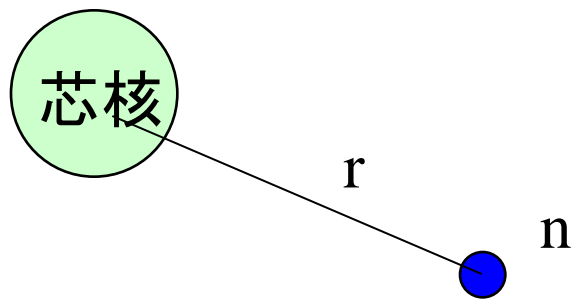


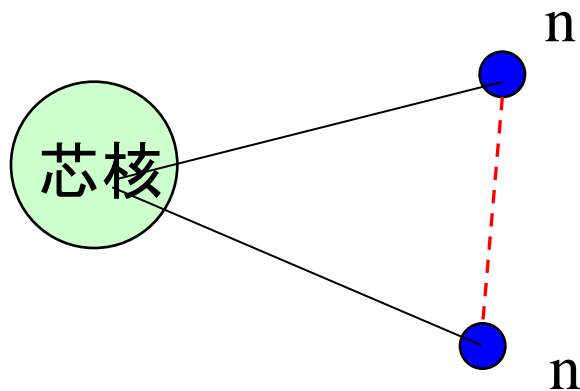
2粒子ハロー核の性質

- ペアリング
- ボロミアン原子核
- 双中性子相関

これまでは、芯核のまわりに中性子が1個ある場合を考えてきた



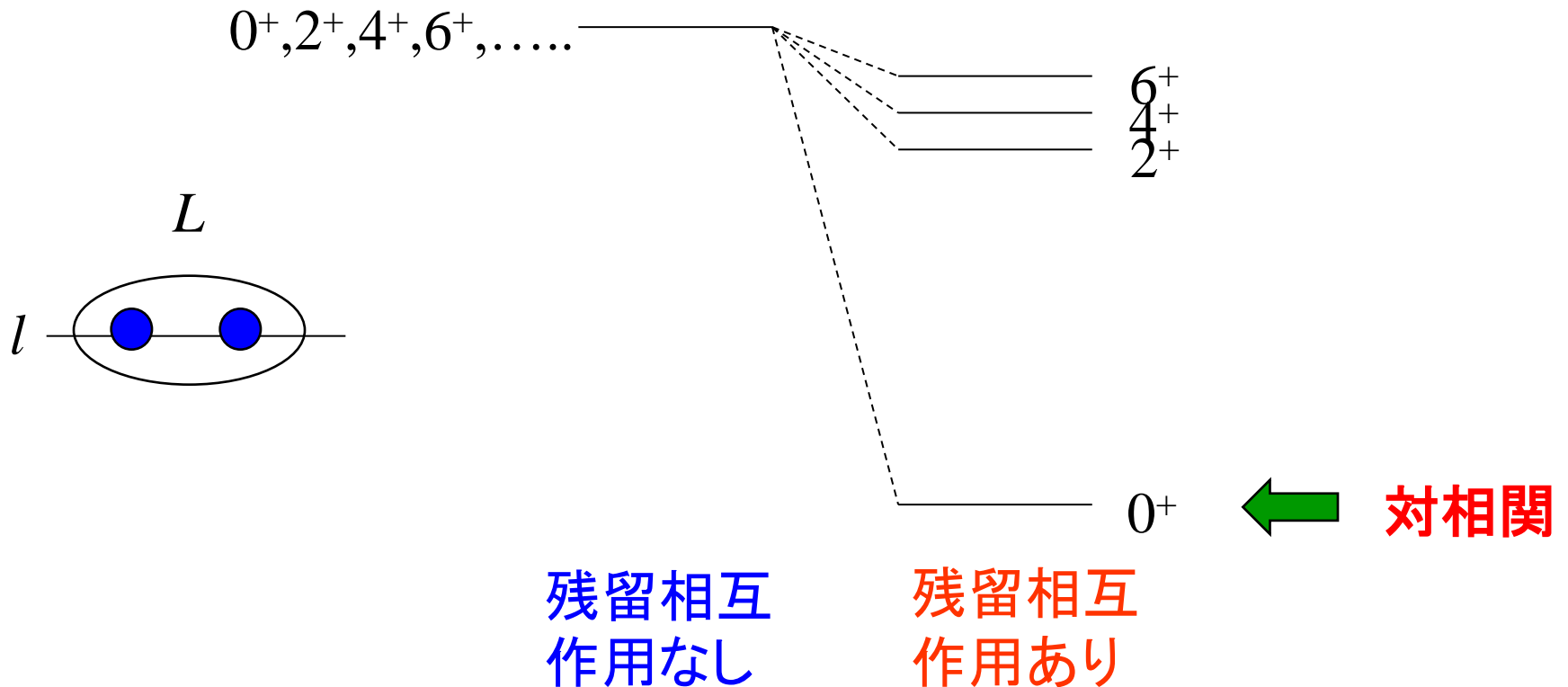
芯核のまわりに中性子が2個あるとどうなる?



2中性子間に働く相互作用
(対相関)の影響は?

$$\Delta E_L = -g I_r^{(l)} \frac{(2l+1)^2}{4\pi} \begin{pmatrix} l & l & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \equiv -g I_r^{(l)} \frac{A(l; L)}{4\pi}$$

$A(l; L)$	$L=0$	$L=2$	$L=4$	$L=6$	$L=8$
$l=2$	5.00	1.43	1.43	---	---
$l=3$	7.00	1.87	1.27	1.63	---
$l=4$	9.00	2.34	1.46	1.26	1.81



束縛エネルギー

対相関のため、同種核子(2つの中性子または2つの陽子)が角運動量ゼロを組むと安定化

例:

束縛エネルギー (MeV)

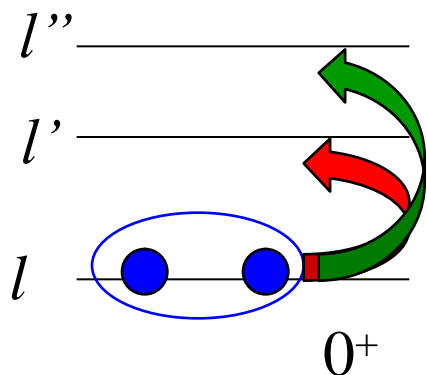
$${}^{210}_{82}\text{Pb}_{128} = {}^{208}_{82}\text{Pb}_{126} + 2n \quad 1646.6$$

$${}^{210}_{83}\text{Bi}_{127} = {}^{208}_{82}\text{Pb}_{126} + n + p \quad 1644.8$$

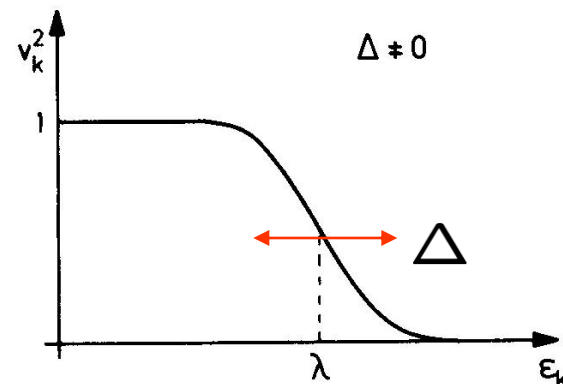
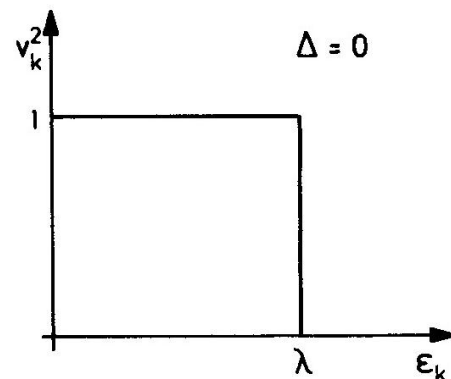
$${}^{209}_{82}\text{Pb}_{127} = {}^{208}_{82}\text{Pb}_{126} + n \quad 1640.4$$

$${}^{209}_{83}\text{Bi}_{126} = {}^{208}_{82}\text{Pb}_{126} + p \quad 1640.2$$

波動関数:



Occupation probability



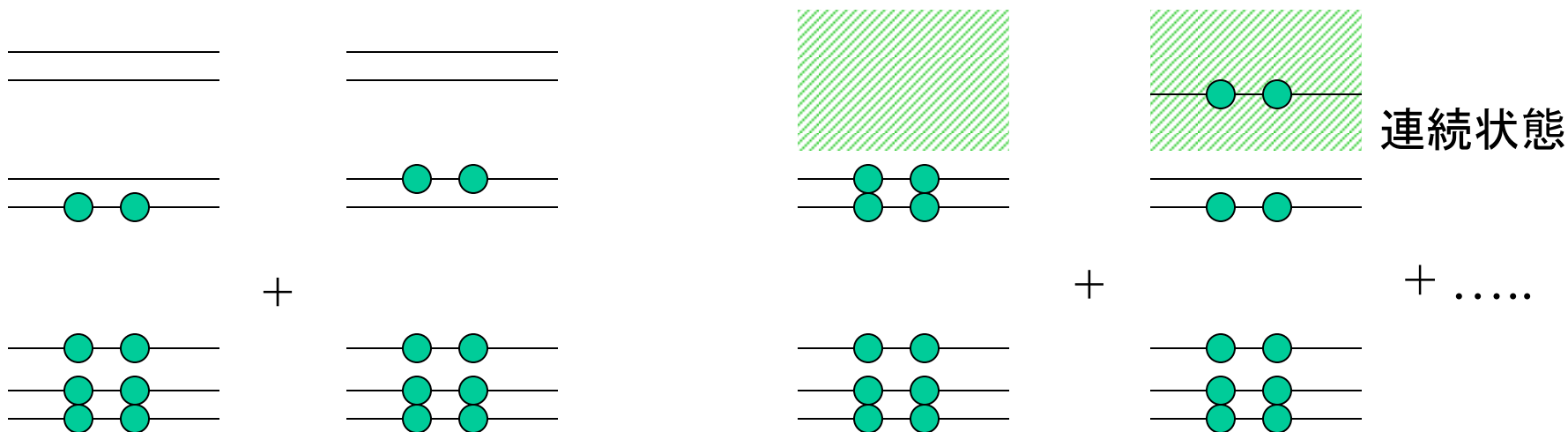
$$|\Psi_{0+}\rangle = |(ll)L=0\rangle + \sum_{l'} \frac{\langle (l'l')L=0 | v_{\text{res}} | (ll)L=0 \rangle}{2\epsilon_l - 2\epsilon_{l'}} |(l'l')L=0\rangle + \dots$$

各軌道は部分的にのみ占有されることになる
cf. BCS 理論

弱束縛核における対相関

$$H = \sum_i T_i + \sum_{i < j} v_{ij} \rightarrow H = \sum_i (T_i + V_i) + \underbrace{\sum_{i < j} v_{ij} - \sum_i V_i}_{\text{平均からのずれ (残留相互作用)}}$$

平均からのずれ
(残留相互作用)



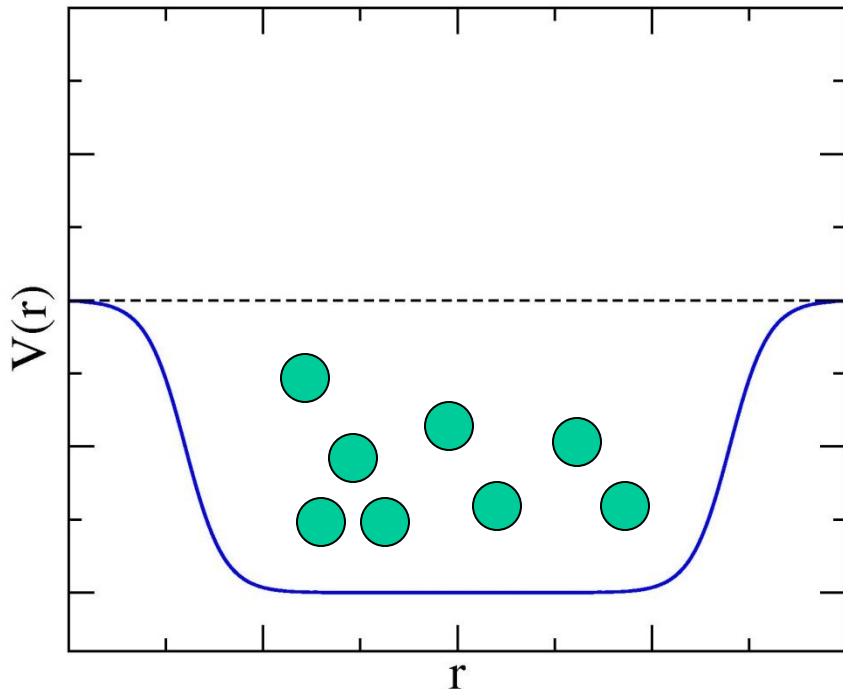
安定な原子核
→ 超流動状態

弱く束縛された系

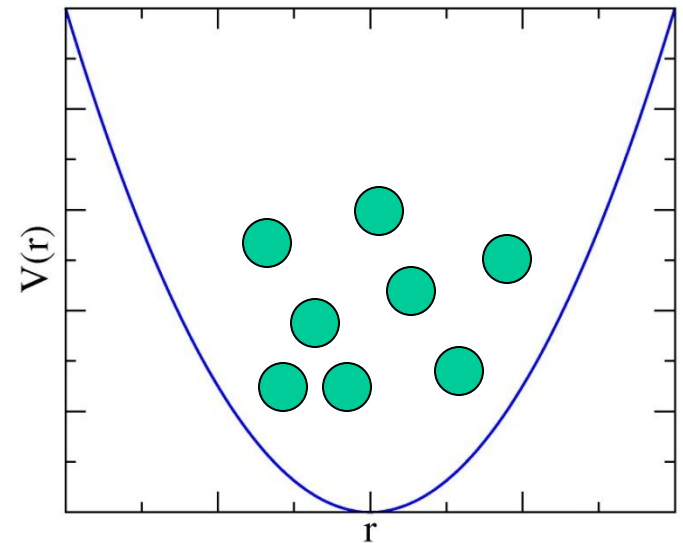
中性子過剰核の物理

- 弱束縛系
- 残留相互作用(対相関)
- 連続状態との結合

ポテンシャルの井戸に束縛された相互作用する多フェルミオン系



- 有限の深さを持つ井戸
- 自己無撞着性

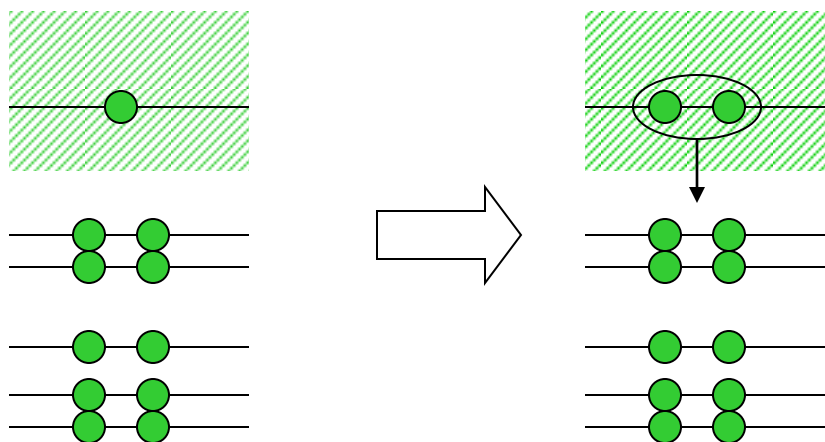


cf. a harmonic trap

とてもチャレンジングな問題
(わからないことは色々ある)

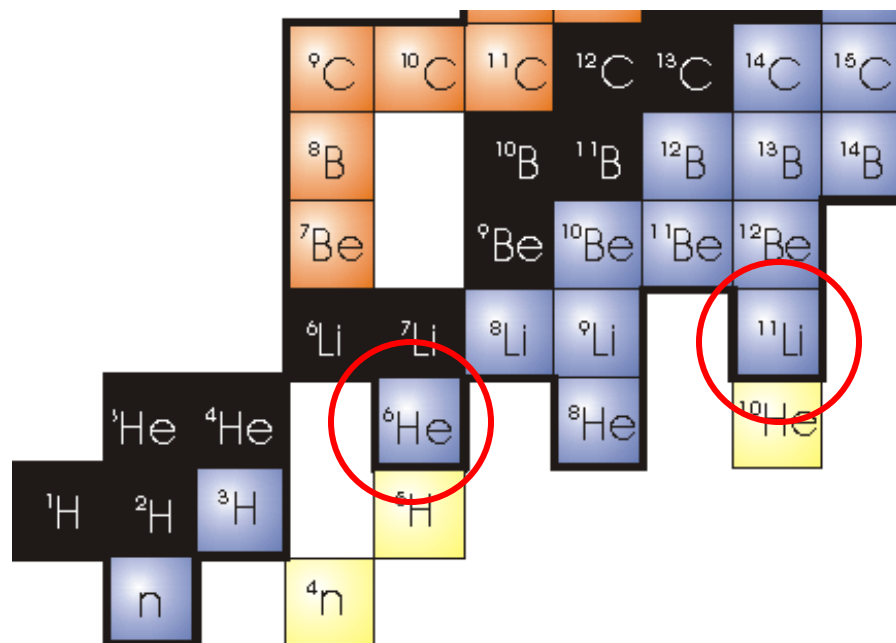
ボロミアン原子核

残留相互作用 → 引力



不安定

安定



“ボロミアン核”

ボロミアン核の構造

- ✓ 多体相関のため non-trivial
- ✓ 多くの注目を集めている

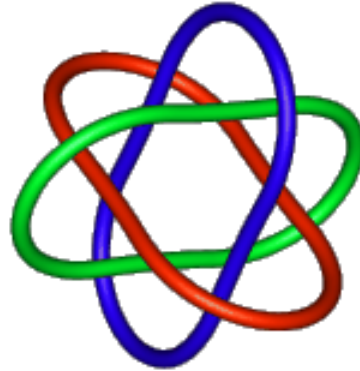


ボロメオ家
(イタリア13世紀)
の紋章

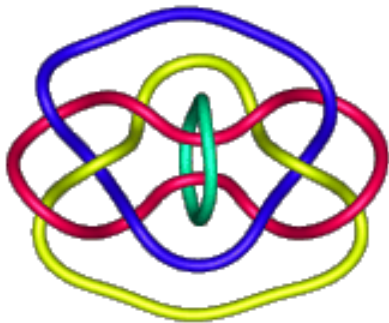
(参考)ブルニアン・リンク: 拡張されたボロミアン

結び目理論: 位相幾何学の分野(数学)

n=3: Borromean

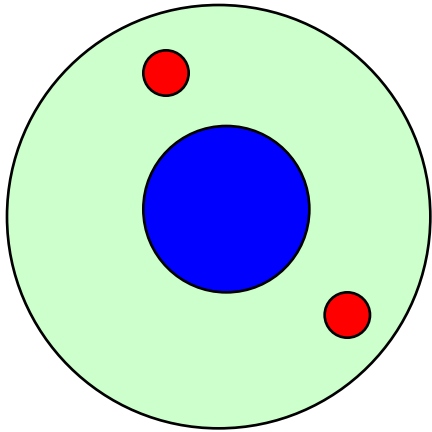


n=4



n=6

双中性子 (dineutron) 相関



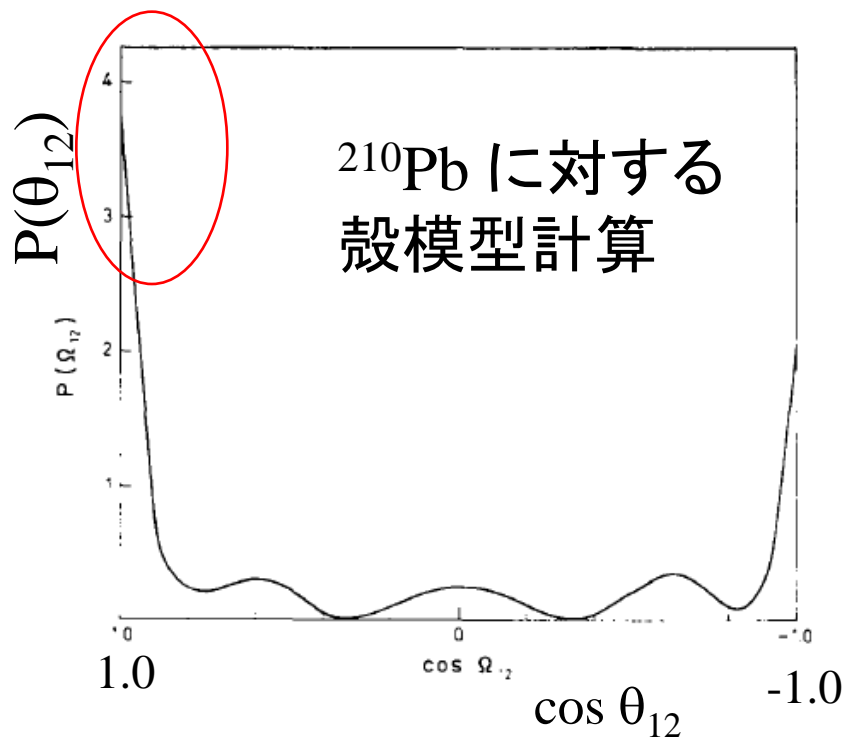
原子核中で2つの中性子は空間的にどのように配置されているのか?

2つの中性子が独立に運動しているとすると、片方の中性子がどこにいてももう片方は関知しない

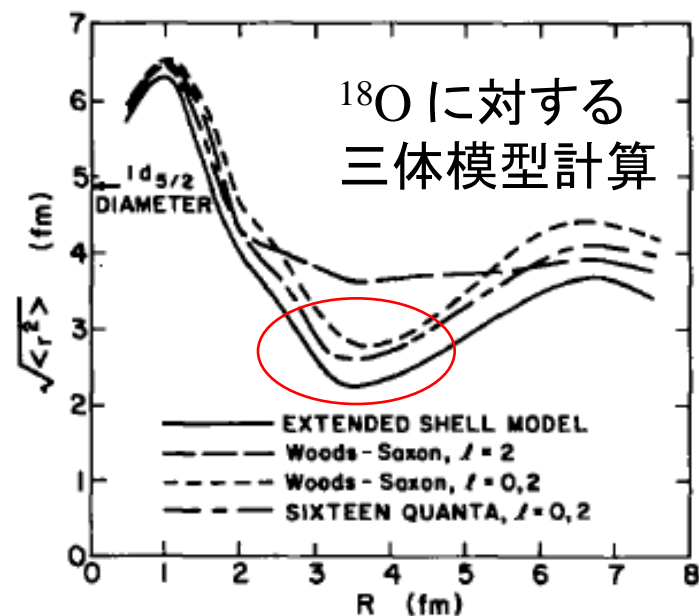


対相関が働くとどうなるか?

この問題はかなり古くから議論されてきた



G.F. Bertsch, R.A. Broglia, and C. Riedel,
NPA91('67)123

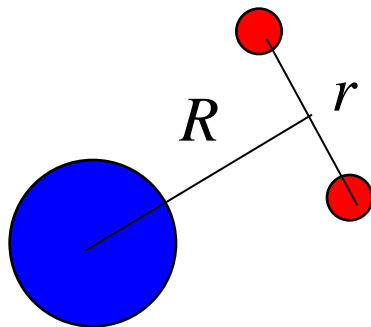
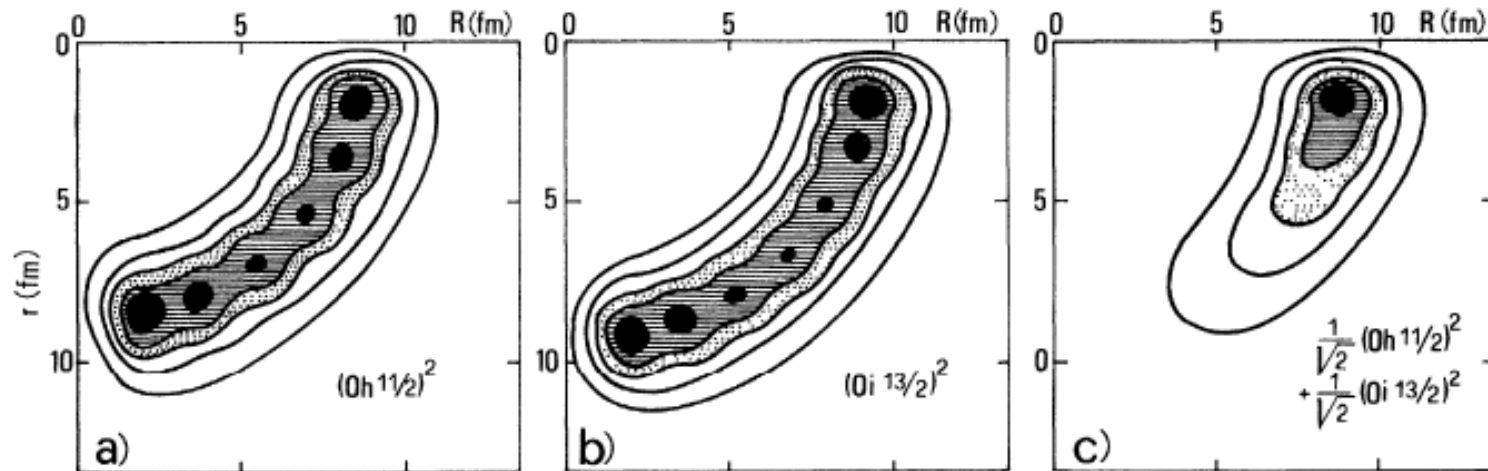


R.H. Ibarra et al.,
NPA288('77)397

2中性子は空間的に局在している(双中性子 – dineutron – 相関)

cf. A.B. Migdal, "Two interacting particles in a potential well",
Soviet J. of Nucl. Phys. 16 ('73) 238.

dineutron 相関は異なるパリティ状態の混合によって生じる

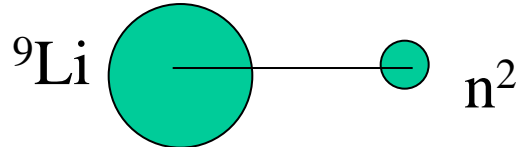


F. Catara, A. Insolia, E. Maglione,
and A. Vitturi, PRC29('84)1091

(後でもう少し説明します)

Dineutron クラスタモデル

Dineutron 関連の考えを中性子過剰核へ最初に適用したのは Hansen と Jonson



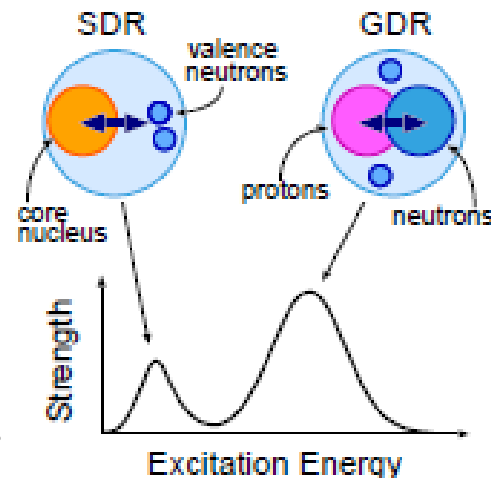
${}^9\text{Li}$ と n^2 の2体系として ${}^{11}\text{Li}$ の構造を考えた ($l=0$ で束縛する)

dineutron は束縛されたクラスターと仮定(構造はナシ)

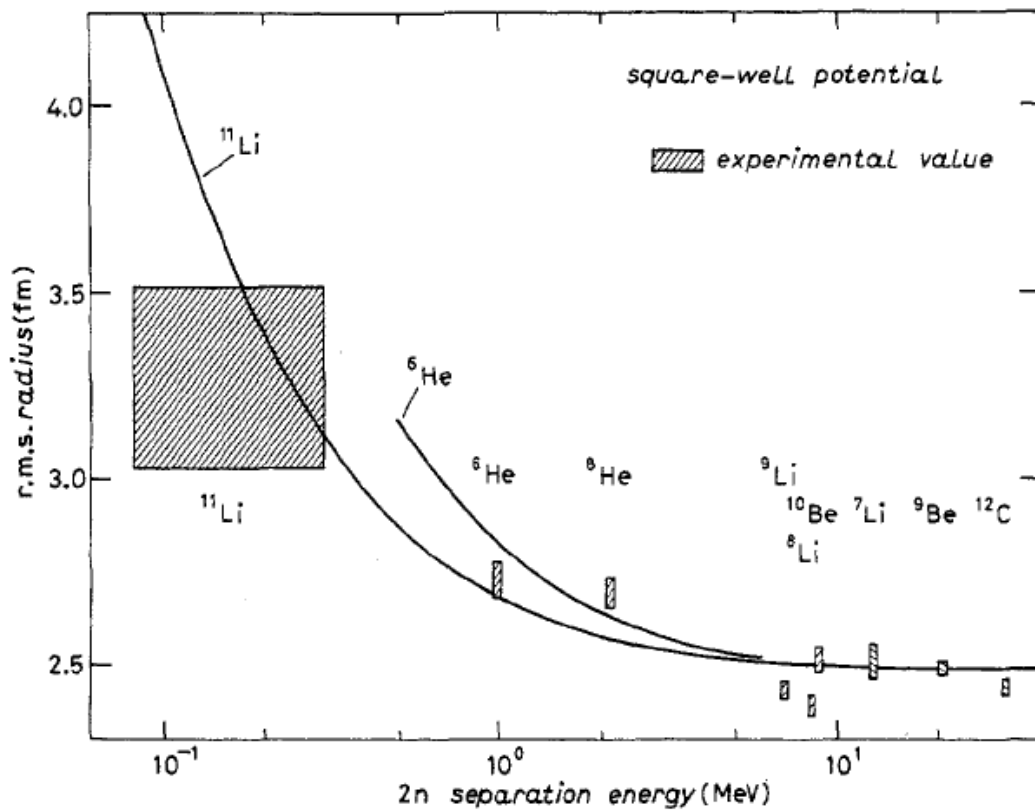
P.G. Hansen and B. Jonson, Europhys. Lett. 4('87)409

cf. ソフト双極子励起

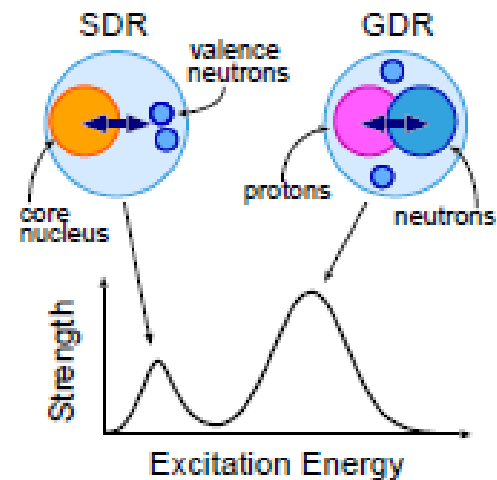
K. Ikeda, INS Report JHP-7 ('88)



K. Ikeda, T. Myo, K. Kato, and H. Toki,
Lecture Note in Phys., vol. 818



この他にソフトE1励起の議論も。

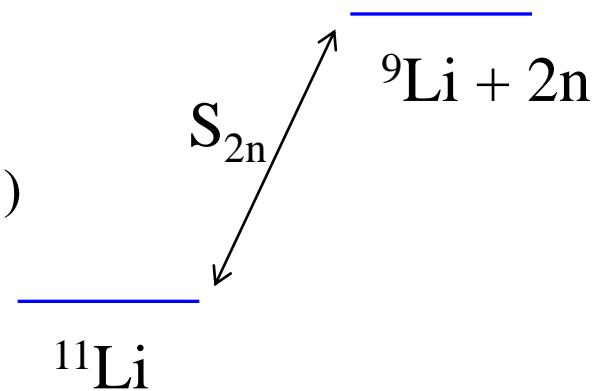


P.G. Hansen and B. Jonson, Europhys. Lett. 4('87)409

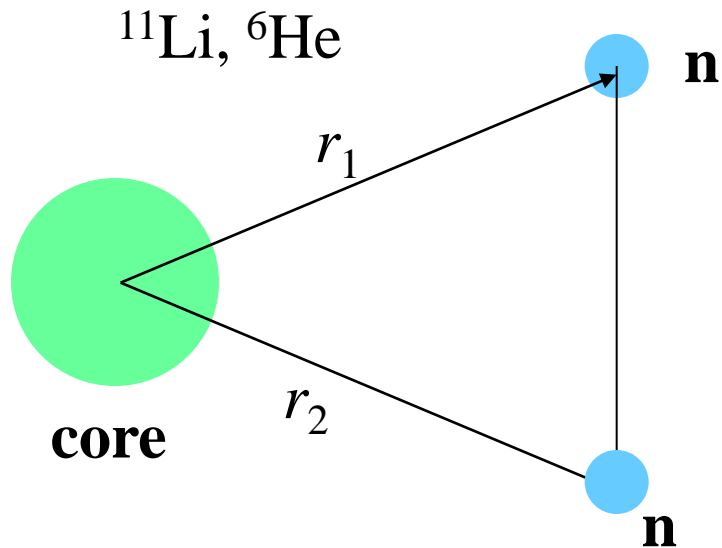
2中性子分離エネルギー:

$S_{2n} = 378 \pm 5 \text{ keV}$ for ^{11}Li (C. Bachelet et al., PRL100('08)182501)
 973 keV for ^6He

⇒ ハロー構造



3体模型計算 ('90~): dineutron クラスタモデルの微視的理解



$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + V_{nC}(r_1) + V_{nC}(r_2) + V_{nn} + \frac{(p_1 + p_2)^2}{2A_c m}$$

(最後の項は3体系の静止系で考えた芯原子核の運動エネルギー項。)

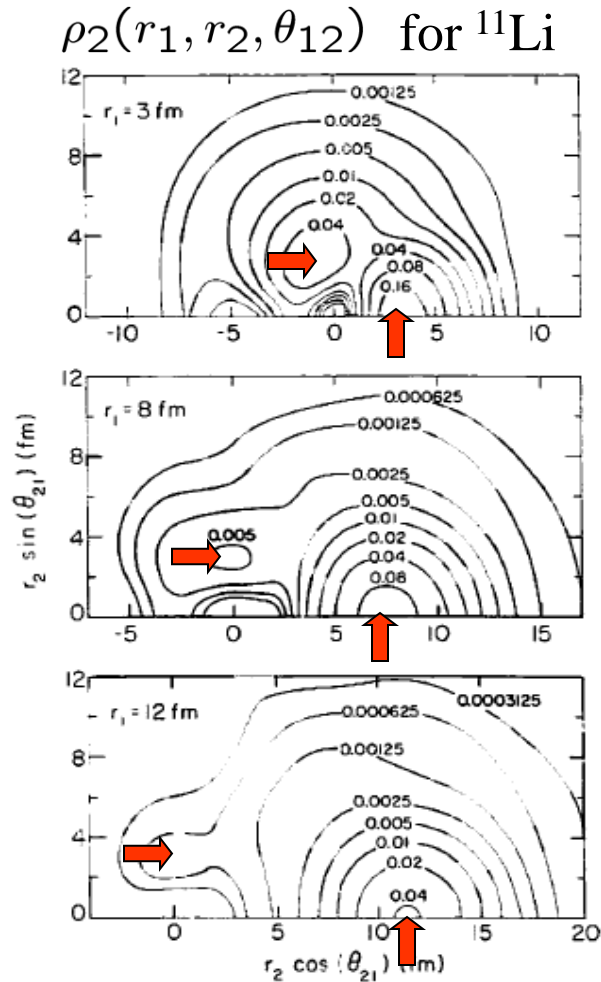
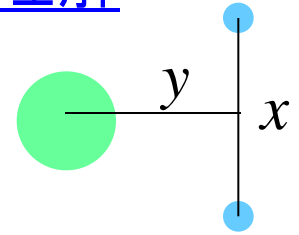
⇒ この3体ハミルトニアン基底状態を求め、密度分布を調べる:

(例えば) V_{nn} がないときの状態で展開し、展開係数を求める

$$\Psi_{gs}(r_1, r_2) = A \sum_{nn'lj} \alpha_{nn'lj} \Psi_{nn'lj}^{(2)}(r_1, r_2)$$

$$\Psi_{nn'lj}^{(2)}(r_1, r_2) = \sum_m \langle j m j - m | 0 0 \rangle \psi_{nljm}(r_1) \psi_{n'lj-m}(r_2)$$

3体模型計算 ('90~): dineutron クラスタモデルの微視的理解



G.F. Bertsch, H. Esbensen,
Ann. of Phys., 209('91)327

$$x^2 y^2 \rho_2(x, y) \text{ for } ^6\text{He}$$

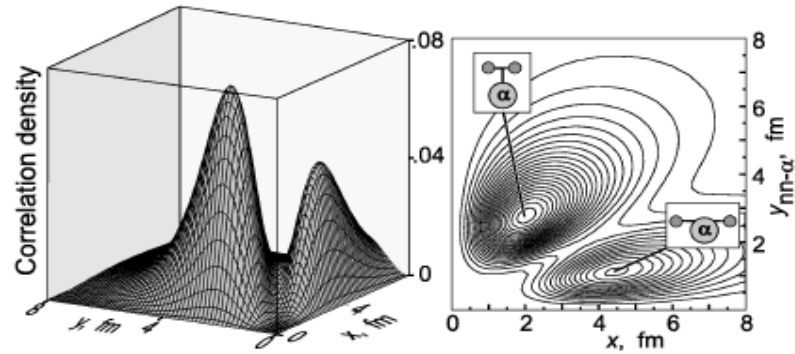


FIG. 1. Spatial correlation density plot for the 0^+ ground state of ^6He . Two components—di-neutron and cigarlike—are shown schematically.

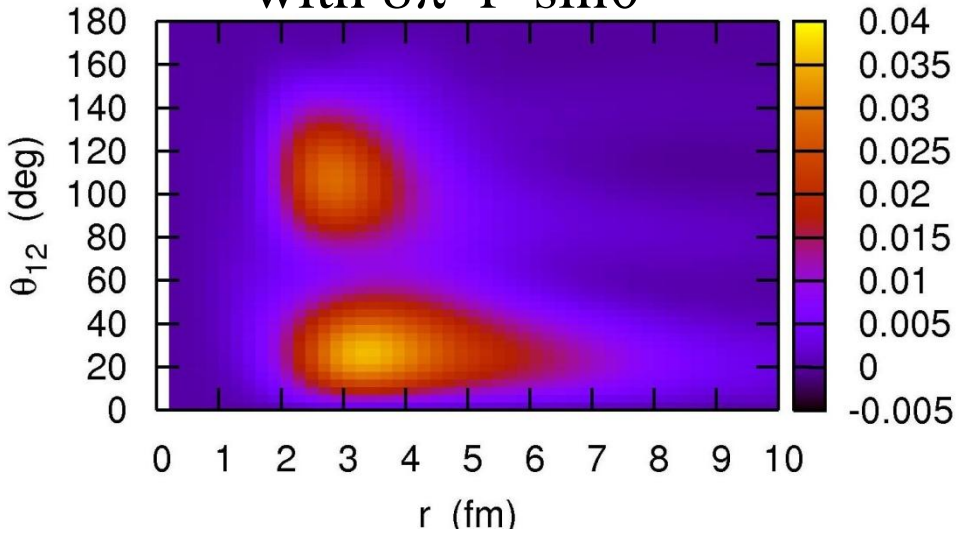
Yu.Ts. Oganessian, V.I. Zagrebaev,
 and J.S. Vaagen, *PRL*82('99)4996
 M.V. Zhukov et al., *Phys. Rep.* 231('93)151

“di-neutron” and “cigar-like”
 configurations

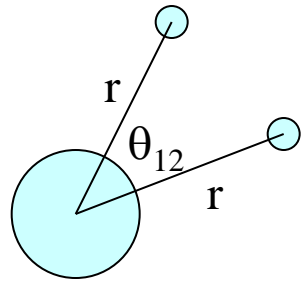
3体模型計算 ('90~): dineutron クラスタモデルの微視的理解

^{11}Li

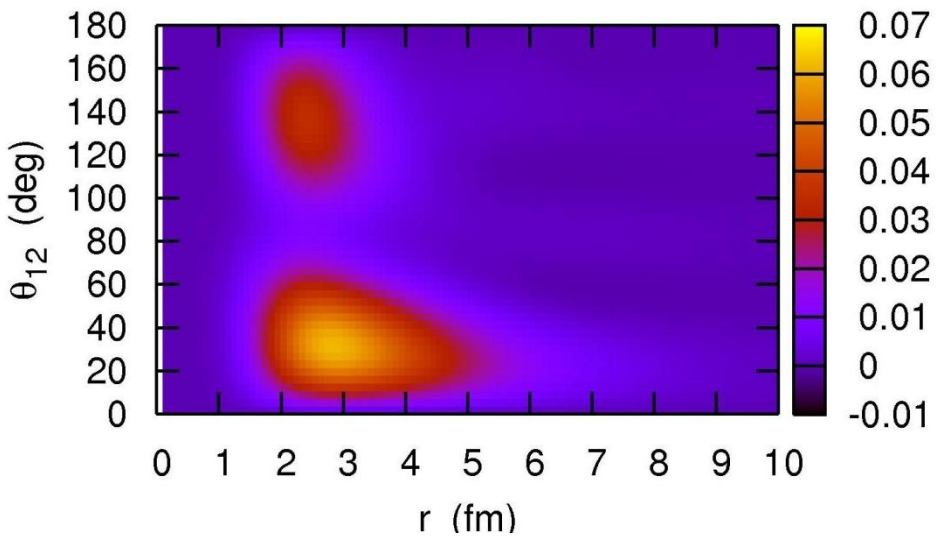
with $8\pi^2 r^4 \sin\theta$



別の representation



^6He

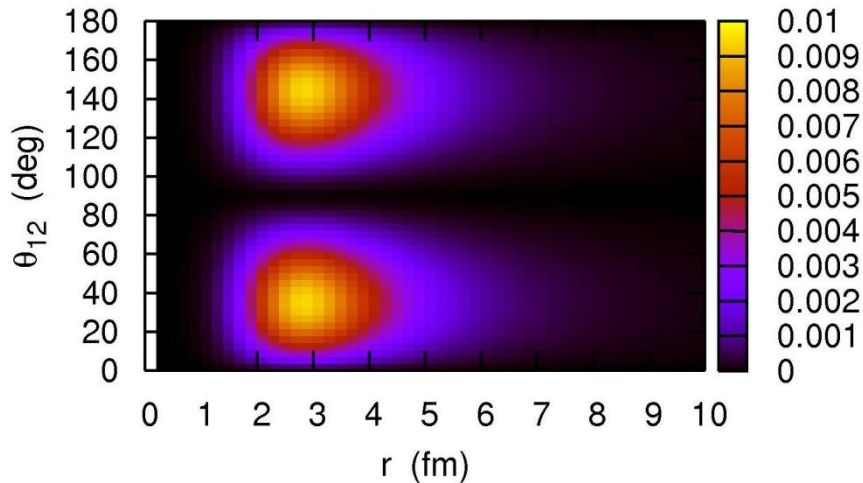


芯核と中性子の間の距離を
2つの中性子とも同じにとり、
 r と θ の2次元プロット

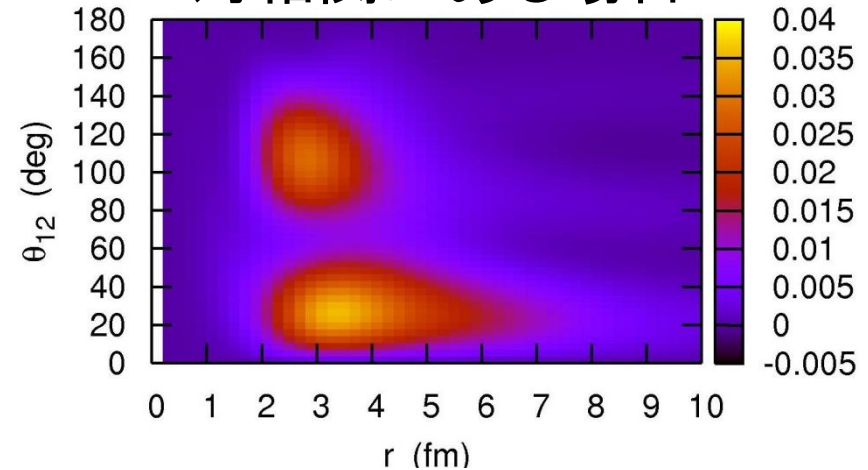
対相関力がある場合とない場合の比較 (i):

^{11}Li

対相関がない場合 $[1p_{1/2}]^2$



対相関がある場合

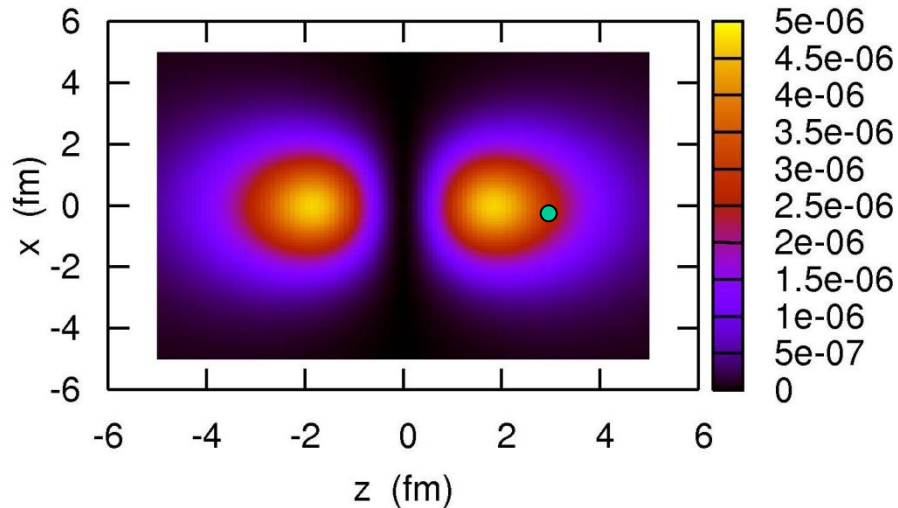


- 対相関がないと、2つの対称的なピーク ($p_{1/2}$ 状態を反映)。
 - 対相関があると、大きい θ にあるピークが抑制され、小さい θ にあるピークが増幅する (双中性子相関)。
 - 小さい θ にあるピークのテールがのびる (ハロー構造)。
- ← 対相関による連続状態との結合の効果

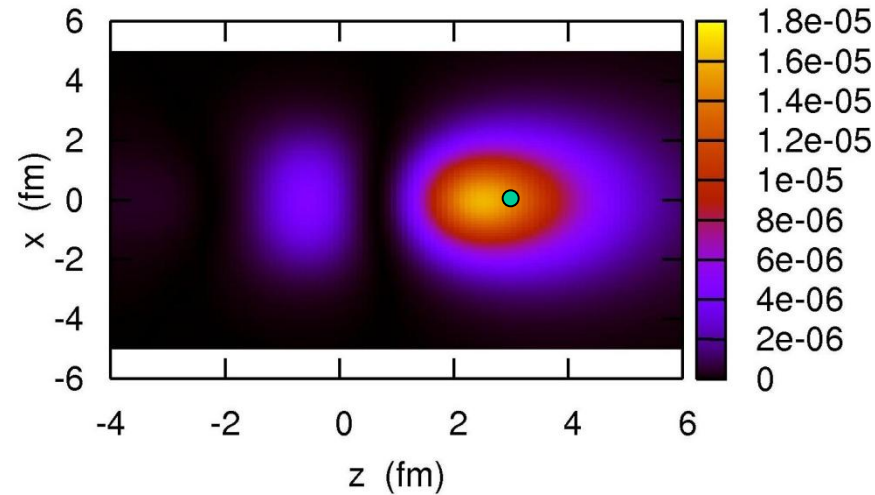
対相関力がある場合とない場合の比較 (ii):

^{11}Li 1つの中性子を $(z_1, x_1)=(3.4 \text{ fm}, 0)$ に置いたときのもう一つの
中性子の分布

対相関がない場合 $[1p_{1/2}]^2$

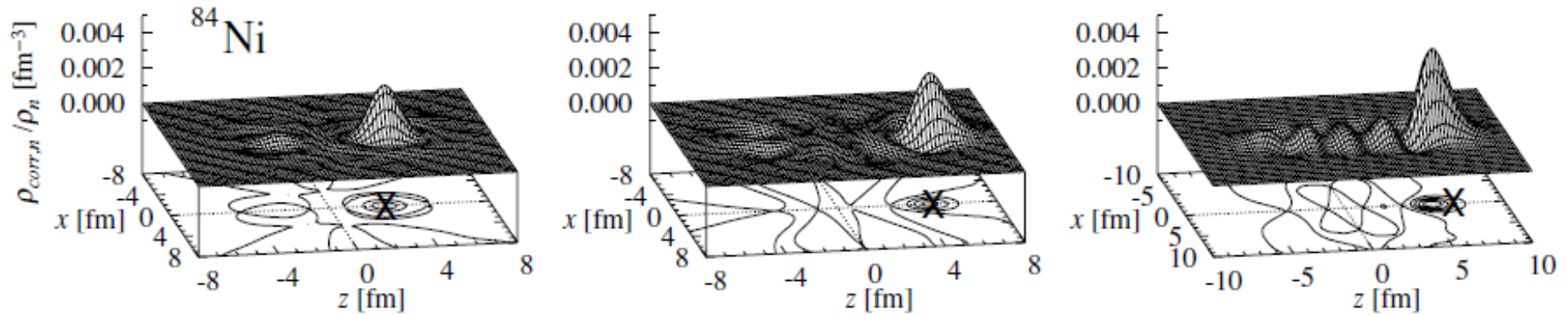


対相関がある場合

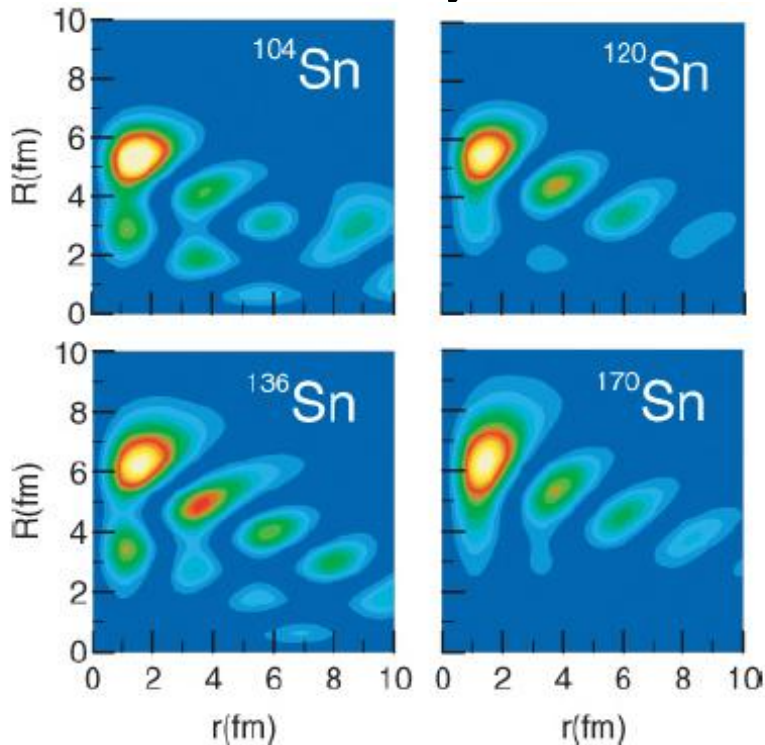


- 対相関がないと、 z と $-z$ で対称的な分布。片方の中性子がどこにいても分布は変わらない。
- 対相関があると、2つの中性子は近くにいる。1つの中性子の場所が変わると、もう1つも変わる。

重い中性子過剰核の dineutron 相関

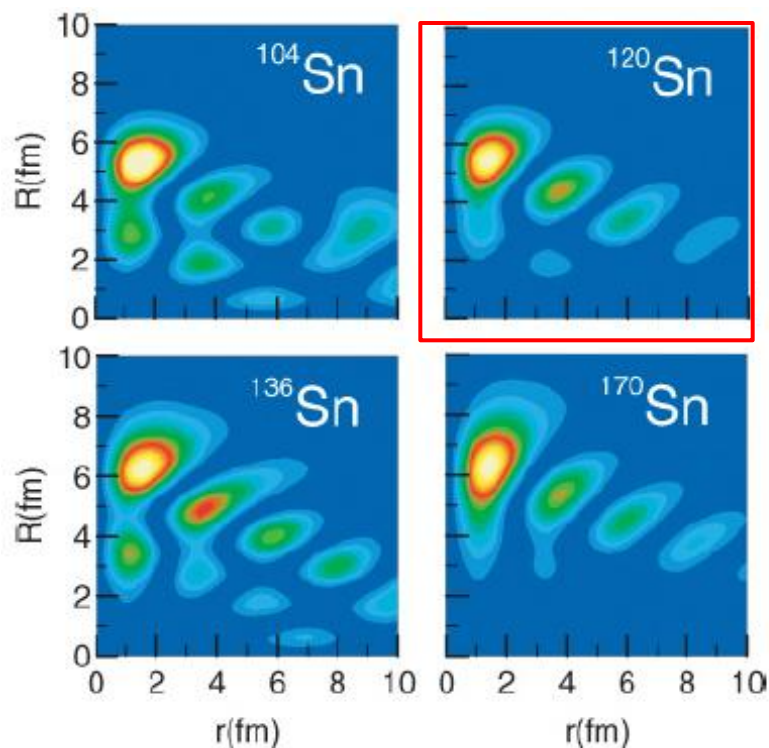


M. Matsuo, K. Mizuyama, and Y. Serizawa, PRC71('05)064326
Skyrme HFB

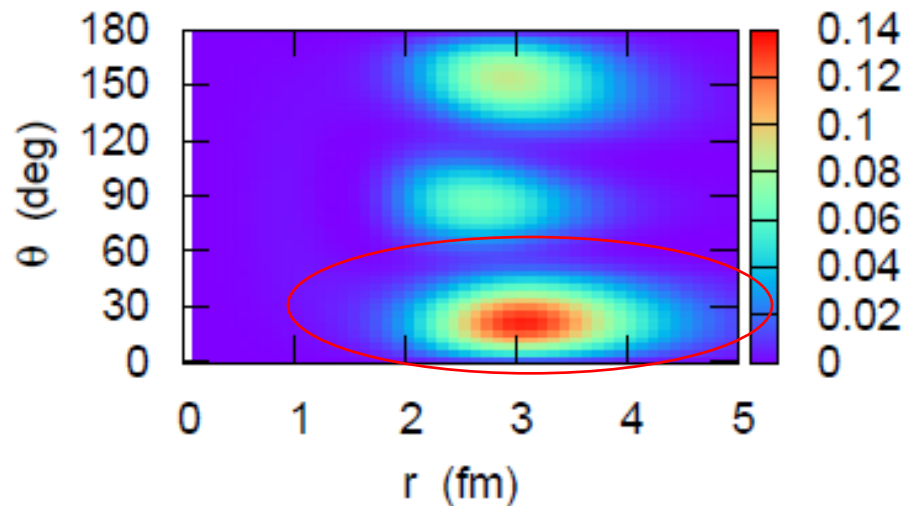


N. Pillet, N. Sandulescu, and P. Schuck,
PRC76('07)024310
Gogny HFB

(注) dineutron 相関は弱束縛に特有な現象というわけではない



^{18}O の3体模型計算

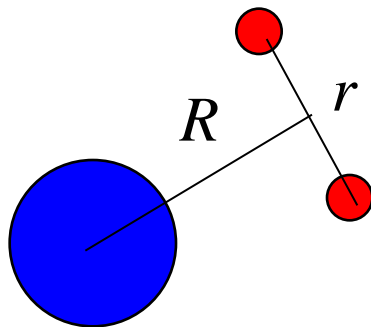
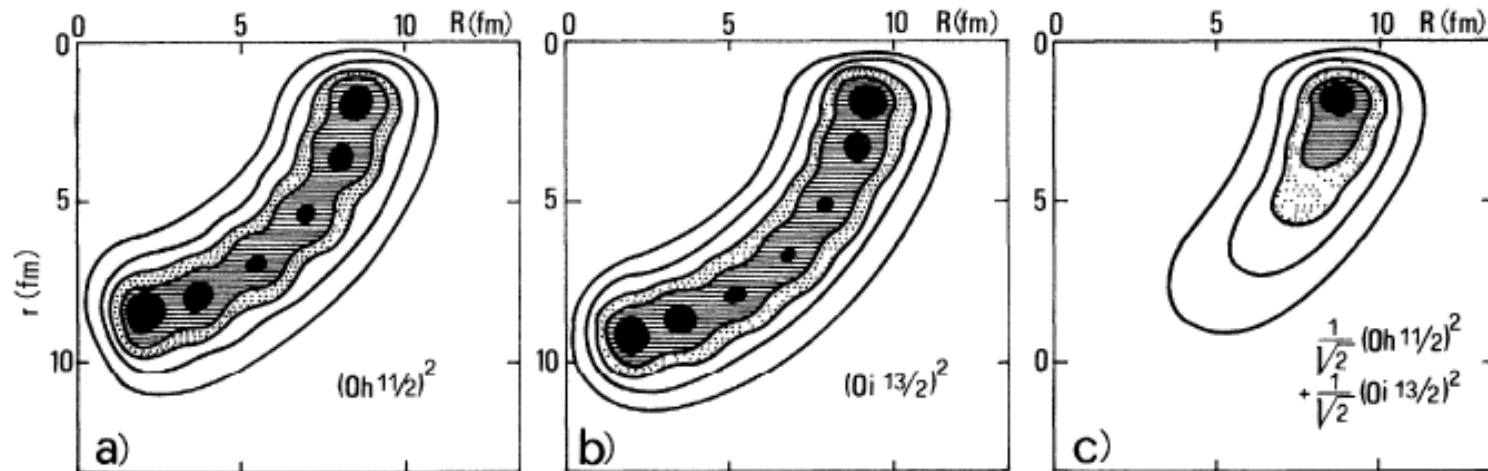


K. Hagino, H. Sagawa, and
P. Schuck, J. of Phys. G37('10)064040

N. Pillet, N. Sandulescu, and P. Schuck,
PRC76('07)024310

むしろ、対相関力による異なるパリティ状態の混合が本質的

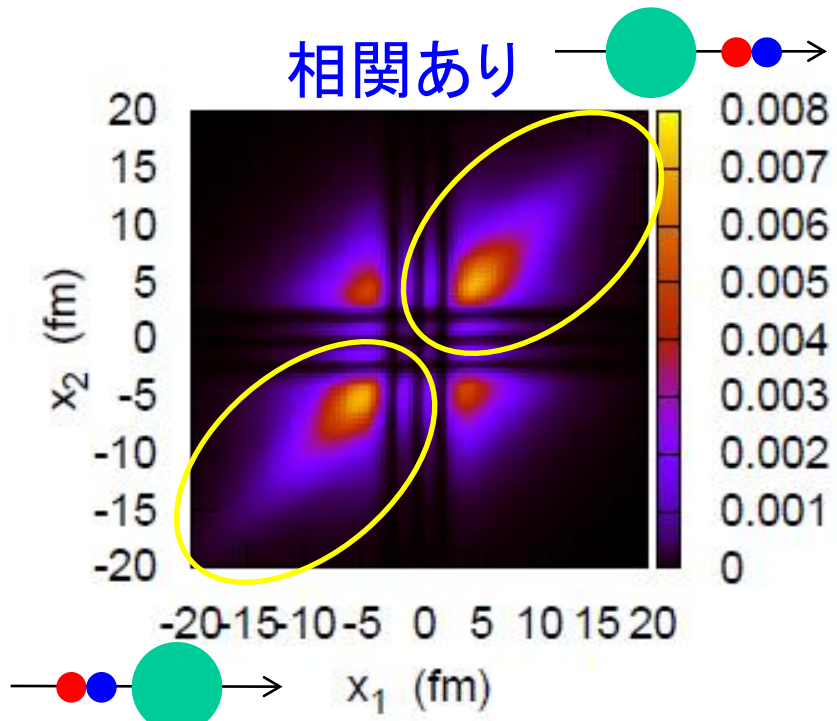
dineutron 相関は異なるパリティ状態の混合によって生じる



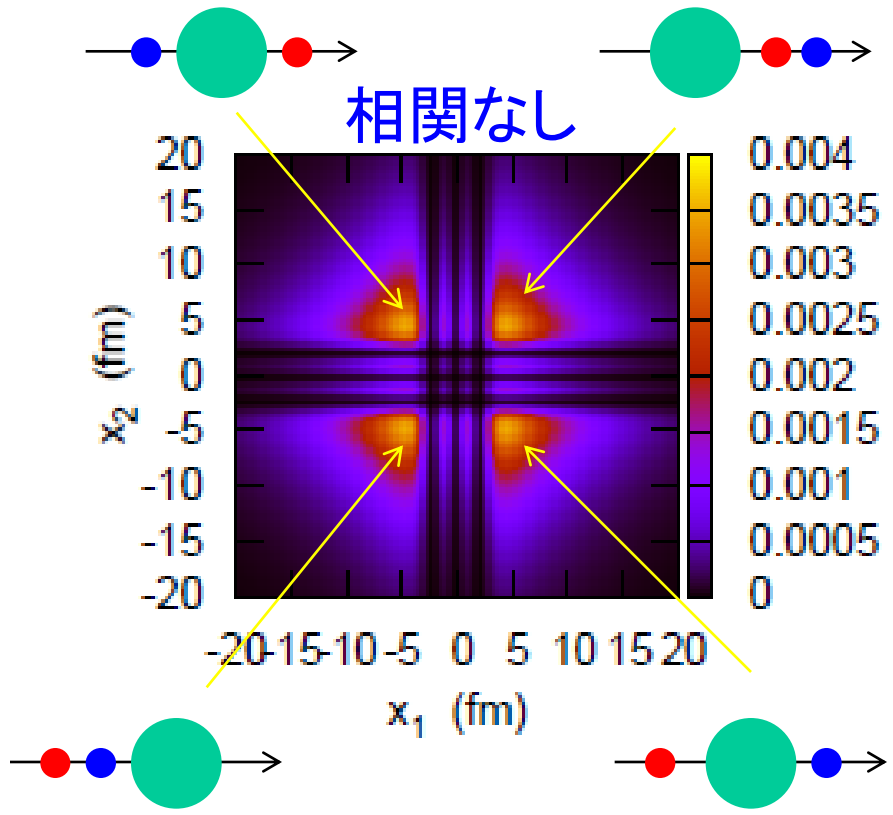
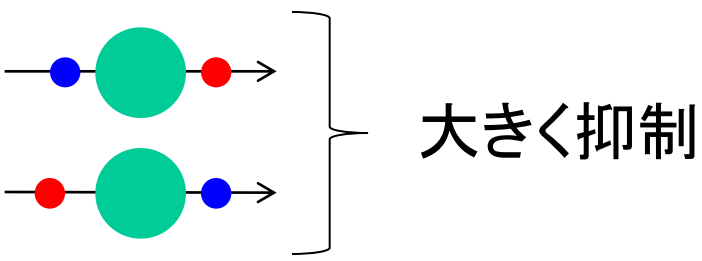
F. Catara, A. Insolia, E. Maglione,
and A. Vitturi, PRC29('84)1091

何故、異なるパリティが混ざると dineutron 相関が生じるのか?

1次元3体模型



双中性子相関



4つの対称的な分布

K. H., A. Vitturi, F. Perez-Bernal, and H. Sagawa,
J of Phys. G38('11)015105

何故、異なるパリティが混ざると dineutron 相関が生じるのか?

$$\Psi_{\text{gs}}(x_1, x_2) = \Psi_{\text{ee}}(x_1, x_2) + \Psi_{\text{oo}}(x_1, x_2)$$



2つの中性子とも
正パリティ状態



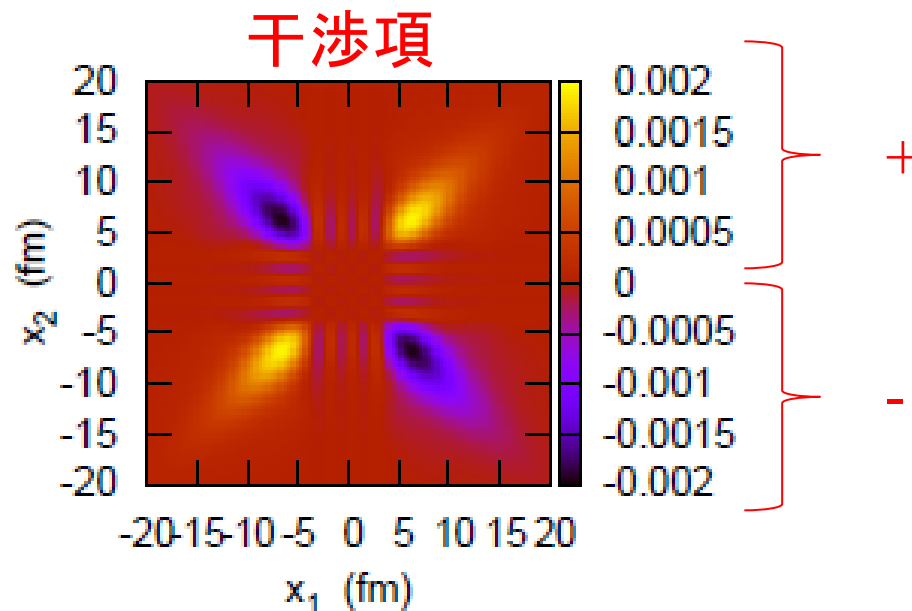
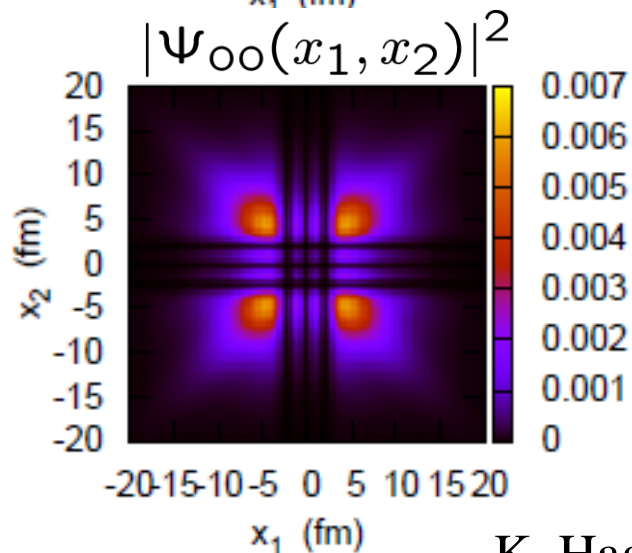
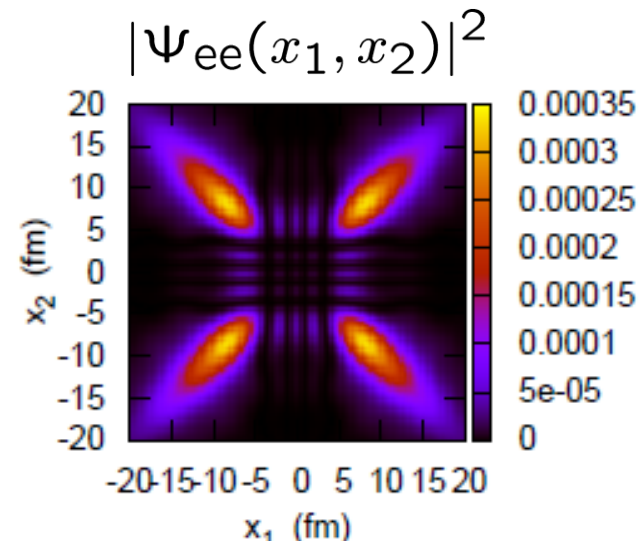
2つの中性子とも
負パリティ状態

$$\begin{aligned} \longrightarrow \rho_2(x_1, x_2) &= |\Psi_{\text{gs}}(x_1, x_2)|^2 \\ &= |\Psi_{\text{ee}}(x_1, x_2)|^2 + |\Psi_{\text{oo}}(x_1, x_2)|^2 \\ &\quad + 2\Psi_{\text{ee}}(x_1, x_2)\Psi_{\text{oo}}(x_1, x_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{cf. } \Psi_{\text{ee}}(x_1, x_2)\Psi_{\text{oo}}(x_1, x_2) \\ = -\Psi_{\text{ee}}(x_1, -x_2)\Psi_{\text{oo}}(x_1, -x_2) \end{aligned}$$

何故、異なるパリティが混ざると dineutron 相関が生じるのか?

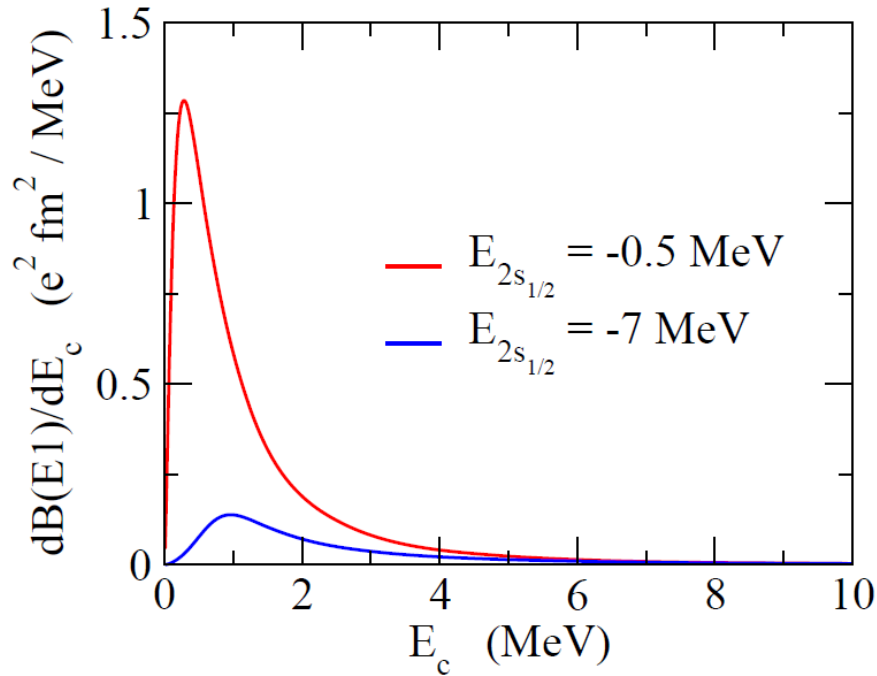
$$\rho_2(x_1, x_2) = |\Psi_{ee}(x_1, x_2)|^2 + |\Psi_{oo}(x_1, x_2)|^2 + 2\Psi_{ee}(x_1, x_2)\Psi_{oo}(x_1, x_2)$$



$$\begin{aligned} & \Psi_{ee}(x_1, x_2)\Psi_{oo}(x_1, x_2) \\ &= -\Psi_{ee}(x_1, -x_2)\Psi_{oo}(x_1, -x_2) \end{aligned}$$

ポロミアン原子核のE1励起

1中性子ハロー核の場合

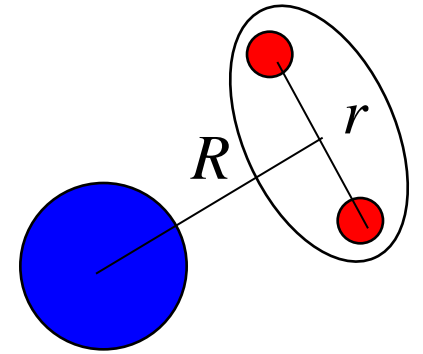


$$\hat{D}_\mu = e_{E1} \cdot r Y_{1\mu}(\theta, \phi)$$

$$e_{E1} = \frac{Z_c}{A_c + 1} e$$

$$\begin{aligned} B_{\text{tot}}(E1) &= \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} \\ &= \frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle r^2 \rangle_i \end{aligned}$$

2中性子ハロー核の場合



$$\hat{D}_\mu = e_{E1} \cdot R Y_{1\mu}(\theta_R, \phi_R)$$

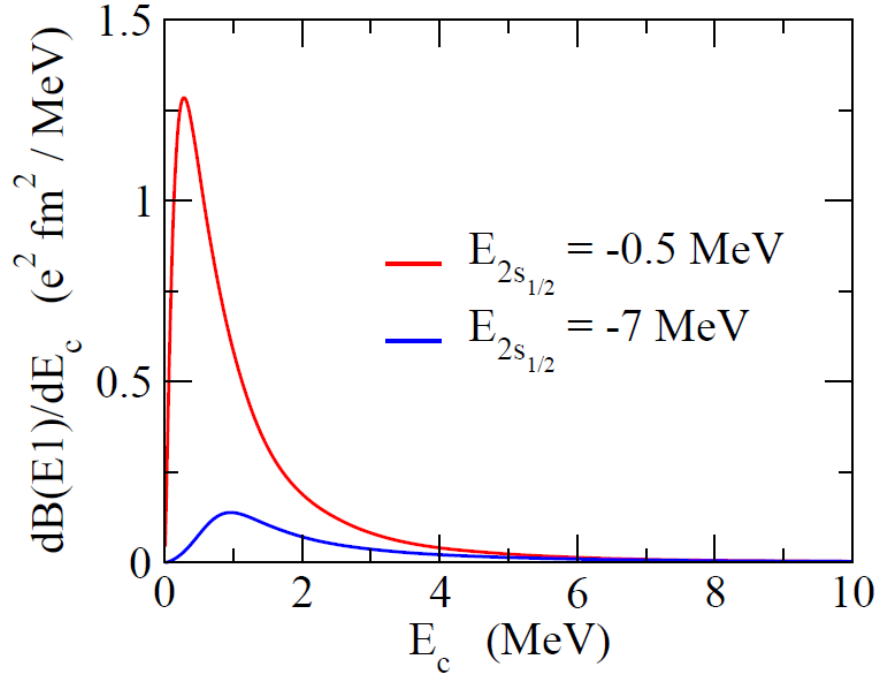
$$R = (r_1 + r_2)/2$$

$$\begin{aligned} e_{E1} &= \frac{2Z_c - 0 \cdot A_c}{A_c + 2} e \\ &= \frac{2Z_c}{A_c + 2} e \end{aligned}$$

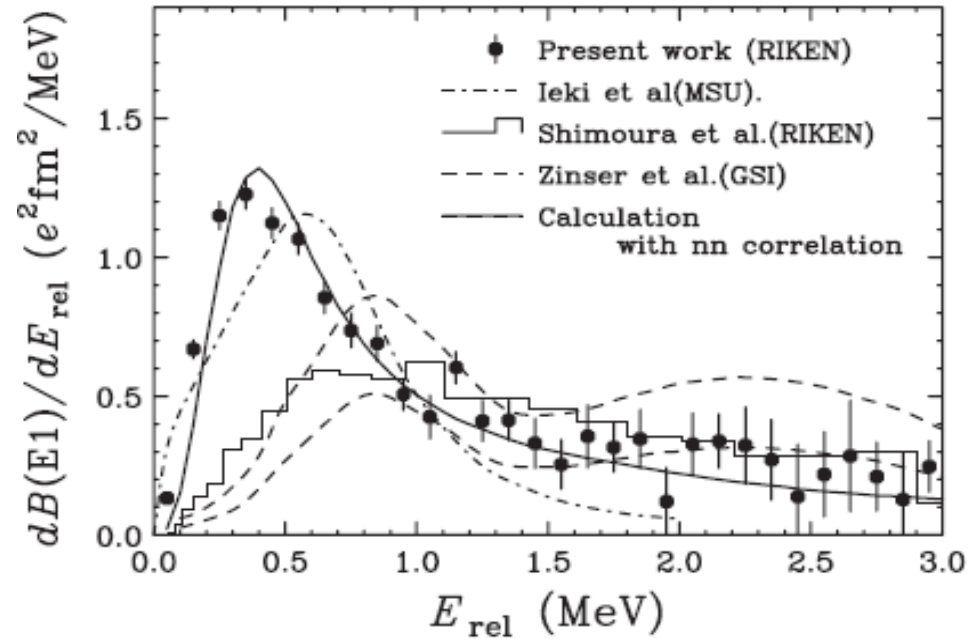
$$\begin{aligned} B_{\text{tot}}(E1) &= \frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle R^2 \rangle \\ &= \frac{3}{\pi} \left(\frac{Z_c e}{A_c + 2} \right)^2 \langle R^2 \rangle \end{aligned}$$

ポロミアン原子核のE1励起

1中性子ハロー核の場合



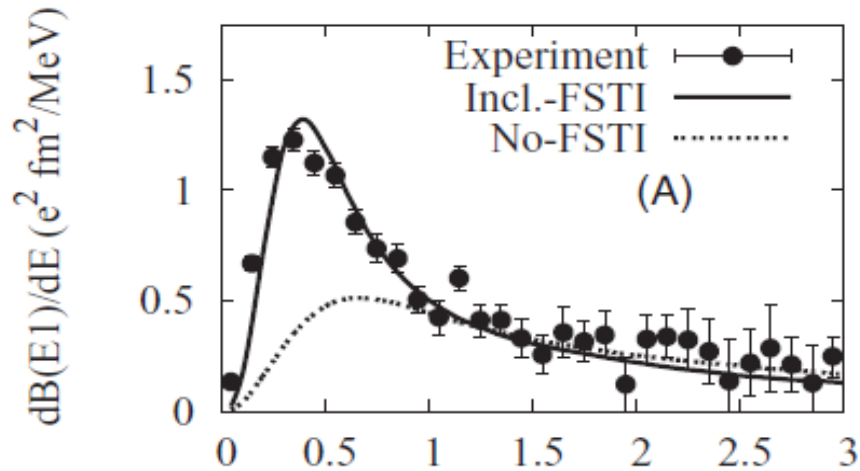
^{11}Li 原子核の実験データ



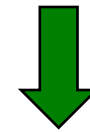
T. Nakamura et al., PRL96('06)252502

低エネルギー領域にするどい
ピーク

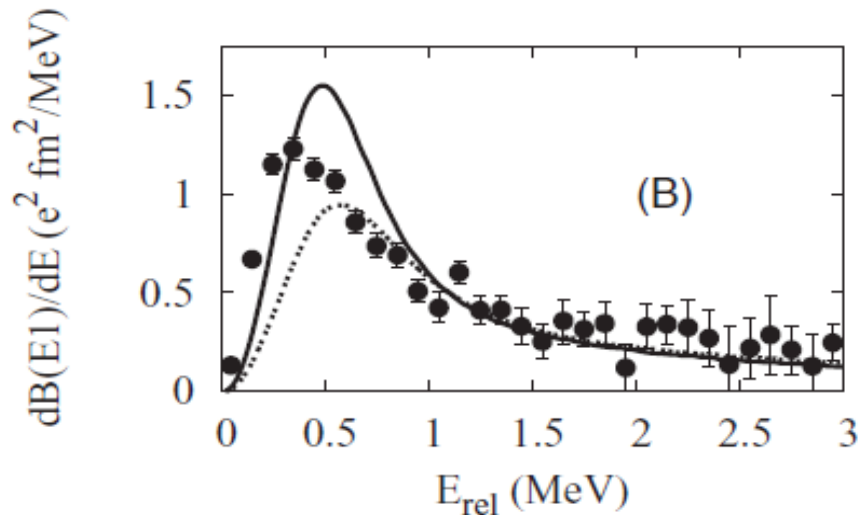
ポロミアン原子核のE1励起



実験データは nn 相関を考慮しない限り説明できない



双中性子相関の有力な実験的証拠



H. Esbensen, K. Hagino,
P. Mueller, and H. Sagawa,
PRC76('07)024302

${}^6\text{He}$ の実験データ

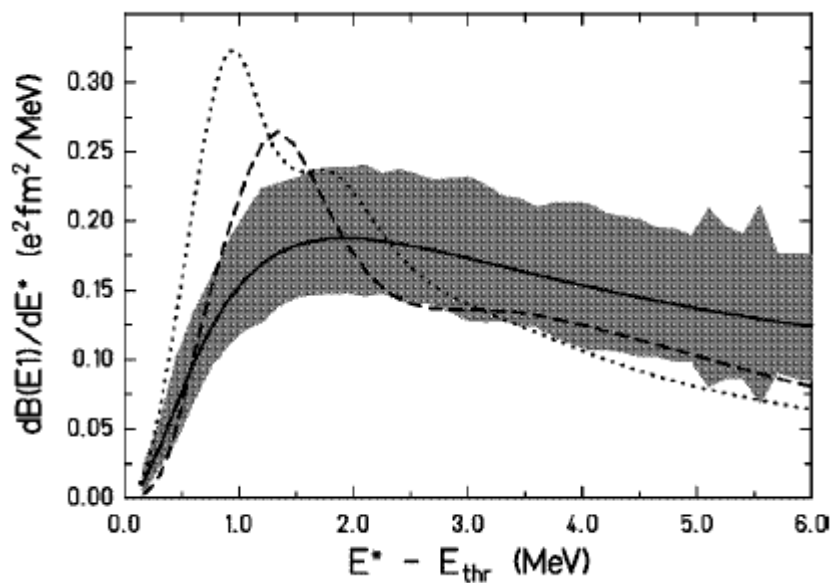


TABLE II. Experimental values (Expt.) for the integrated ($E^* \leq 5$ MeV and $E^* \leq 10$ MeV) non-energy-weighted [$\Sigma B(E1)$] and energy-weighted [$\Sigma E^{**} B(E1)$] dipole strength. Corresponding theoretical values from “Ref.” and sum rule values are given for comparison.

Ref.	$\Sigma B(E1)$ ($e^2 \text{ fm}^2$)	$\Sigma E^{**} B(E1)$ ($e^2 \text{ fm}^2 \text{ MeV}$)
Expt. ($E^* \leq 5$ MeV)	0.59 ± 0.12	1.9 ± 0.4
[7] ($E^* \leq 5$ MeV)	0.71	2.46
Expt. ($E^* \leq 10$ MeV)	1.2 ± 0.2	6.4 ± 1.3
[7] ($E^* \leq 10$ MeV)	1.02	4.97
Cluster sum rule	1.37 [7]	4.95
TRK sum rule		19.7

T. Aumann et al., PRC59(‘99)1252

ボロミアン原子核の幾何学

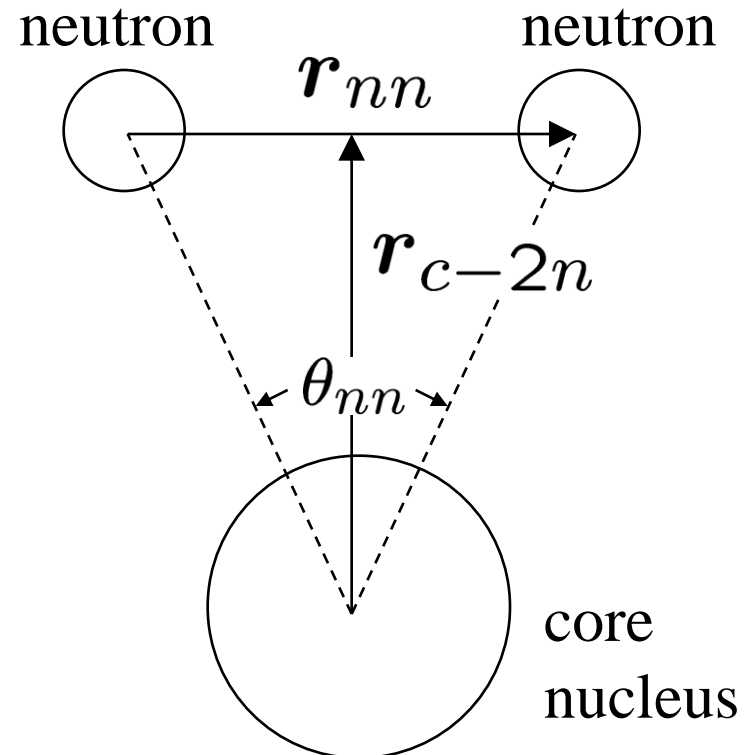
実験データから2中性子の空間的配位を決められないか?



r_{c-2n} と r_{nn} の情報があれば、
2中性子の間の角度は

$$\cos \frac{\theta_{nn}}{2} \sim \frac{r_{c-2n}}{\sqrt{r_{c-2n}^2 + \frac{r_{nn}^2}{4}}}$$

と見積もることができる。

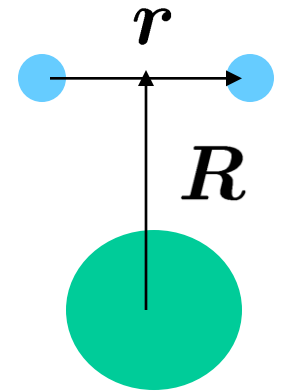


ポロミアン原子核の幾何学

$$\sqrt{\langle R^2 \rangle}$$

は、 $B_{\text{tot}}(E1)$ から見積もることができる:

$$B_{\text{tot}}(E1) \sim \frac{3}{\pi} \left(\frac{Z_{ce}}{A_c + 2} \right)^2 \langle R^2 \rangle$$



$$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$$

は、物質密度半径から見積もることができる:

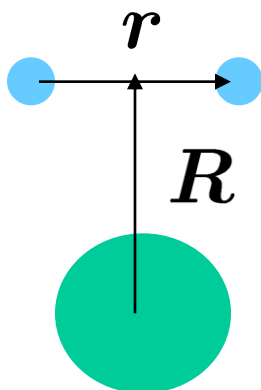
$$\langle r_m^2 \rangle = \frac{A_c}{A_c + 2} \langle r_m^2 \rangle_{A_c} + \frac{2A_c}{(A_c + 2)^2} \langle R^2 \rangle + \frac{1}{2(A_c + 2)} \langle r^2 \rangle$$

または、 $2n$ 分解反応のHBT解析より見積もれる:

$$C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \frac{P_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{P_1(\mathbf{p}_1)P_1(\mathbf{p}_2)}$$

(C.A. Bertulani and M.S. Hussein, PRC76('07)051602)

ポロミアン原子核の幾何学



nn 間角度の「実験値」

$$\sqrt{\langle R^2 \rangle} \longleftarrow B_{\text{tot}}(\text{E1})$$

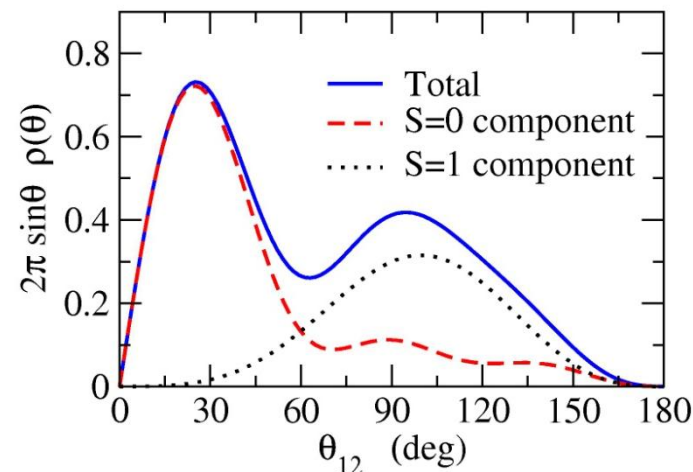
$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} \longleftarrow \text{matter radius or HBT}$$

$$\begin{aligned} \langle \theta_{12} \rangle &= 65.2^{+11.4}_{-13.0} \quad ({}^{11}\text{Li}) \\ &= 74.5^{+11.2}_{-13.1} \quad ({}^6\text{He}) \end{aligned}$$

K.H. and H. Sagawa, PRC76('07)047302

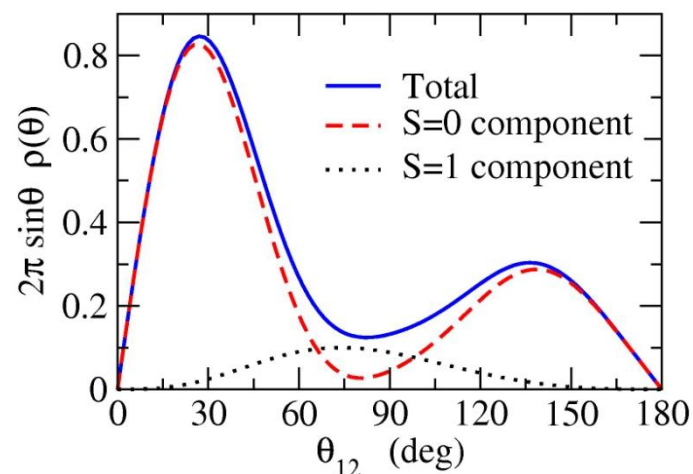
C.A. Bertulani and M.S. Hussein,
PRC76('07)051602

${}^{11}\text{Li}$ 3体模型計算の結果



$$\longrightarrow \langle \theta_{12} \rangle = 65.29 \text{ deg.}$$

${}^6\text{He}$



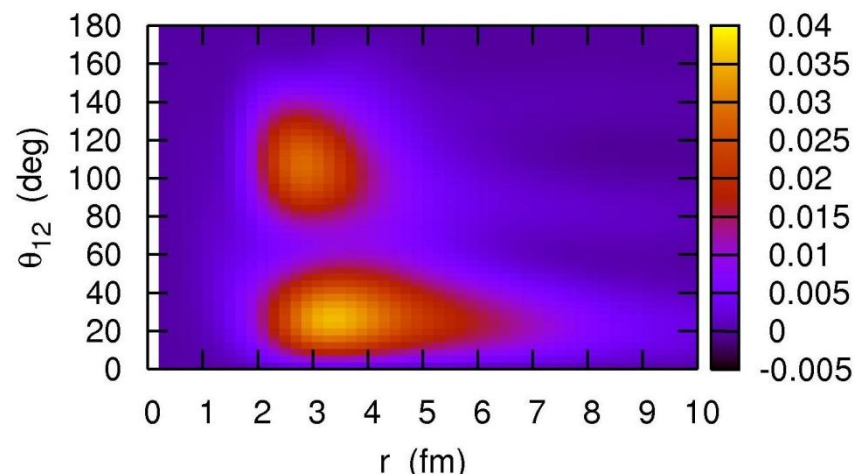
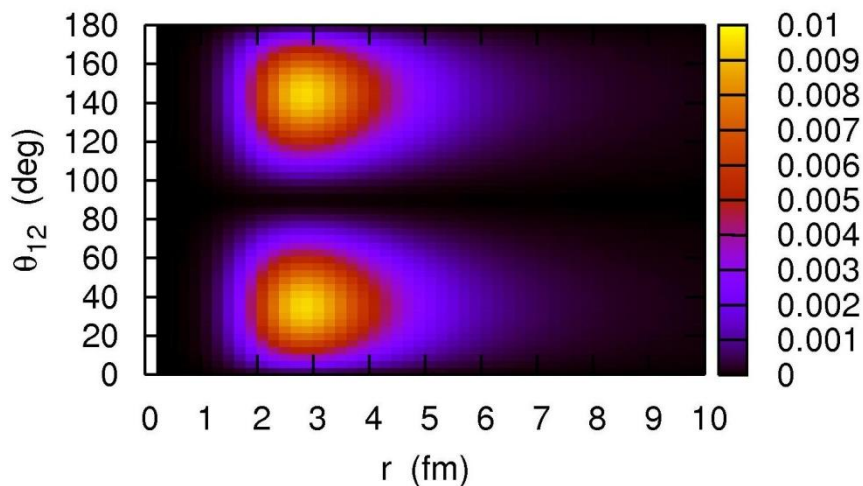
$$\longrightarrow \langle \theta_{12} \rangle = 66.33 \text{ deg.}$$

注意点

nn 間角度の「実験値」

$$\langle \theta_{12} \rangle = 65.2^{+11.4}_{-13.0} \quad ({}^{11}\text{Li})$$

$$= 74.5^{+11.2}_{-13.1} \quad ({}^6\text{He})$$



相関がなければ $\langle \theta_{12} \rangle = 90$ 度



ここからのずれが相関の強さの度合いを反映する

$\langle \theta_{12} \rangle = 65$ 度は dineutron 相関とは矛盾しない (2つのピークの平均となっているため)