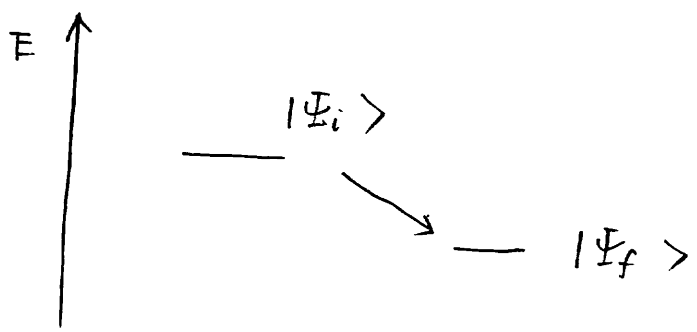
## 四 原子核の安定性

自然界に存在する(ほぼ)安定な原子核：287種
存在が予想されている原子核：7,000〜10,000種

→ ほとんどの原子核が不安定

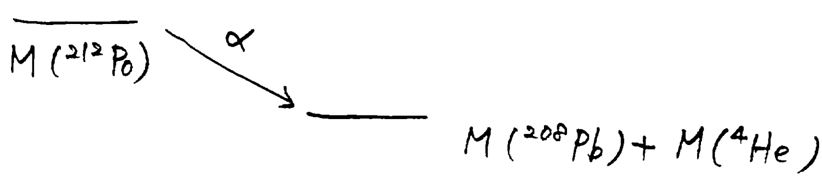
原子核の主な崩壊様式

- ◦ $\alpha$ 崩壊：$\alpha$ 粒子 ($^{4}He$ 原子核) の放出 ↔ 強い相互作用
- ◦ $\beta$ 〃：$n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e$ ↔ 弱い 〃
  $p \rightarrow n + e^{+} + \nu_e$
- ◦ $\gamma$ 〃：$\gamma$ 線 (電磁波) の放出による脱励起 ↔ 電磁 〃
- ◦ 核分裂
- ◦ 中性子放出：(主に)高い励起状態からの脱励起 ↔ 強い 〃




という状況であれば崩壊は自発的におこる

例) $^{212}Po \rightarrow {}^{208}Pb + {}^{4}He$



一般に，　$\tau_w \gg \tau_\gamma \gg \tau_s$

$\tau_w$ : 弱い相互作用による崩壊の寿命
$\tau_\gamma$ : 電磁　　　:
$\tau_s$ : 強い　　　:

・結合定数の違い（状態間の結合の強さ）による
→ ただし α 崩壊は例外
（量子トンネル現象が関係するため）

・強い相互作用による崩壊が起こる場合は電磁相互作用による崩壊は無視できる

例）　$^{16}O + {}^{208}Pb \xrightarrow{核融合} {}^{224}Th^*$

熱い原子核の生成
↓
まず中性子の放出が起こる → 冷えていく
↓
十分冷えて中性子がもう出なくなってからはじめて γ 線が出てくる

## ■ 時間に依存する摂動論

$$H_0 \phi_n = \varepsilon_n \phi_n \longrightarrow \psi(t) = e^{-i\varepsilon_n t/\hbar}\phi_n$$ （定常解）

。（時間に依存する）外場 $V(t)$ が加わったら
系はどのように時間発展するか？

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H_0 - V(t)\right]\psi(t)=0, \quad \psi(t=0)=\phi_n$$
を解く.

$$\boxed{\psi(t)=\sum_m c_m(t)\, e^{-i\varepsilon_m t/\hbar}\phi_m \text{ と展開}}$$
$(c_m(t=0)=\delta_{m,n})$

↓

$$0=\sum_m \left[i\hbar\, \dot c_m - i\hbar\cdot \cancel{\frac{i\varepsilon_m}{\hbar}}\, c_m - \cancel{c_m}\, \varepsilon_m - V(t)\, c_m\right] \times e^{-i\varepsilon_m t/\hbar}\phi_m$$

$\langle\phi_k| \longrightarrow$ $\quad(\langle\phi_k|\phi_m\rangle = \delta_{k,m})$

↓

$$i\hbar\, \dot c_k\, e^{-i\varepsilon_k t/\hbar} - \sum_m \langle\phi_k|V(t)|\phi_m\rangle e^{-i\varepsilon_m t/\hbar} c_m = 0$$

↓

$$\boxed{i\hbar\, \dot c_k = \sum_m \langle\phi_k|V(t)|\phi_m\rangle\, e^{i(\varepsilon_k-\varepsilon_m)t/\hbar}\, c_m}$$

この方程式を形式的に解くと

$$C_k(t) = \delta_{k,n} + \frac{1}{i\hbar}\int_0^t dt' \sum_m \underline{C_m(t')}\, e^{i\varepsilon_{km}t'/\hbar}\, V_{km}(t')$$

右辺全体
を代入すると…

$$\varepsilon_{km} \equiv \varepsilon_k - \varepsilon_m$$
$$V_{km} \equiv \langle \varphi_k | V | \varphi_m \rangle$$

$$= \delta_{k,n} + \frac{1}{i\hbar}\int_0^t dt' \sum_m \left(\delta_{m,n} + \frac{1}{i\hbar}\int_0^{t'} dt'' \cdots\cdots \right) \times e^{i\varepsilon_{km}t'/\hbar}\, V_{km}(t')$$

$$\sim \delta_{k,n} + \frac{1}{i\hbar}\int_0^t dt' \sum_m \delta_{m,n}\, e^{i\varepsilon_{km}t'/\hbar}\, V_{km}(t')$$

$$= \delta_{k,n} + \frac{1}{i\hbar}\int_0^t dt'\, e^{i\varepsilon_{kn}t'/\hbar}\, V_{kn}(t')$$

時刻 $t$ に系が $\varphi_k$ 状態 $(k \neq n)$ にある
確率：

$$P_{n\to k}(t) = \left| \langle \varphi_k | \psi(t) \rangle \right|^2$$

$$= |C_k(t)|^2$$

$$\sim \left| \frac{1}{i\hbar}\int_0^t dt'\, e^{i\varepsilon_{kn}t'/\hbar}\, V_{kn}(t') \right|^2$$

"外場 $V(t)$ により $n \to k$ に遷移した"

初期状態 $\varphi_n$ にとどまる確率： $P_{sur} = 1 - \sum_{k\neq n} P_{n\to k}(t)$.

○ 周期的な摂動による遷移

$$V(t) = \hat{F}\, e^{\mp i\omega t} \quad \text{のとき}$$

$$\int_0^t dt'\, e^{i\varepsilon_{kn}t'/\hbar}\, V_{kn}(t') = F_{kn}\int_0^t dt'\, e^{i(\varepsilon_{kn}\mp\hbar\omega)t'/\hbar}$$

$$= F_{kn}\cdot\frac{\hbar}{i(\varepsilon_{kn}\mp\hbar\omega)}\Big(\underbrace{e^{i(\varepsilon_{kn}\mp\hbar\omega)t/\hbar}-1}\Big)$$

$$\| $$

$$2i\, e^{i\Delta t/2\hbar}\underbrace{\left(e^{i\Delta t/2\hbar}-e^{-i\Delta t/2\hbar}\right)}_{2i}$$

$$\| $$

$$2i\, e^{i\Delta\cdot t/2\hbar}\sin\left(\frac{\Delta}{2\hbar}\cdot t\right)$$

$\Downarrow$

$$P_{n\to k}(t) = \frac{4}{\Delta^2}\,|F_{kn}|^2\sin^2\left(\frac{\Delta}{2\hbar}t\right)$$

$$\Delta \equiv \varepsilon_k-\varepsilon_n\mp\hbar\omega$$

(note) $f(x) = \frac{1}{x^2}\sin^2\left(\frac{x}{2\hbar}t\right)\xrightarrow[t\to\infty]{}\frac{\pi}{2\hbar}\,t\,\delta(x)$

$\Downarrow$

$$\boxed{P_{n\to k}(t) \sim \frac{2\pi}{\hbar}\cdot t\cdot|F_{kn}|^2\,\delta(\varepsilon_k-\varepsilon_n\mp\hbar\omega)}$$

いくつかの状態が $\varepsilon_k = \varepsilon_n\pm\hbar\omega$ に縮退している時

$$P_{n\to k}(t) = \frac{2\pi}{\hbar}\cdot t\cdot|F_{kn}|^2\,\rho(\varepsilon_k)$$

$$\equiv \lambda_k t$$

↓

時間$t$たったとき遷移(崩壊)がおきていない確率

$$P_{sur}(t) \sim 1 - \sum_{k \neq n} \lambda_k t$$

$$\sim e^{-\lambda t}$$

$$\lambda \equiv \sum_{k \neq n} \lambda_k$$

(note) $\lambda \propto |T_{fi}|^2$

↓ $\lambda_s > \lambda_\gamma > \lambda_w$

$t=0$ に $N_0$ コの粒子がある時

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = \sum_k \lambda_k$$

(崩壊の指数関数則)

半減期 $N(t = T_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$

$$\rightarrow T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \ln 2.$$