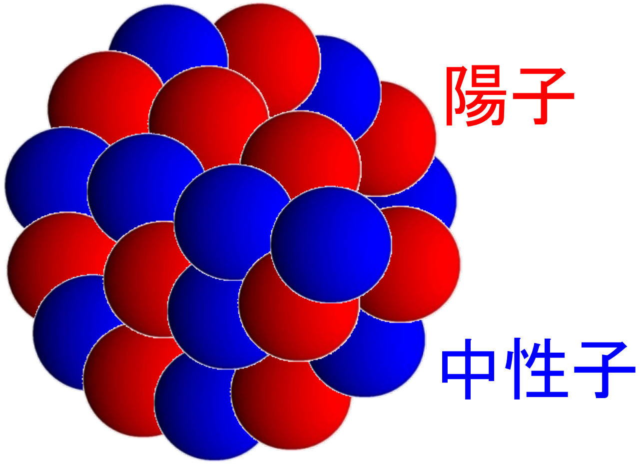
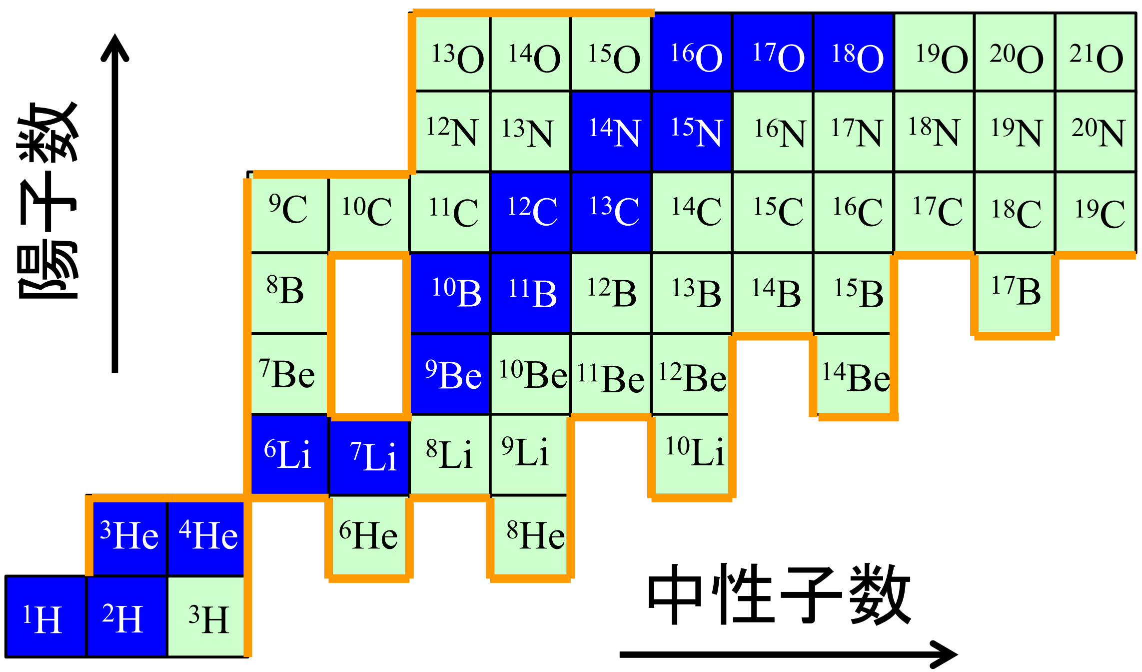
# 4. 中性子過剰核における対相関




# 原子核 ＝ 強い相互作用をする粒子（核子）の集合体

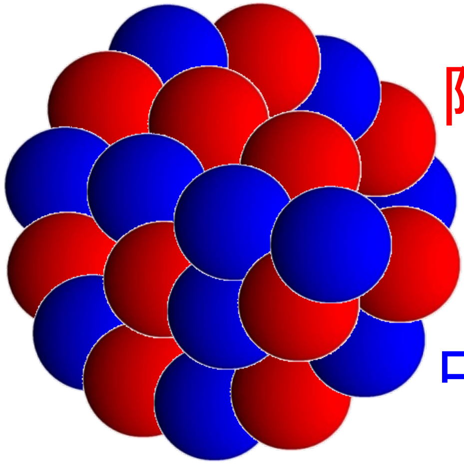
- 有限量子多体系
- 自己束縛系

## 陽子と中性子という2種類の粒子が織りなす相関 →豊富で多様な物理現象




でも、以前は安定核しか使えなかったので N/Z 比に大きな制限があった。

中性子過剰核が作れるようになり状況が大きく変化




原子核 ＝ 強い相互作用をする
粒子（核子）の集合体

- 有限量子多体系
- 自己束縛系

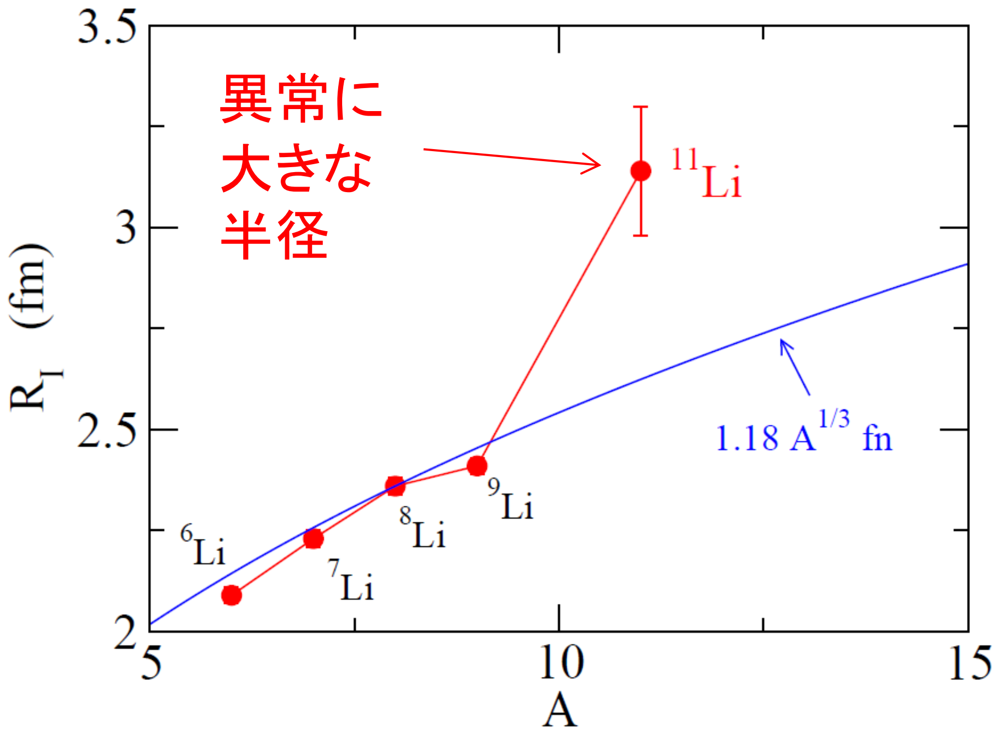
**陽子と中性子という2種類の粒子が織りなす相関**
**→豊富で多様な物理現象**

不安定核の物理:
陽子･中性子数の人工的制御によって原子核の新しい形態を明らかにする

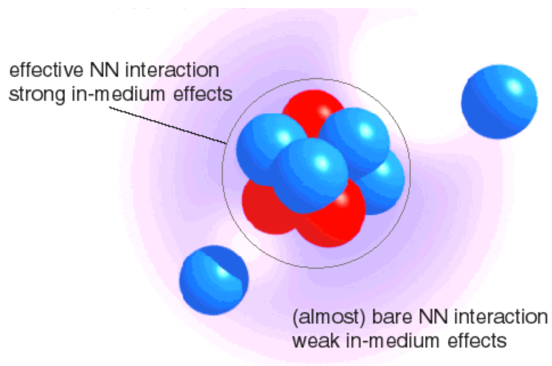
✓ 中性子過剰･陽子過剰な原子核の性質は?
✓ 安定な原子核に比べて何が変わるのか?

# 不安定核研究の本格的幕開け：相互作用断面積測定（1985）

谷畑さん@バークレー




I. Tanihata et al., PRL55 (‘85) 2676



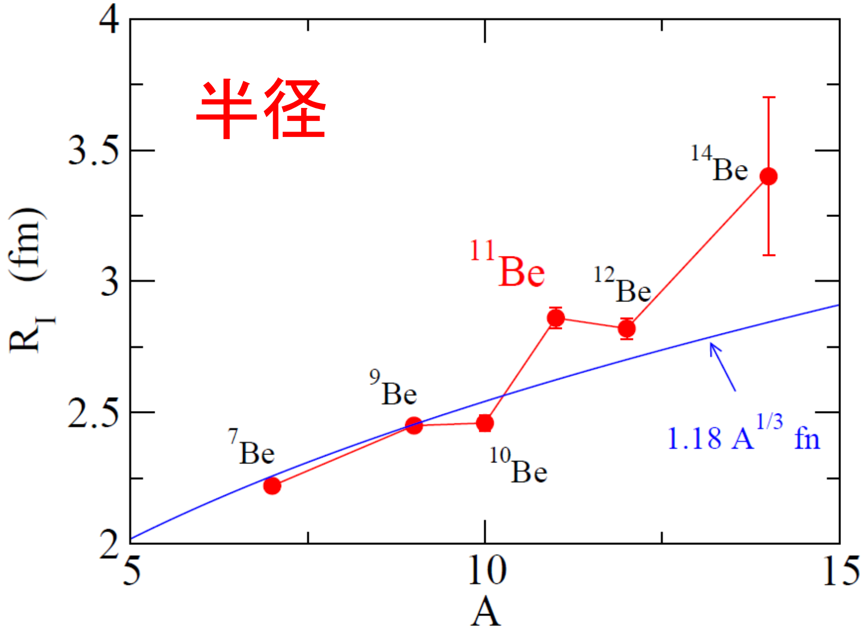

ハローの発見

理研 RIBF

FRIB（MSU）

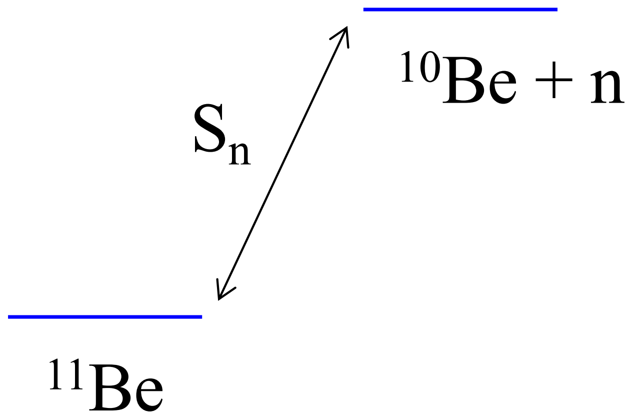
# 1中性子ハロー核とは何か

典型的な例 : ${}^{11}{}_{4}\mathrm{Be}_{7}$




I. Tanihata et al.,
PRL55('85)2676; PLB206('88)592

1中性子分離エネルギー



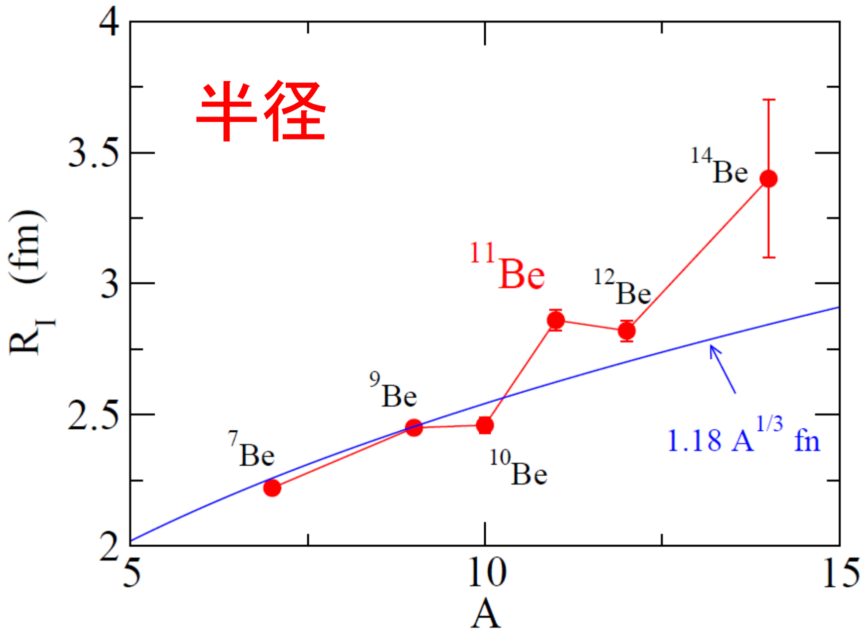

$S_n$ = 504 +/- 6 keV

非常に小さい

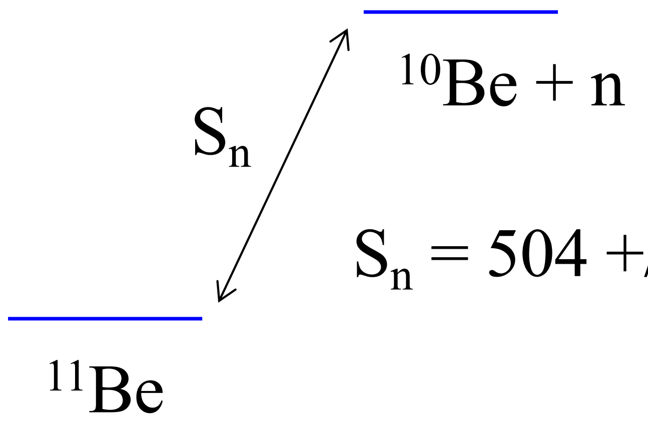
ちなみに ${}^{13}$C では、
$S_n$ = 4.95 MeV

# 1中性子ハロー核

典型的な例: $^{11}{}_{4}Be_{7}$

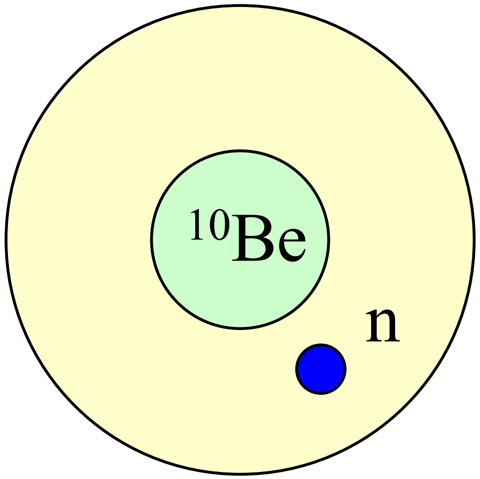



1中性子分離エネルギー




$S_n$ = 504 +/- 6 keV

解釈: $^{10}$Be のまわりに1つの中性子が弱く束縛され薄く広がっている



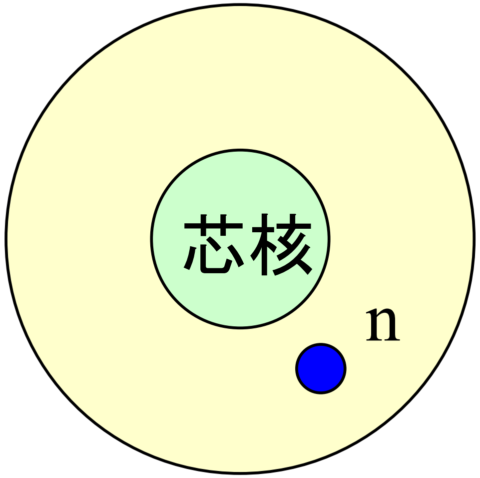

$$\psi(r) \sim \exp(-\kappa r) \qquad \kappa = \sqrt{2m|\epsilon|/\hbar^2}$$

弱く束縛された系

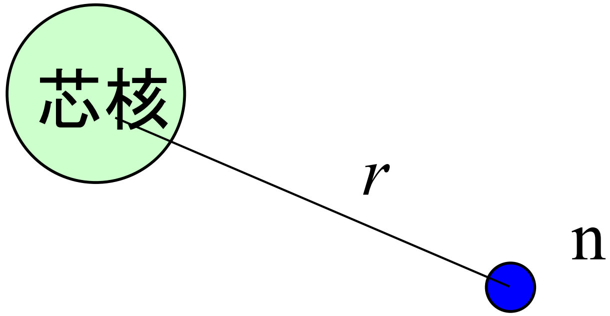
↓

密度分布の空間的広がり（ハロー構造）

# 一粒子運動の性質：束縛状態




芯核と中性子でできる2体問題と近似



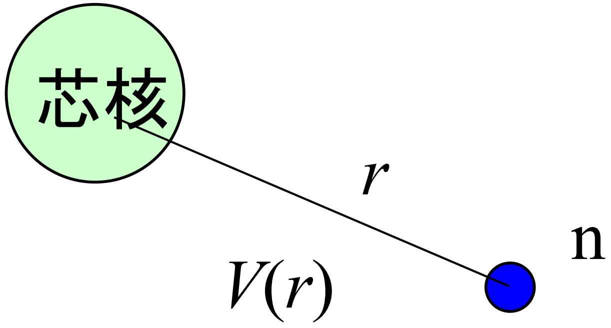

相対距離 $r$ の関数として球対称ポテンシャル $V(r)$ を仮定。

cf. 平均場ポテンシャル：

$$V(\boldsymbol{r}) \sim \int v(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')\rho(\boldsymbol{r}')d\boldsymbol{r}'$$

相対運動のハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r)$$




## 相対運動のハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r)$$

簡単のためスピン軌道相互作用はないとすると
（$ls$ 力がなくても本質は変わらない）

$$\boxed{\Psi_{lmm_s}(\boldsymbol{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}})\,\chi_{m_s}}$$

$$\boxed{\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r) - \epsilon_l\right] u_l(r) = 0}$$

境界条件（束縛状態）：

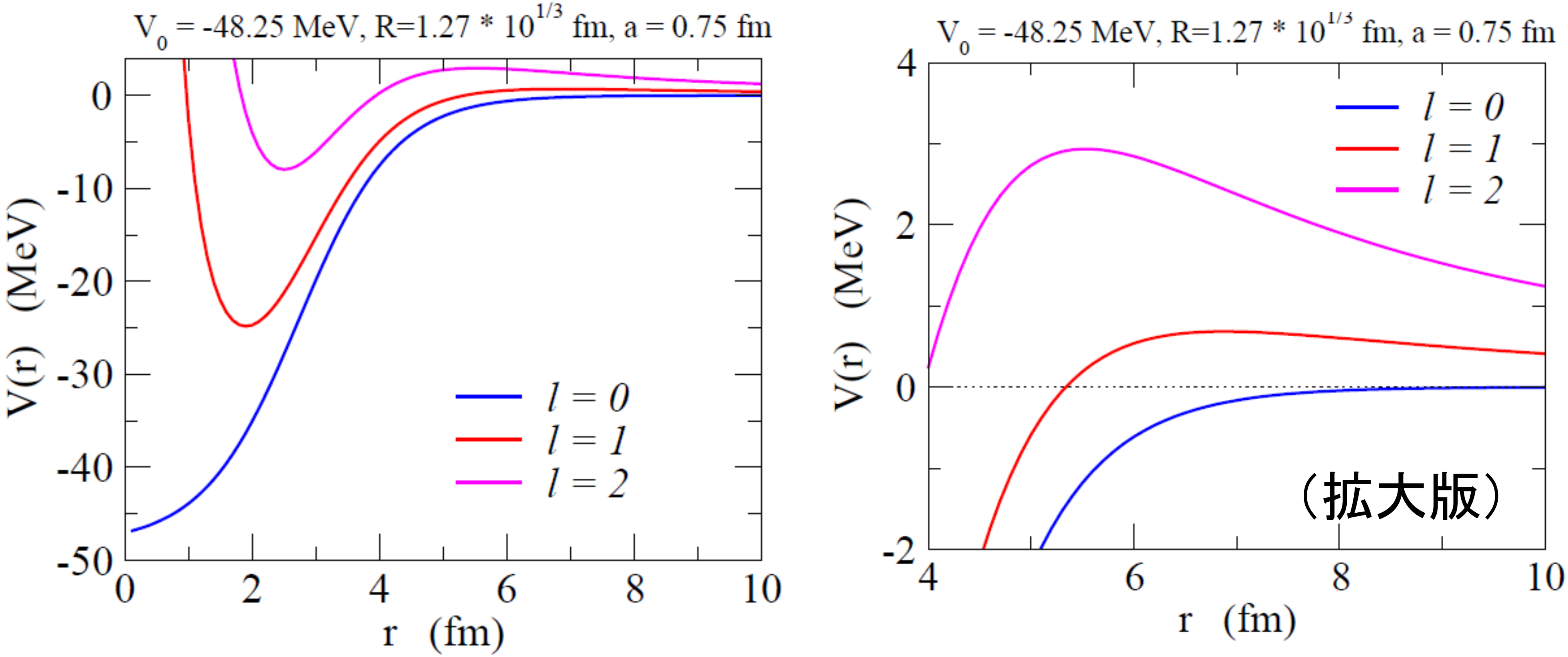
$$\begin{aligned} u_l(r) &\sim r^{l+1} & (r \sim 0) \\ &\to e^{-\kappa r} & (r \to \infty) \end{aligned}$$

正確には modified 球ベッセル関数
（球ハンケル関数）

# 角運動量とハロー現象

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2}+\underline{\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}}+V(r)-\epsilon_l\right]u_l(r)=0$$

遠心力ポテンシャル




遠心力障壁の高さ: 0 MeV ($l = 0$), 0.69 MeV ($l = 1$), 2.94 MeV ($l = 2$)

# ゼロ・エネルギーにおける振る舞い

K. Riisager, A.S. Jensen, and P. Moller, NPA548 ('92) 393

$$\boxed{\langle r^2 \rangle = \frac{I_2}{I_0} \sim \frac{\kappa^{-5}\left(\frac{\epsilon^{-2l+3} - (\kappa R)^{-2l+3}}{-2l+3} + \cdots\right)}{\kappa^{-3}\left(\frac{\epsilon^{-2l+1} - (\kappa R)^{-2l+1}}{-2l+1} + \cdots\right)}}$$

$$\kappa = \sqrt{2\mu|\epsilon|/\hbar^2}$$

$l = 0$

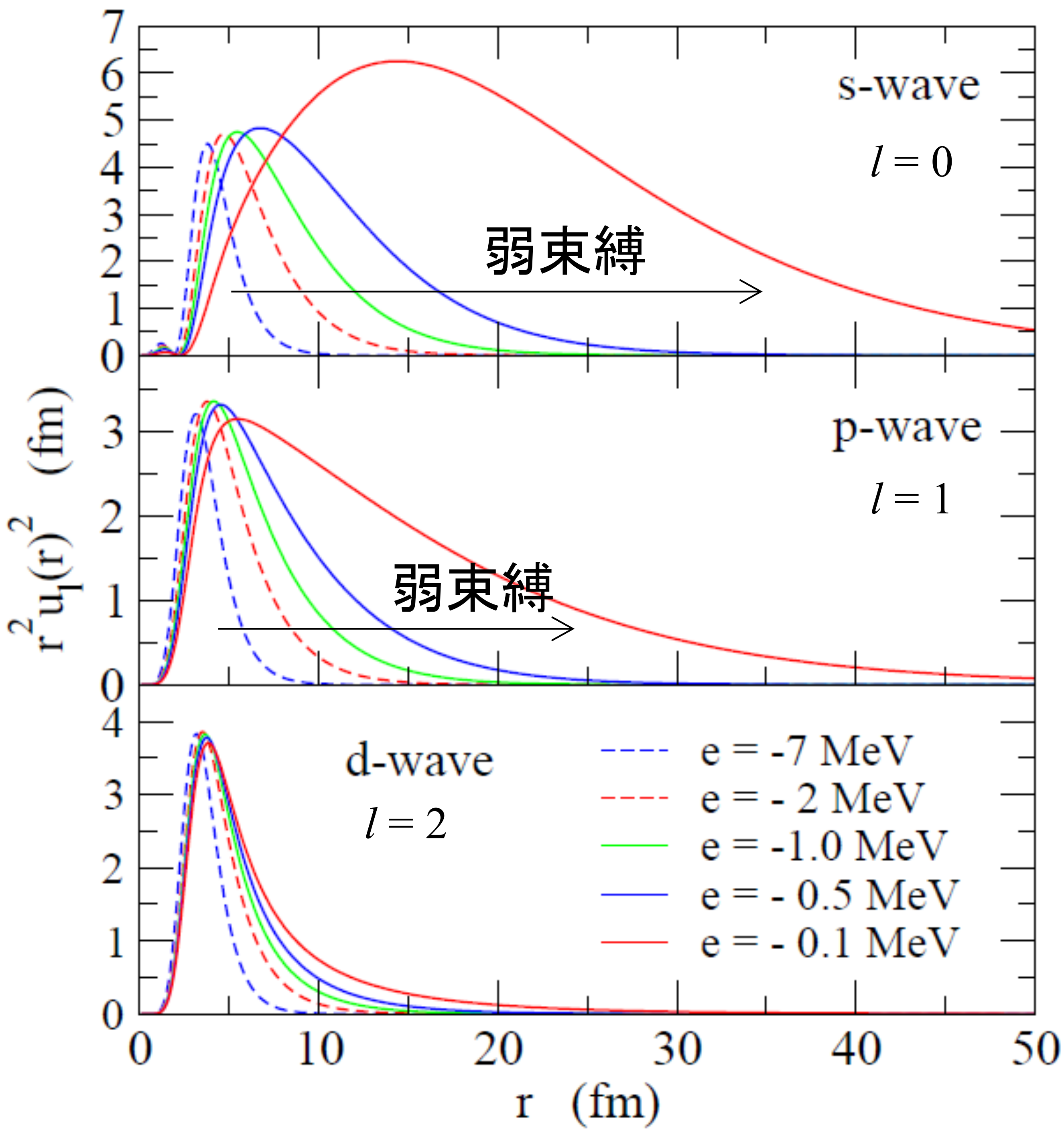
$$\langle r^2 \rangle \sim \frac{\kappa^{-5}\left(\frac{\epsilon^3}{3} + \cdots\right)}{\kappa^{-3}(\epsilon + \cdots)} \propto \kappa^{-2} \to \infty$$

$l = 1$

$$\langle r^2 \rangle \sim \frac{\kappa^{-5}(\epsilon + \cdots)}{\kappa^{-3}\left(\frac{-(\kappa R)^{-1}}{-1} + \cdots\right)} \propto \kappa^{-1} \to \infty$$

$l \geq 2$

$$\langle r^2 \rangle \sim \frac{\kappa^{-5}\left(\frac{-(\kappa R)^{-2l+3}}{-2l+3} + \cdots\right)}{\kappa^{-3}\left(\frac{-(\kappa R)^{-2l+1}}{-2l+1} + \cdots\right)} \propto \kappa^{0} \to \text{finite}$$

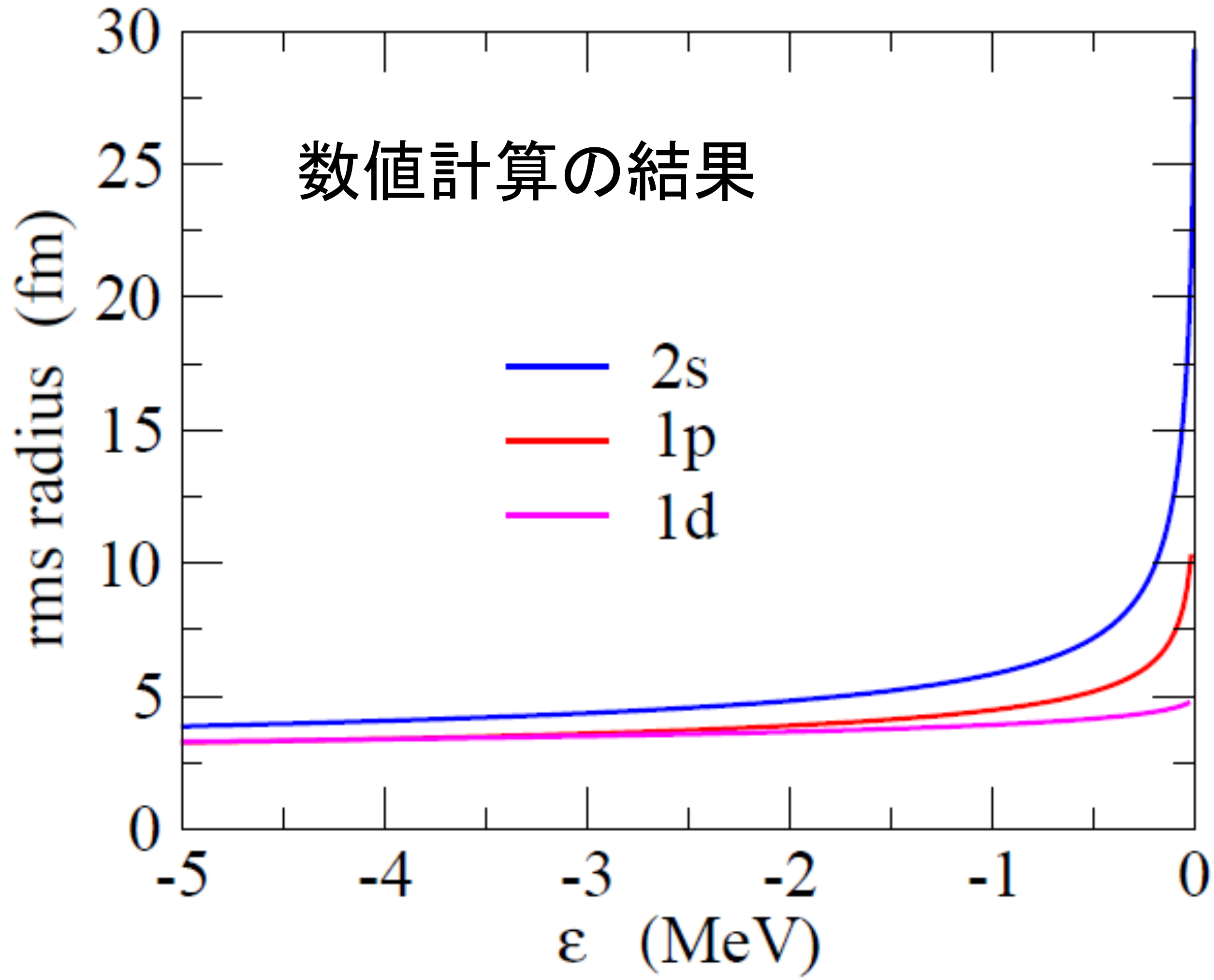

s-wave
$l = 0$
弱束縛
p-wave
$l = 1$
弱束縛
d-wave
$l = 2$
e = -7 MeV
e = - 2 MeV
e = -1.0 MeV
e = - 0.5 MeV
e = - 0.1 MeV
$r^2 u_l(r)^2$ (fm)
r (fm)

$$\langle r^2 \rangle \propto \begin{cases} 1/|\epsilon_0| & (l=0) \\ 1/\sqrt{|\epsilon_1|} & (l=1) \\ \text{finite} & (l=2) \end{cases}$$

⇩

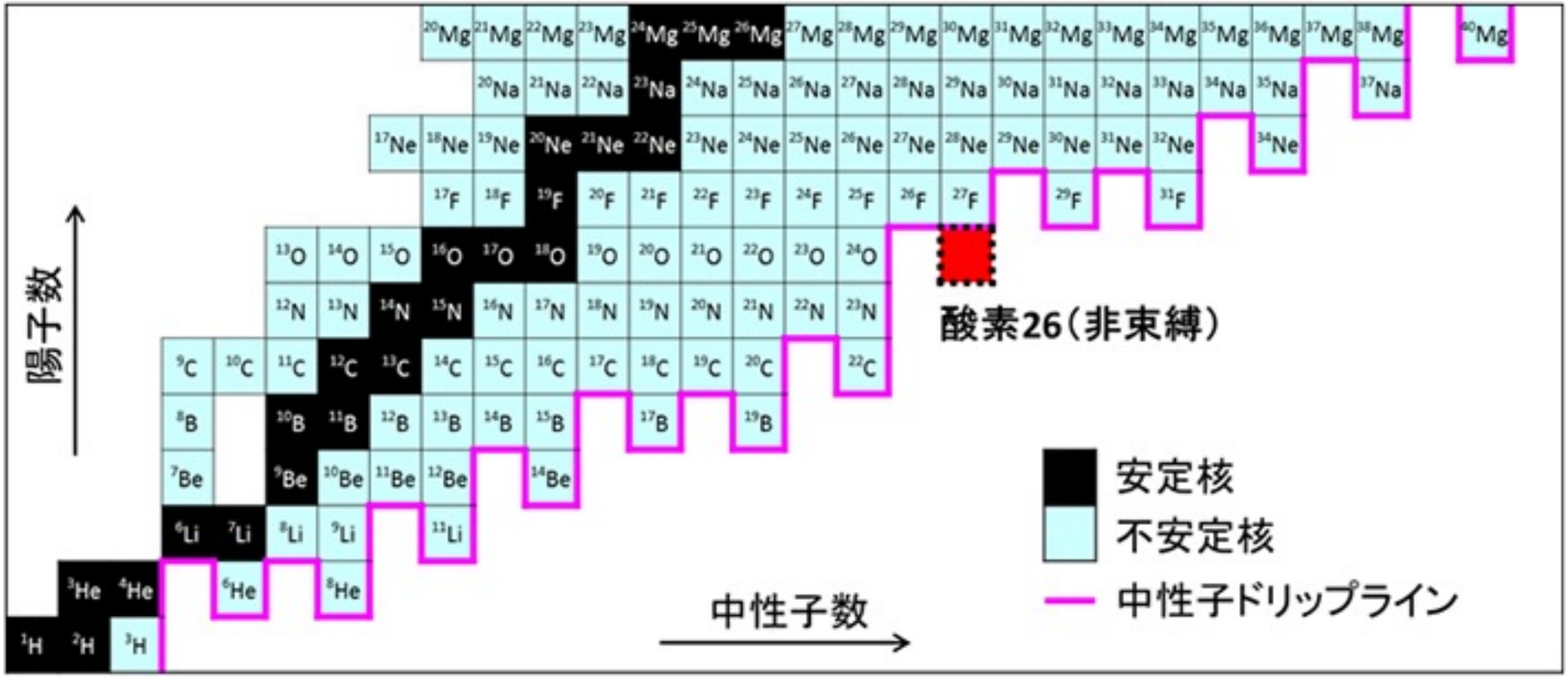
半径は $l$=0,1 では発散
（ゼロ・エネルギー極限）

⇩




ハロー（異常に大きい半径）は $l = 0$ or 1
かつ弱束縛の場合のみ起きる

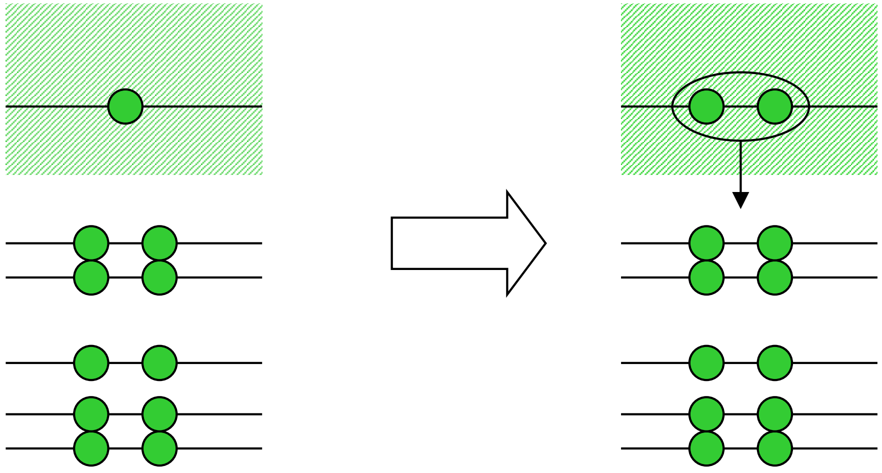
# 中性子ドリップ線と対相関



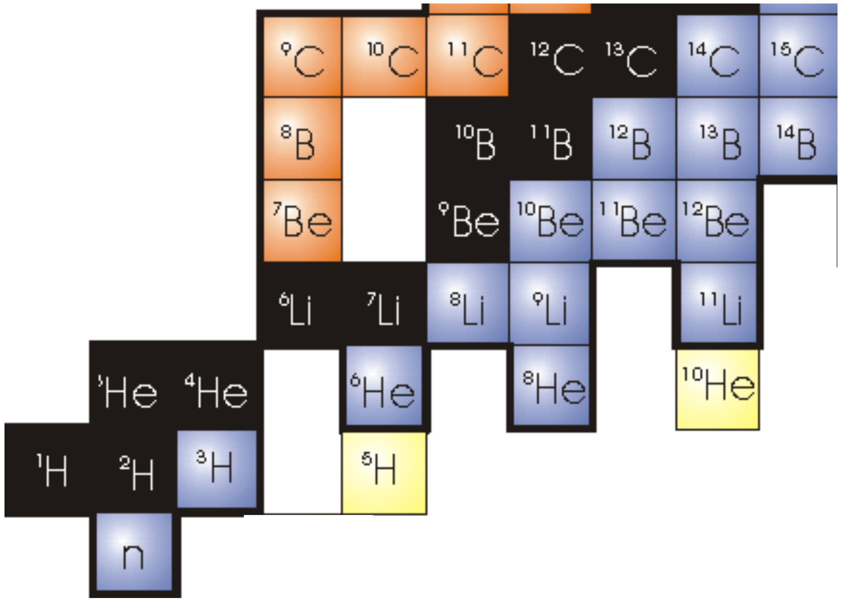

東工大プレスリリースの図より

なぜドリップラインがギザギザなのか?

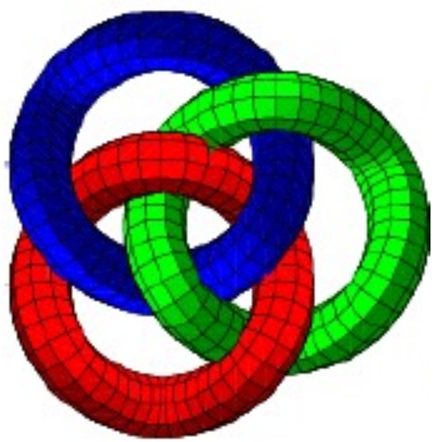
# 核子間の対相関のため



不安定　　　　　　安定




## ボロミアン原子核

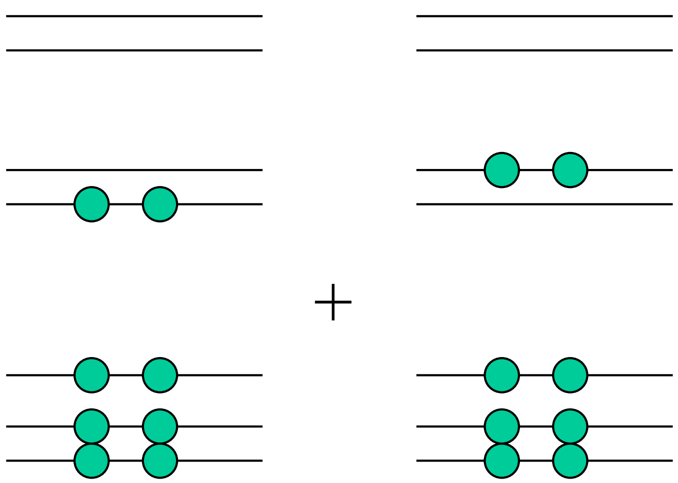


2体では束縛しないが3体系として束縛

$$^{6}\mathrm{He} = {}^{4}\mathrm{He} + n + n$$
$$^{11}\mathrm{Li} = {}^{9}\mathrm{Li} + n + n$$ など

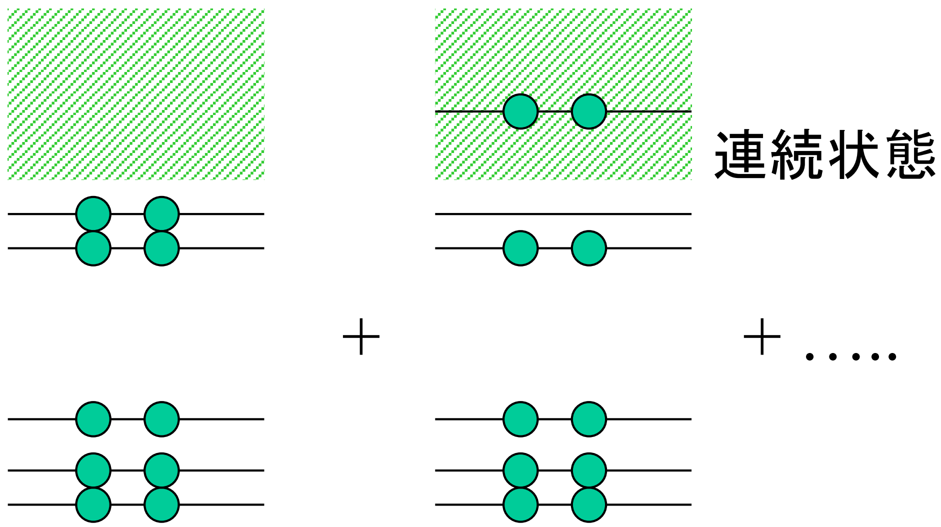
# 弱束縛核における対相関

$$H=\sum_i T_i+\sum_{i<j} v_{ij} \rightarrow H=\sum_i (T_i+V_i)+\underbrace{\sum_{i<j} v_{ij}-\sum_i V_i}_{\text{平均からのずれ（残留相互作用）}}$$



安定な原子核

$\longrightarrow$ 超流動状態

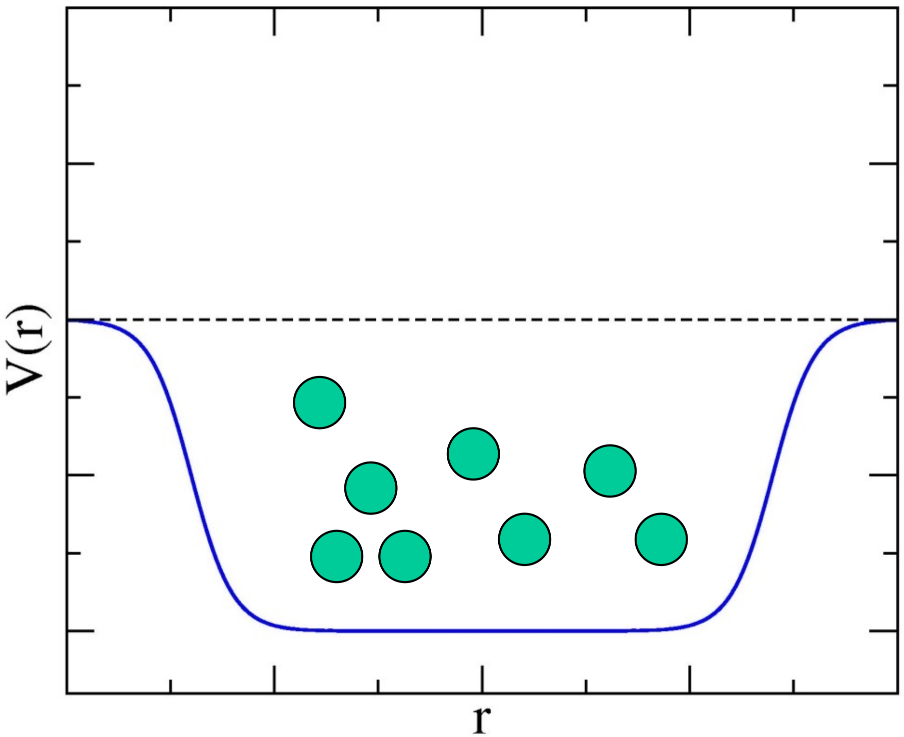


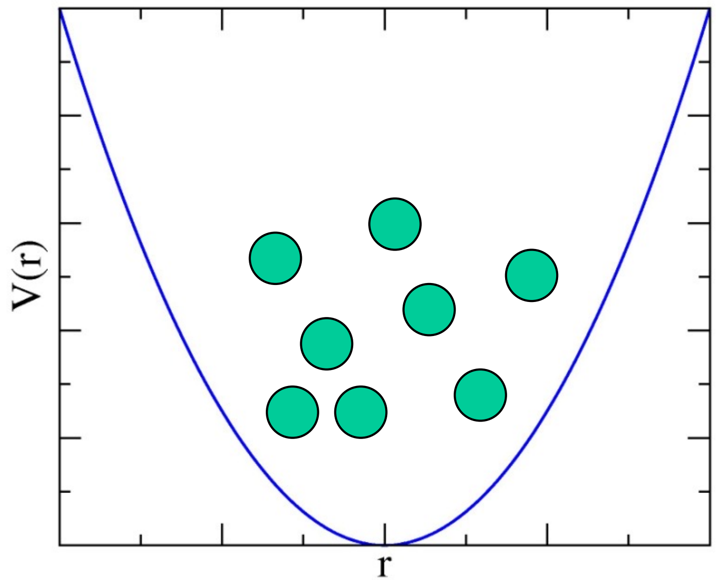

弱く束縛された系

# 中性子過剰核の物理

✓ 弱束縛系
✓ 残留相互作用(対相関)
✓ 連続状態との結合

ポテンシャルの井戸に束縛された相互作用する多フェルミオン系



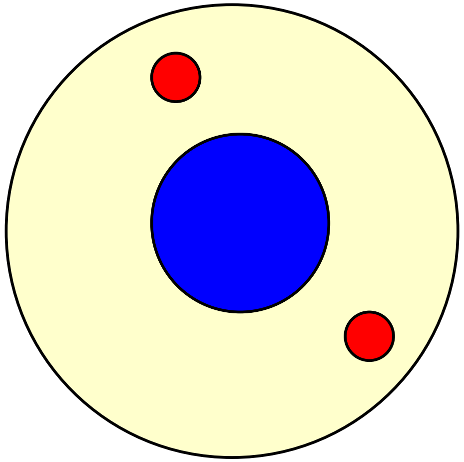




cf. a harmonic trap

- 有限の深さを持つ井戸
- 自己無撞着性

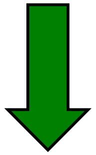
➡ とてもチャレンジングな問題

# ダイ・ニュートロン相関



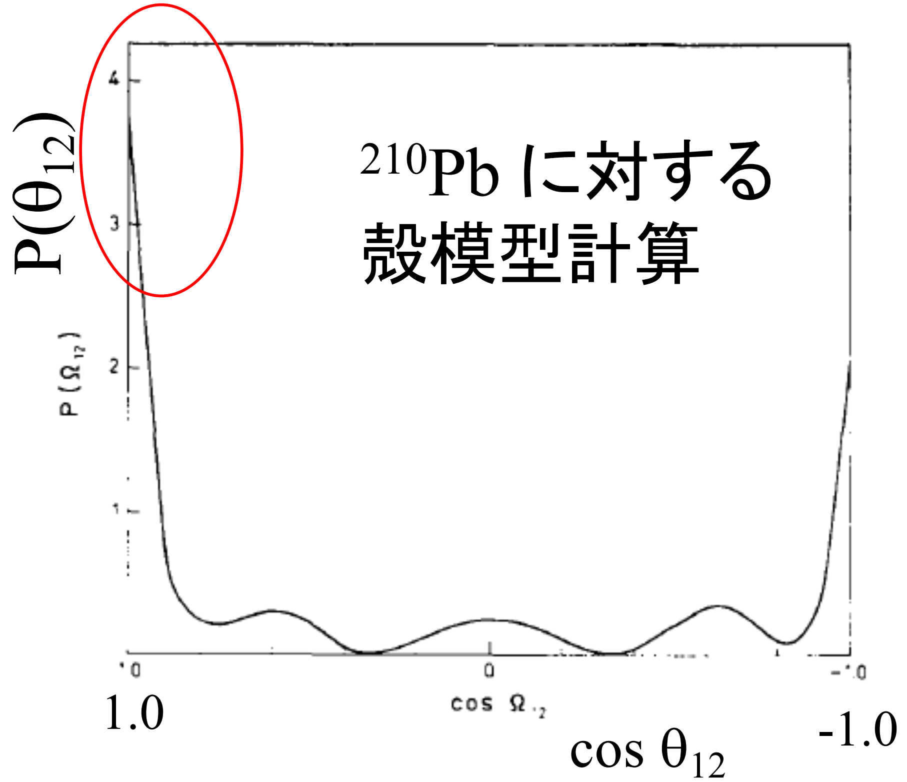
原子核中での2中性子の空間的配置?

独立粒子
→片方の中性子がどこにいようとも関知せず

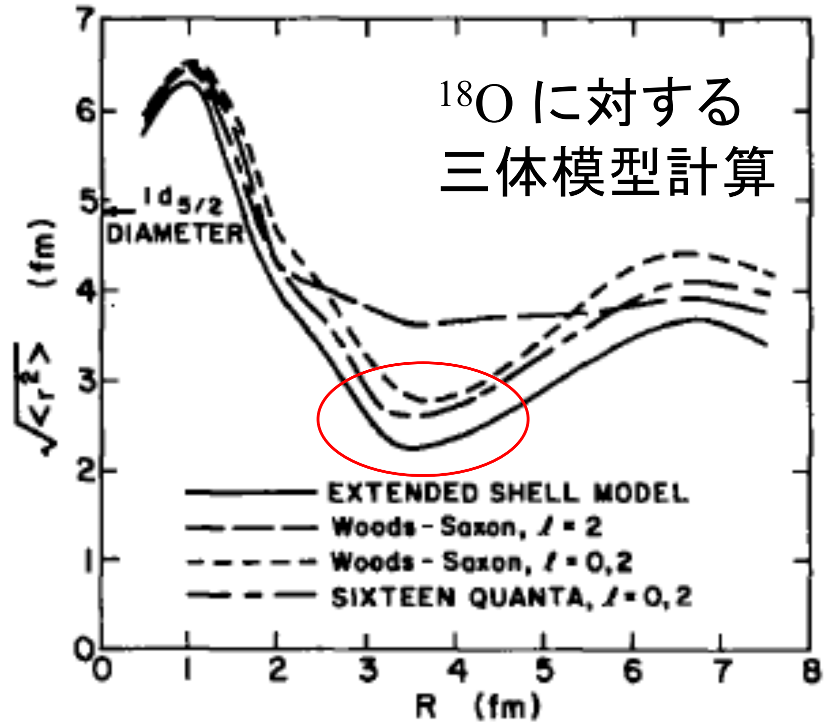


対相関が働くとどうなるか?

# この問題はかなり古くから議論されてきた




G.F. Bertsch, R.A. Broglia, and C. Riedel, NPA91(‘67)123




R.H. Ibarra et al., NPA288(‘77)397

2中性子は空間的に局在している（ダイ・ニュートロン相関）

cf. A.B. Migdal, “Two interacting particles in a potential well”, Soviet J. of Nucl. Phys. 16 (‘73) 238.

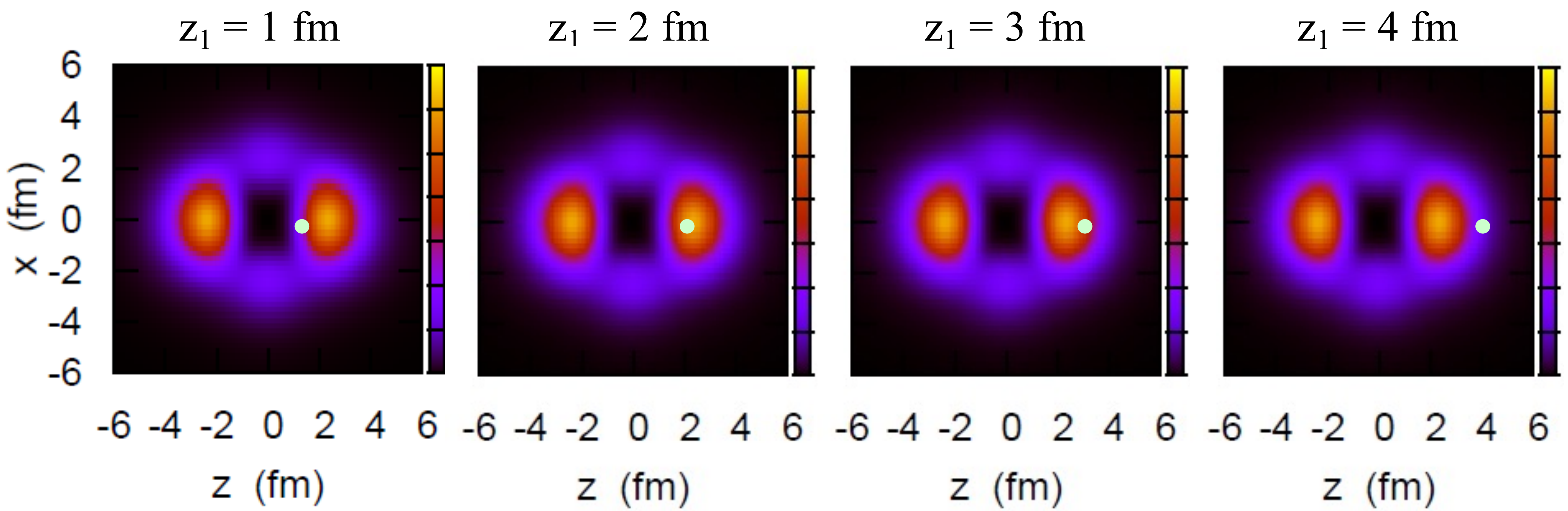
## Dineutron 相関とはどういうものか?

相関: $\langle AB \rangle \neq \langle A \rangle \langle B \rangle$

例) $^{18}O = {}^{16}O + n + n$　　cf. $^{16}O + n$ : 3つの束縛状態($1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$)

i) 2中性子相関がない場合　$|nn\rangle = |(1d_{5/2})^2\rangle$

中性子1を $z_1$ に置いたときの中性子2の分布:




✓2つの粒子が独立に運動
✓中性子1がどこにいても中性子2の分布は影響されない

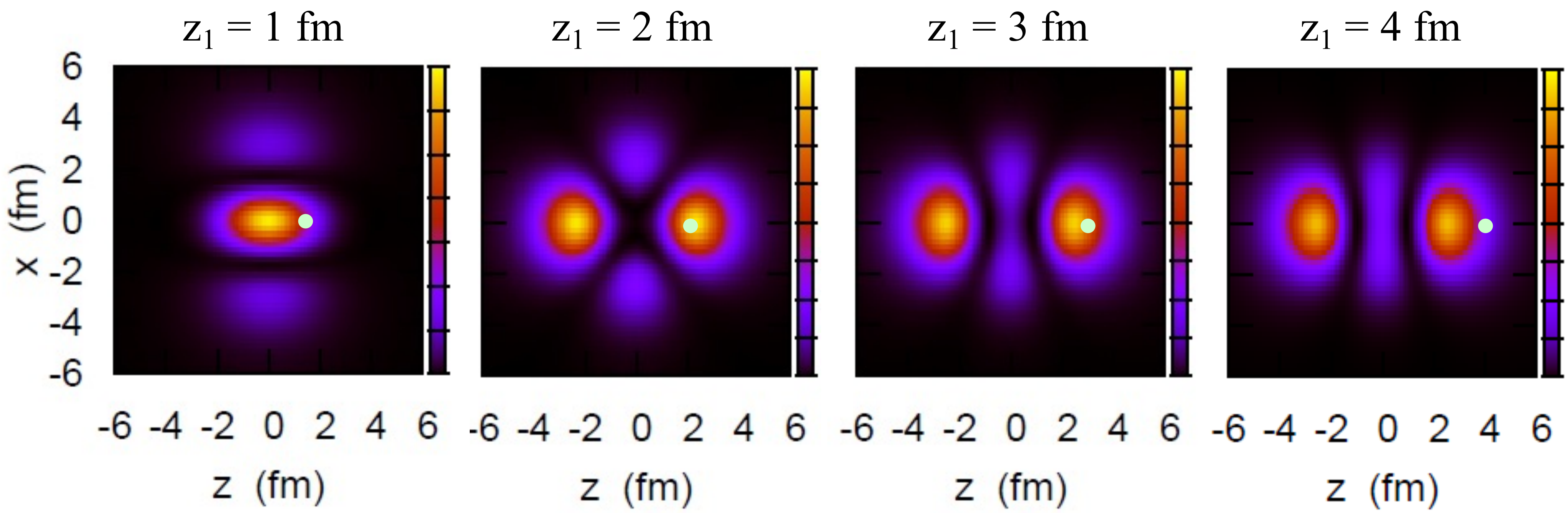
$$\langle AB \rangle = \langle A \rangle \langle B \rangle$$

Dineutron 相関とはどういうものか?　　相関: $\langle AB\rangle \neq \langle A\rangle\langle B\rangle$

例) $^{18}O = {}^{16}O + n + n$　　cf. $^{16}O + n$ : 3つの束縛状態($1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$)

ii) 2中性子相関が同パリティ状態(束縛状態)にのみ働く場合

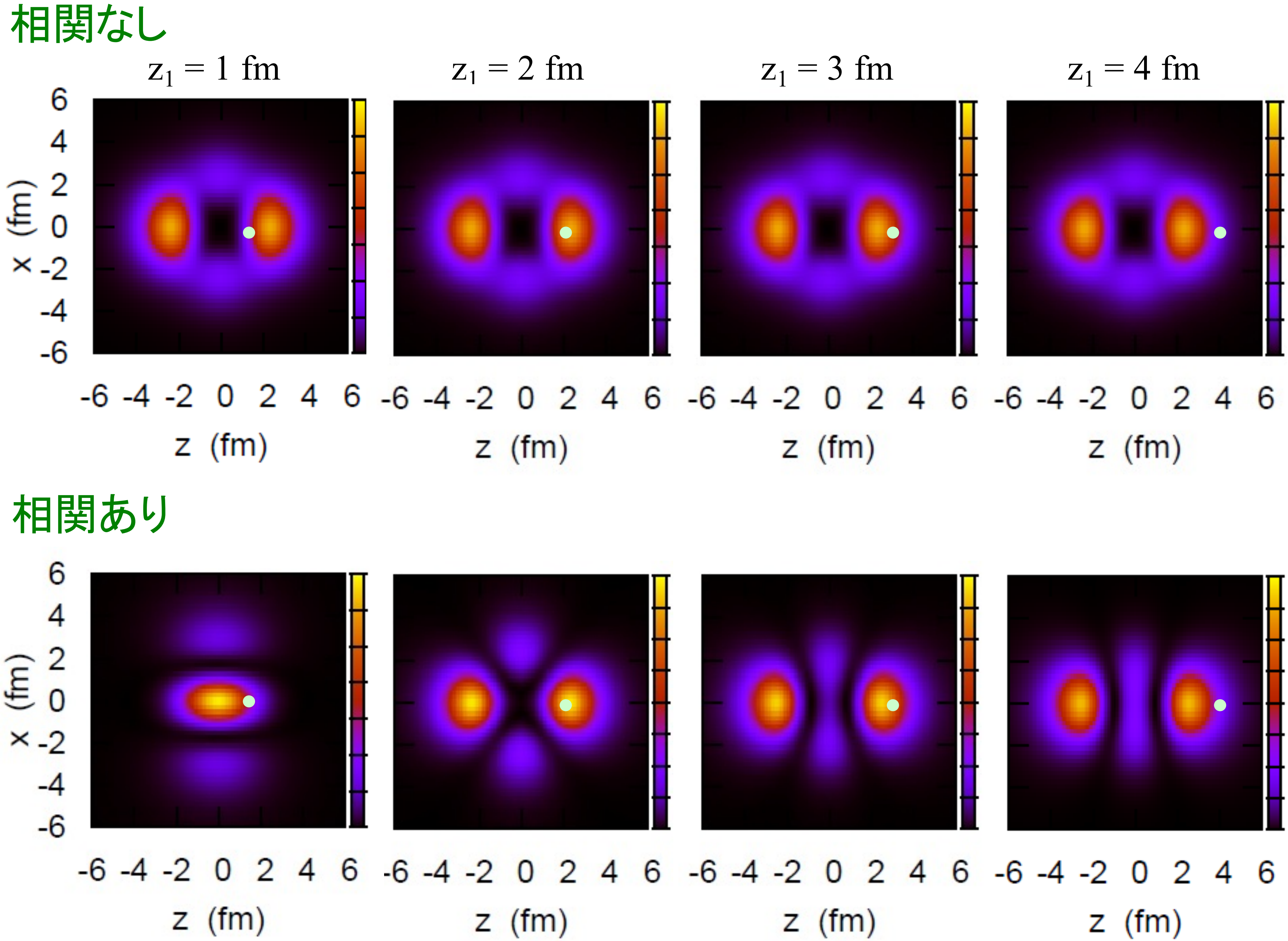
$$|nn\rangle = \alpha|(1d_{5/2})^2\rangle + \beta|(2s_{1/2})^2\rangle + \gamma|(1d_{3/2})^2\rangle$$




✓中性子1とともに中性子2の分布が変化 (2中性子相関)

✓ただし、中性子2は $z_1$ と $-z_1$ の両方にピーク

⟶ このようなものは di-neutron 相関とは言わない


相関なし
$z_1 = 1$ fm
$z_1 = 2$ fm
$z_1 = 3$ fm
$z_1 = 4$ fm
x (fm)
z (fm)
相関あり

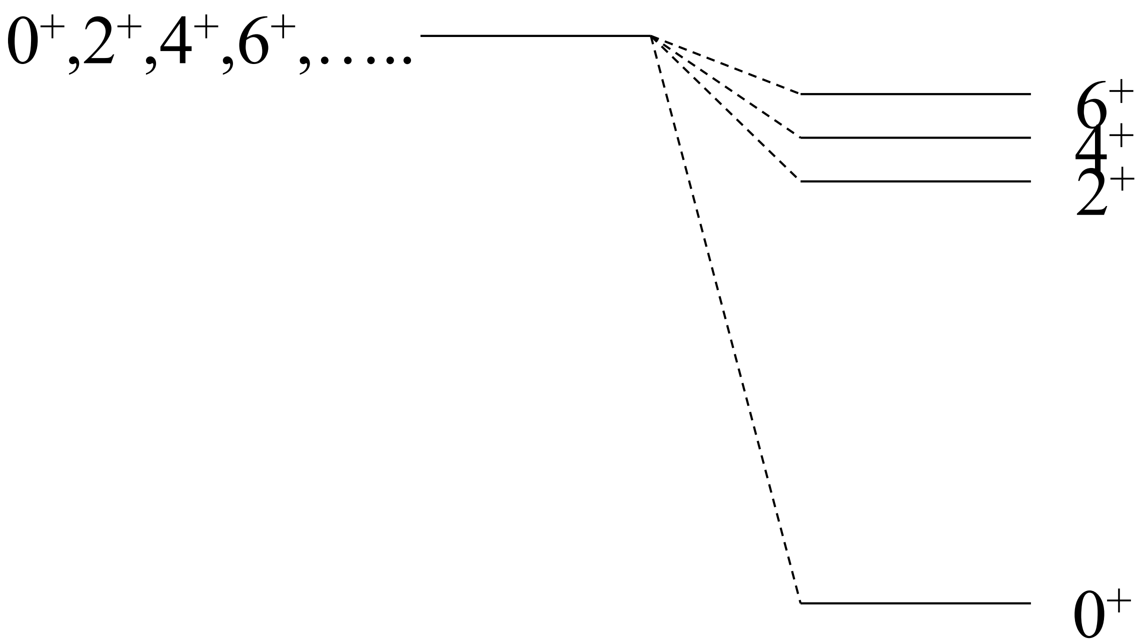
## Dineutron 相関とはどういうものか?

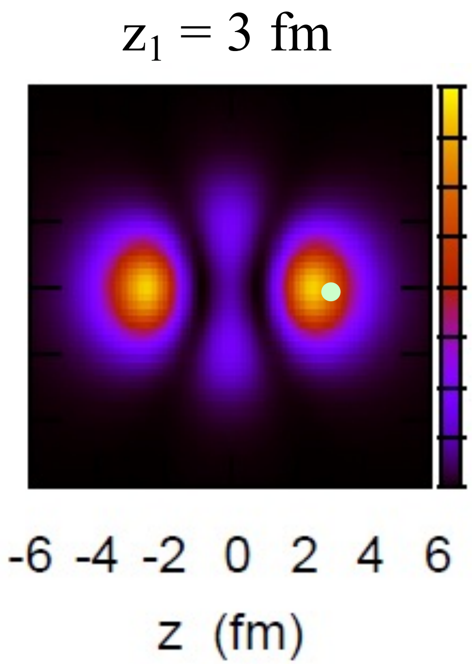
相関:　$\langle AB \rangle \neq \langle A \rangle \langle B \rangle$

例) $^{18}O = {}^{16}O + n + n$　　cf. $^{16}O + n$ : 3つの束縛状態($1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$)

ii) 2中性子相関が同パリティ状態(束縛状態)にのみ働く場合

$$|nn\rangle = \alpha|(1d_{5/2})^2\rangle + \beta|(2s_{1/2})^2\rangle + \gamma|(1d_{3/2})^2\rangle$$




ペアリングを適当に効かせても2中性子の空間分布がコンパクトになるとは限らない

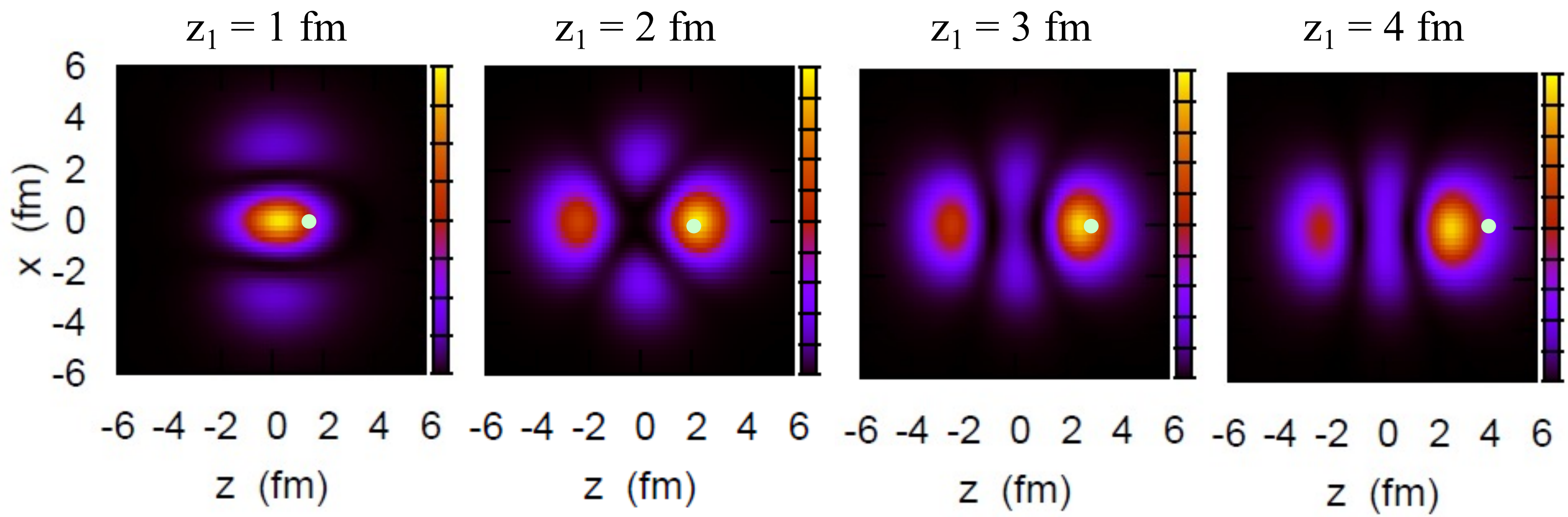
## Dineutron 相関とはどういうものか?

相関: $\langle AB \rangle \neq \langle A \rangle \langle B \rangle$

例) $^{18}O = {}^{16}O + n + n$ cf. $^{16}O + n$ : 3つの束縛状態 ($1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$)

iii) 2中性子相関が連続状態にも働く場合

$$|nn\rangle = \sum_{n,n',j,l} C_{nn'jl} |(nn'jl)^2\rangle$$



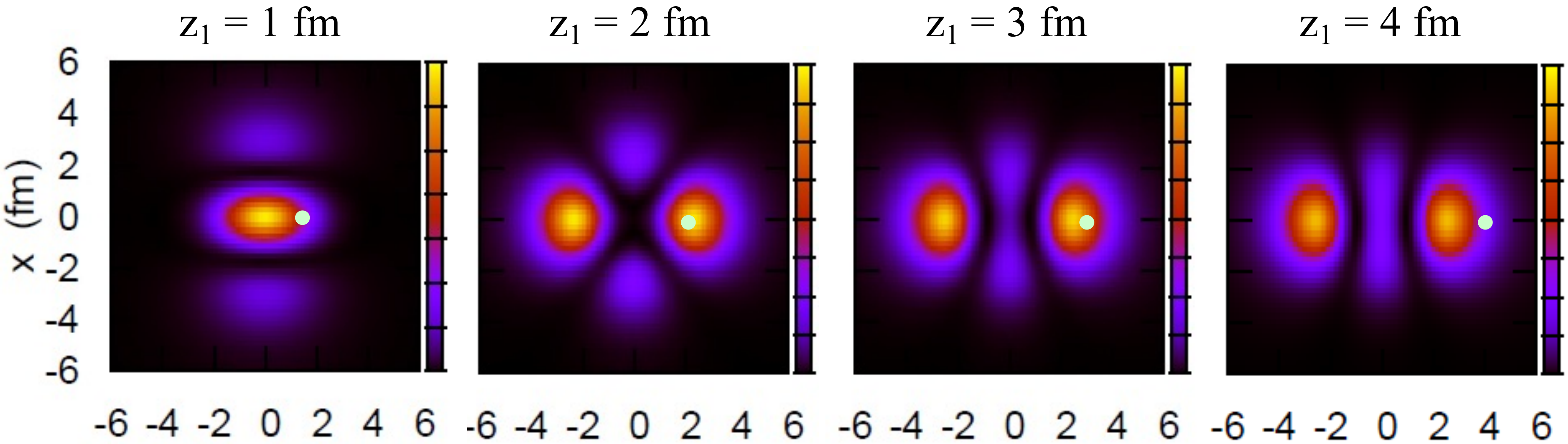

✓空間的な相関:中性子2の密度は中性子1側にかたよる

✓パリティ混合が本質的な役割 (dineutron 相関)

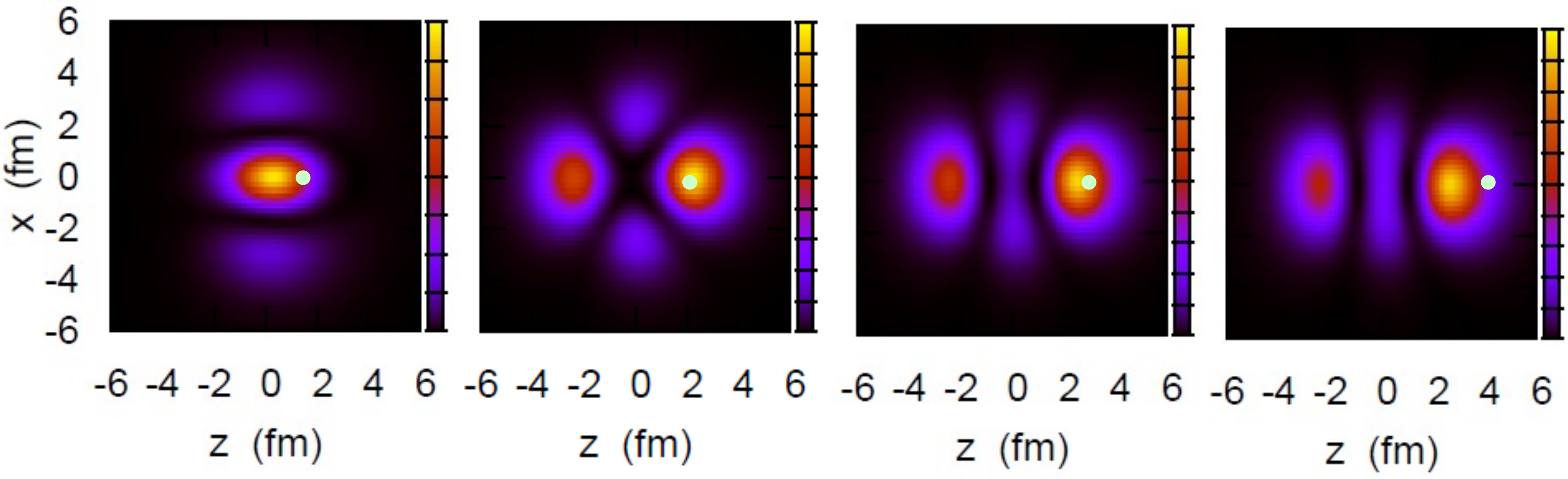
cf. F. Catara, A. Insolia, E. Maglione, and A. Vitturi, PRC29('84)1091

例）$^{18}O = {}^{16}O + n + n$　　cf. $^{16}O + n$ : 3つの束縛状態（$1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$）

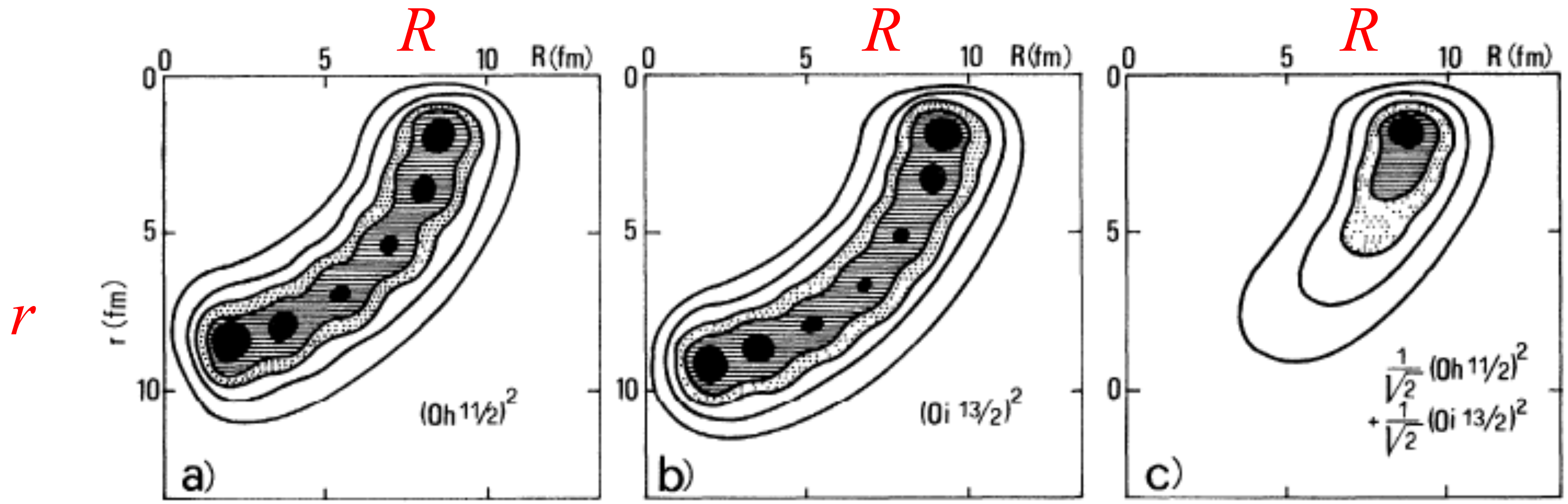
i) 正パリティのみ　⟶　不十分




ii) 正＋負パリティ（束縛＋連続状態）

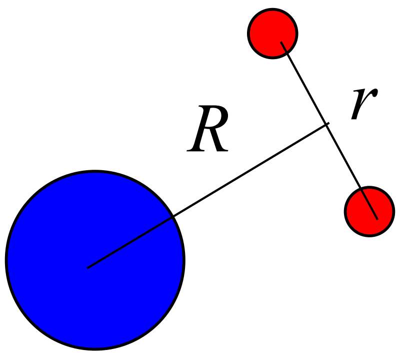


# dineutron 相関は異なるパリティ状態の混合によって生じる




$(0h_{11/2})^2$ $(0i_{13/2})^2$ $\frac{1}{\sqrt{2}}(0h_{11/2})^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(0i_{13/2})^2$

F. Catara, A. Insolia, E. Maglione, and A. Vitturi, PRC29('84)1091



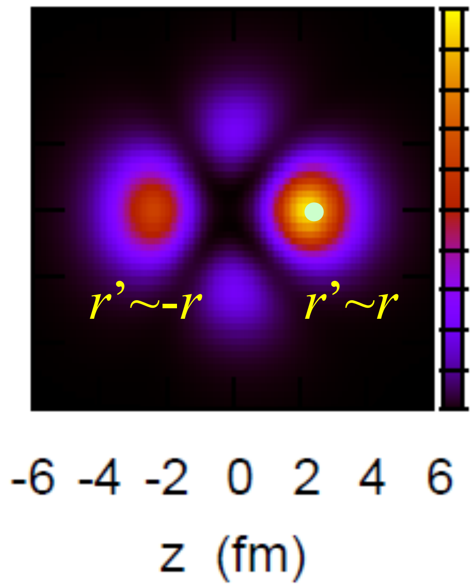
# なぜ違うパリティ状態の混合が重要か?

$$\Psi(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') = \left[C_{\rm ee}\,\phi_e(\boldsymbol{r})\phi_e(\boldsymbol{r}') + C_{\rm oo}\,\phi_o(\boldsymbol{r})\phi_o(\boldsymbol{r}')\right]|S=0\rangle$$

とする。

$$\Psi(\boldsymbol{r},-\boldsymbol{r}') = \left[C_{\rm ee}\,\phi_e(\boldsymbol{r})\phi_e(\boldsymbol{r}') - C_{\rm oo}\,\phi_o(\boldsymbol{r})\phi_o(\boldsymbol{r}')\right]|S=0\rangle$$

$$\begin{aligned}\rho(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}) \;&=\; C_{\rm ee}^2\,|\phi_e(\boldsymbol{r})|^4 + C_{\rm oo}^2\,|\phi_o(\boldsymbol{r})|^2 \\ &\quad \boxed{+C_{\rm ee}C_{\rm oo}\,[\phi_e^*(\boldsymbol{r})]^2[\phi_o(\boldsymbol{r})]^2} \\ &\quad +c.c.\end{aligned}$$




$$\begin{aligned}\rho(\boldsymbol{r},-\boldsymbol{r}) \;&=\; C_{\rm ee}^2\,|\phi_e(\boldsymbol{r})|^4 + C_{\rm oo}^2\,|\phi_o(\boldsymbol{r})|^2 \\ &\quad \boxed{-C_{\rm ee}C_{\rm oo}\,[\phi_e^*(\boldsymbol{r})]^2[\phi_o(\boldsymbol{r})]^2} \\ &\quad +c.c.\end{aligned}$$

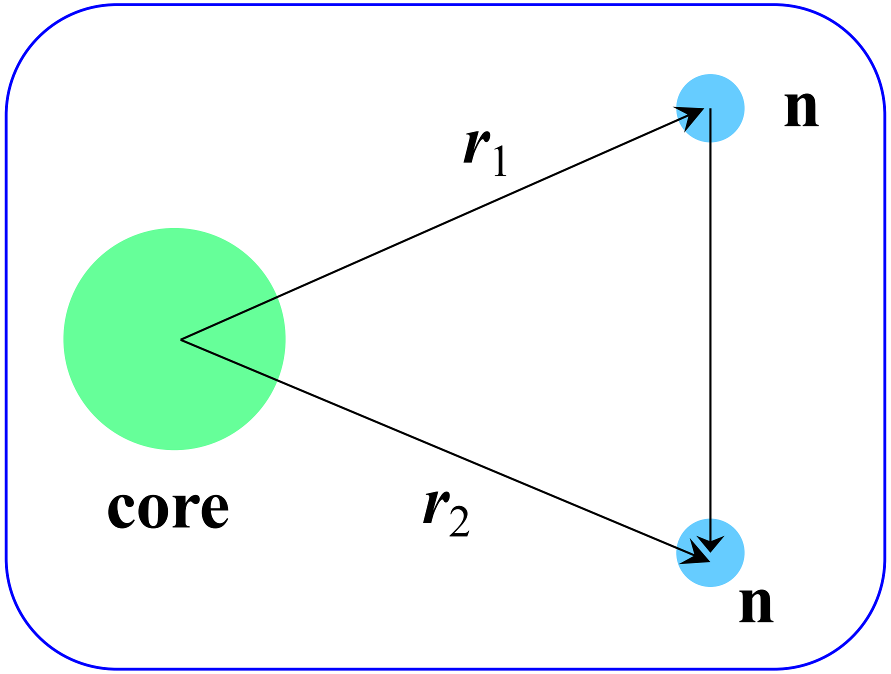
干渉項の入り方が逆

# Bertsch-Esbensenの３体模型

$^{11}Li = {}^{9}Li + n + n$

$^{6}He = {}^{4}He + n + n$

G.F. Bertsch and H. Esbensen, Ann. of Phys. 209('91)327
H. Esbensen, G.F. Bertsch, K. Hencken, Phys. Rev. C56('99)3054
K.H. and H. Sagawa, PRC72('05)044321




密度に依存する接触型相互作用

$$v_{nn}(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2) = v_0(1+\alpha\rho_c(r))\times\delta(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2)$$

V-座標

$$\boxed{H = \frac{\boldsymbol{p}_1^2}{2m} + \frac{\boldsymbol{p}_2^2}{2m} + V_{nC}(r_1) + V_{nC}(r_2) + v_{nn} + \frac{(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2)^2}{2A_c m}}$$

# 基底状態の構造 ($J^\pi = 0^+$)

$$
\begin{aligned}
H &= \frac{\boldsymbol{p}_1^2}{2m} + \frac{\boldsymbol{p}_2^2}{2m} + V_{nC}(r_1) + V_{nC}(r_2) + v_{nn} + \frac{(\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2)^2}{2A_c m} \\
&= \frac{\boldsymbol{p}_1^2}{2\mu} + \frac{\boldsymbol{p}_2^2}{2\mu} + V_{nC}(r_1) + V_{nC}(r_2) + v_{nn} + \frac{\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{p}_2}{A_c m}
\end{aligned}
$$

$$
\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m} + \frac{1}{A_c m}
$$

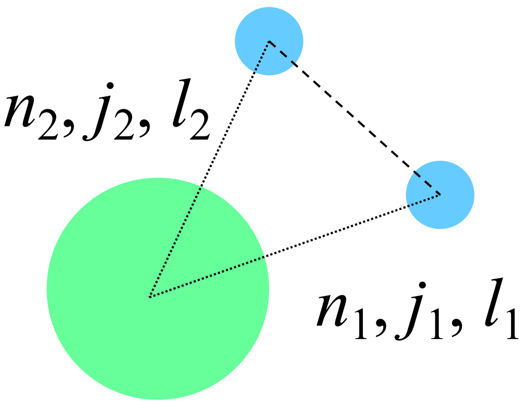
波動関数を適当な基底で展開して対角化する

$$
\Psi_{\mathrm{gs}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \sum_k \alpha_k \, \Phi_k(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')
$$

$$
\longrightarrow \quad \sum_{k'} \langle \Phi_k | H | \Phi_{k'} \rangle \alpha_{k'} = E \alpha_k
$$

# 基底状態の構造 (J$^{\pi}$ = 0$^{+}$)

$$H = \frac{\boldsymbol{p}_1^2}{2\mu} + \frac{\boldsymbol{p}_2^2}{2\mu} + V_{nC}(r_1) + V_{nC}(r_2) + v_{nn} + \frac{\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{p}_2}{A_c m}$$




$v_{nn}$ 及び $\frac{\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{p}_2}{A_c m}$ がないときの解:

$$\boxed{\Phi_{nn'lj}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \mathcal{A}[\psi_{njl}(\boldsymbol{r})\psi_{n'jl}(\boldsymbol{r}')]^{(00)}}$$

$$\left[\frac{\boldsymbol{p}^2}{2\mu} + V_{nC}(r)\right]\psi_{njlm_j}(\boldsymbol{r}) = \epsilon_{njl}\,\psi_{njlm_j}(\boldsymbol{r})$$

$* \; J = 0 \rightarrow j_1 = j_2, \;\; \pi = + \rightarrow l_1 = l_2$

この基底で波動関数を展開する:

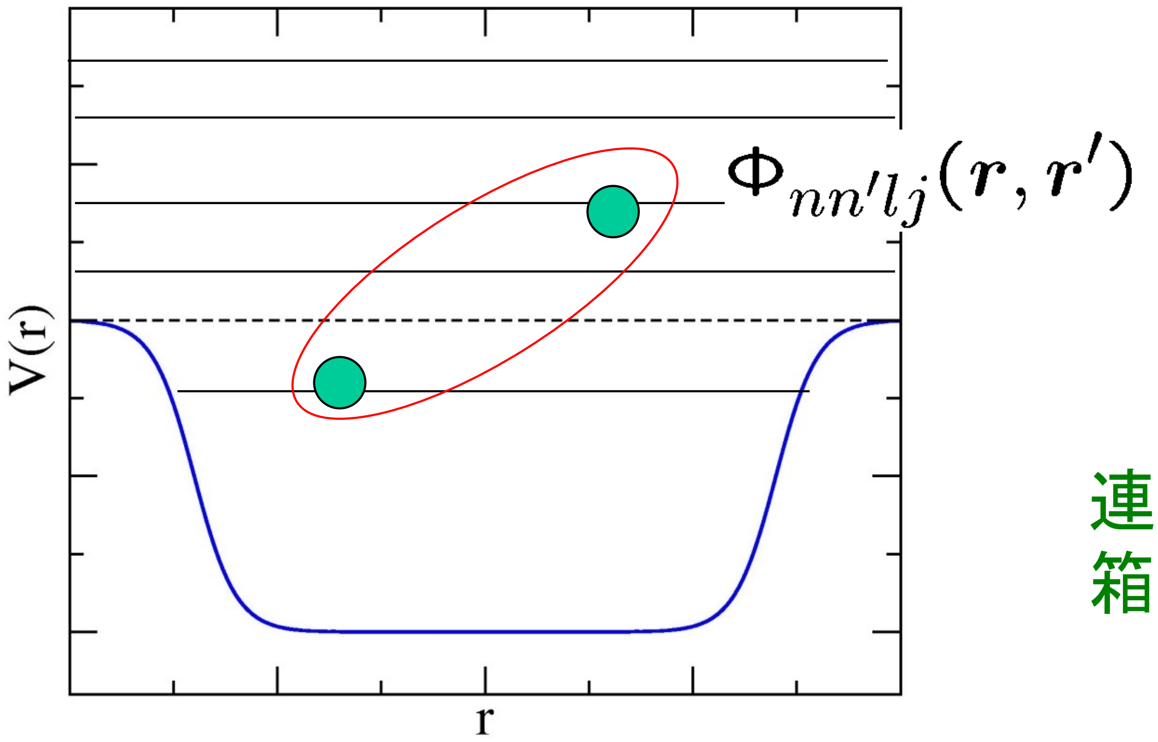
$$\boxed{\Psi_{\mathrm{gs}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \sum_{nn'lj} \alpha_{nn'lj}\, \Phi_{nn'lj}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')}$$

パウリ原理:芯核の軌道は展開の基底から除外

# 基底状態の構造 ($J^\pi = 0^+$)

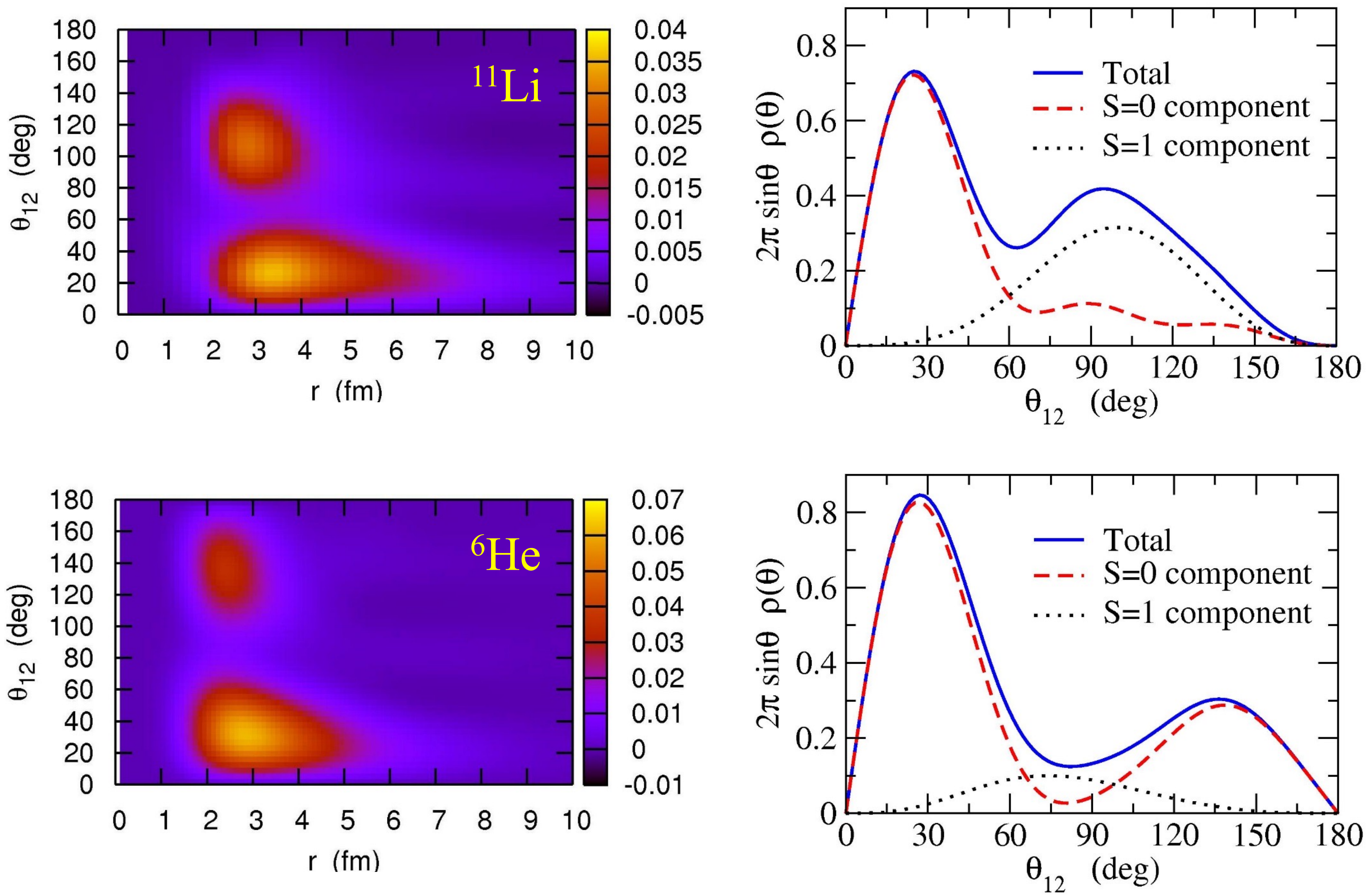
$$H = \frac{\boldsymbol{p}_1^2}{2\mu} + \frac{\boldsymbol{p}_2^2}{2\mu} + V_{nC}(r_1) + V_{nC}(r_2) + v_{nn} + \frac{\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{p}_2}{A_c m}$$

$$\boxed{\Psi_{\mathrm{gs}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \mathcal{A} \sum_{nn'lj} \alpha_{nn'lj} \left[\psi_{njl}(\boldsymbol{r})\psi_{n'jl}(\boldsymbol{r}')\right]^{(00)}}$$




連続状態(散乱状態)は
箱の中に入れて離散化

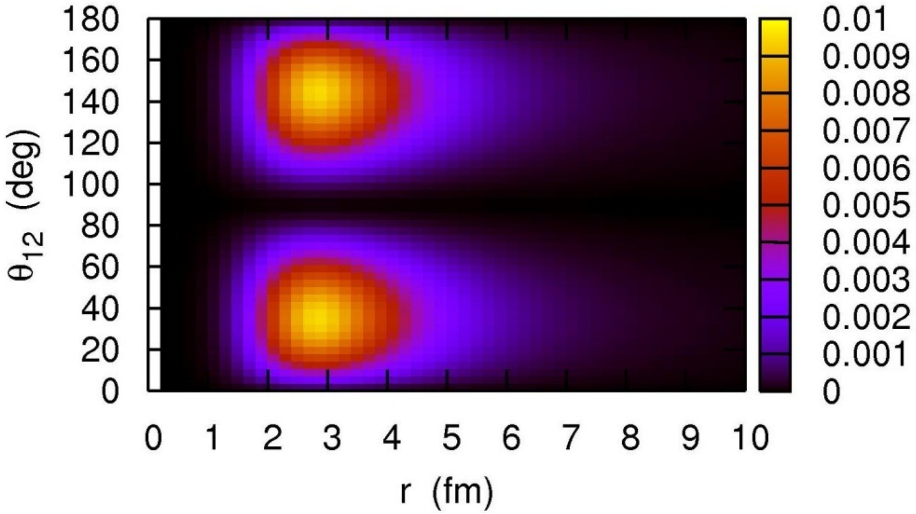
# $^{11}$Li と $^{6}$He の比較



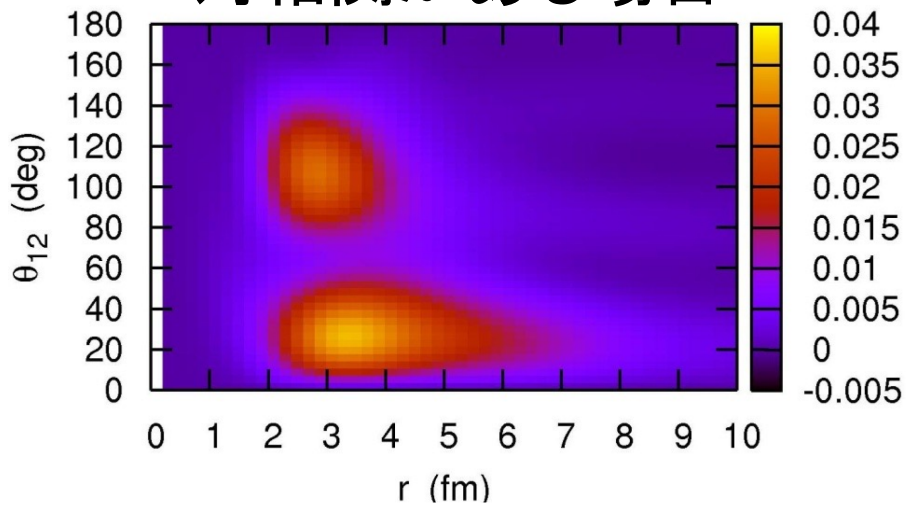
# 対相関力がある場合とない場合の比較:

$^{11}$Li

対相関がない場合 $[1p_{1/2}]^2$




対相関がある場合

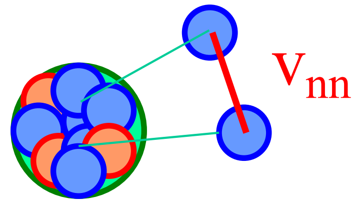



- 対相関がないと、2つの対称的なピーク($p_{1/2}$ 状態を反映)。
- 対相関があると、大きい $\theta$ にあるピークが抑制され、小さい $\theta$ にあるピークが増幅する(ダイニュートロン相関)。
- 小さい $\theta$ にあるピークのテールがのびる(ハロー構造)。

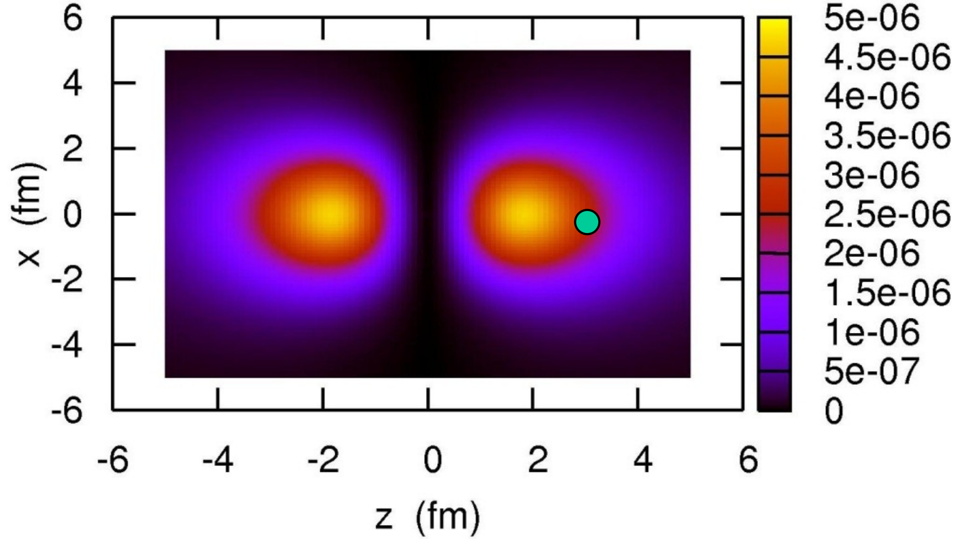
$\longleftarrow$ 対相関による連続状態との結合の効果

# The ground state density: $^{11}Li = {}^{9}Li + n + n$

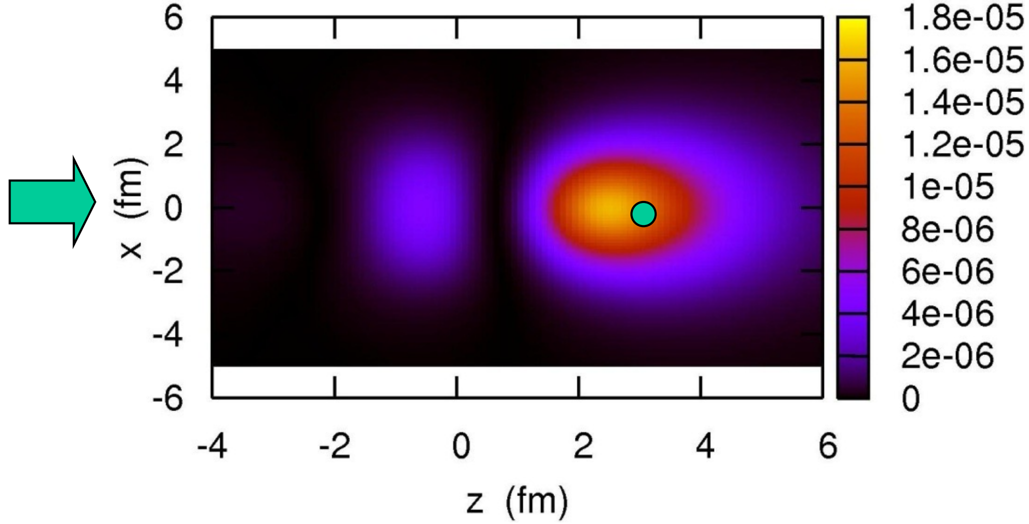
K.H. and H. Sagawa, PRC72 ('05) 044321




without nn interaction

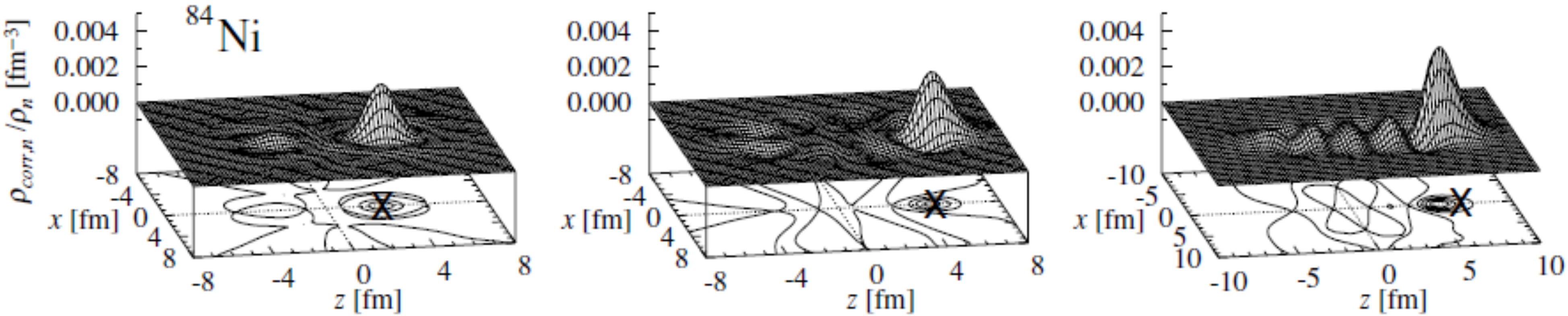



with nn interaction

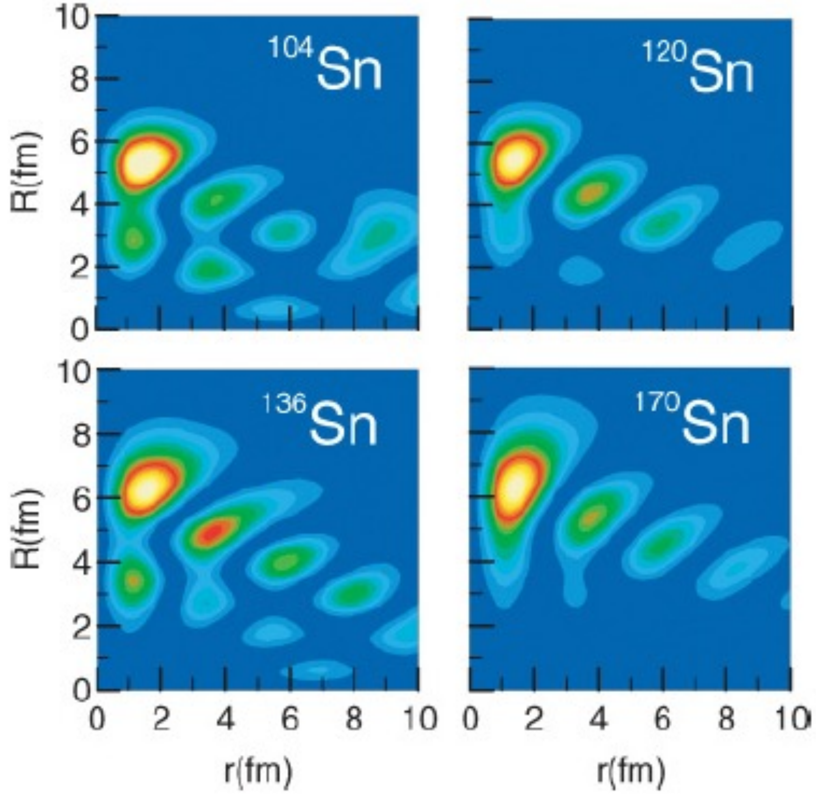


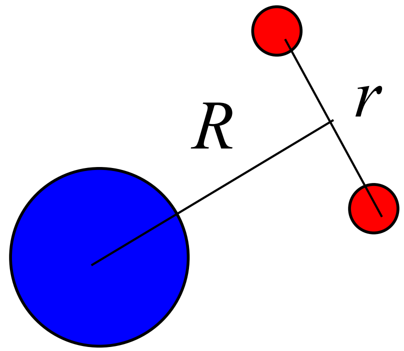

large asymmetry in density distribution = **di-neutron correlation**

# 重い中性子過剰核の dineutron 相関

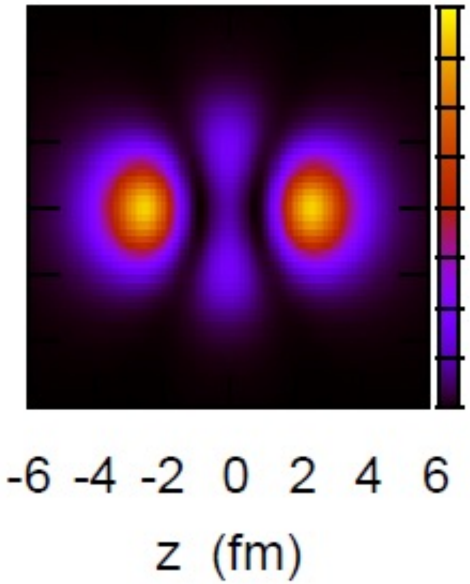



M. Matsuo, K. Mizuyama, and Y. Serizawa, PRC71(‘05)064326
Skyrme HFB

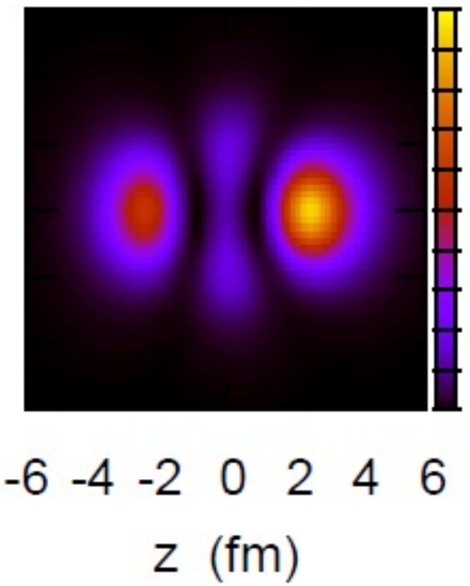



N. Pillet, N. Sandulescu, and P. Schuck,
PRC76(‘07)024310
Gogny HFB




パリティ混合



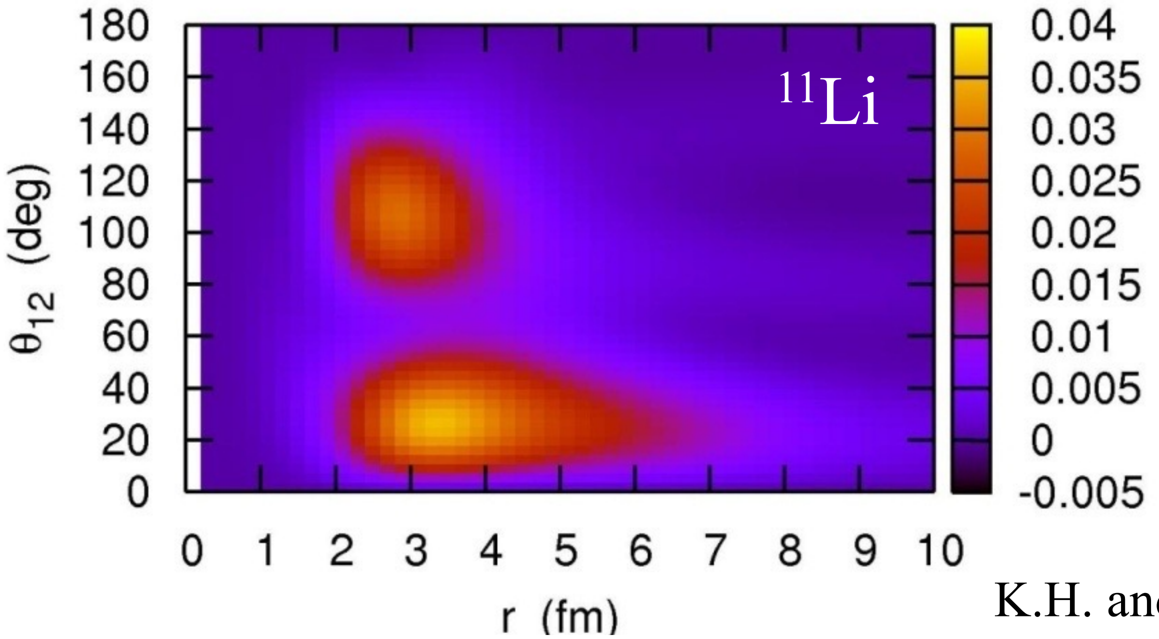

2中性子は空間的に局在（dineutron相関）

cf. Migdal, Soviet J. of Nucl. Phys. 16 (‘73) 238
Bertsch, Broglia, Riedel, NPA91(‘67)123

**弱束縛核**

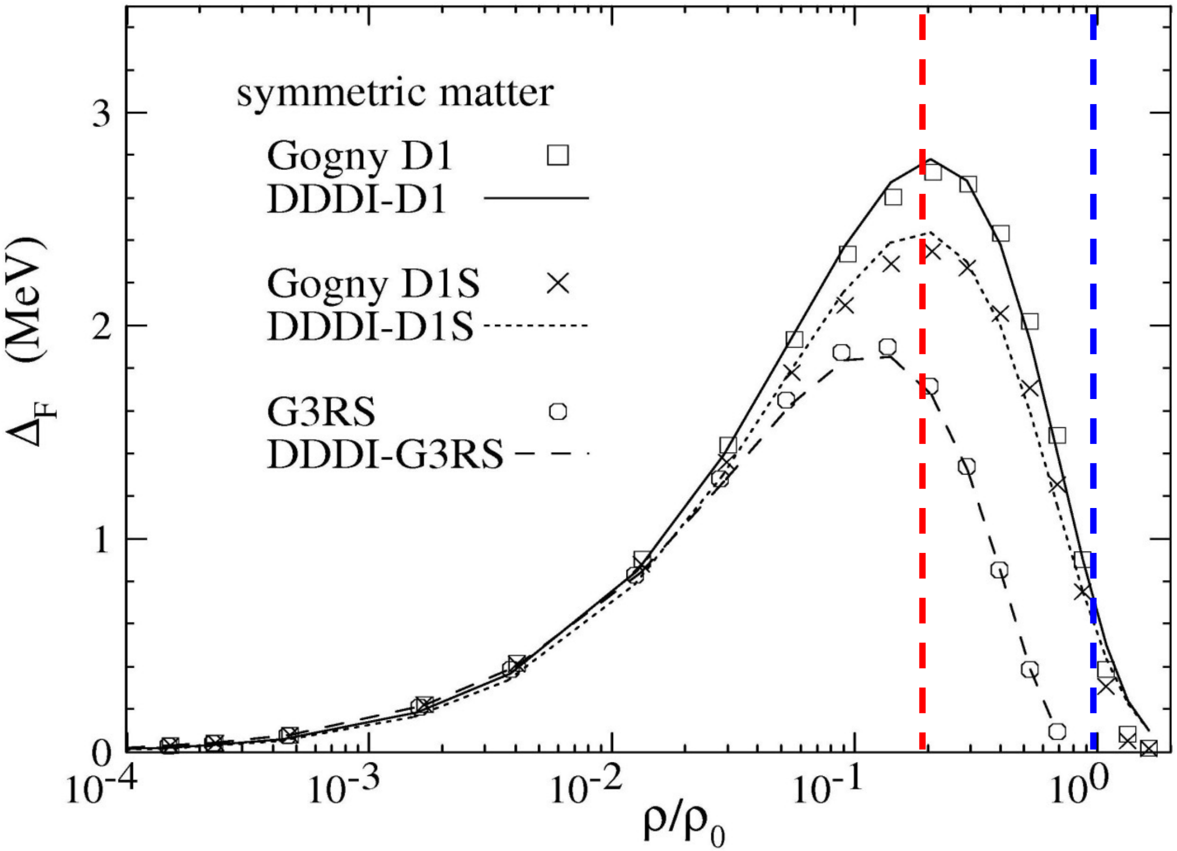
→連続状態のためにパリティ混合が起きやすい
＋ 表面領域における対相関力の増大
→dineutron 相関が増幅される

cf. - Bertsch, Esbensen, Ann. of Phys. 209(’91)327
- M. Matsuo, K. Mizuyama, Y. Serizawa, PRC71(‘05)064326



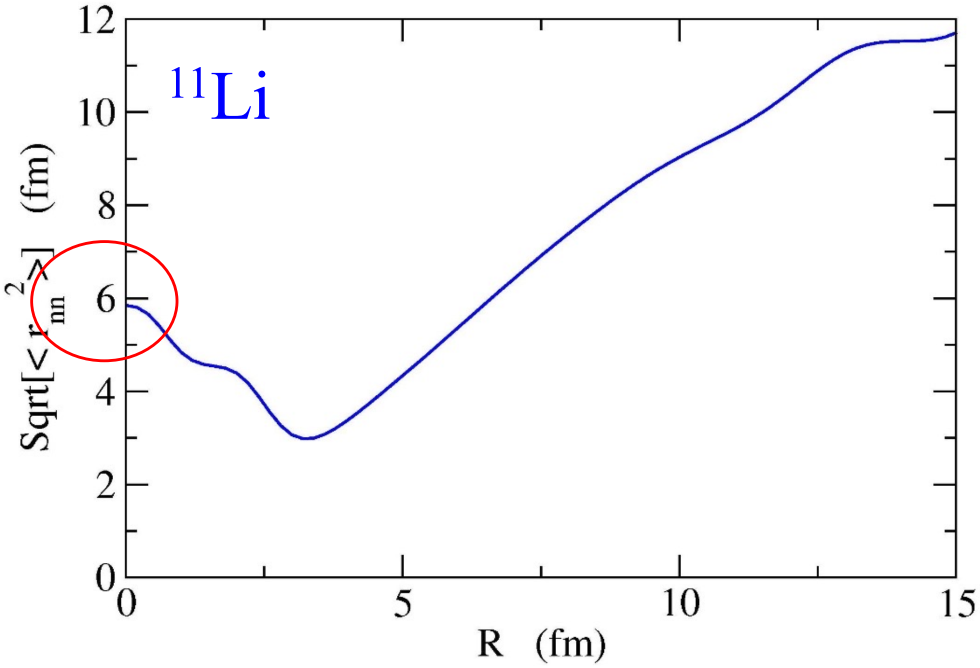

K.H. and H. Sagawa, PRC72(’05)044321

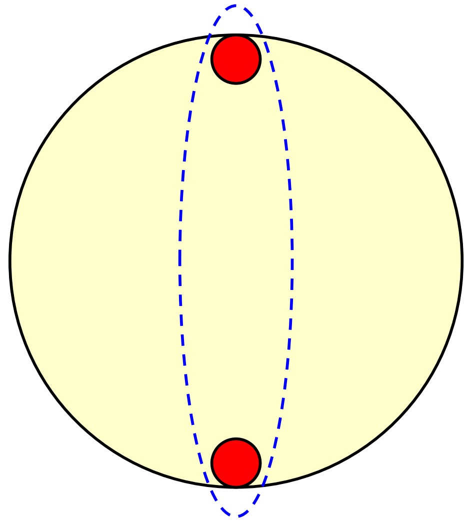
# 無限核物質の対ギャップ



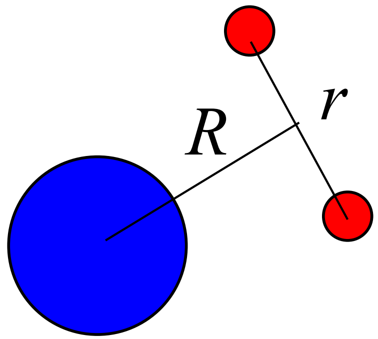

M. Matsuo, PRC73('06)044309

# Surface dineutron correlations

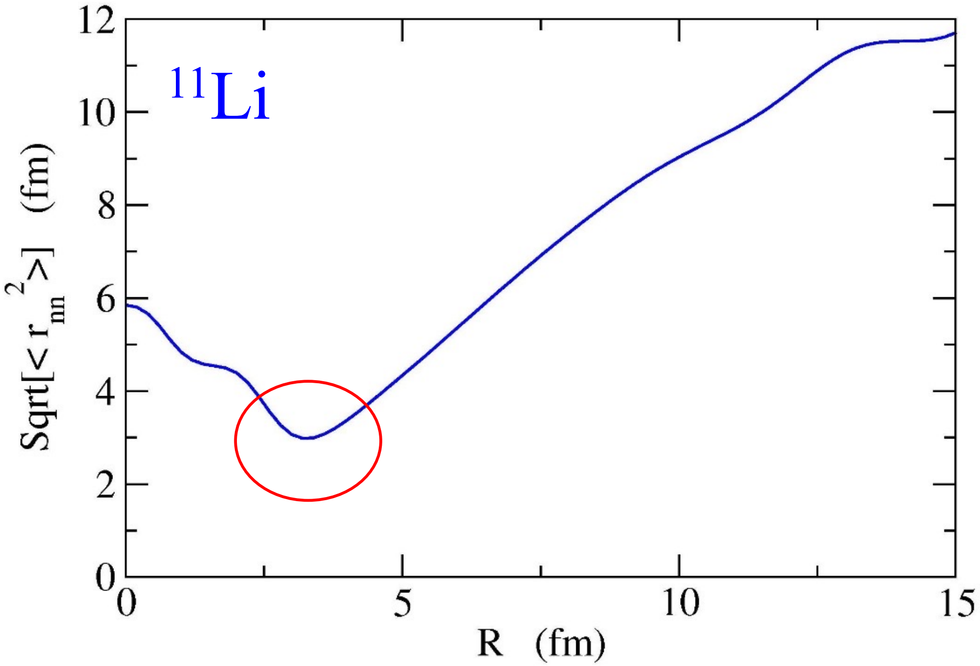


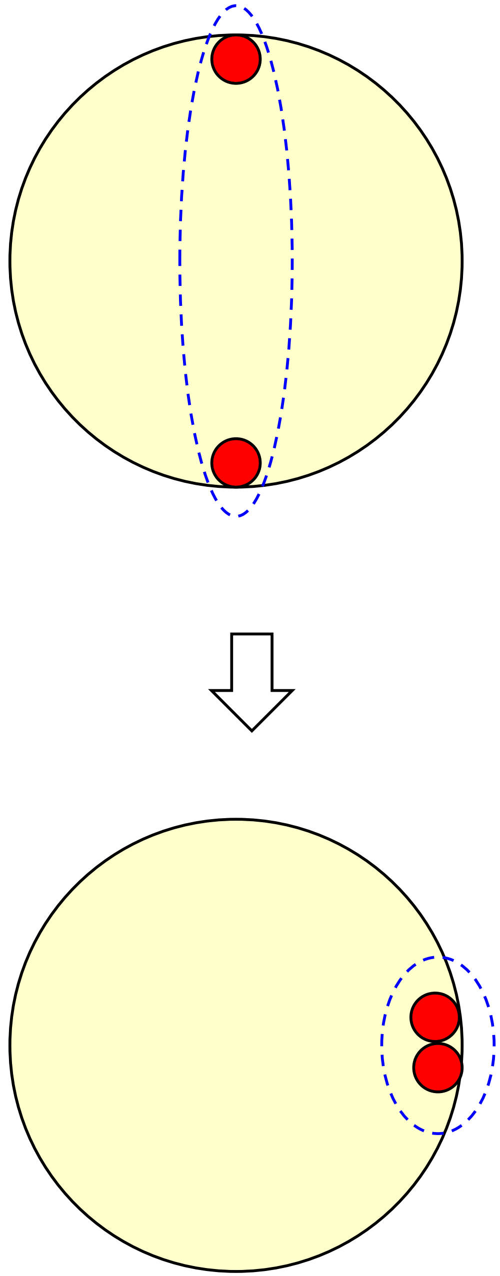



K.H., H. Sagawa, J. Carbonell, and P. Schuck,
PRL99 ('07) 022506

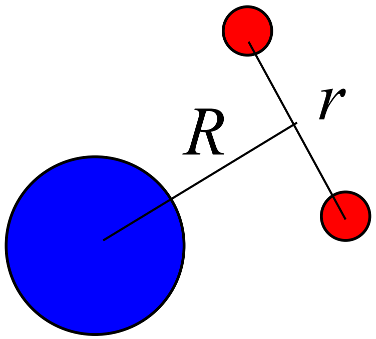


# Surface dineutron correlations

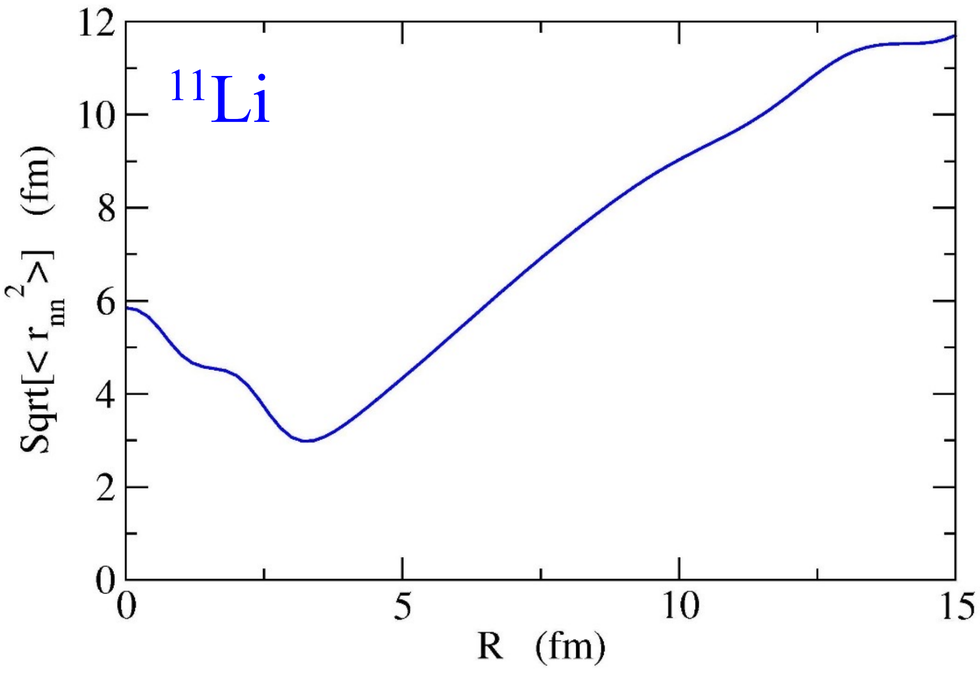


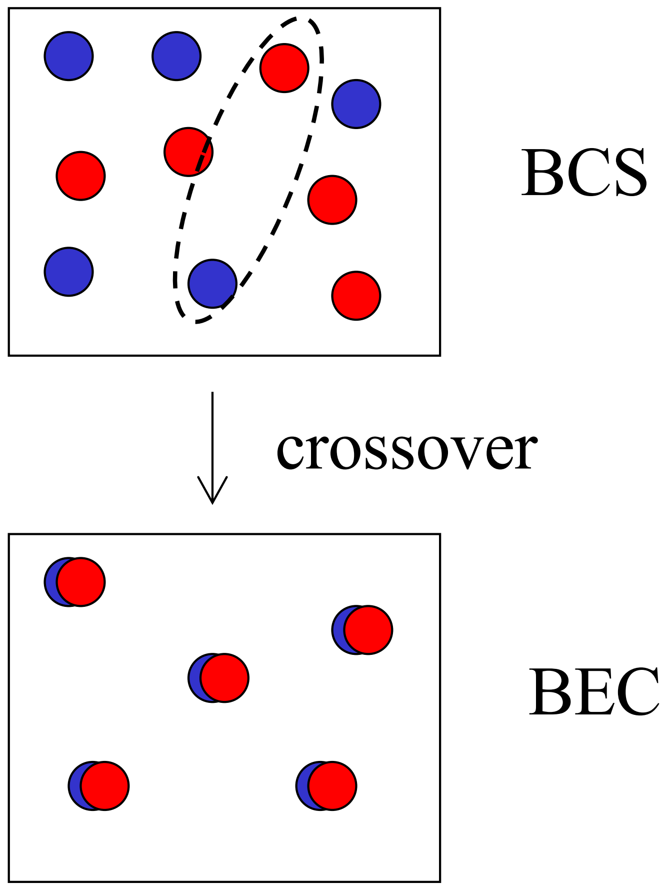



K.H., H. Sagawa, J. Carbonell, and P. Schuck,
PRL99 ('07) 022506

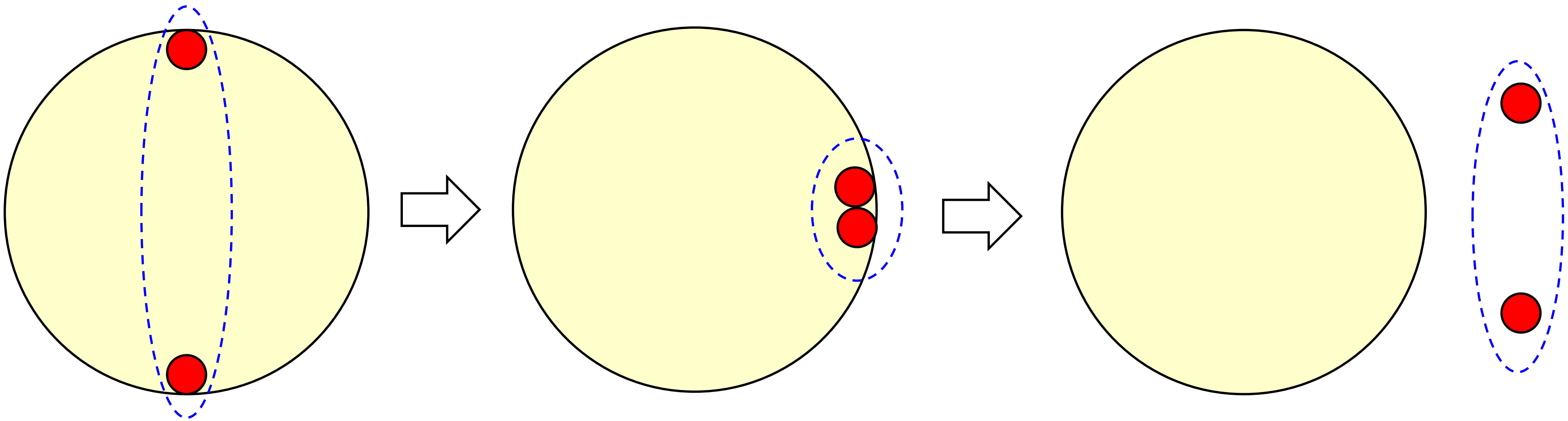


# ダイニュートロン相関

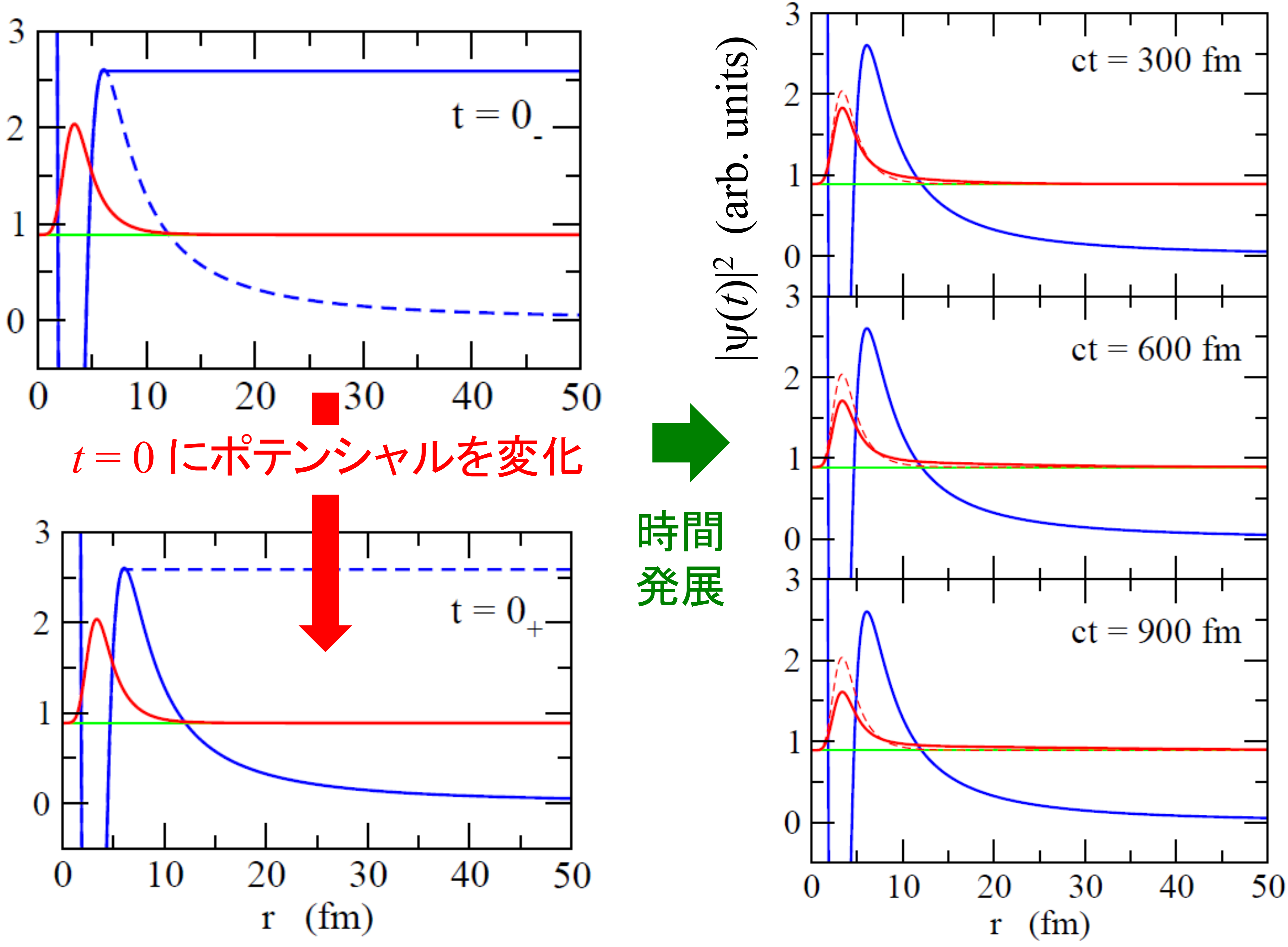


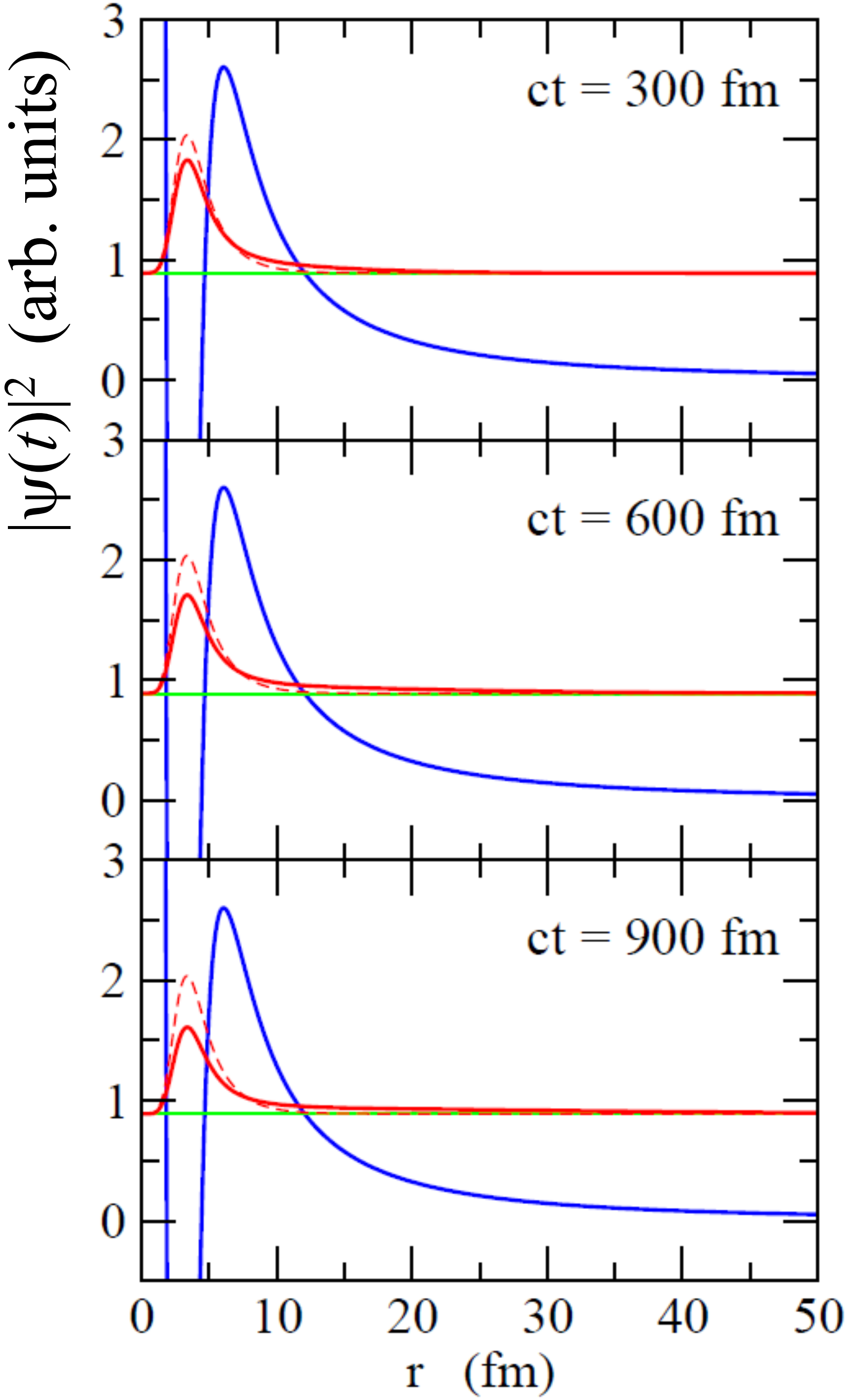

K.H., H. Sagawa, J. Carbonell, and P. Schuck, PRL99('07)022506

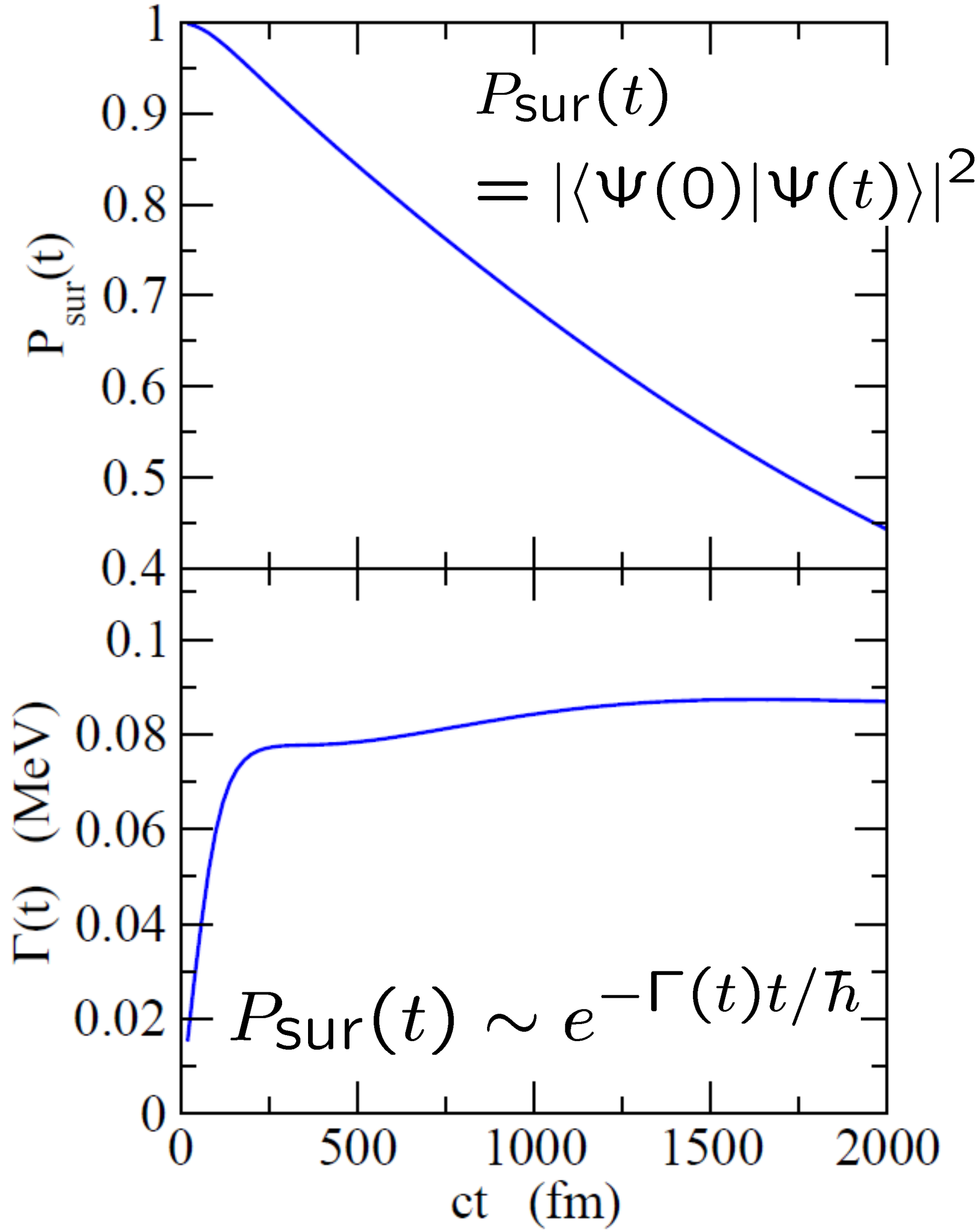


# 時間発展法による量子トンネル崩壊の記述



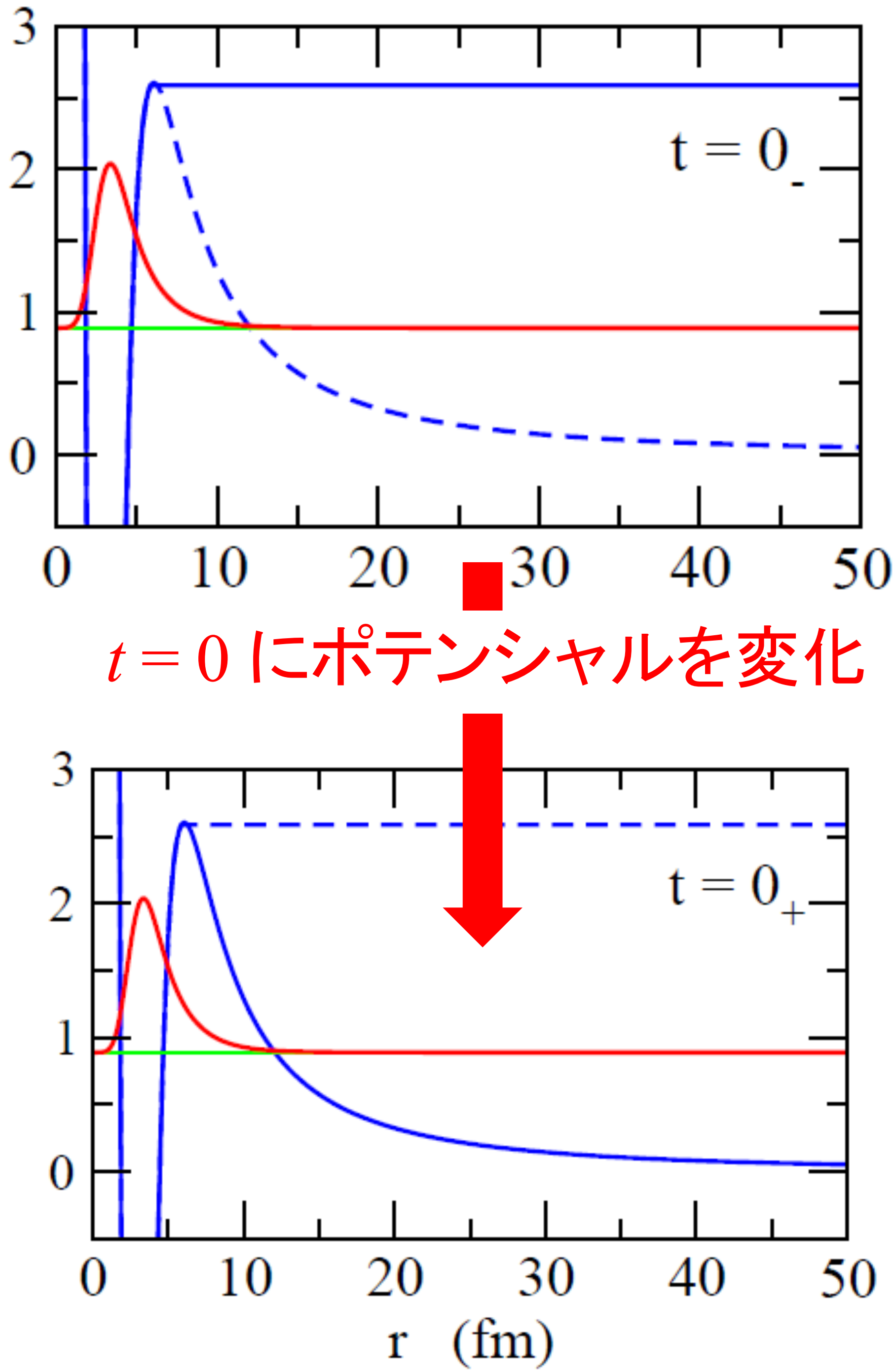
# 時間発展法による量子トンネル崩壊の記述



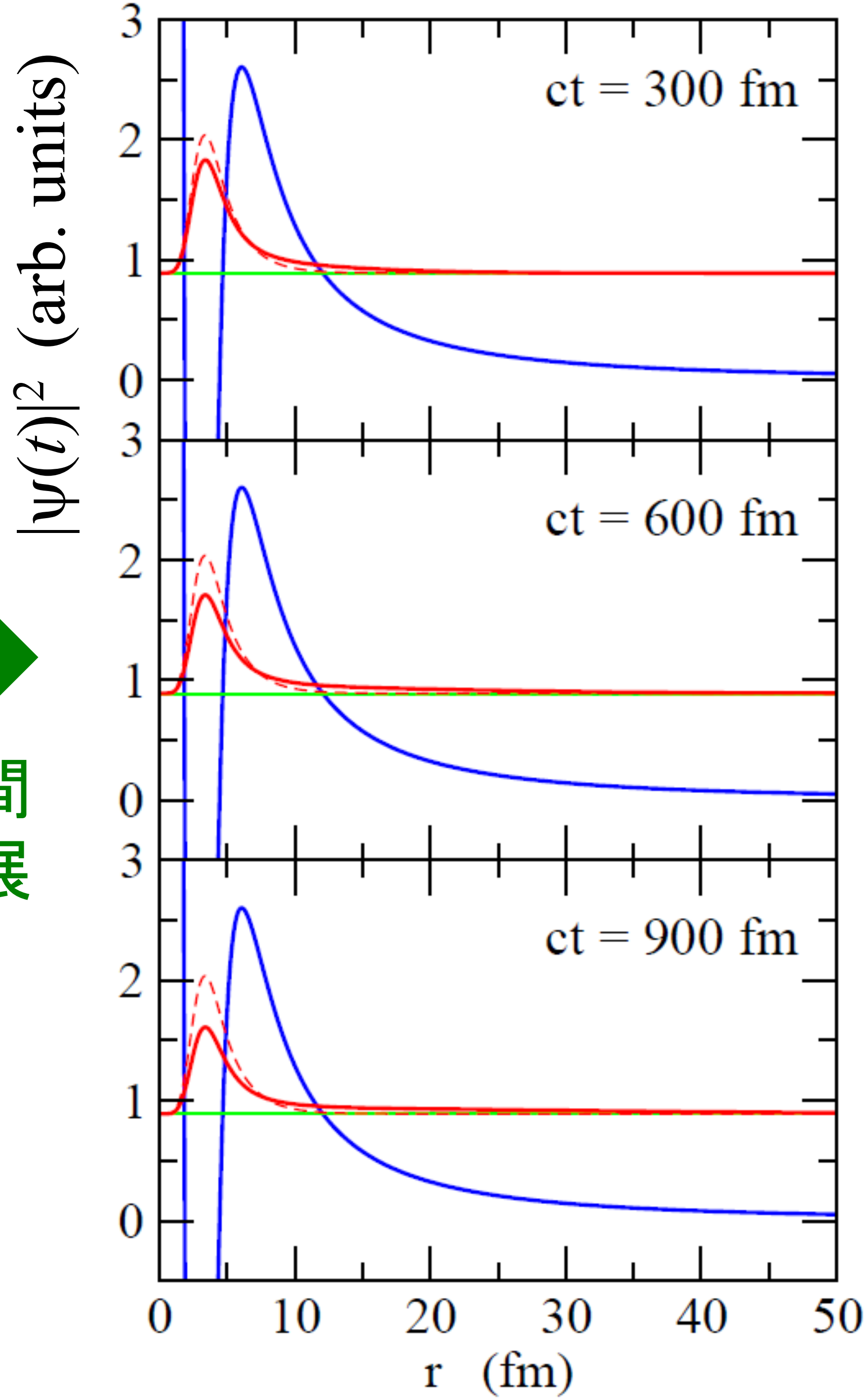

この方法を3体模型に適用

# 時間発展法による量子トンネル崩壊の記述



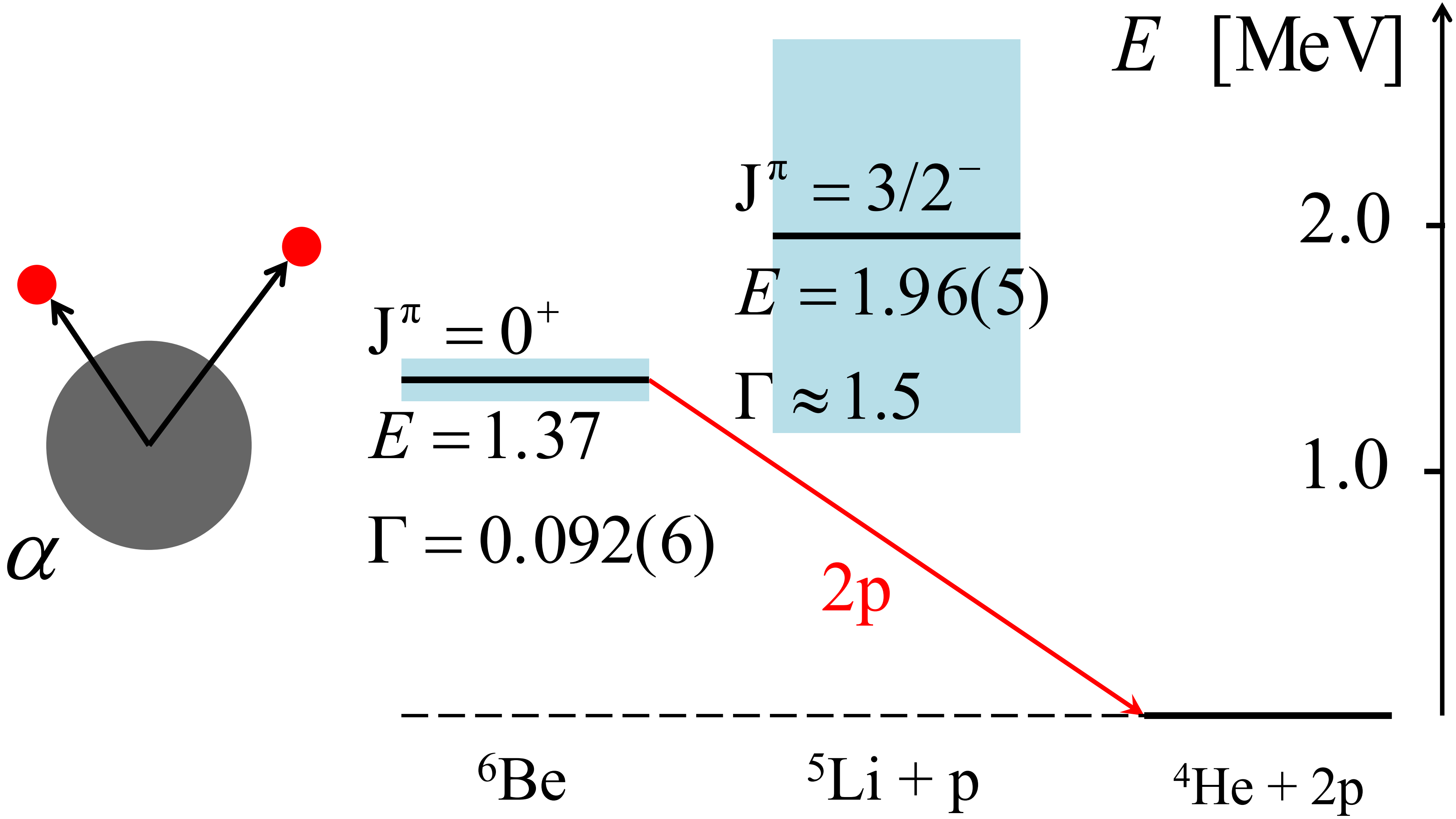

$t = 0$ にポテンシャルを変化

時間発展



# $^6$Be → $^4$He + p + p 崩壊への適用

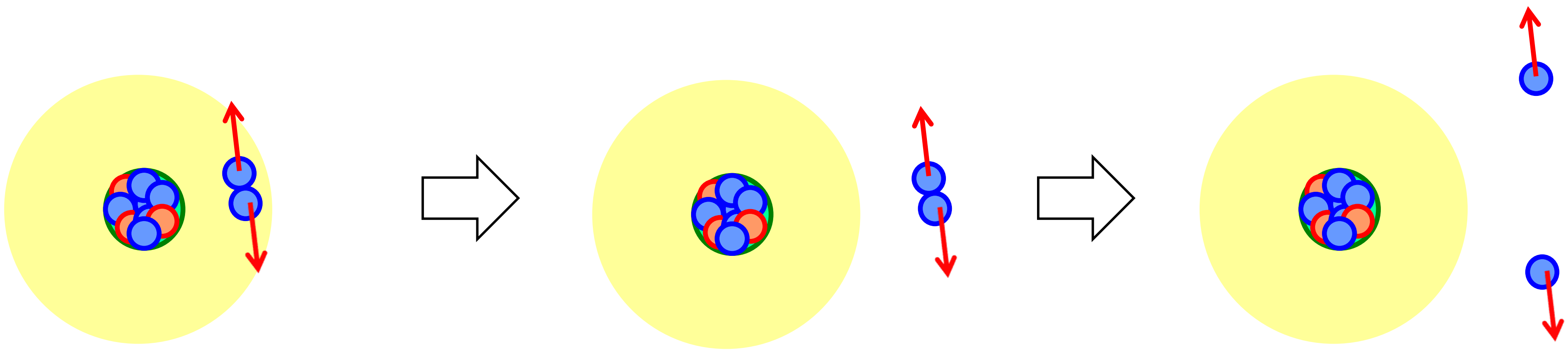
T. Oishi, K.H., and H. Sagawa, PRC90 ('14) 034303

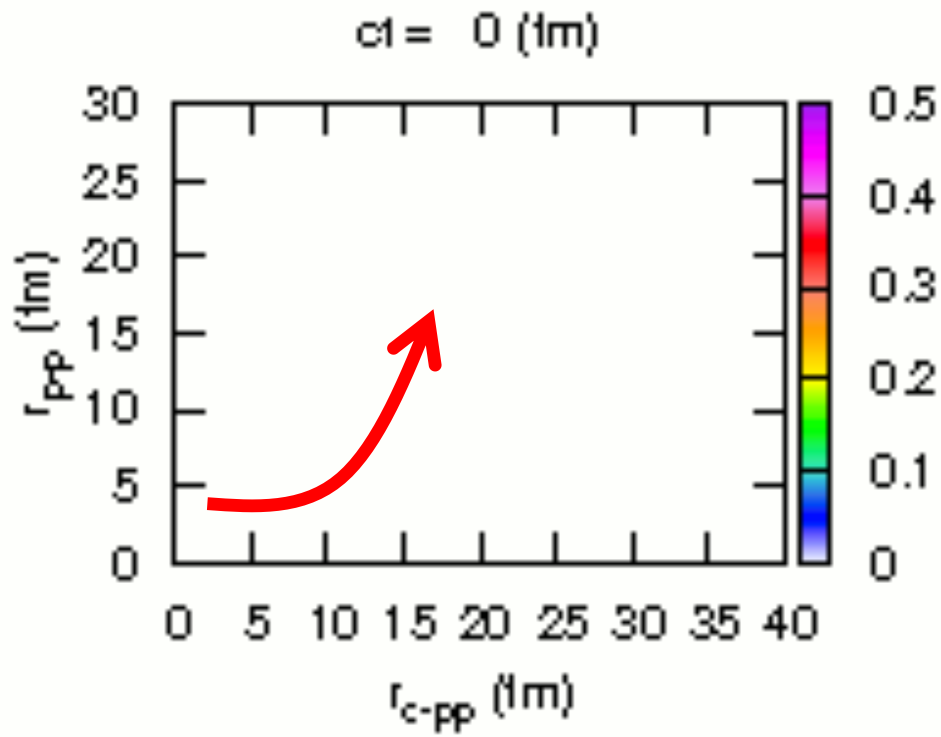



中間状態 ($^5$Li) の幅が大きいものの、「正真正銘」の2陽子崩壊に近い状況

# $^6$Be → $^4$He + p + p 崩壊への適用

T. Oishi, K.H., and H. Sagawa, PRC90 (‘14) 034303






この予想通りの2陽子放出

T. Oishi, K.H., H. Sagawa, PRC90 (‘14) 034303