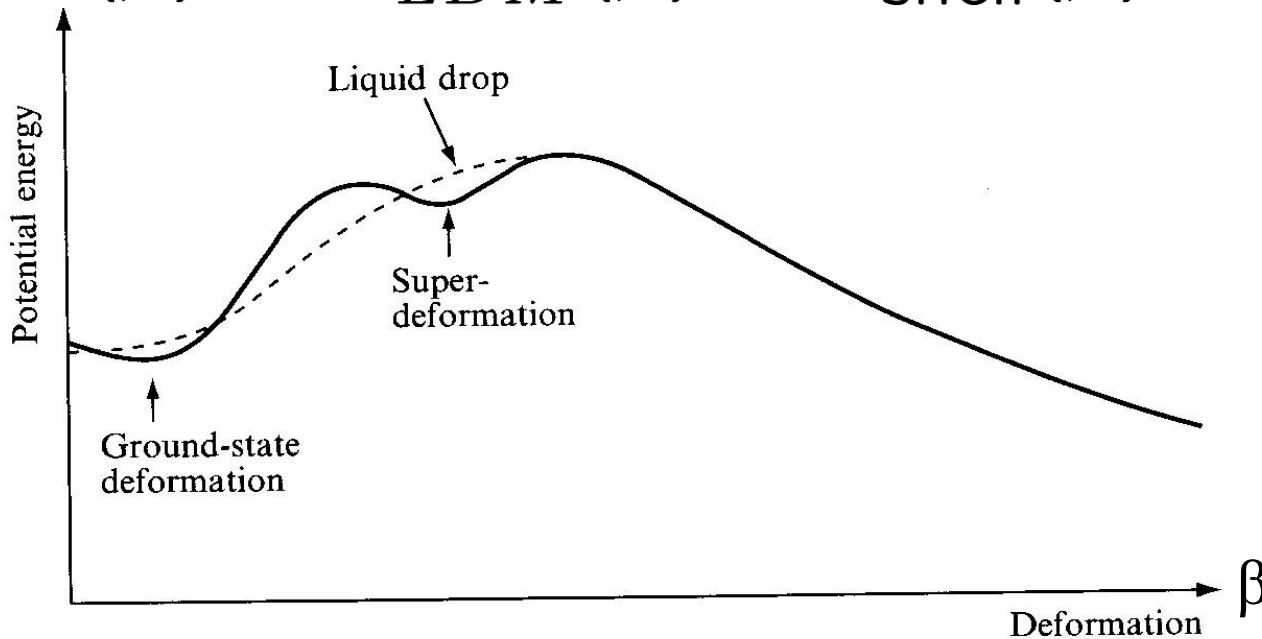


# 原子核の変形

原子核の変形に伴うエネルギーの変化

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{shell}(\beta)$$



液滴模型  
殻補正



必ず球形

変形状態が基底状態になる場合あり

\* 対称性の自発的破れ

# 原子核の変形

## $^{154}\text{Sm}$ の励起スペクトル

0.903 —————  $8^+$   
(MeV)

0.544 —————  $6^+$

0.267 —————  $4^+$

0.082 —————  $2^+$

0 —————  $0^+$

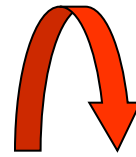
$^{154}\text{Sm}$

$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

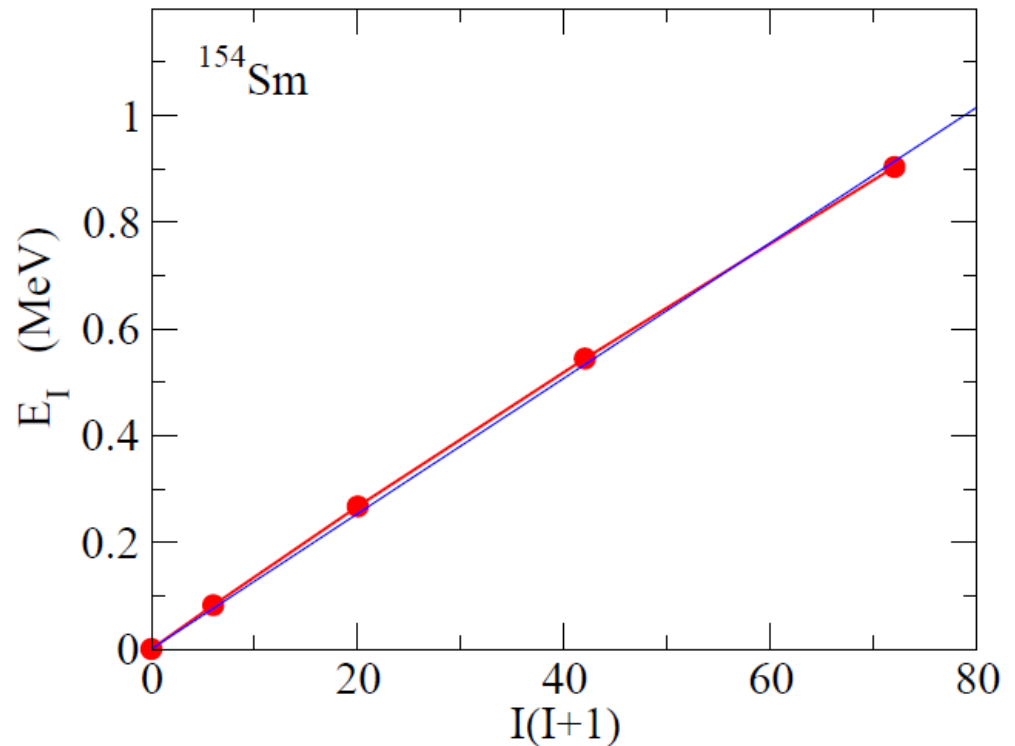
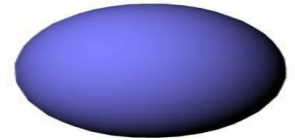
Cf. 剛体の回転エネルギー (古典力学)

$$E = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2 = \frac{I^2}{2\mathcal{J}}$$

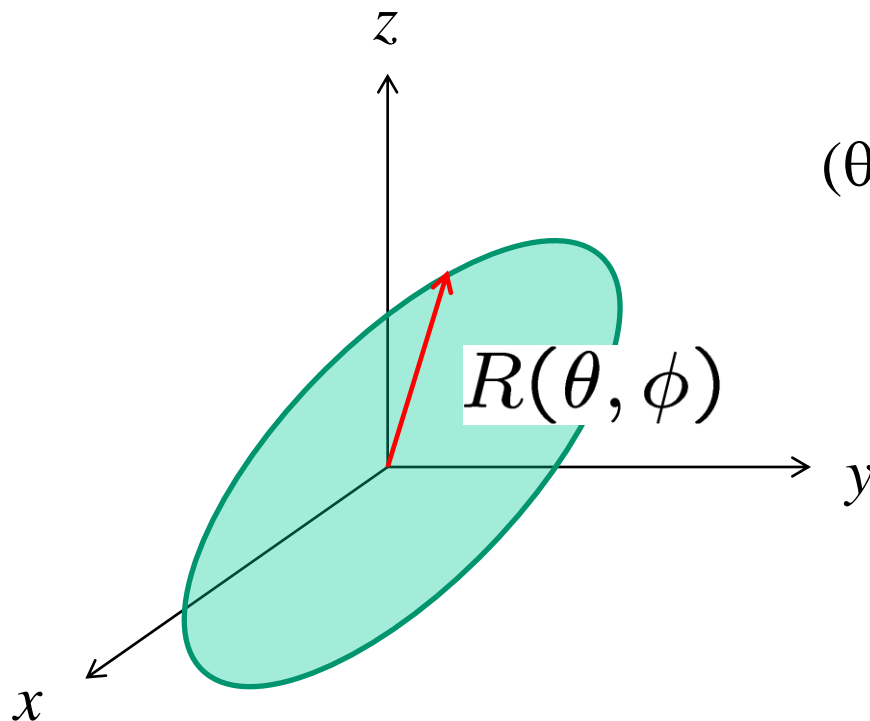
$$(I = \mathcal{J}\omega, \omega = \dot{\theta})$$



$^{154}\text{Sm}$  は変形している



# 変形パラメーター



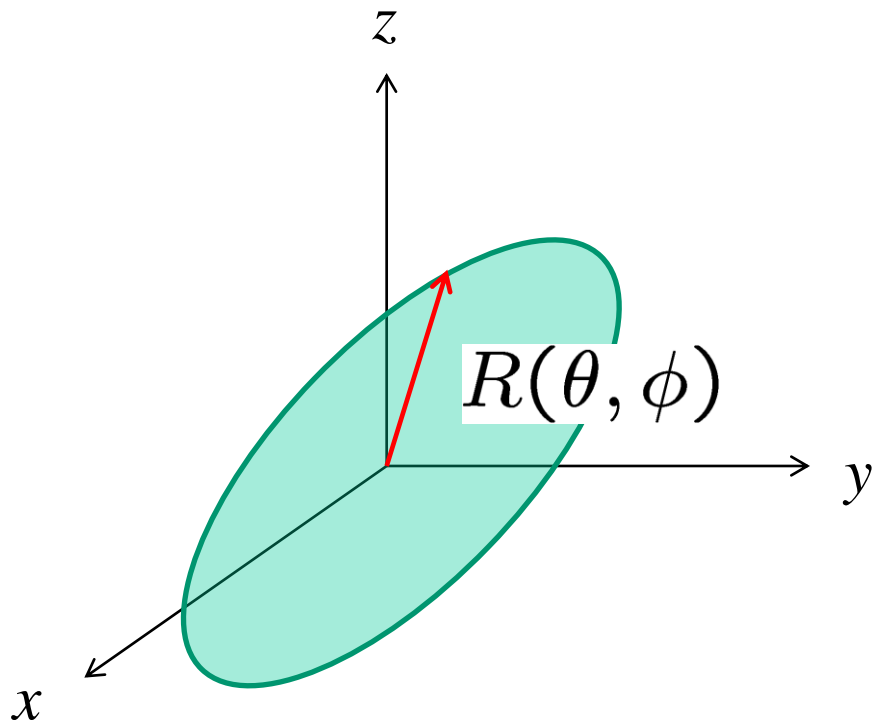
$(\theta, \phi)$  方向の半径:  $R(\theta, \phi)$

任意の関数は球面調和関数で展開できる:

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

$\alpha_{\lambda\mu}$ : 変形パラメーター

# 変形パラメーター



$$R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

最も重要な変形は  $\lambda = 2$   
(四重極変形)

$\lambda = 0$ :  $R_0$  に吸収

$\lambda = 1$ : 重心の位置を変えるだけ  
(原点を適当にとれば

$\alpha_{1\mu} = 0$  とすることができる)

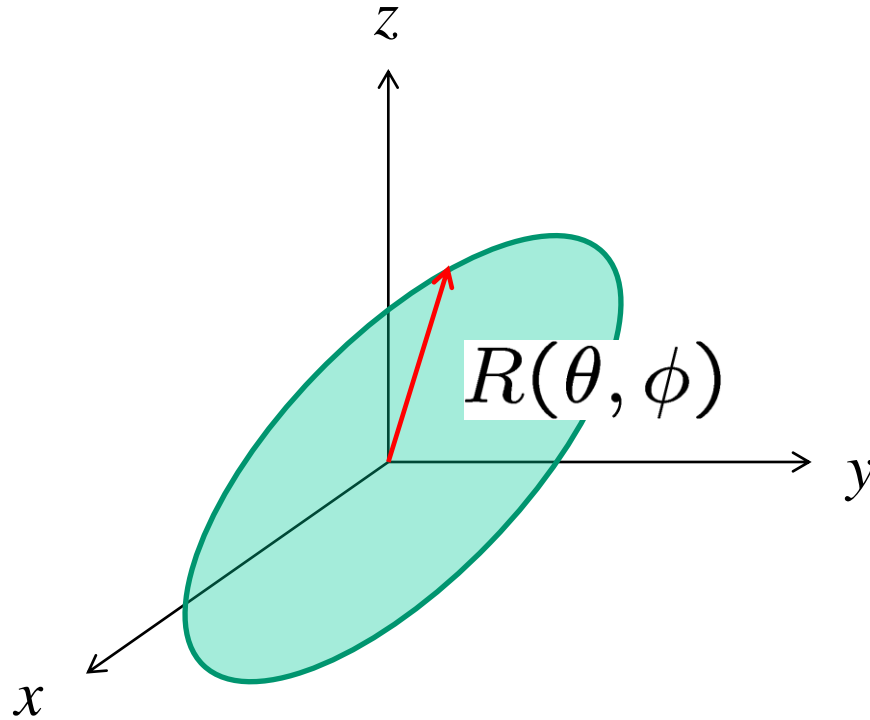
$\lambda = 2$ : 楕円体型の変形

以下、 $\lambda = 2$  に話を限定

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

以下、 $\lambda = 2$  に話を限定  $R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\theta, \phi) \right)$

\*この時点で5個の独立なパラメーター： $\alpha_{22} \sim \alpha_{2-2}$



軸をうまく取りなおすことによってより表現が簡単になる

四重極変形の代表的な形はキウイ・フルーツ型



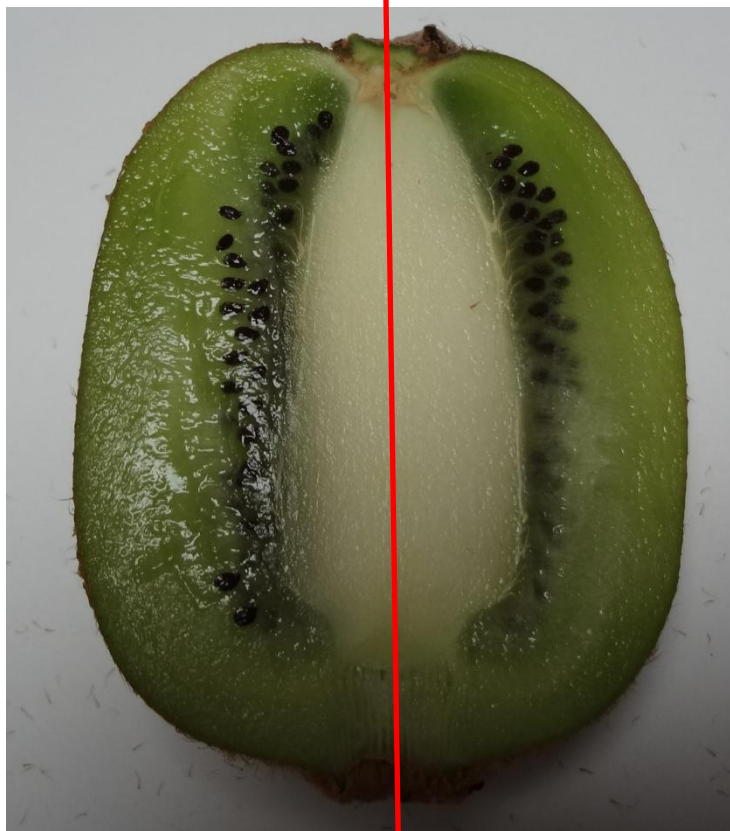
横からみた形



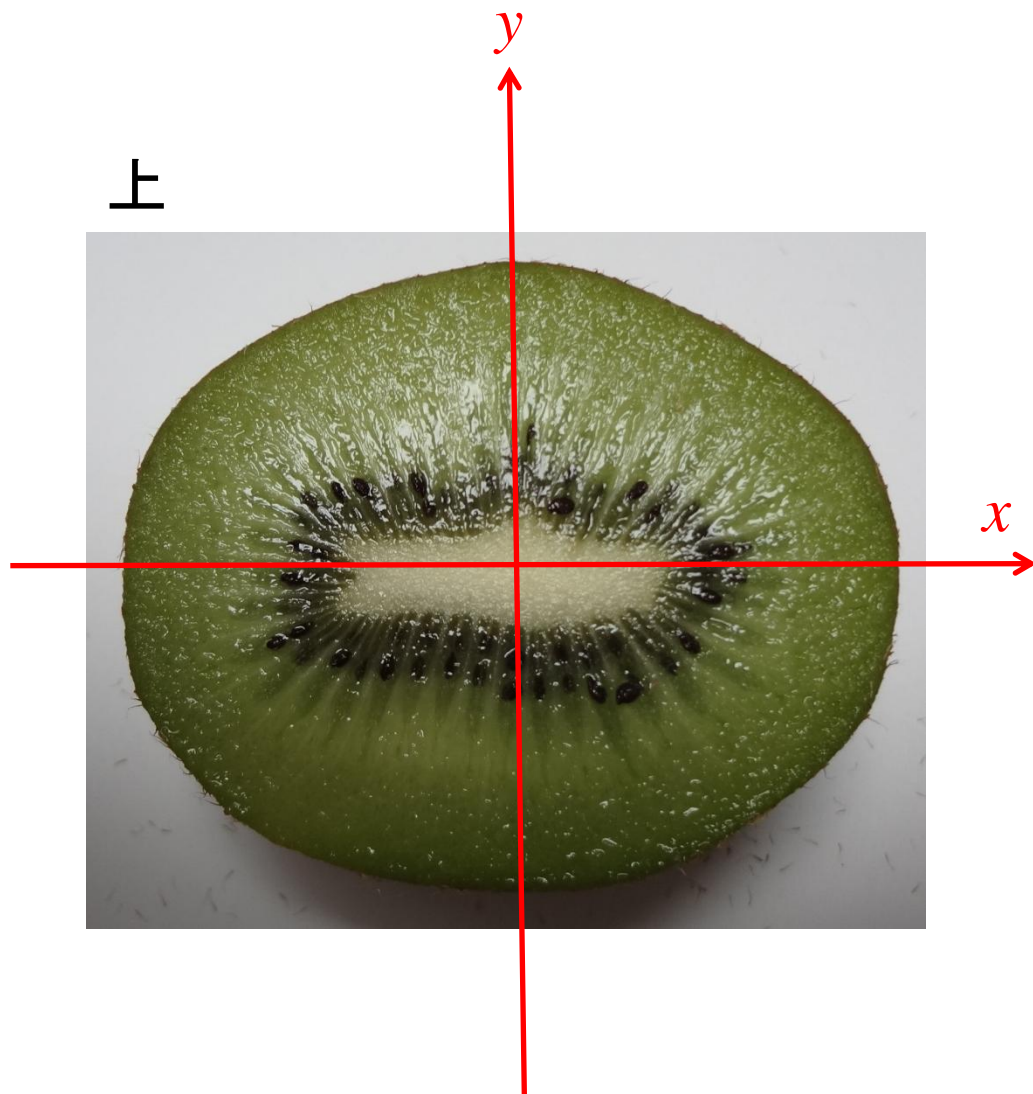
上からみた形



横

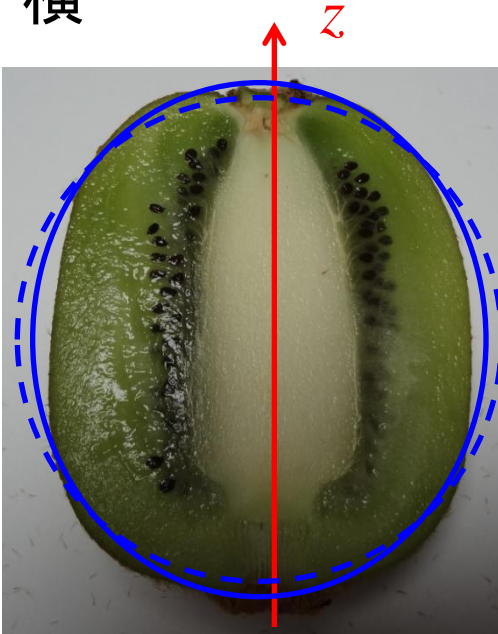


上

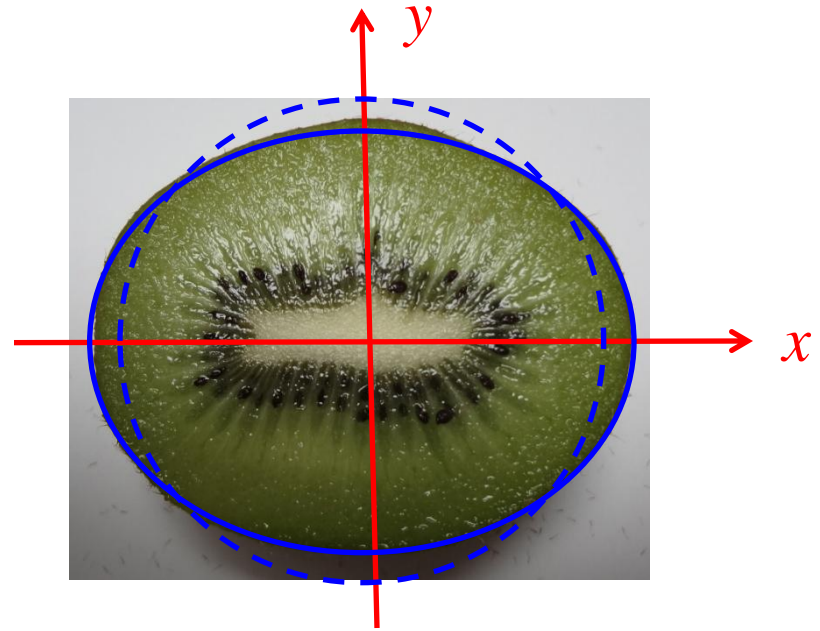




横



上



この形は2つのパラメーター(のみ)で記述できる

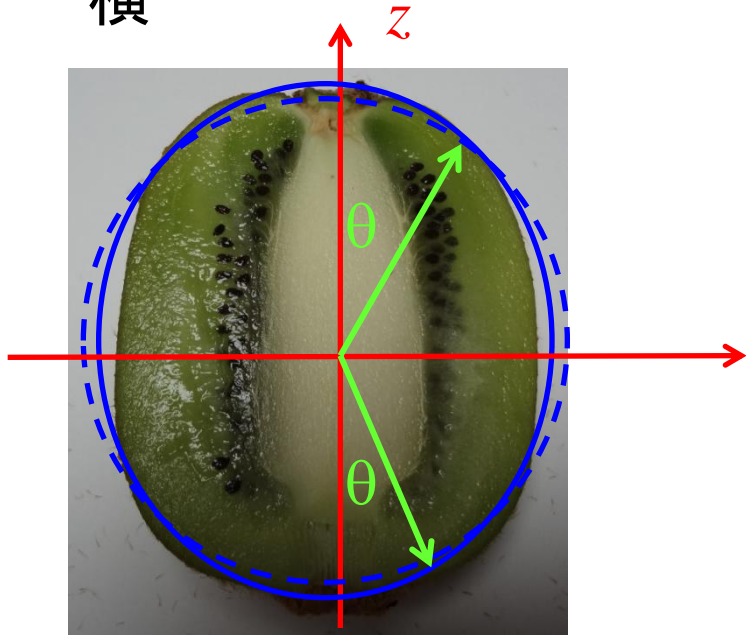
✓「横」から見た時にどのくらい円からずれているか

✓「上」から見た時にどのくらい円からずれているか

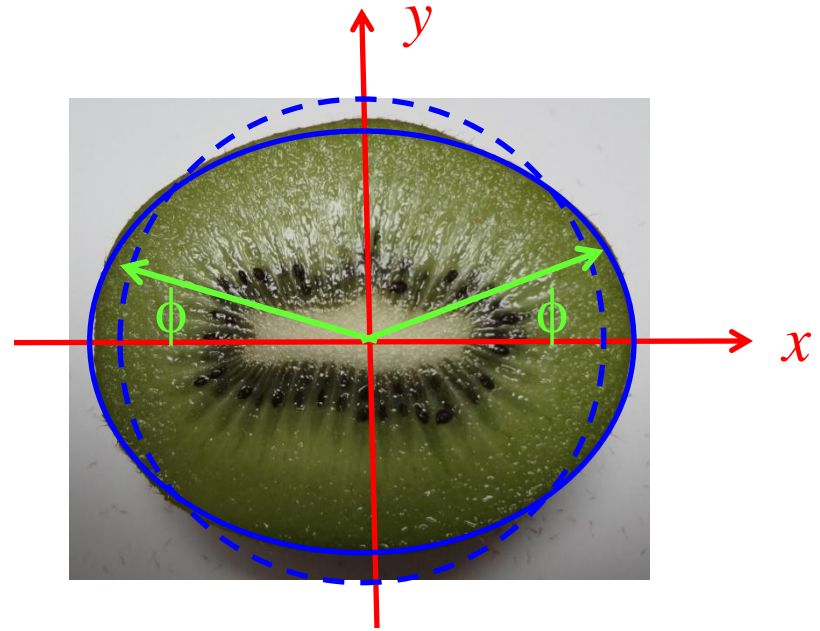
数学的には

$$R(\theta, \phi) = R_0 [1 + a_{20}Y_{20}(\theta) + a_{22}(Y_{22}(\theta, \phi) + Y_{2-2}(\theta, \phi))]$$

横



上



数学的には

$$R(\theta, \phi) = R_0 [1 + a_{20}Y_{20}(\theta) + a_{22}(Y_{22}(\theta, \phi) + Y_{2-2}(\theta, \phi))]$$

このようにとると、

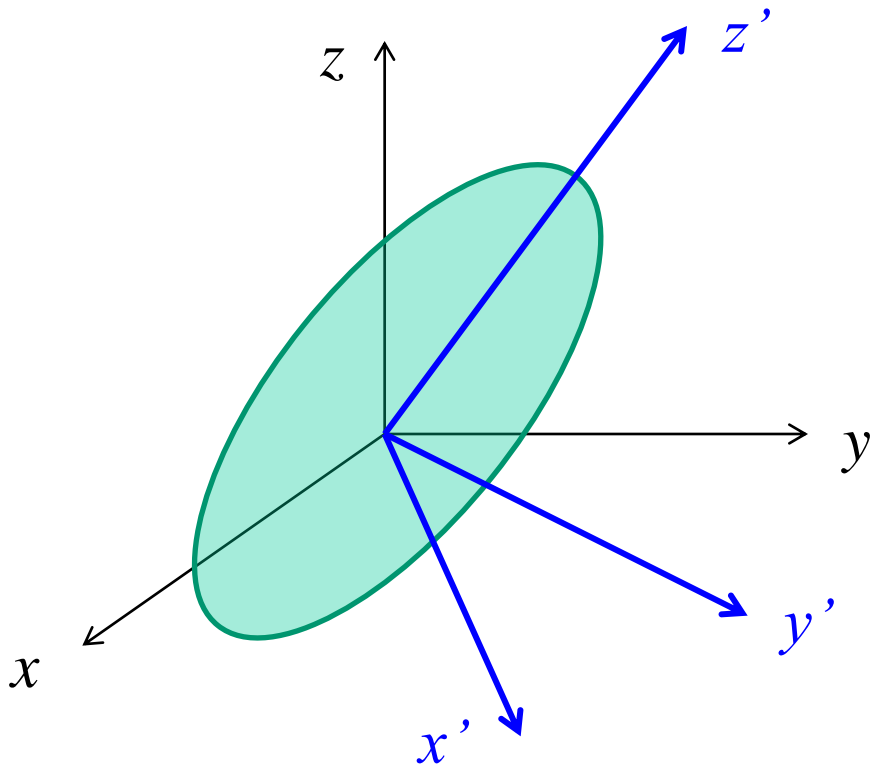
$$R(\theta, \phi) = R(\pi - \theta, \phi)$$

$$R(\theta, \phi) = R(\theta, \pi - \phi)$$

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left( 1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

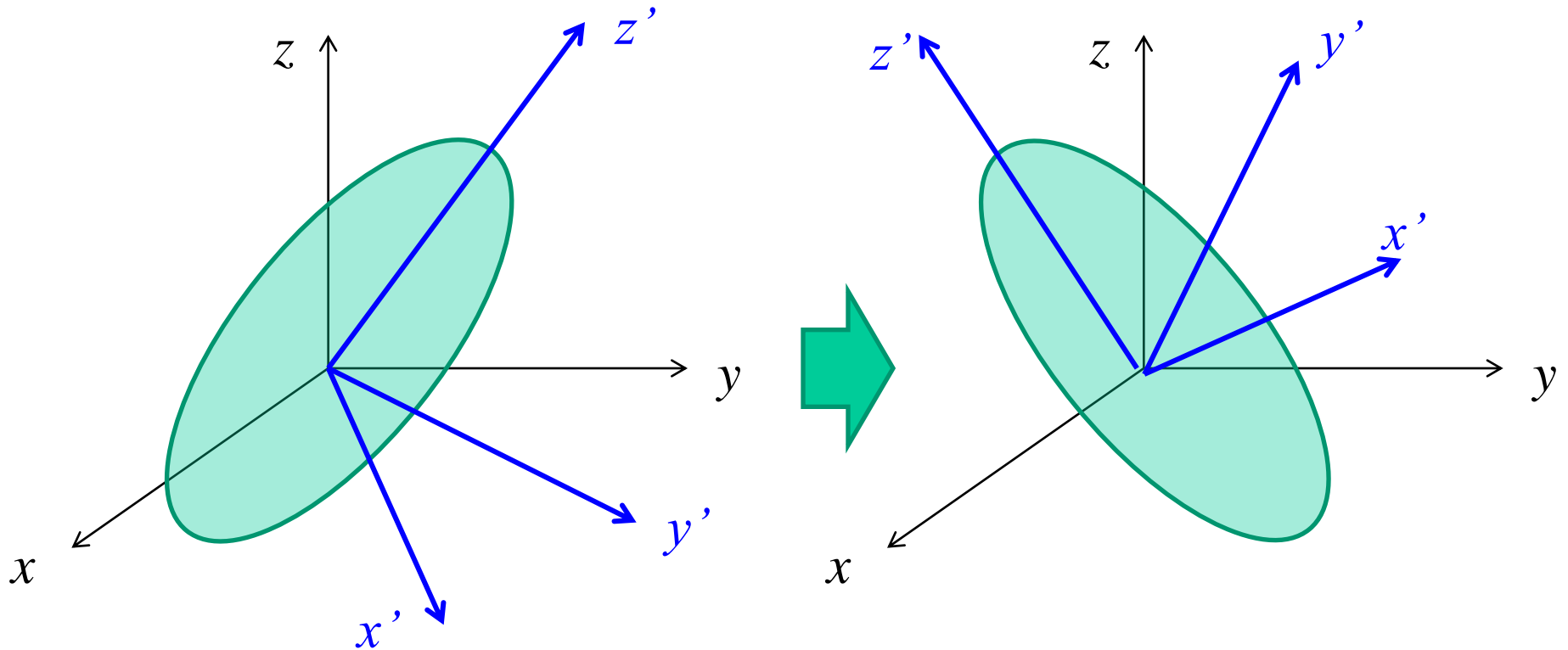
5個の独立なパラメーター:

$$\alpha_{22} \sim \alpha_{2-2}$$



原子核の形状を表すパラメーター2つ:  $a_{20}, a_{22}$   
+取りなおした軸の方向を表す角度3つ(オイラー角)

原子核が回転すると軸も一緒に回転(物体固定系)  
物体固定系から見ると、半径の式  $R(\theta, \phi)$  はいつも同じ



原子核の形状を表すパラメーター2つ:  $a_{20}$ ,  $a_{22}$   
+取りなおした軸の方向を表す角度3つ(オイラー角)

$$R(\theta, \phi) = R_0 [1 + a_{20}Y_{20}(\theta) + a_{22}(Y_{22}(\theta, \phi) + Y_{2-2}(\theta, \phi))]$$

$$a_{20} \equiv \beta \cos \gamma, \quad a_{22} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$$

とよく置く。

$\gamma = 0$  のとき:  $a_{20} = \beta, a_{22} = 0$

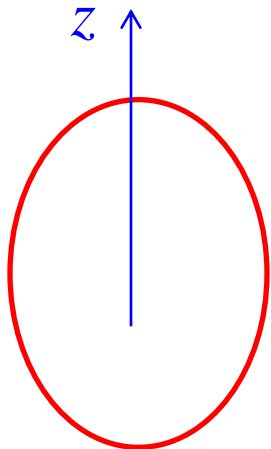


$$R(\theta, \phi) = R_0 [1 + \beta Y_{20}(\theta)]$$

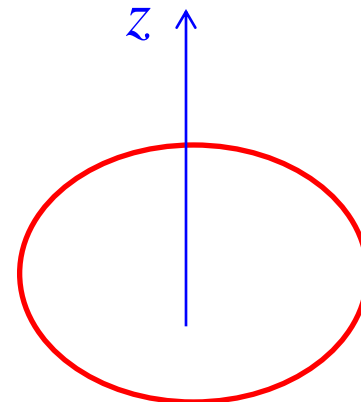
( $\gamma$  は軸対称性からのずれを表す)



半径は  $\phi$  によらない:  $z$  軸まわりの軸対称 (回転楕円体)

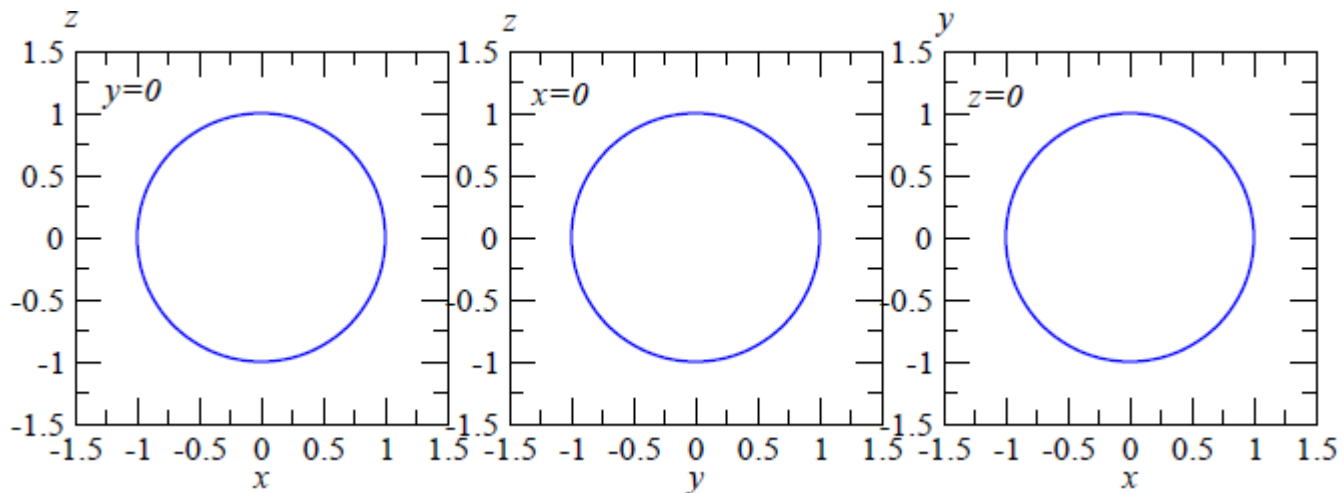


$\beta > 0$   
プロレート変形



$\beta < 0$   
オブレート変形

$\beta = 0$   
(球形)

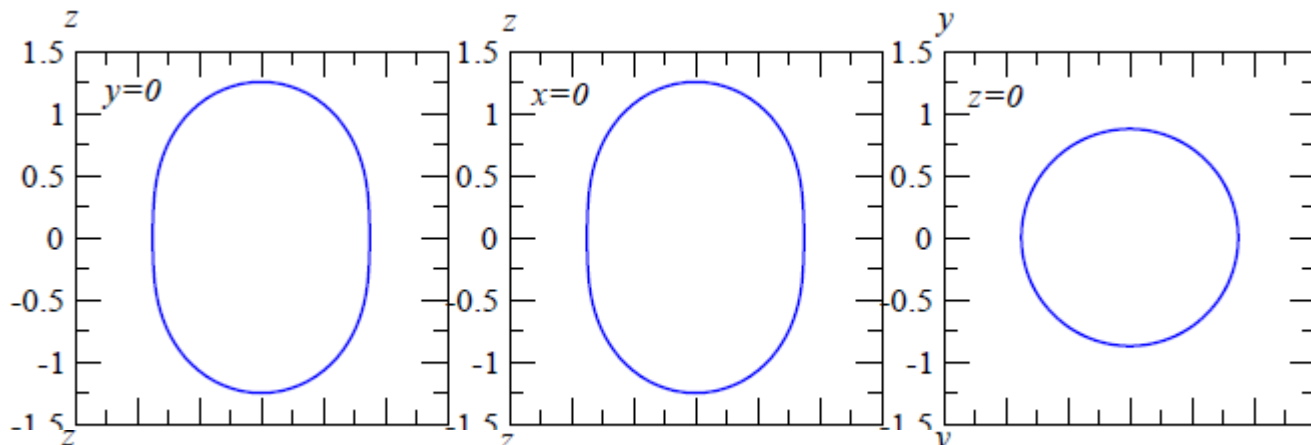


$y = 0$  で  
切った平面

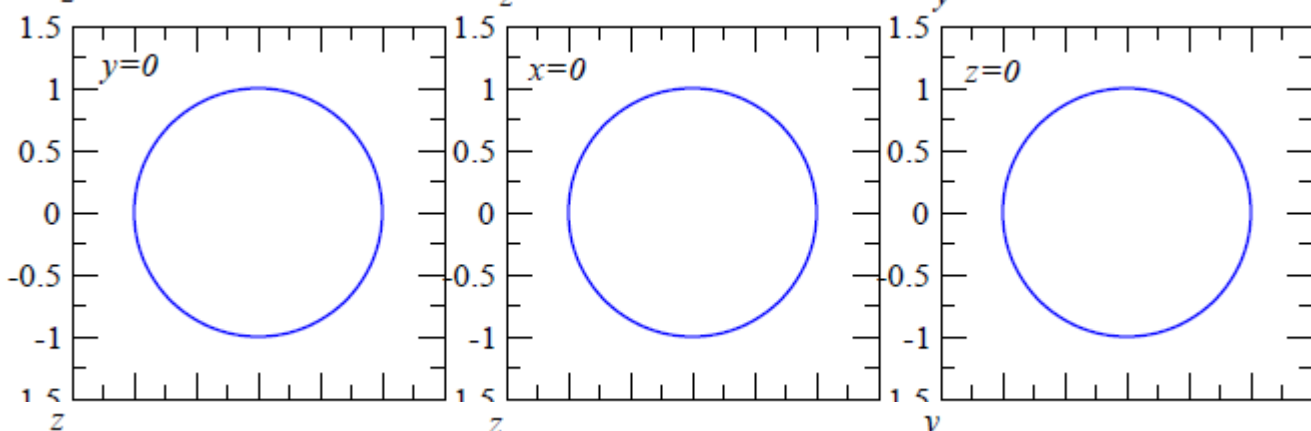
$x = 0$  で  
切った平面

$z = 0$  で  
切った平面

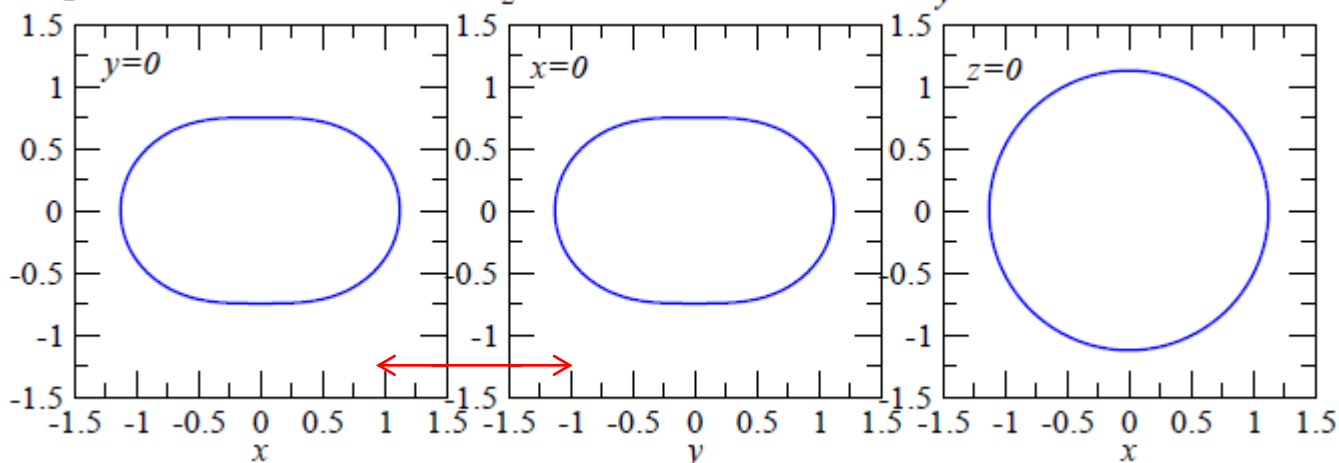
$\beta = 0.4$   
 $\gamma = 0$



$\beta = 0$   
(球形)



$\beta = -0.4$   
 $\gamma = 0$

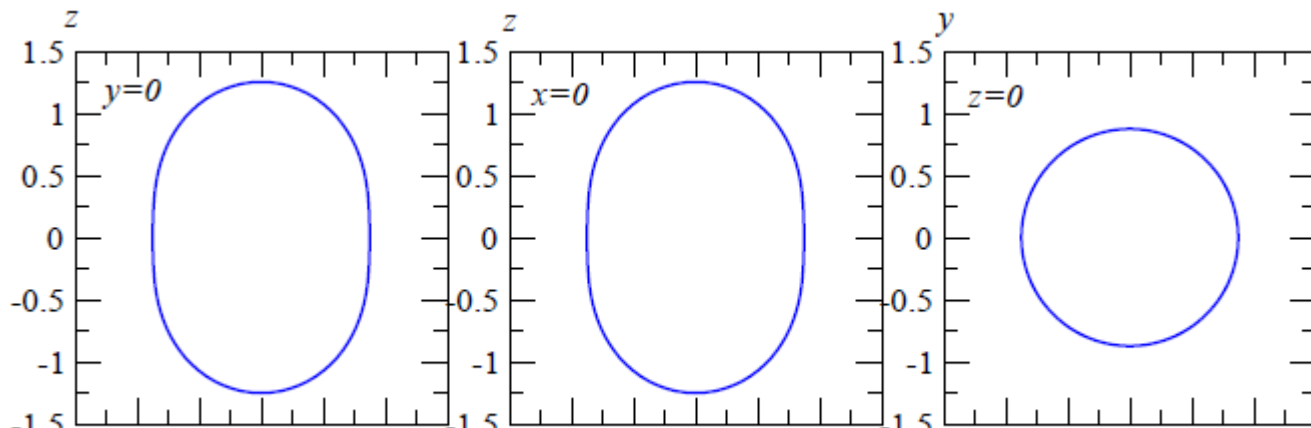


同じ

円 (軸対称)

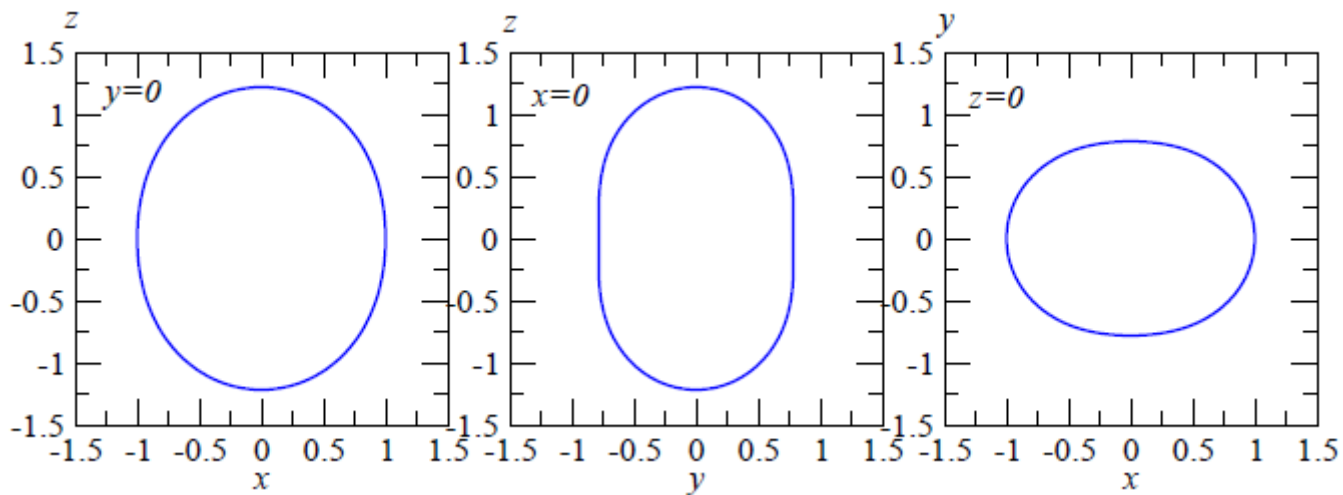
$$\beta = 0.4$$

$$\gamma = 0$$



$$\beta = 0.4$$

$$\gamma = \pi/6$$



三軸非対称  
(どの平面で  
切っても円に  
ならない)

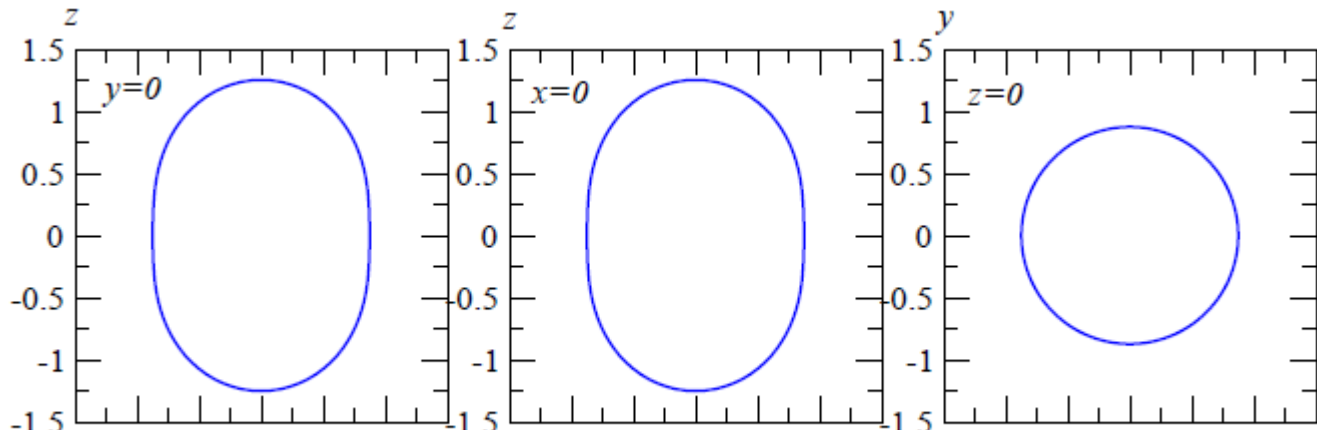




$$\beta = 0.4$$

$$\gamma = 0$$

(z 軸周りの軸対称プロレート変形)

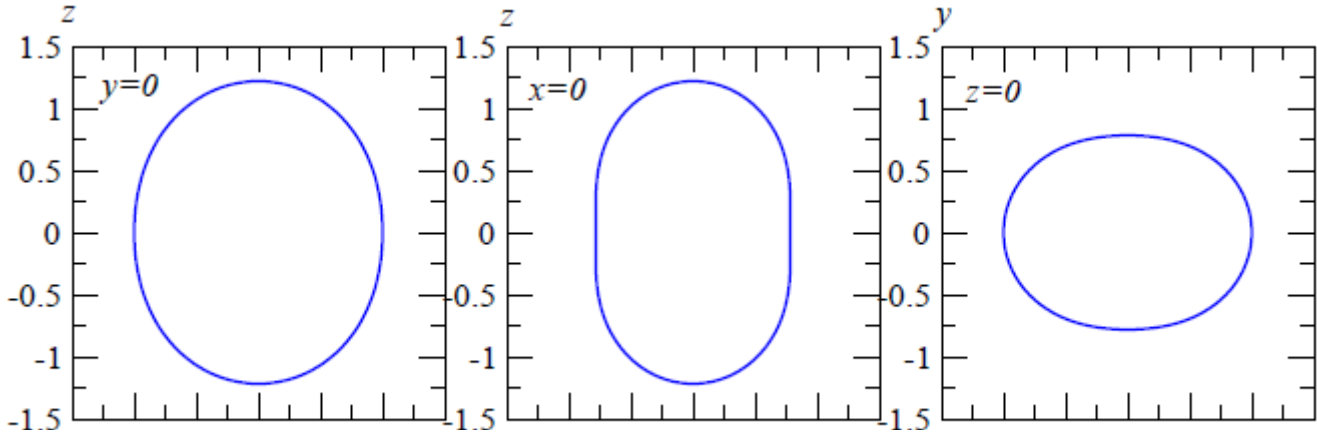


z 軸方向に伸びている

$$\beta = 0.4$$

$$\gamma = \pi/6$$

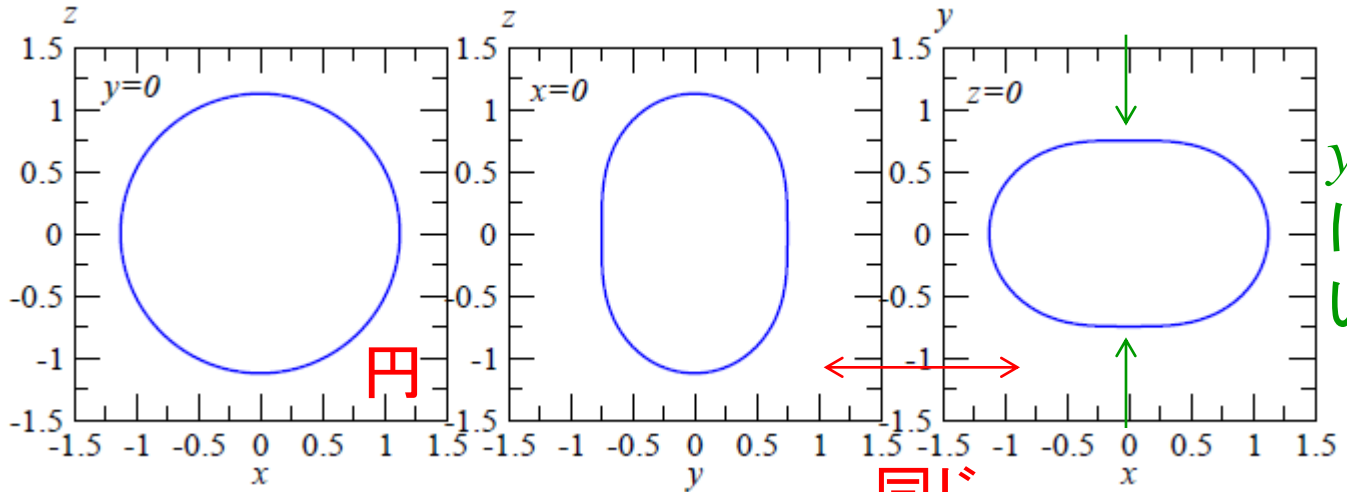
(三軸非対称)



$$\beta = 0.4$$

$$\gamma = \pi/3$$

(y 軸周りの軸対称オブレート変形)

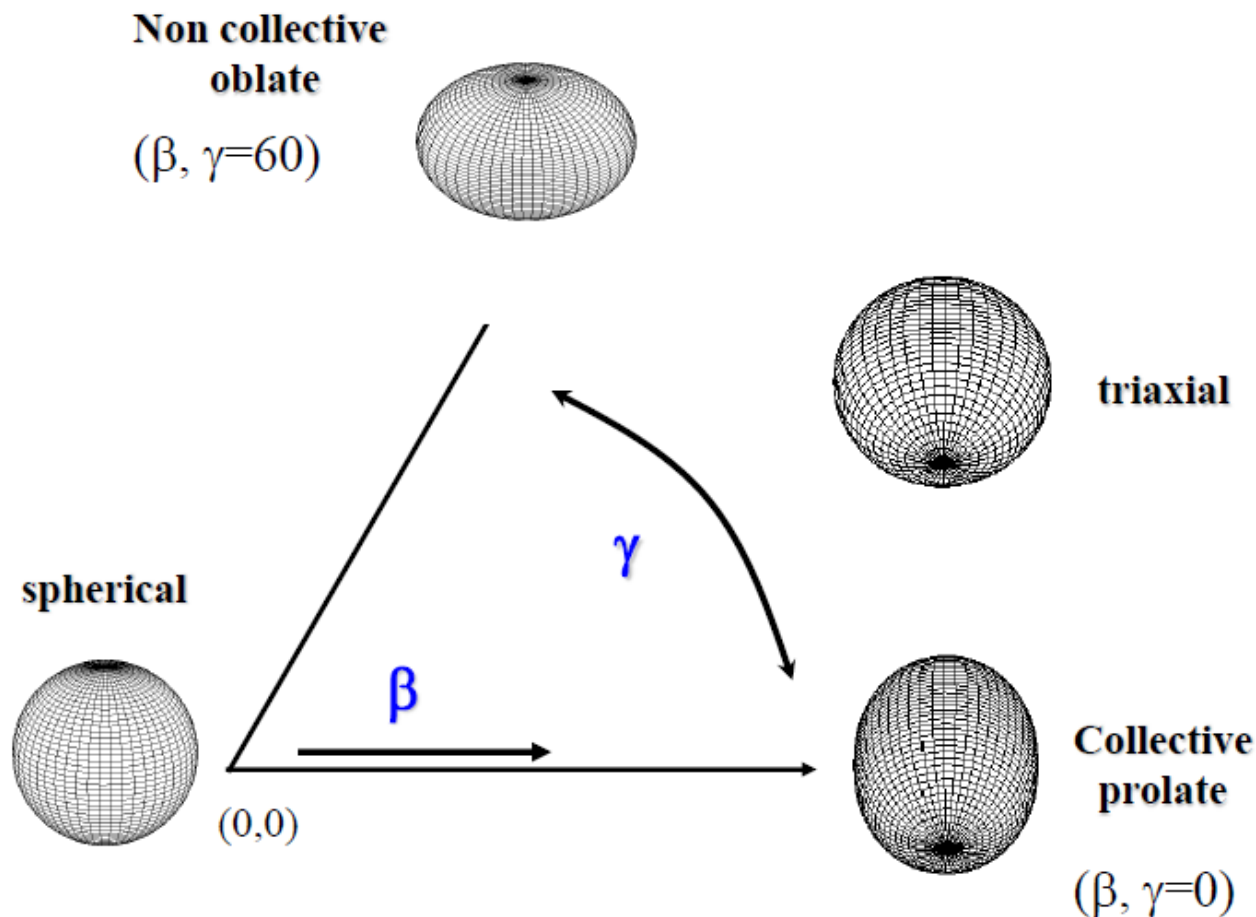


y 軸方向に縮んでいる

同じ

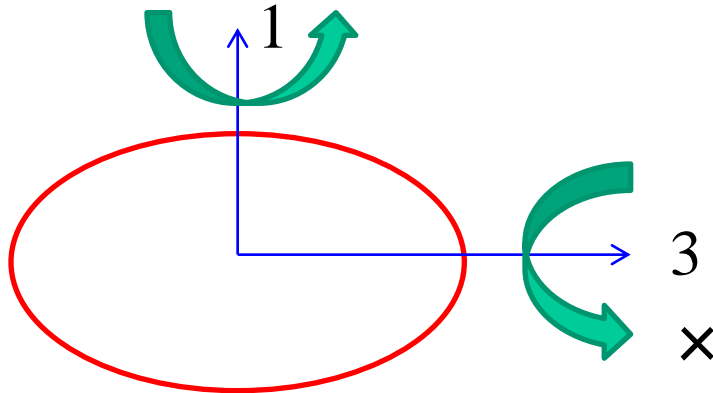
$\beta \geq 0, \quad 0 \leq \gamma \leq \pi/3$  で全ての四重極変形を表現できる

**( $\beta, \gamma$ ) 平面**



# 軸対称変形核の回転運動

軸対称変形核を考える



量子力学的には対称  
軸周りの回転は存在  
しない

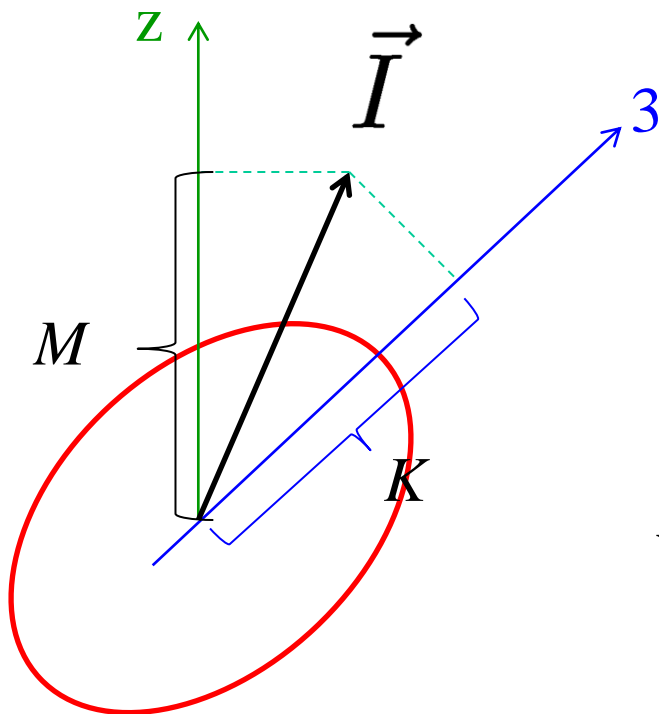
$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \mathcal{J} (\omega_1^2 + \omega_2^2) \rightarrow \frac{I_1^2 + I_2^2}{2\mathcal{J}}$$

(軸対称なので  
 $J_1 = J_2$ )

量子化

$$T_{\text{rot}} = \frac{I_1^2 + I_2^2}{2\mathcal{J}} = \frac{I^2 - I_3^2}{2\mathcal{J}}$$

固有状態は  $I, I_z (=M), I_3 (=K)$  の同時固有状態



$$|IMK\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{MK}^I(\Omega)$$

Wigner の D 関数

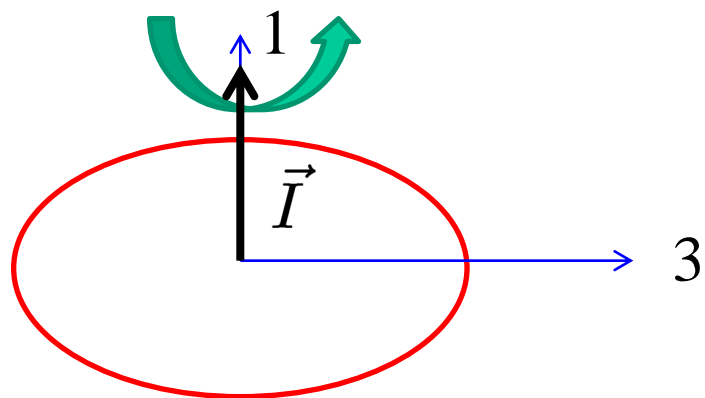
$$D_{MK}^I(\Omega) \equiv \langle IM | \hat{\mathcal{R}}(\Omega) | IK \rangle$$



回転の演算子

$K=0$  のとき  $D_{MK=0}^I(\Omega) = \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} Y_{IM}^*$

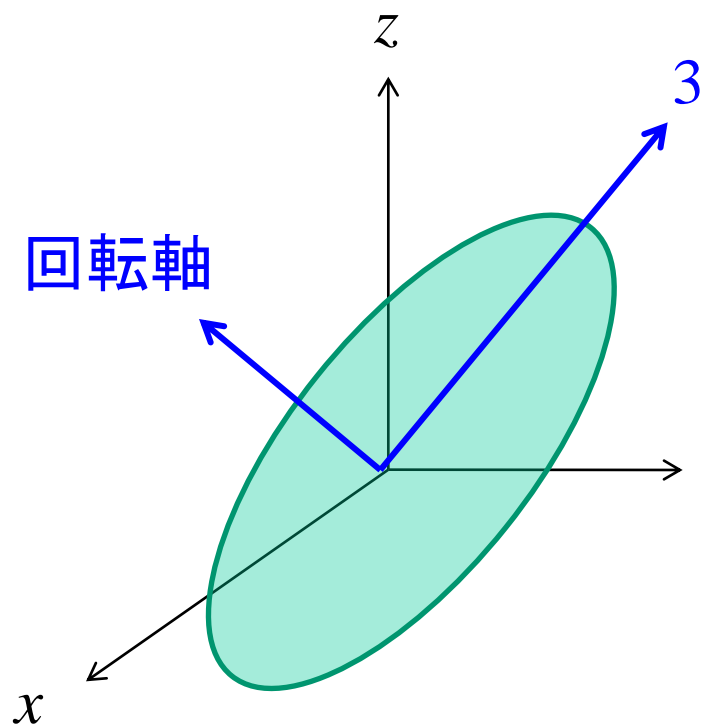
$K = 0$  のとき



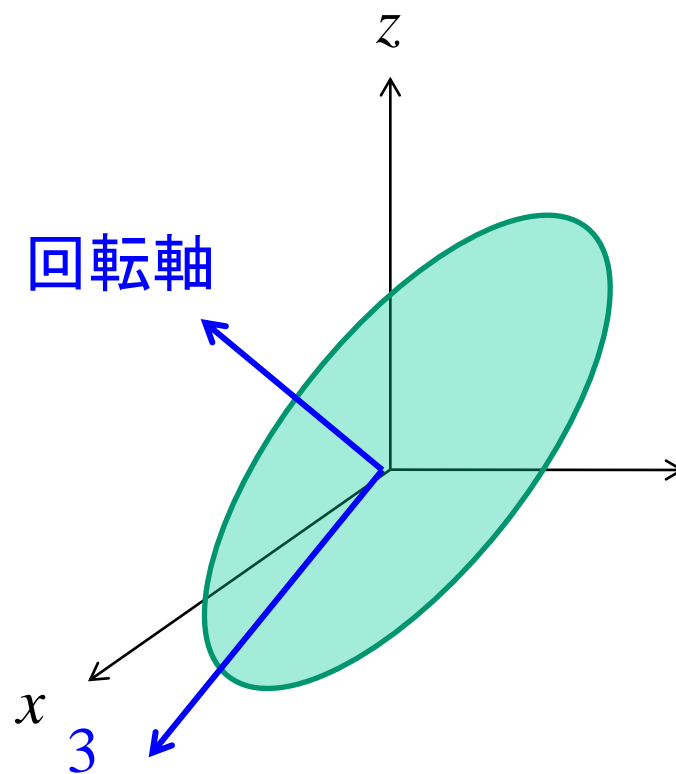
対称軸に垂直な軸のまわりの回転

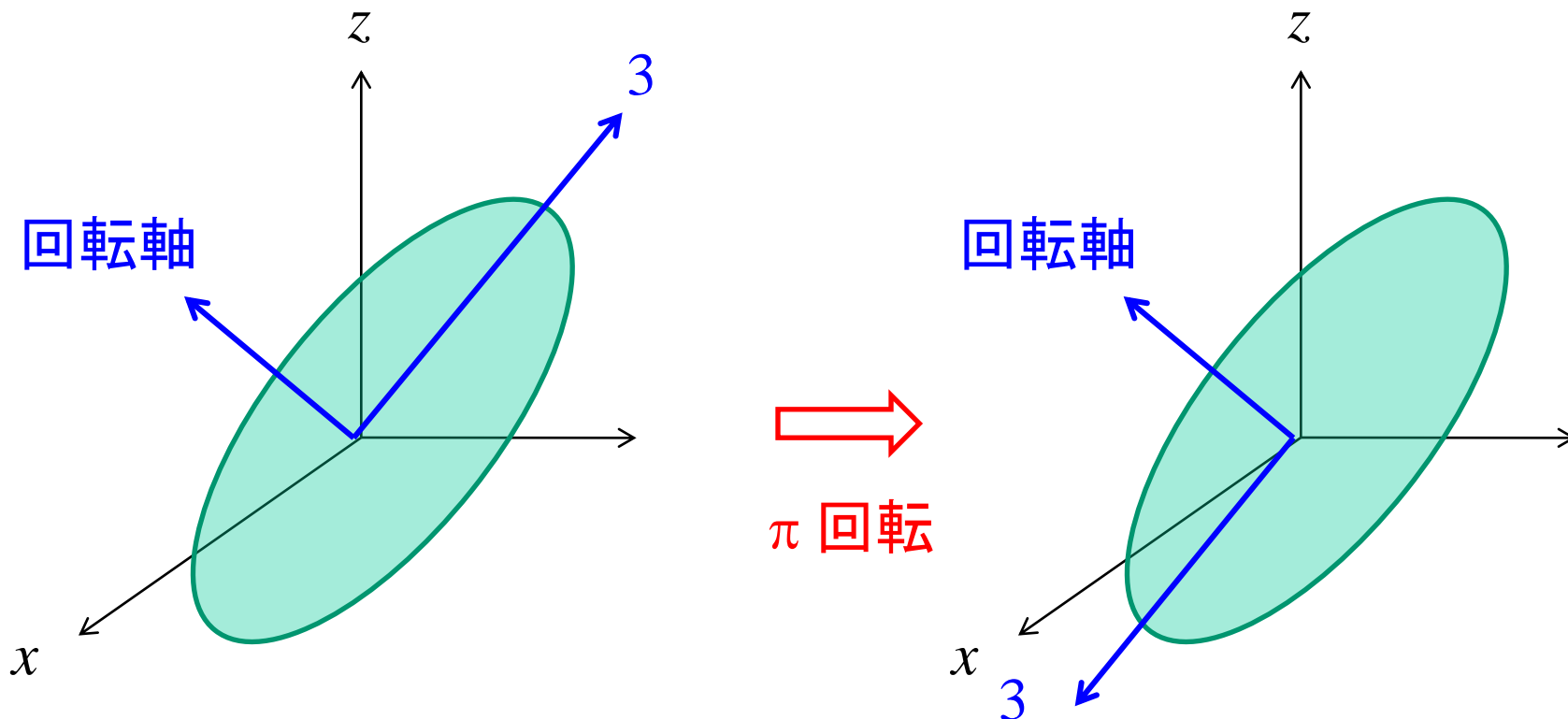
$\pi$  回転に対して対称

→ 偶数角運動量のみが現れる



→  
 $\pi$  回転



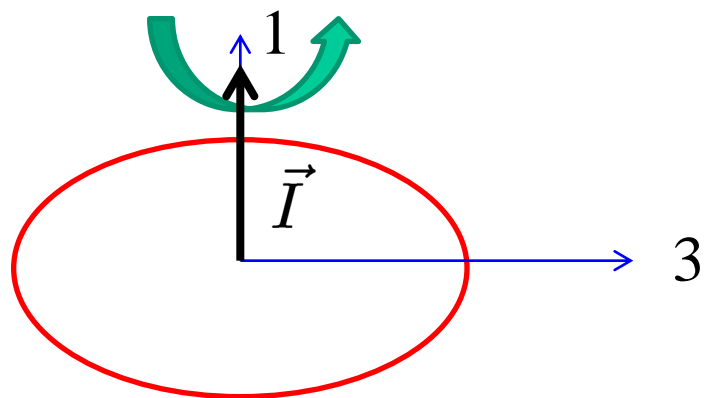


これは空間反転(パリティ変換)と同じ

$$Y_{IM}(\hat{r}) \rightarrow Y_{IM}(-\hat{r}) = (-)^I Y_{IM}(\hat{r})$$

波動関数が変わらないためには  $I$  は偶数(偶パリティ状態の場合)

K = 0 のとき



対称軸に垂直な軸のまわりの回転

$\pi$  回転に対して対称

→ 偶数角運動量のみが現れる

0.903 ————— 8<sup>+</sup>  
(MeV)

0.544 ————— 6<sup>+</sup>

0.267 ————— 4<sup>+</sup>

0.082 ————— 2<sup>+</sup>

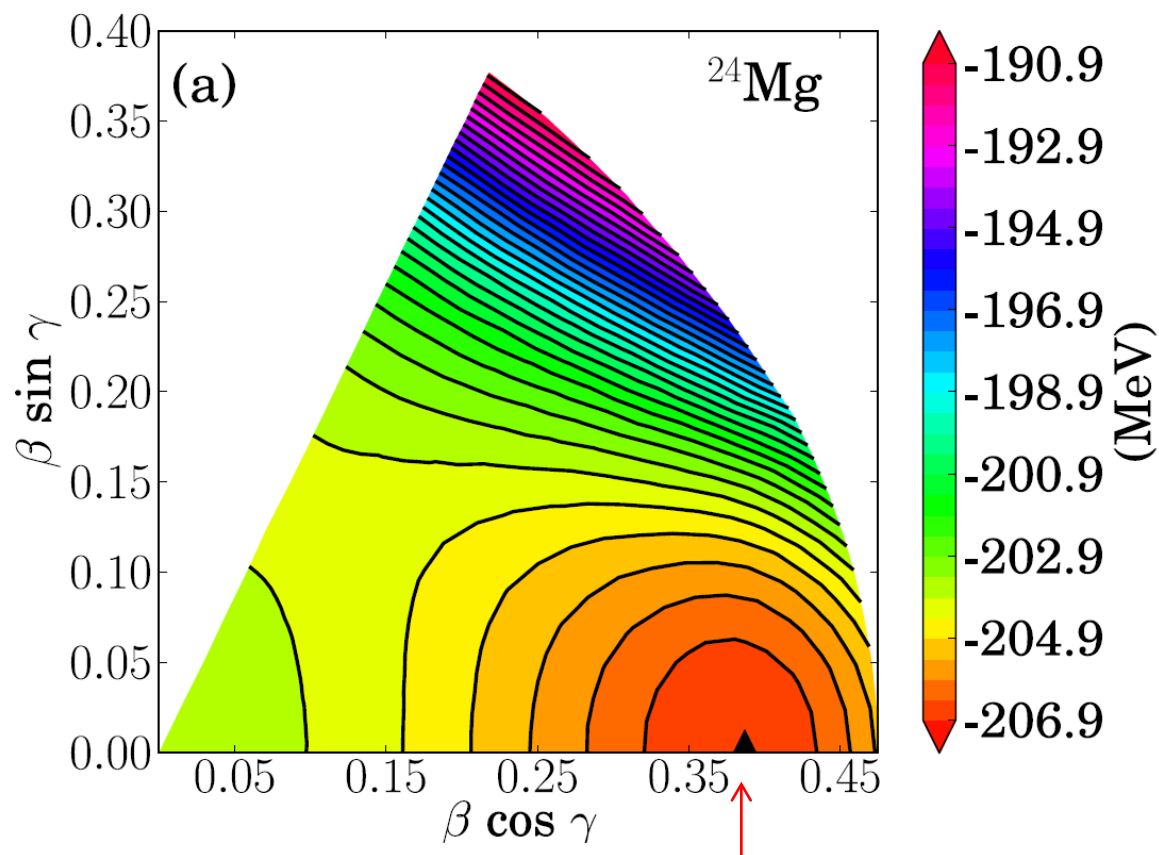
0 ————— 0<sup>+</sup>

<sup>154</sup>Sm

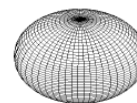
<sup>154</sup>Sm の励起スペクトル

# 軸対称変形核の振動運動

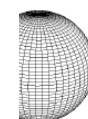
( $\beta, \gamma$ ) 平面におけるエネルギー一面の例



Non collective  
oblate  
( $\beta, \gamma=60$ )



triaxial



(0,0)



triaxial

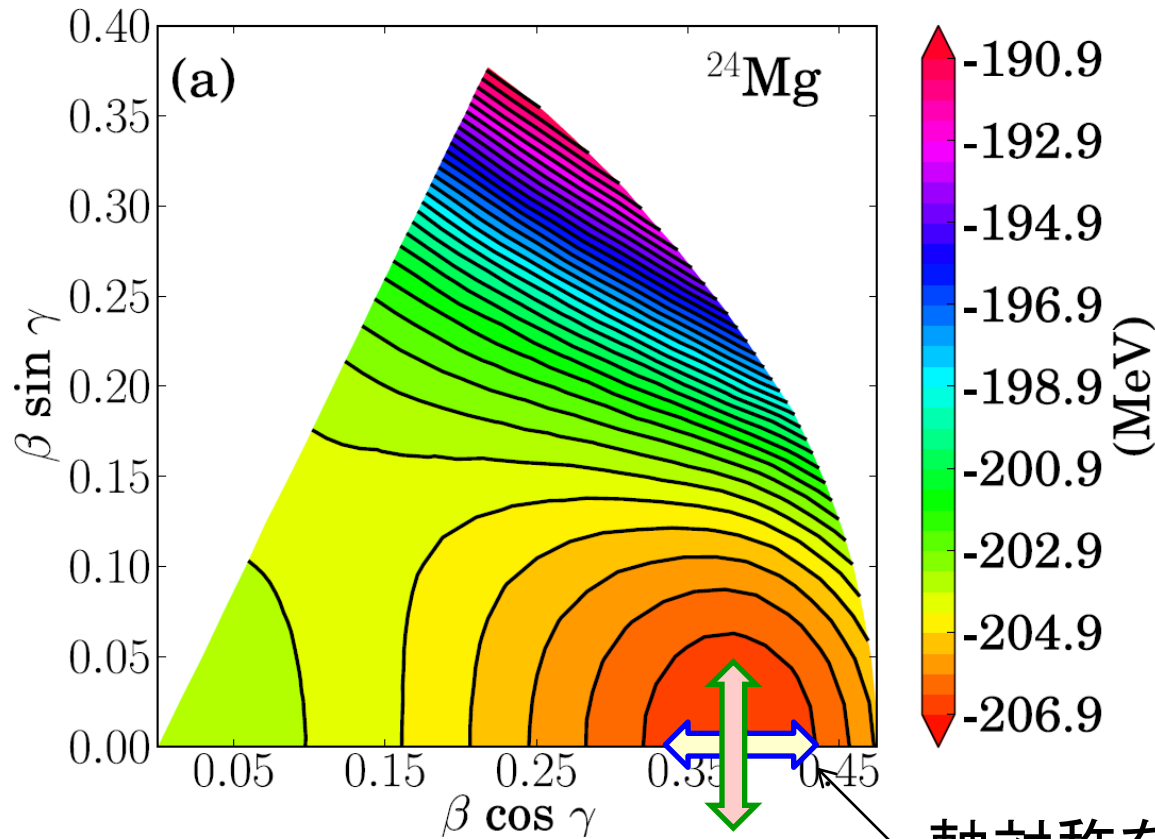
Collective  
prolate  
( $\beta, \gamma=0$ )

極小点(軸対称変形)



# 軸対称変形核の振動運動

( $\beta, \gamma$ ) 平面におけるエネルギー一面の例

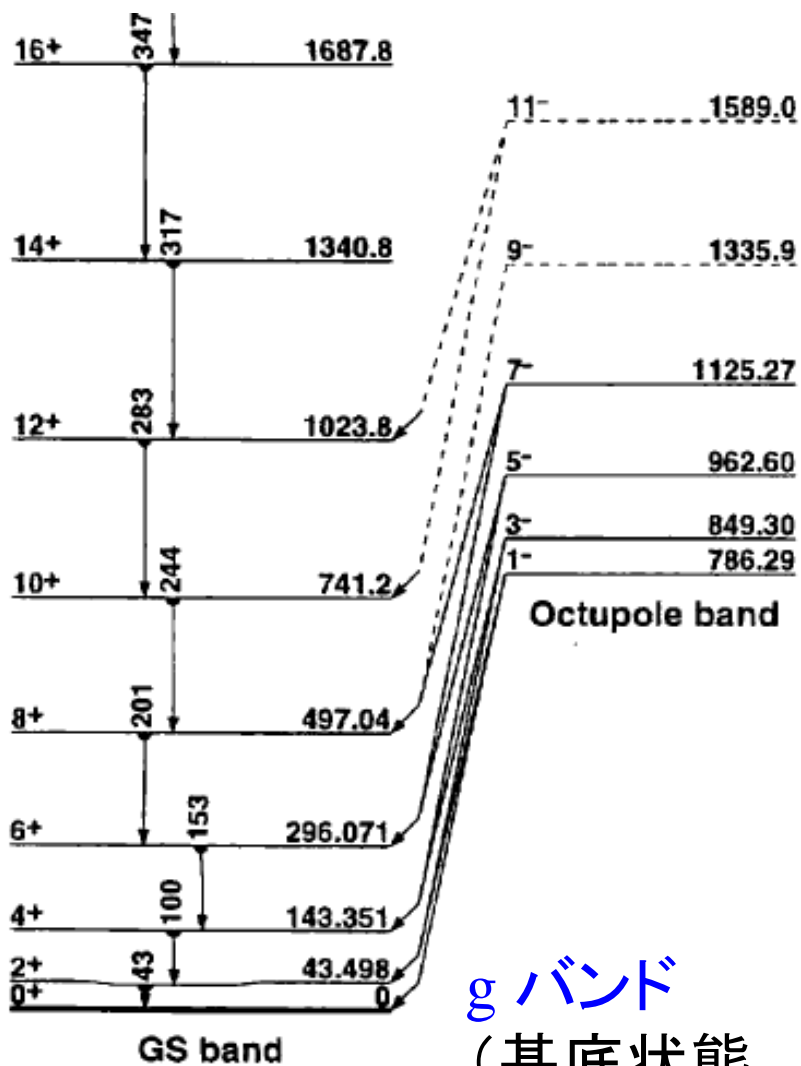


極小点のまわりの  
微小振動  
(2通り)

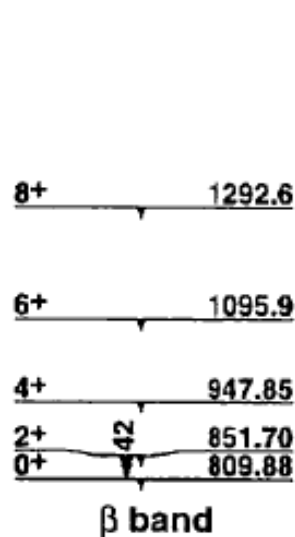
軸対称を保つ振動 ( $\beta$  振動)

軸対称を破る振動 ( $\gamma$  振動)

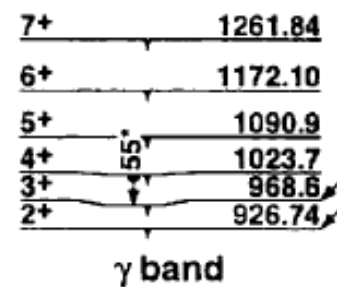
# $^{234}\text{U}$ のスペクトル



g バンド  
(基底状態  
の回転)



β バンド  
(β振動  
+ 回転)



γ バンド  
(γ振動  
+ 回転)

