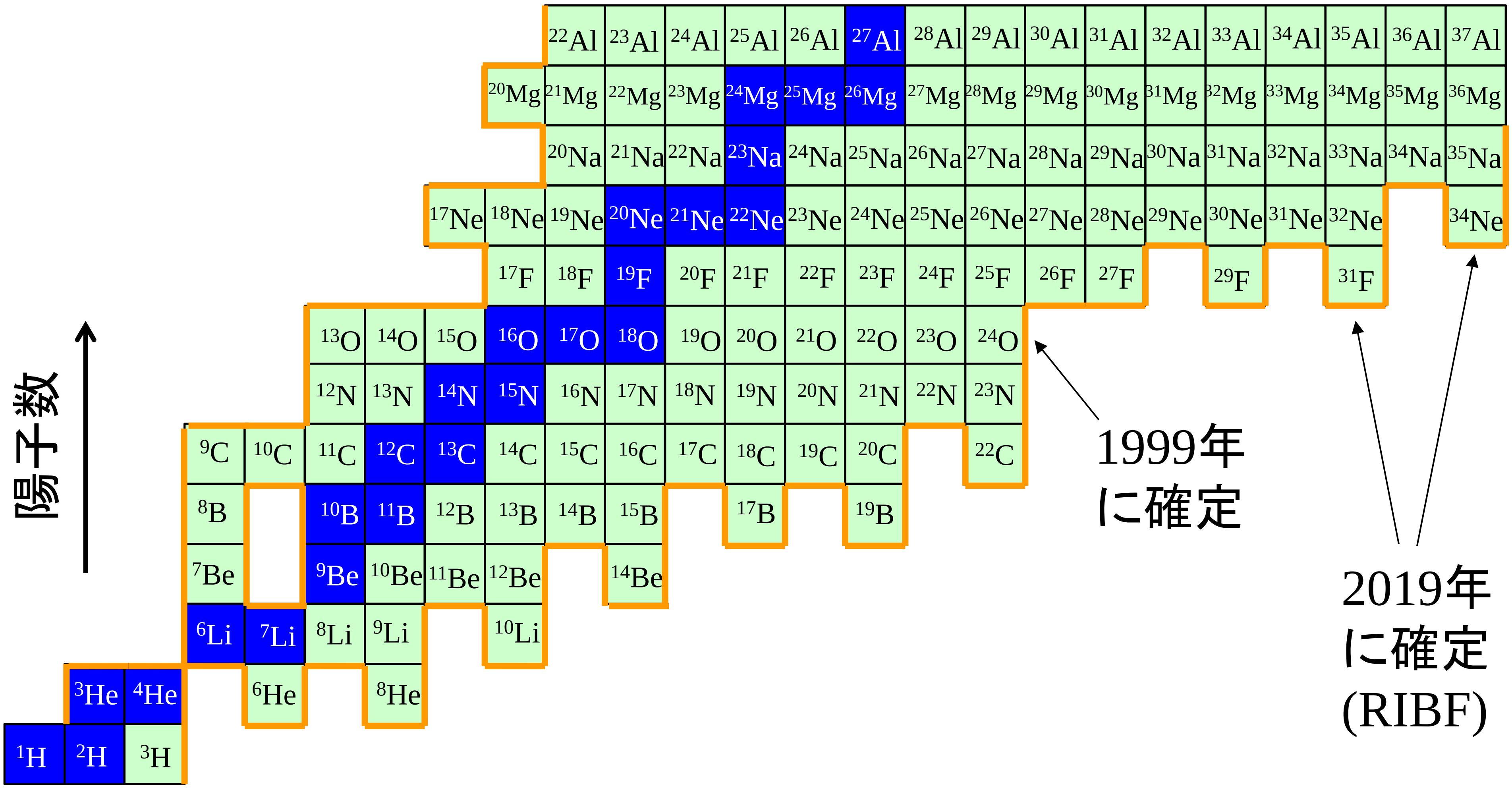
陽子と中性子という2種類の粒子が織りなす相関
→豊富で多様な物理現象



でも、以前は安定核しか使えなかったので N/Z 比に大きな制限があった。

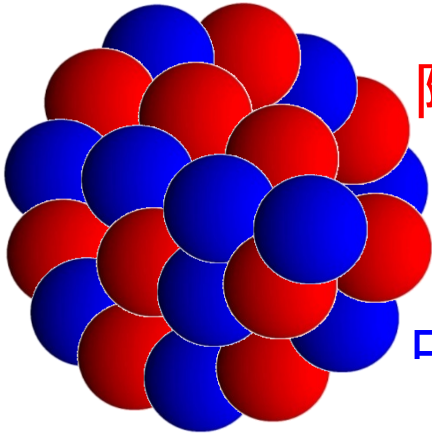
⬇

中性子過剰核が作れるようになり状況が大きく変化



中性子数

Na は ^{39}Na まで発見(ドリップ線は未確定)。その先もまだ。



原子核 = 強い相互作用をする粒子（核子）の集合体

- 有限量子多体系
- 自己束縛系

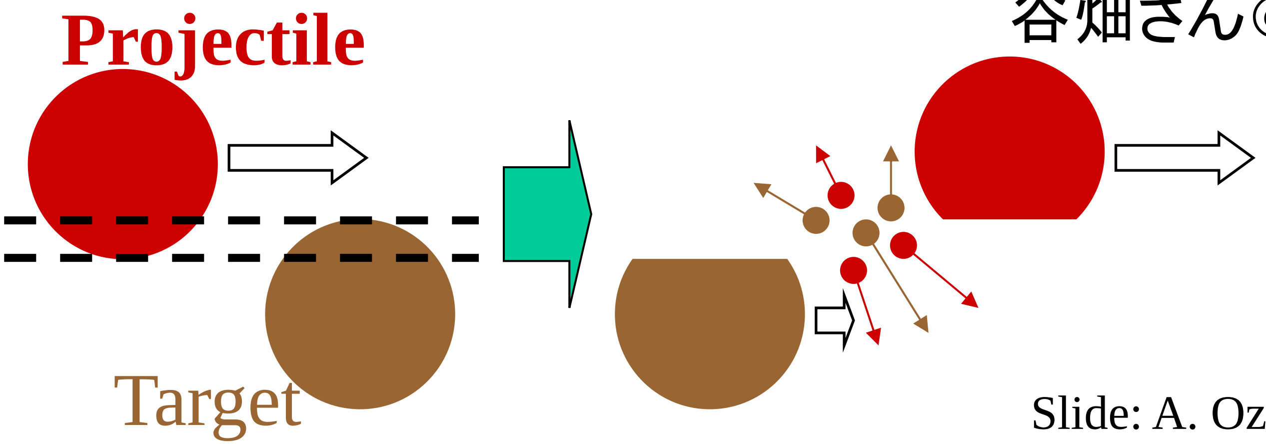
陽子と中性子という2種類の粒子が織りなす相関
→豊富で多様な物理現象

不安定核の物理:
陽子・中性子数の人工的制御によって原子核の新しい形態を明らかにする

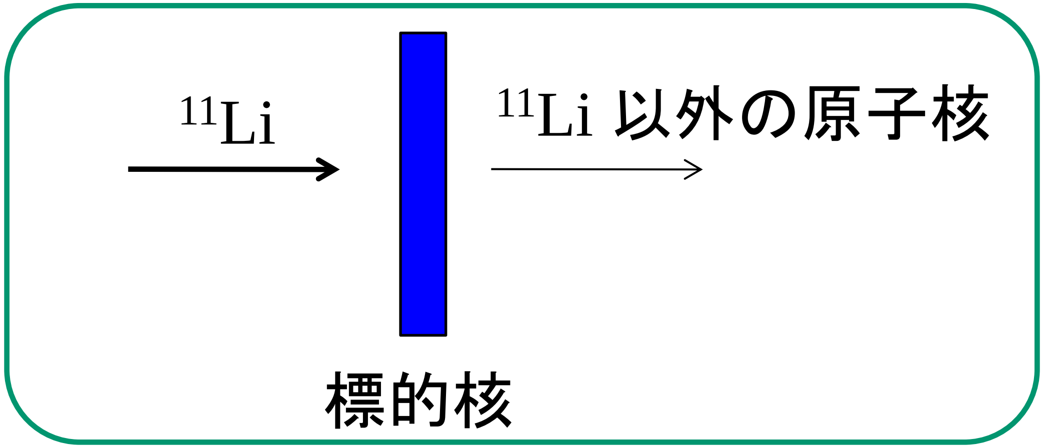
✓ 中性子過剰・陽子過剰な原子核の性質は?
✓ 安定な原子核に比べて何が変わるのか?

不安定核研究の本格的幕開け:相互作用断面積測定(1985)

谷畑さん@バークレー



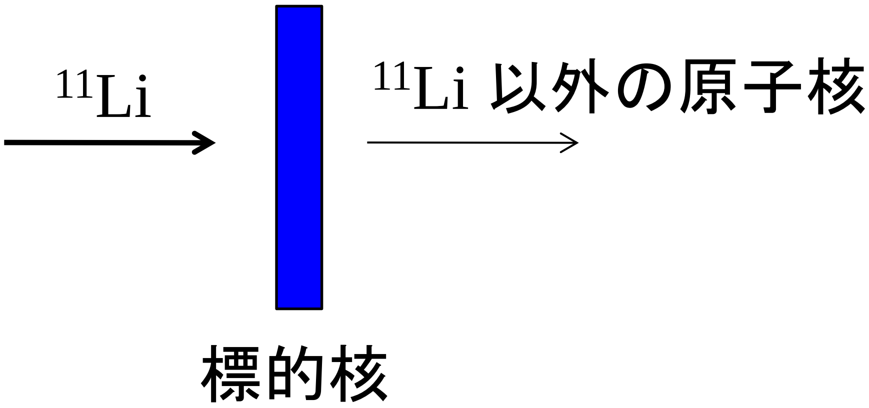
Slide: A. Ozawa

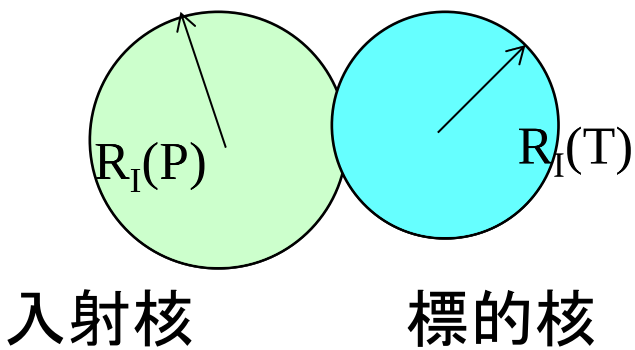


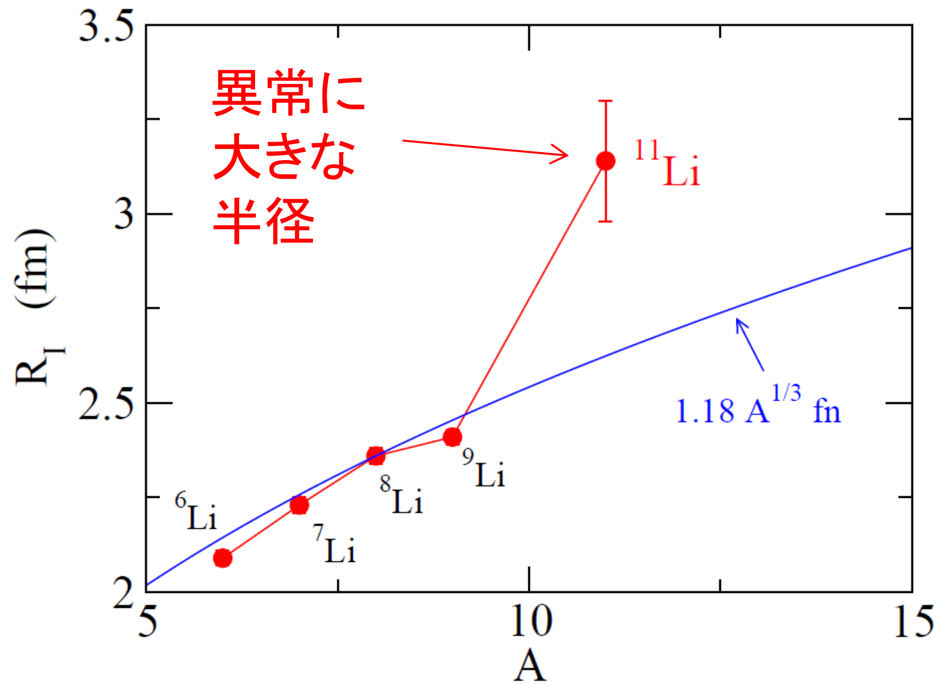
cf. 福田さん

不安定核研究の本格的幕開け：相互作用断面積測定（1985）

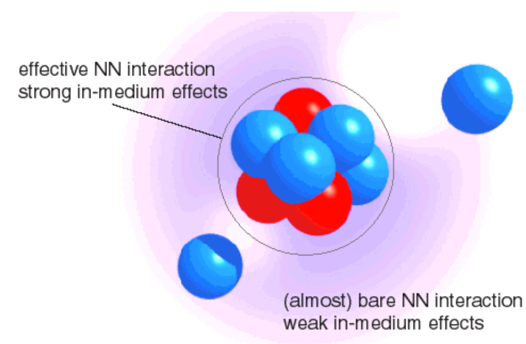
谷畑さん@バークレー







I. Tanihata et al., PRL55 (‘85) 2676



2つの原子核が重なった時に
反応が起こるとすると

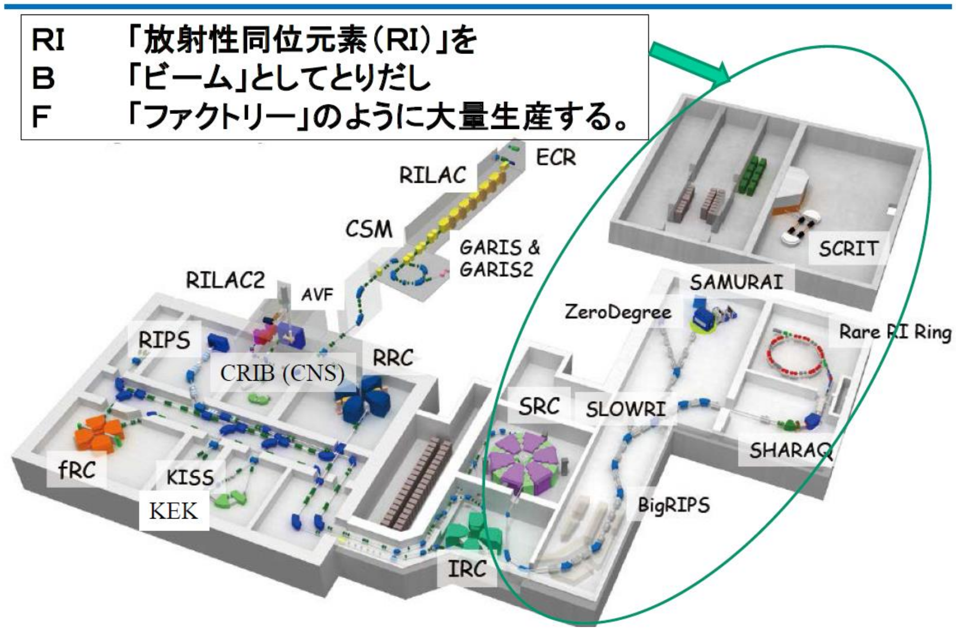
$$\sigma_I \sim \pi[R_I(P) + R_I(T)]^2$$

$$\longrightarrow R_I(P)$$

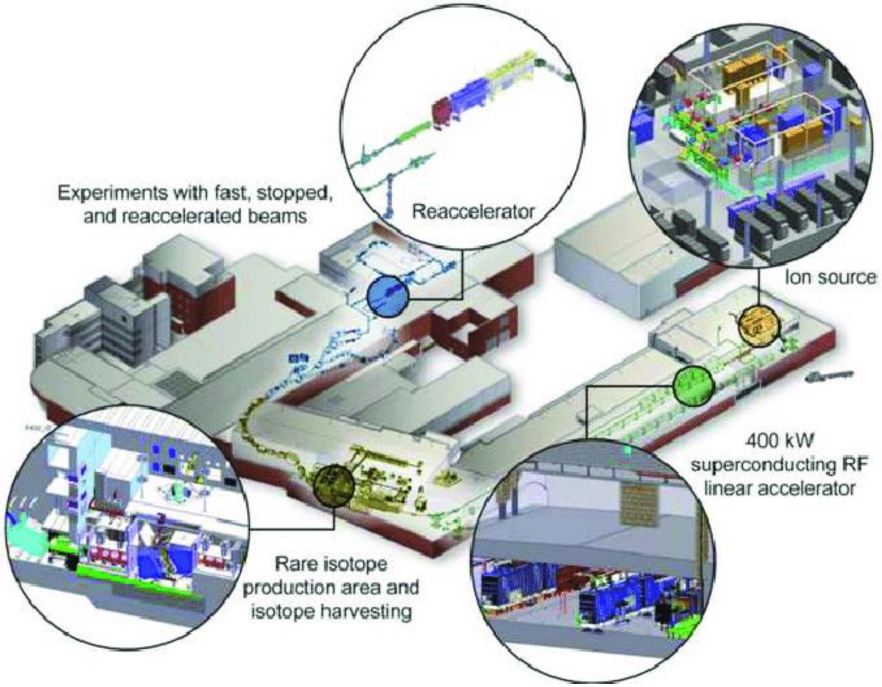
ハローの発見

世界の不安定核実験施設

理研 RIBF

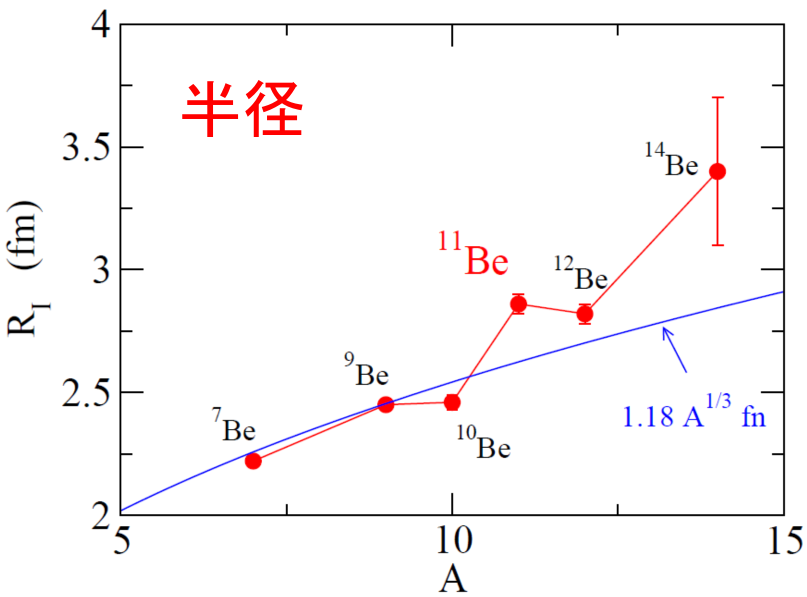


FRIB（MSU）



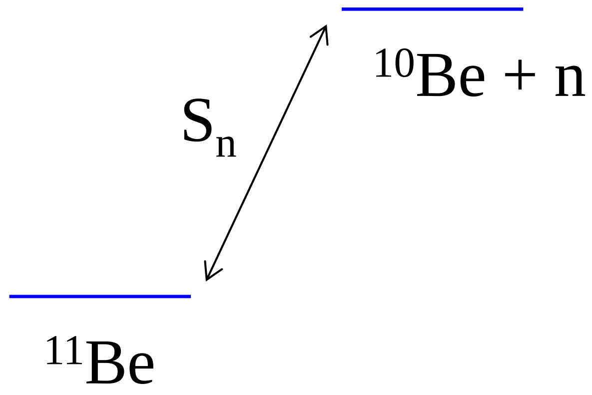
1中性子ハロー核とは何か

典型的な例：$^{11}{}_{4}\mathrm{Be}_{7}$



I. Tanihata et al.,
PRL55('85)2676; PLB206('88)592

1中性子分離エネルギー



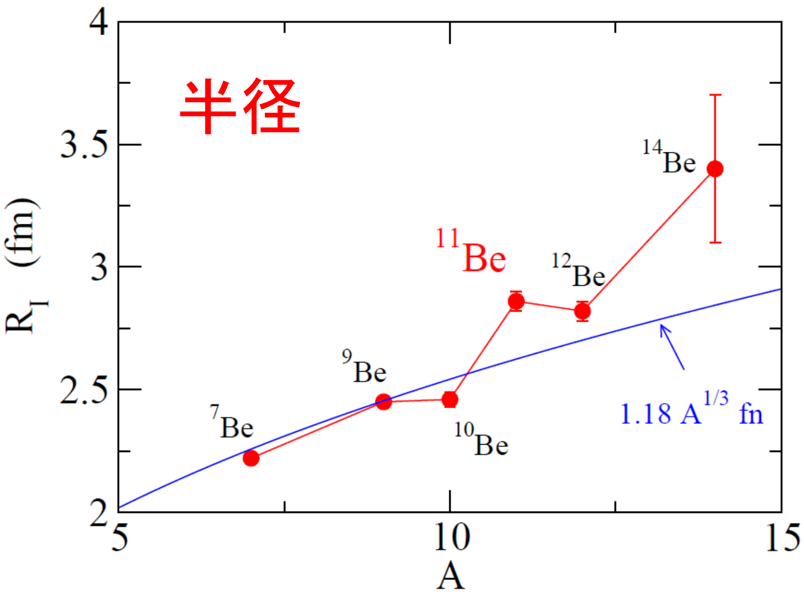
S_n = 504 +/- 6 keV

非常に小さい

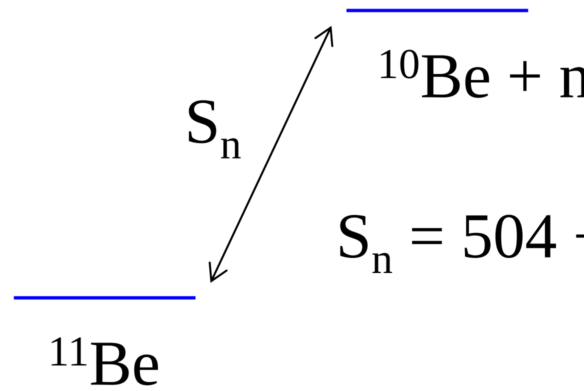
ちなみに ^{13}C では、
S_n = 4.95 MeV

1中性子ハロー核

典型的な例: $^{11}_{4}\mathrm{Be}_{7}$

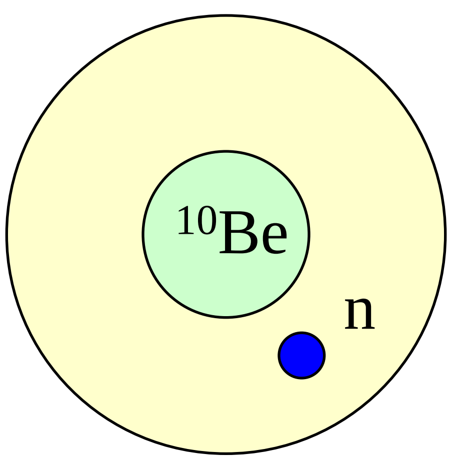


1中性子分離エネルギー



S_n = 504 +/- 6 keV

解釈: ^{10}Be のまわりに1つの中性子が弱く束縛され薄く広がっている



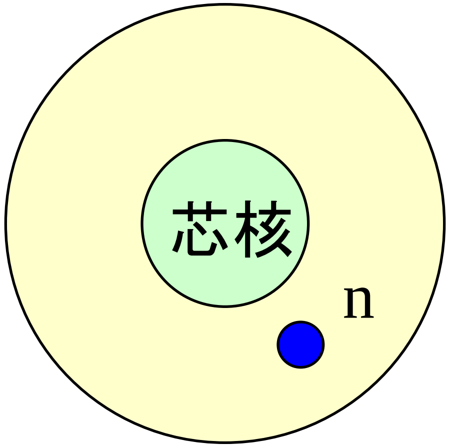
$$\psi(r) \sim \exp(-\kappa r) \qquad \kappa = \sqrt{2m|\epsilon|/\hbar^2}$$

弱く束縛された系

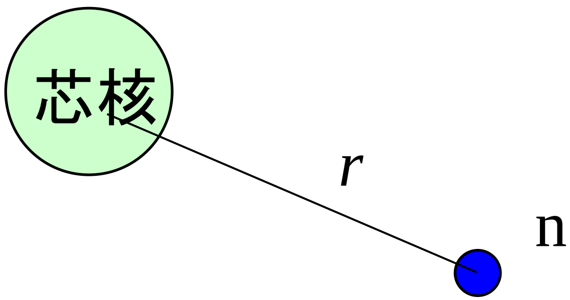
↓

密度分布の空間的広がり（ハロー構造）

一粒子運動の性質:束縛状態



芯核と中性子でできる2体問題と近似



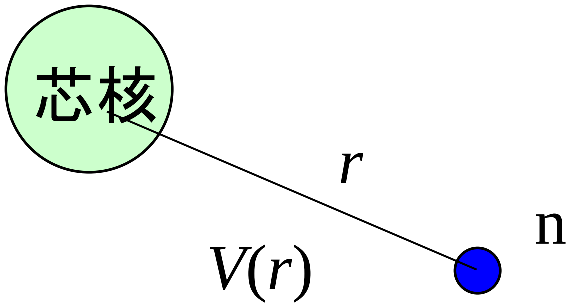
相対距離 r の関数として球対称ポテンシャル $V(r)$ を仮定。

cf. 平均場ポテンシャル:

$$V(\boldsymbol{r}) \sim \int v(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')\rho(\boldsymbol{r}')d\boldsymbol{r}'$$

相対運動のハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r)$$



相対運動のハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r)$$

簡単のためスピン軌道相互作用はないとすると
（*ls* 力がなくても本質は変わらない）

$$\boxed{\Psi_{lmm_s}(\boldsymbol{r}) = \frac{u_l(r)}{r}\,Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})\,\chi_{m_s}}$$

$$\boxed{\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r) - \epsilon_l\right] u_l(r) = 0}$$

境界条件（束縛状態）:

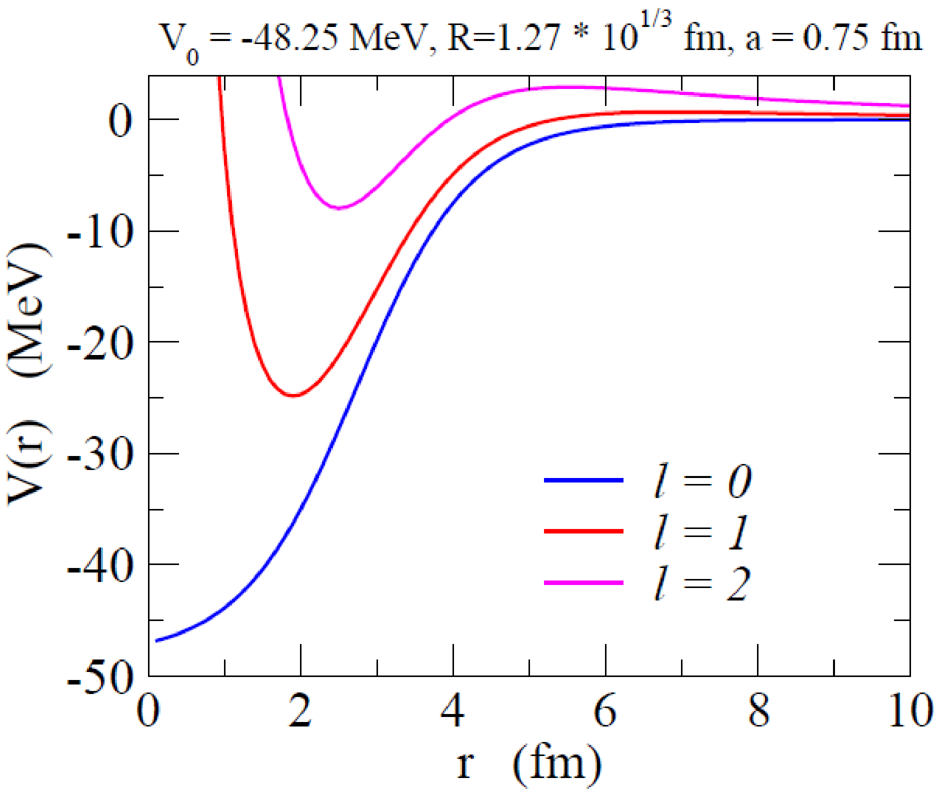
$$\begin{aligned} u_l(r) \quad &\sim \quad r^{l+1} && (r \sim 0) \\ &\to \quad e^{-\kappa r} && (r \to \infty) \end{aligned}$$

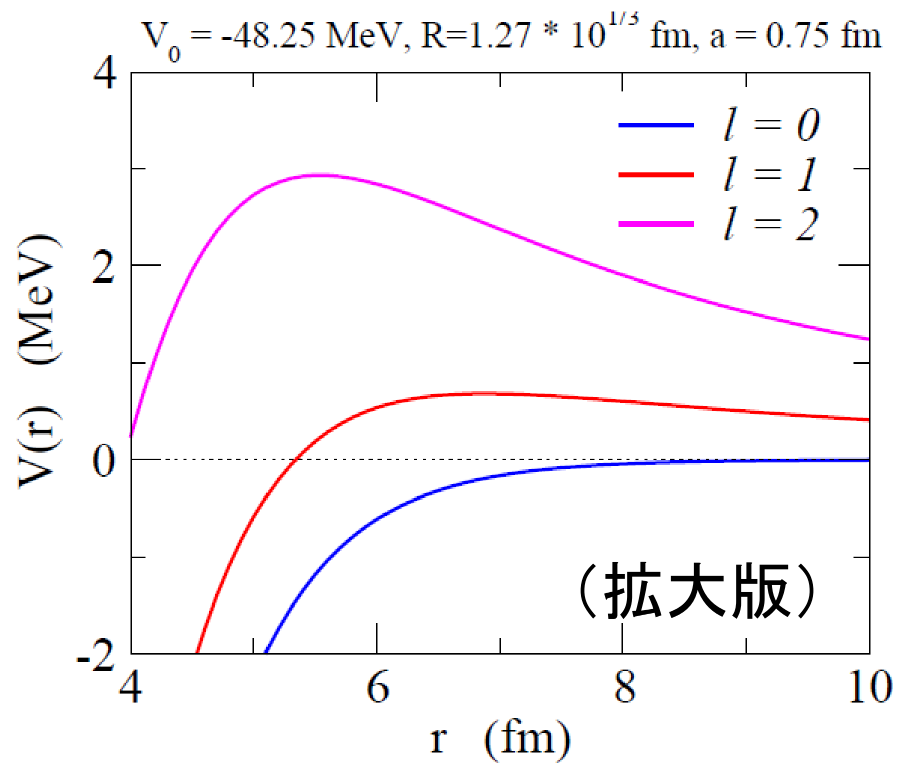
正確には modified 球ベッセル関数
（球ハンケル関数）

角運動量とハロー現象

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2}+\underline{\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}}+V(r)-\epsilon_l\right]u_l(r)=0$$

遠心力ポテンシャル





遠心力障壁の高さ: 0 MeV (l = 0), 0.69 MeV (l = 1), 2.94 MeV (l = 2)

ゼロ・エネルギーにおける振る舞い

K. Riisager, A.S. Jensen, and P. Moller, NPA548 ('92) 393

$$\boxed{\langle r^2 \rangle = \frac{I_2}{I_0} \sim \frac{\kappa^{-5}\left(\frac{\epsilon^{-2l+3}-(\kappa R)^{-2l+3}}{-2l+3}+\cdots\right)}{\kappa^{-3}\left(\frac{\epsilon^{-2l+1}-(\kappa R)^{-2l+1}}{-2l+1}+\cdots\right)}}$$

$$\kappa = \sqrt{2\mu|\epsilon|/\hbar^2}$$

$l = 0$

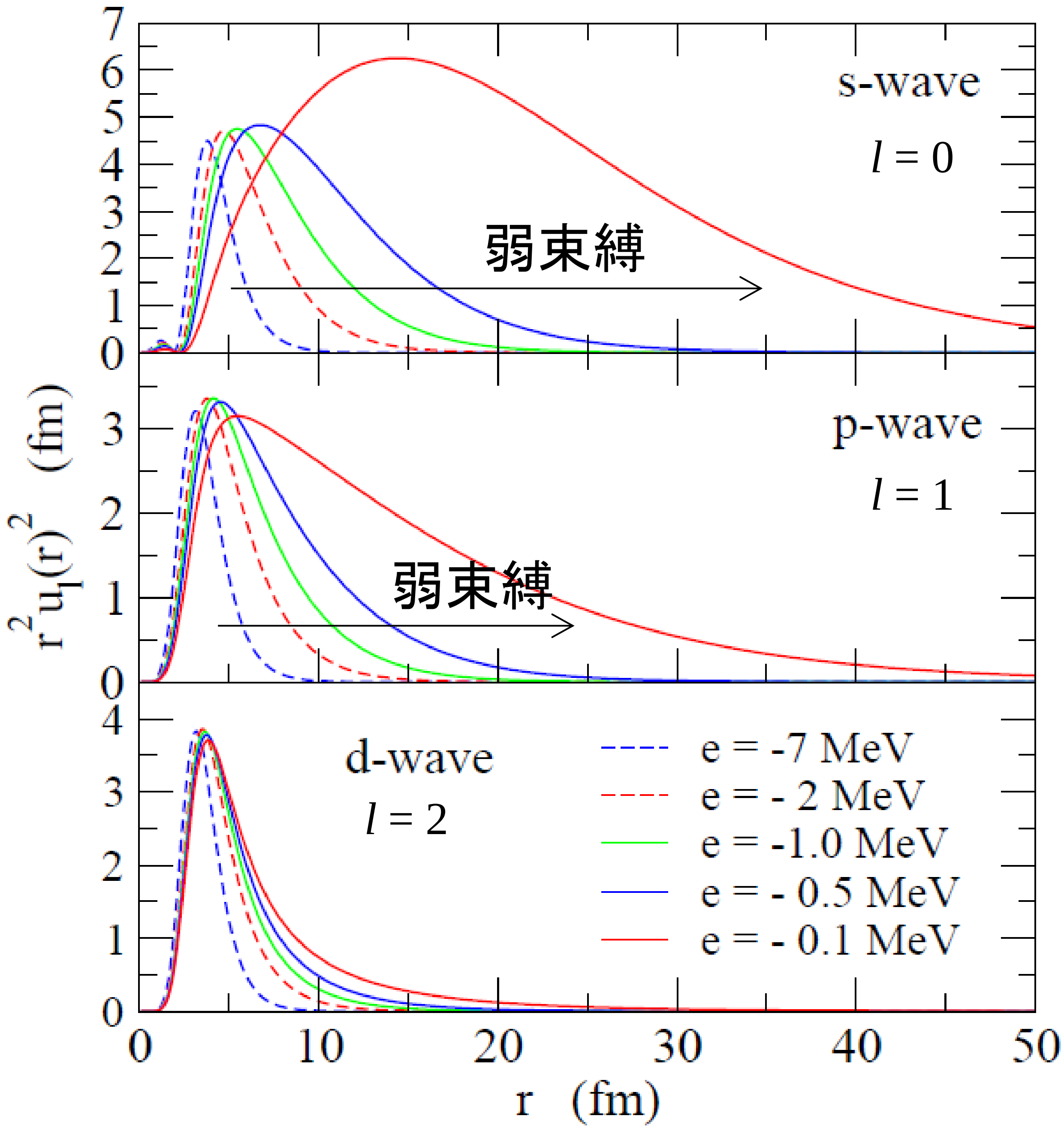
$$\langle r^2 \rangle \sim \frac{\kappa^{-5}\left(\frac{\epsilon^3}{3}+\cdots\right)}{\kappa^{-3}\left(\epsilon+\cdots\right)} \propto \kappa^{-2} \to \infty$$

$l = 1$

$$\langle r^2 \rangle \sim \frac{\kappa^{-5}\left(\epsilon+\cdots\right)}{\kappa^{-3}\left(\frac{-(\kappa R)^{-1}}{-1}+\cdots\right)} \propto \kappa^{-1} \to \infty$$

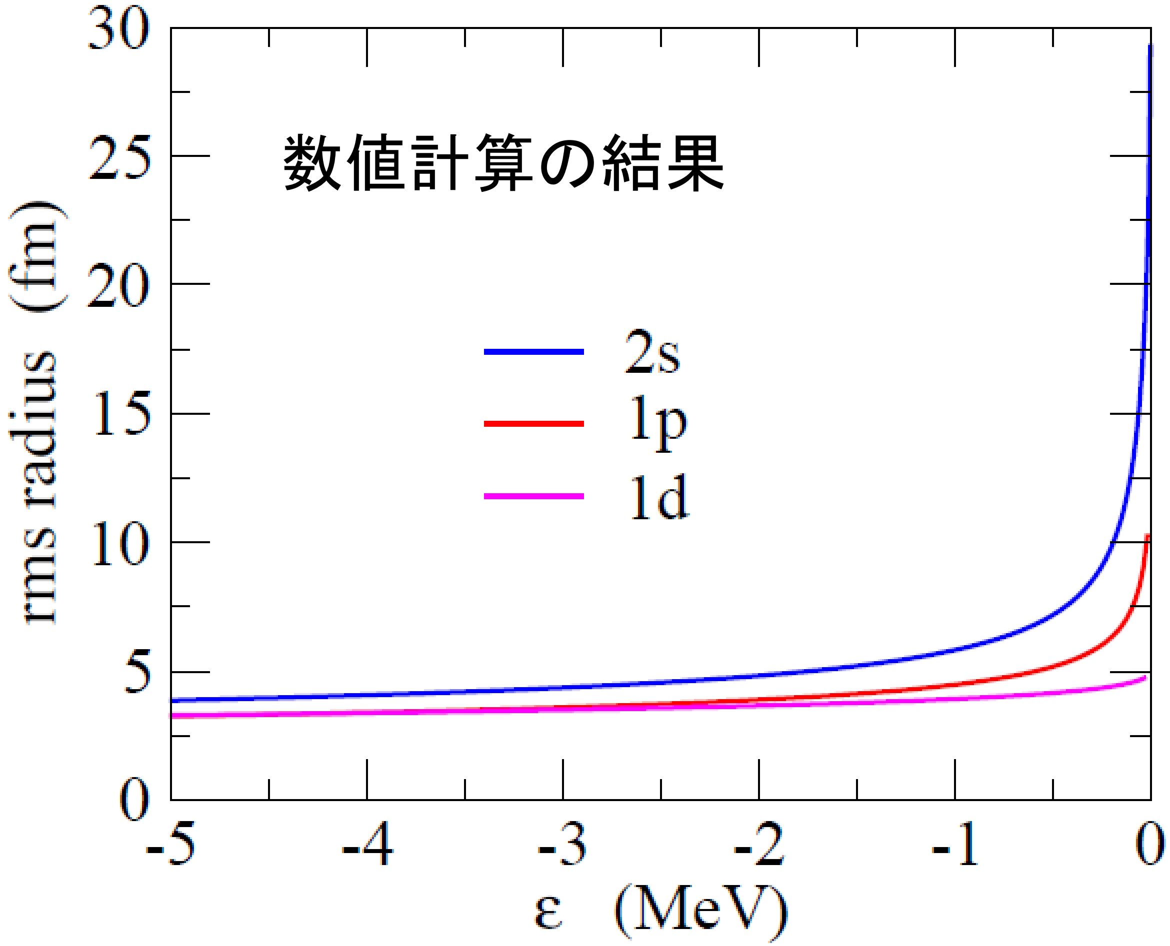
$l \geq 2$

$$\langle r^2 \rangle \sim \frac{\kappa^{-5}\left(\frac{-(\kappa R)^{-2l+3}}{-2l+3}+\cdots\right)}{\kappa^{-3}\left(\frac{-(\kappa R)^{-2l+1}}{-2l+1}+\cdots\right)} \propto \kappa^{0} \to \text{finite}$$



s-wave
l = 0
弱束縛
p-wave
l = 1
弱束縛
d-wave
l = 2
e = -7 MeV
e = - 2 MeV
e = -1.0 MeV
e = - 0.5 MeV
e = - 0.1 MeV
r^2 u_l(r)^2 (fm)
r (fm)
0
10
20
30
40
50

$$\langle r^2 \rangle \propto \begin{cases} 1/|\epsilon_0| & (l=0) \\ 1/\sqrt{|\epsilon_1|} & (l=1) \\ \text{finite} & (l=2) \end{cases}$$



⇩

半径は l=0,1 では発散
（ゼロ･エネルギー極限）

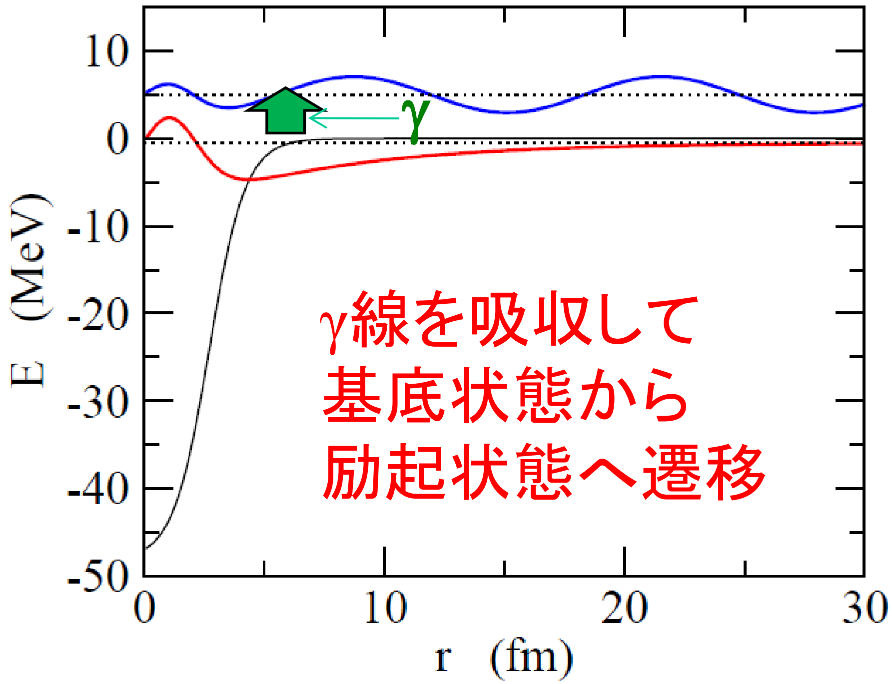
⇩

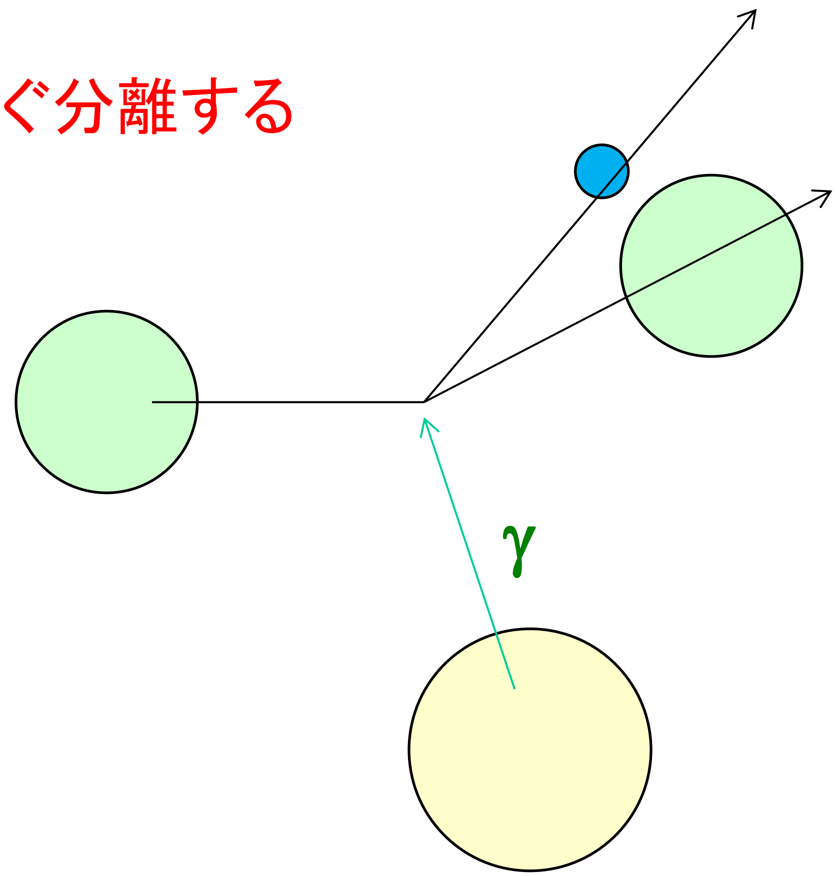
ハロー（異常に大きい半径）は l = 0 or 1 かつ弱束縛の場合のみ起きる

１中性子ハロー核のクーロン励起

ハロー核：弱束縛がキーワード

⟶ 刺激を与えると中性子がすぐ分離する





連続状態へ励起されれば分解が起きる ⟵ 標的核の作るクーロン場による励起

電気双極子励起

フェルミの黄金則:

$$\boxed{\sigma_\gamma = \frac{16\pi^3}{3\hbar c}\left(\frac{Ze}{A+1}\right)^2 (e_f - e_i)\left|\langle\psi_f|rY_{10}|\psi_i\rangle\right|^2 \delta(e_f - e_i - \hbar\omega)}$$

$$\begin{aligned}
\left|\langle\psi_f|rY_{10}|\psi_i\rangle\right|^2 &\rightarrow \frac{1}{2l+1}\sum_{m,m'}|\langle\psi_{l'm'}|rY_{10}|\psi_{lm}\rangle|^2 \\
&= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2l+1}|\langle\psi_{l'}||rY_1||\psi_l\rangle|^2
\end{aligned}$$

Wigner-Eckart の定理

$$\boxed{\begin{aligned}
\sigma_\gamma &= \frac{16\pi^3}{9\hbar c}E_\gamma\cdot\underline{\frac{1}{2l+1}\left|\langle\psi_f||e_{\mathrm{E1}}rY_1||\psi_i\rangle\right|^2\delta(e_f - e_i - E_\gamma)} \\
&= \frac{16\pi^3}{9\hbar c}E_\gamma\cdot\frac{dB(E1)}{dE_\gamma}
\end{aligned}}$$

換算遷移確率

E1 電磁遷移強度分布の簡単な見積もり（解析的な模型）

$l = 0$ 状態から $l = 1$ 状態への遷移:

初期状態の波動関数: $\Psi_i(\boldsymbol{r}) = \sqrt{2\kappa}\,\frac{e^{-\kappa r}}{r} Y_{00}(\hat{\boldsymbol{r}})$ $\kappa = \sqrt{\frac{2\mu|E_b|}{\hbar^2}}$

終状態の波動関数: $\Psi_f(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2\mu k}{\pi\hbar^2}}\, j_1(kr) Y_{1m}(\hat{\boldsymbol{r}})$ $j_1(kr)$ は球ベッセル関数

$k = \sqrt{\frac{2\mu E_c}{\hbar^2}}$

とすると、

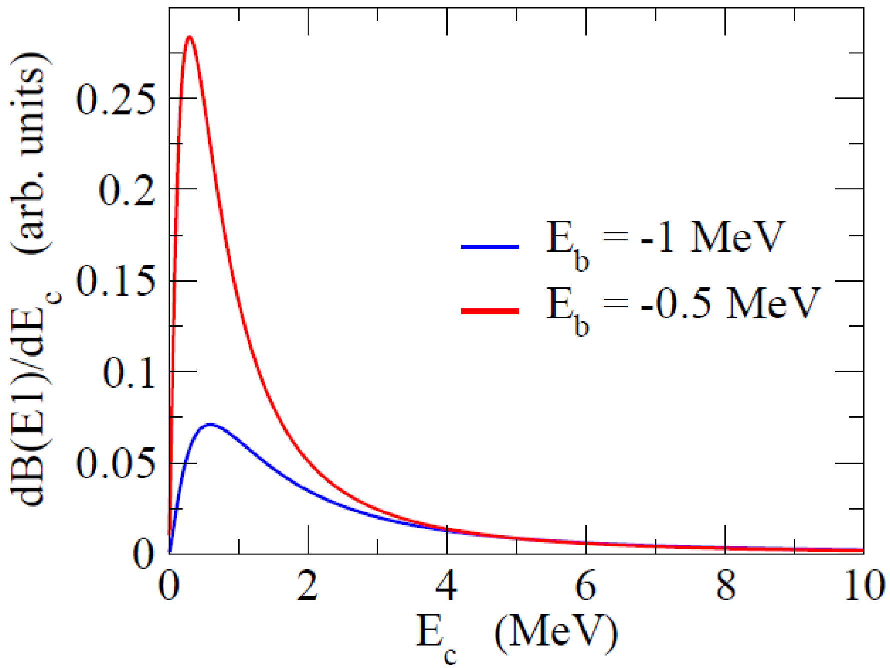
$$\frac{dB(E1)}{dE} = \frac{3}{4\pi} e_{\rm E1}^2 \left| \int_0^\infty r^2 dr\, r \cdot \frac{\sqrt{2\kappa} e^{-\kappa r}}{r} \cdot \sqrt{\frac{2\mu k}{\pi\hbar^2}}\, j_1(kr) \right|^2$$

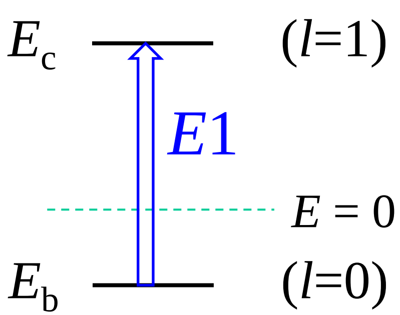
積分は解析的に実行可能

$$\boxed{\frac{dB(E1)}{dE} = \frac{3\hbar^2}{\pi^2\mu} e_{\rm E1}^2 \frac{\sqrt{|E_b|}\, E_c^{3/2}}{(|E_b| + E_c)^4}}$$

Refs.（一般的な l_i, l_f の場合の式も）
- M.A. Nagarajan, S.M. Lenzi, A. Vitturi, Eur. Phys. J. A24(‘05)63
- S. Typel and G. Baur, NPA759(‘05)247

$$\boxed{\frac{dB(E1)}{dE} = \frac{3\hbar^2}{\pi^2\mu} e_{\mathrm{E1}}^2 \frac{\sqrt{|E_b|}\, E_c^{3/2}}{(|E_b| + E_c)^4}}$$





ピークの位置: $E_c = \frac{3}{5}|E_b|$

$\left(E_x = E_c - E_b = \frac{8}{5}|E_b|\right)$

ピークの高さ: $\propto 1/|E_b|^2$

全遷移確率:

$$B(E1) = S_0 = \frac{3\hbar^2 e_{\mathrm{E1}}^2}{16\pi^2\mu|E_b|}$$

- 束縛状態のエネルギーが小さくなると鋭くて高いピーク
- 束縛状態のエネルギーが小さくなるとピークのエネルギーが小さくなる

E_{peak} = 0.3 MeV (E_b=-0.5 MeV)

和則（わそく）: Sum Rule

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c}$$

基本的な考え方: $$\sum_f |\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle|^2 = \sum_f \langle\psi_i|F|f\rangle\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle = \langle\psi_i|\hat{F}^2|\psi_i\rangle$$

$\uparrow$

（完全系） $$\sum_f |f\rangle\langle f| = 1$$

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} \sim \sum_f \frac{1}{2l_i+1} |\langle\psi_f||\hat{D}||\psi_i\rangle|^2$$

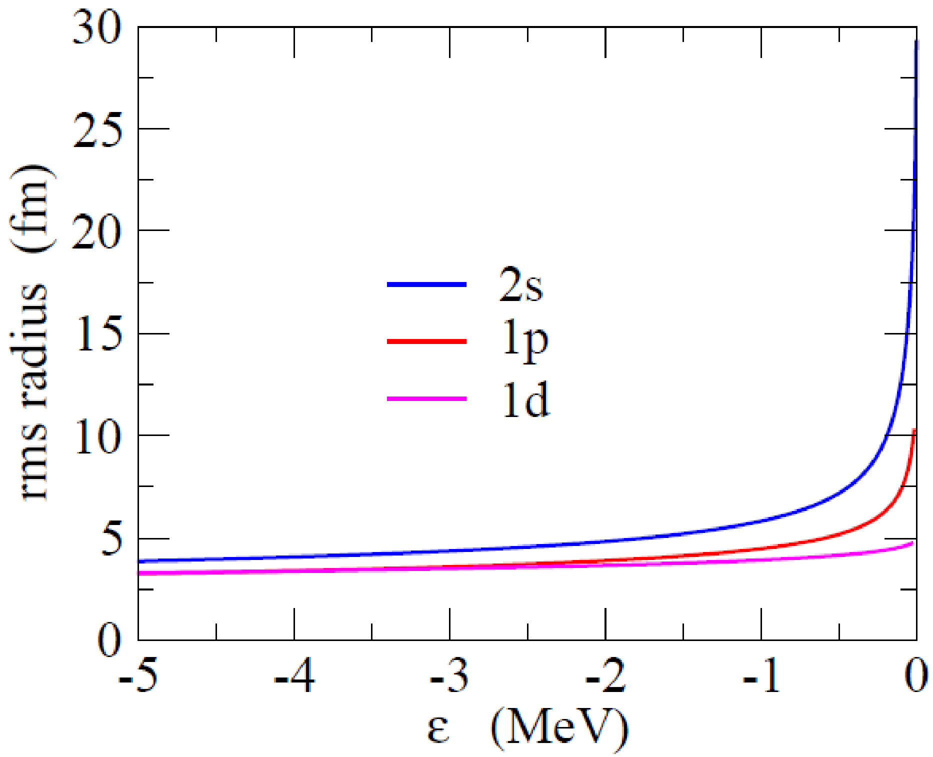
$$\hat{D}_\mu = e_{\mathrm{E1}} r Y_{1\mu}(\hat{\boldsymbol{r}})$$

$$\boxed{= \frac{3}{4\pi} e_{\mathrm{E1}}^2 \langle r^2\rangle_i}$$

和則（わそく）: Sum Rule

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} = \frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle r^2 \rangle_i$$

全E1遷移確率は r^2 の（基底状態）期待値に比例



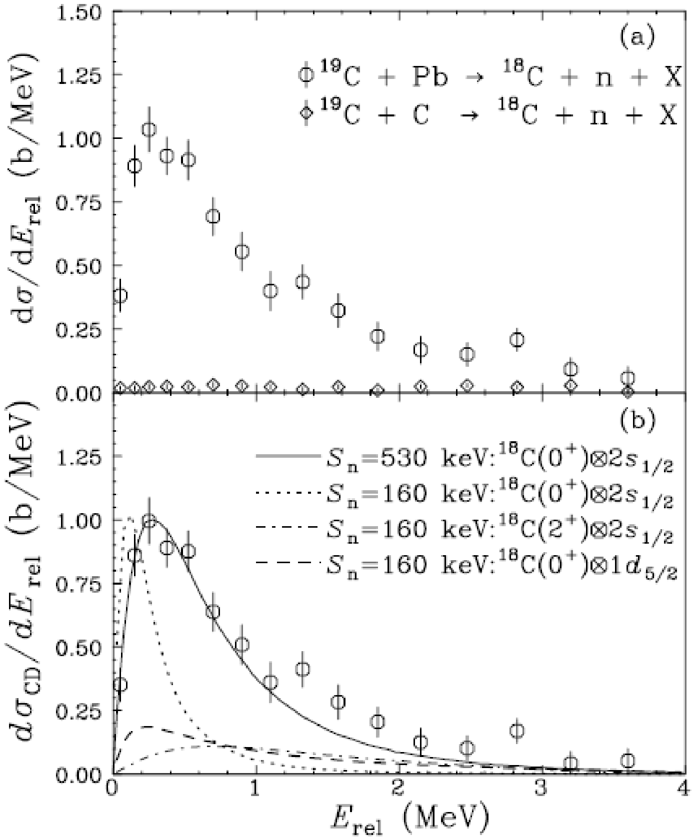
初期状態が l=0 または l=1だと
束縛が弱くなるほど半径は増大

全E1遷移確率も増大

逆に大きな全E1遷移確率
（またはクーロン分解断面積）
が観測されたら l=0 or l=1 が示唆
される $\longrightarrow$ ハロー構造

1n ハロー核の他の候補

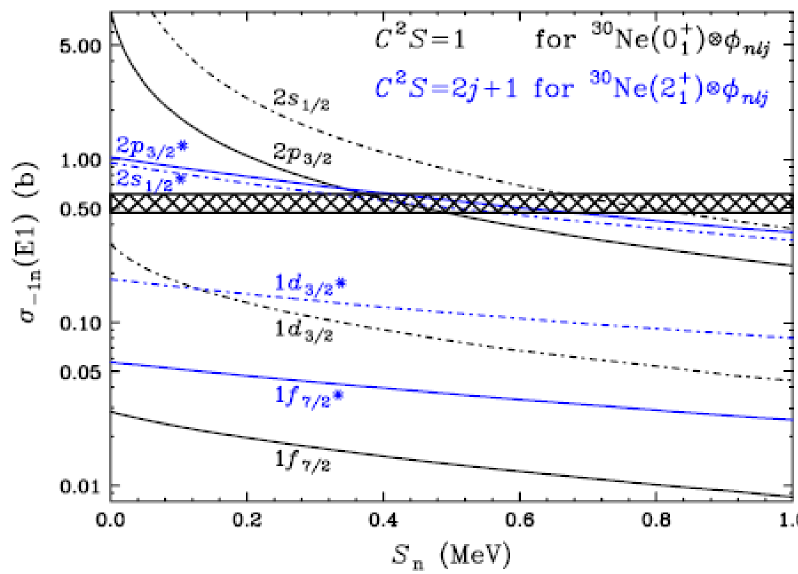
^{19}C: S_n = 0.58(9) MeV



^{19}C のクーロン分解反応

T. Nakamura et al., PRL83(‘99)1112

^{31}Ne: S_n = 0.29 +/- 1.64 MeV



大きなクーロン分解反応の断面積

T. Nakamura et al.,
PRL103(‘09)262501