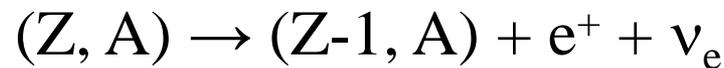
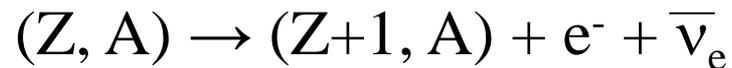
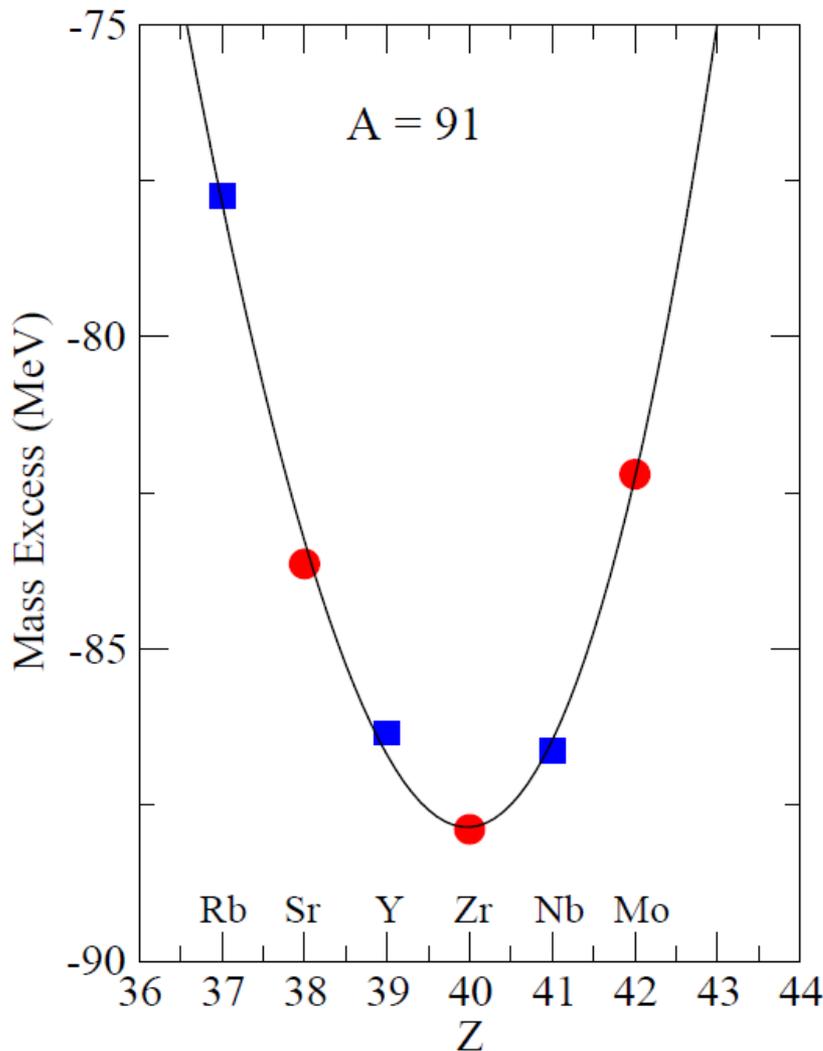


# β崩壊について

## β安定線



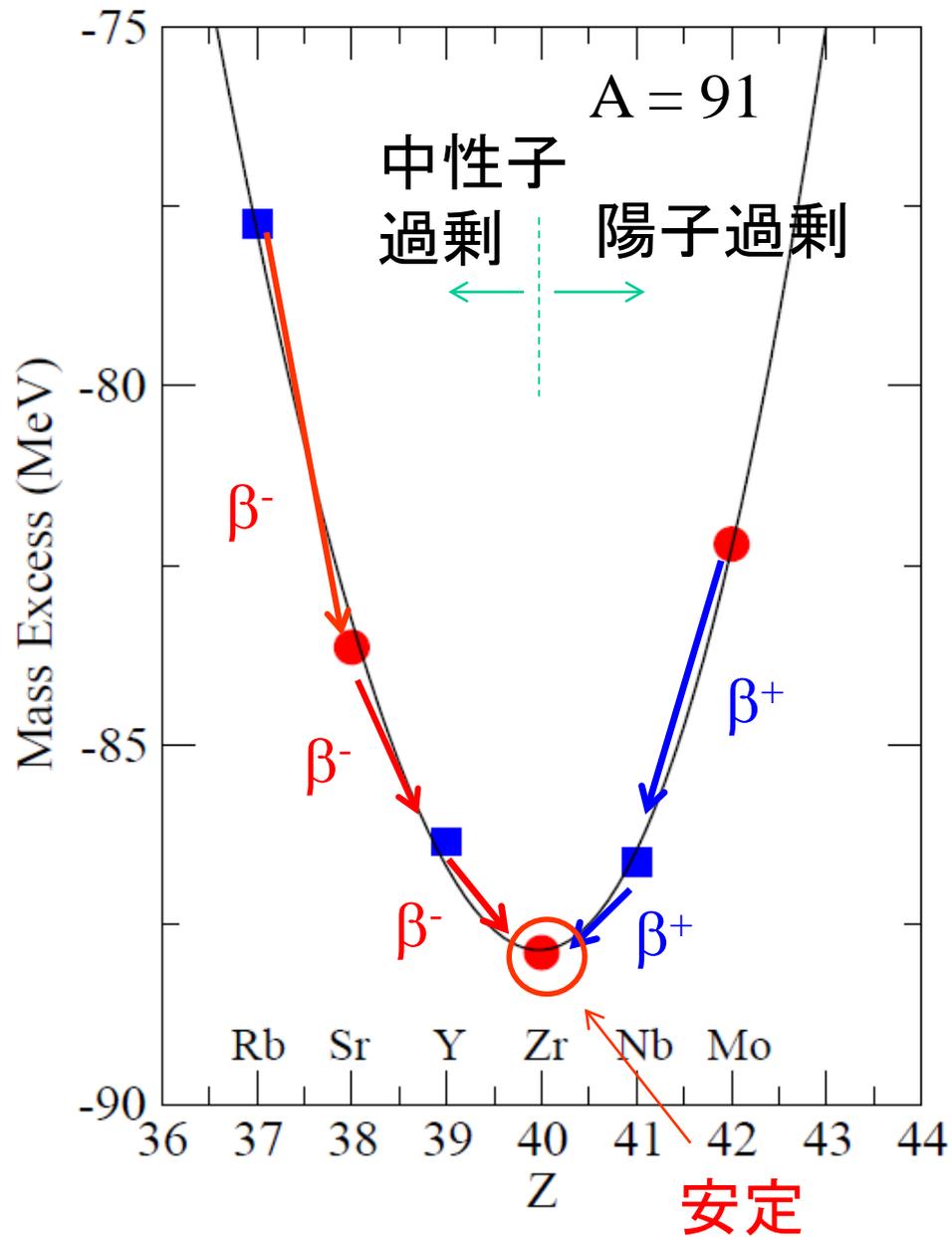
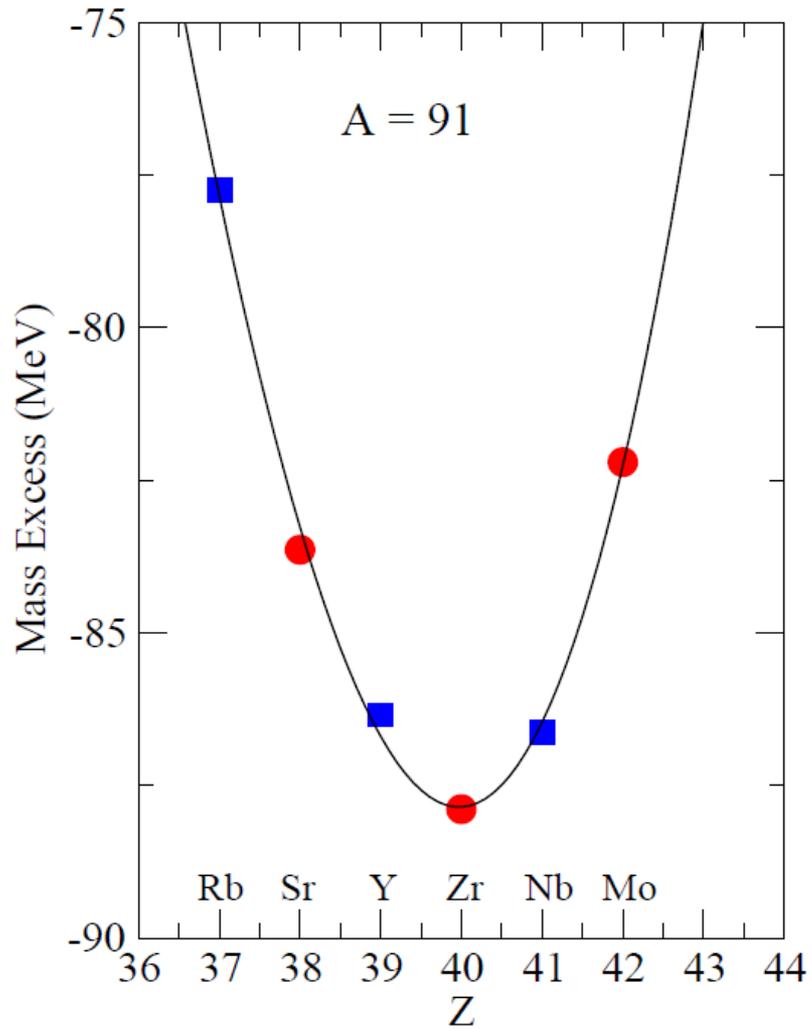
原子核の質量数 A は変わらない

→ Aを一定にしてエネルギー変化をみる

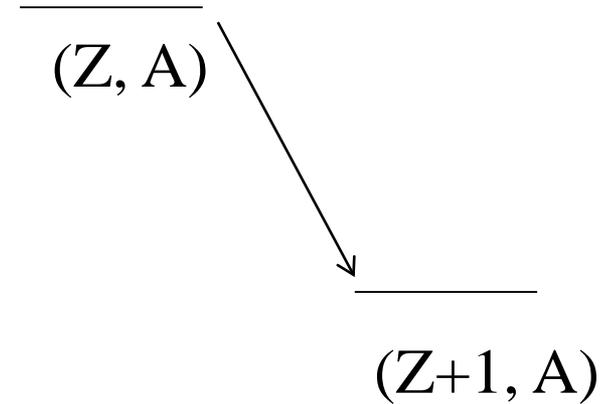
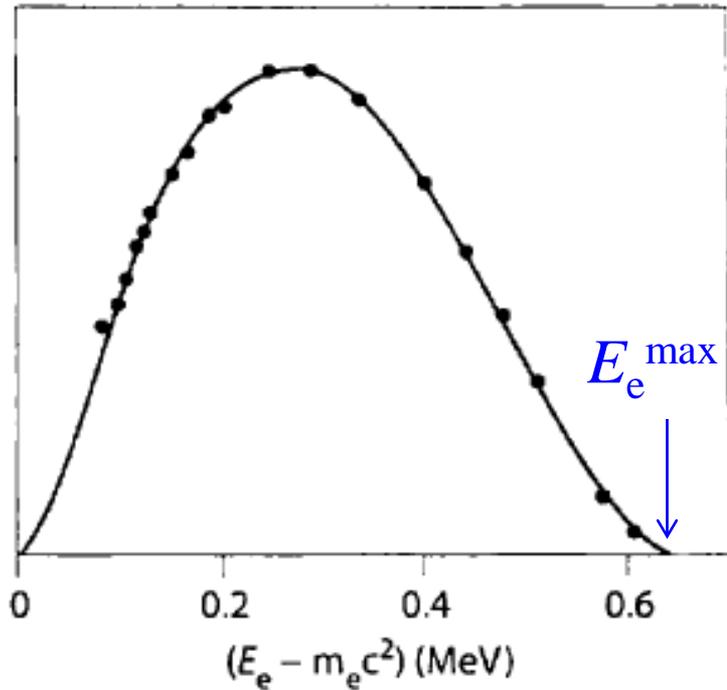
液滴模型:

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

$$m(A, Z) = f(A) + a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_{\text{sym}} \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$



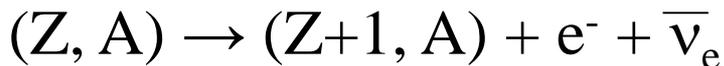
# β線スペクトルとニュートリノ



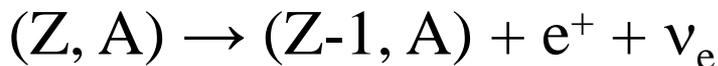
$$E_e^{\max} \sim M(Z, A)c^2 - M(Z+1, A)c^2 - m_e c^2$$

連続分布 → 3体崩壊を示唆

➡️ パウリ: ニュートリノを仮定 (1931)



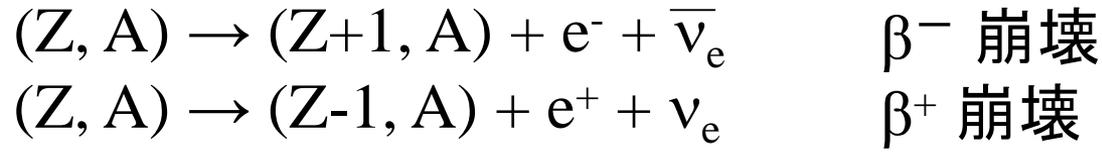
β<sup>-</sup> 崩壊



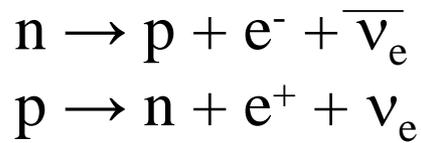
β<sup>+</sup> 崩壊

# 連続分布 → 3体崩壊を示唆

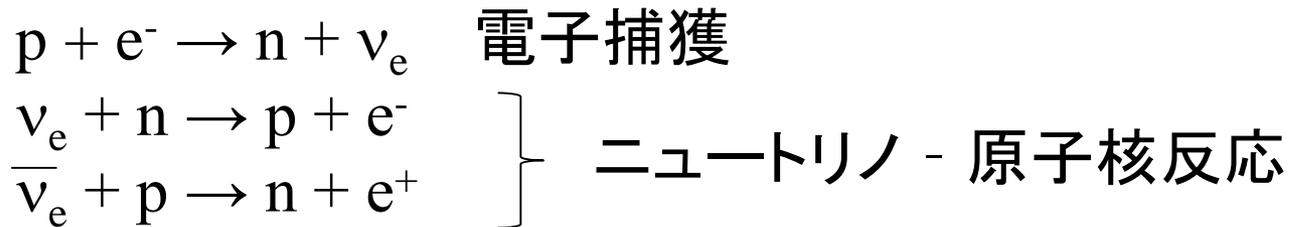
➡ パウリ: ニュートリノを仮定(1931)



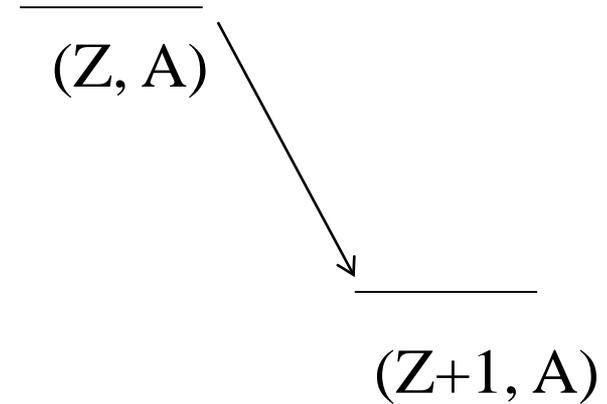
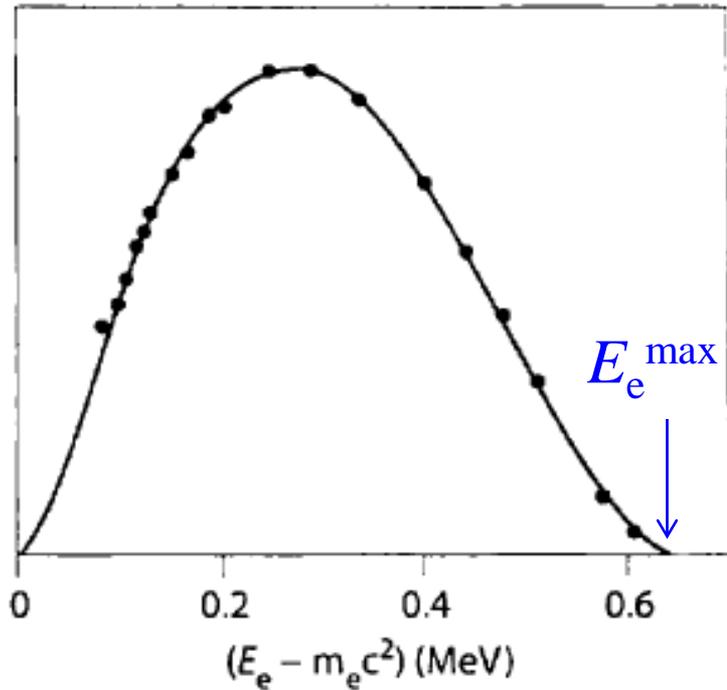
## 素過程



## その他のプロセス



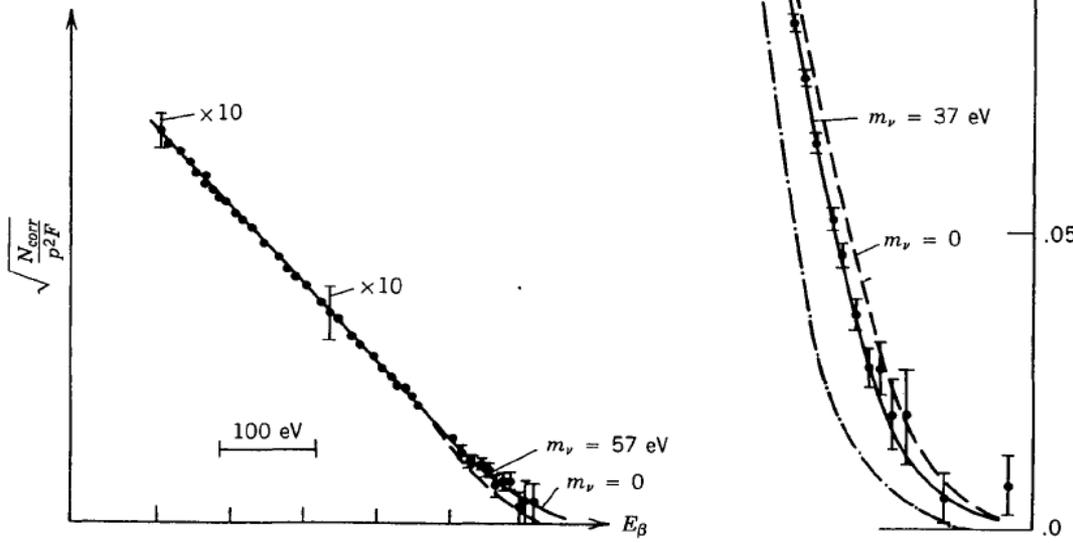
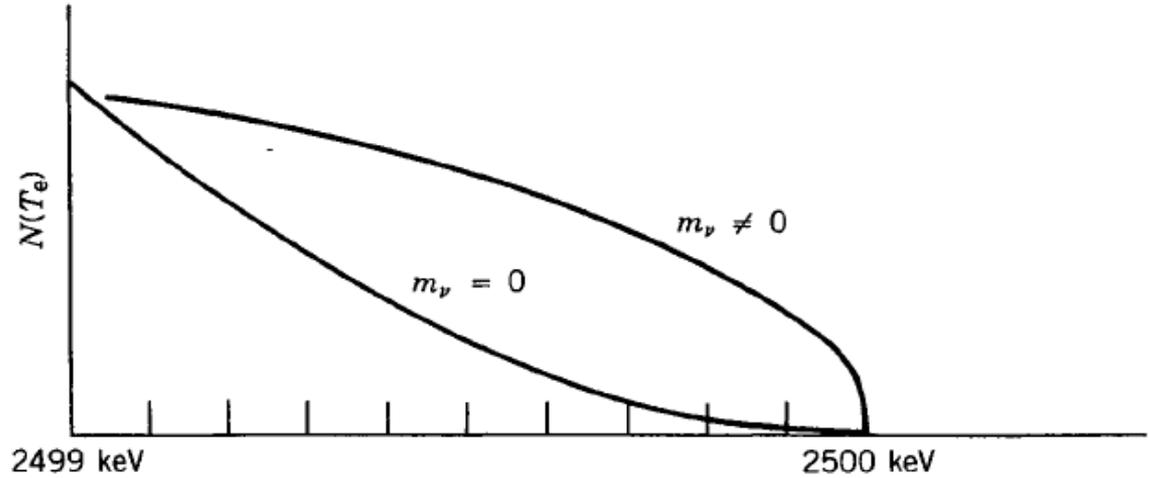
# β線スペクトルとニュートリノ



$$E_e^{\max} \sim M(Z, A)c^2 - M(Z+1, A)c^2 - m_e c^2$$

崩壊スペクトルからニュートリノの質量を引き出せるか？

# 崩壊スペクトルからニュートリノの質量を引き出せるか？



この試みは今も継続中  
(KATRINプロジェクト:  
カールスルーエ)

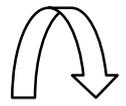
cf. KamLAND-ZEN に  
よる upper limit:  
61-165 meV  
(PRL117,082503 (2016))

図は K.S. Krane, “Introductory Nuclear Physics” より

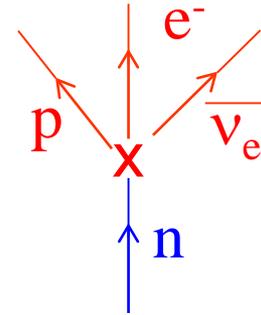
# β崩壊のフェルミ理論 (非相対論的、スピン無し模型)

$$H_\beta = g_F \int [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\psi_n(\mathbf{r})][\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + h.c.$$

$\psi_a^\dagger(\mathbf{r})$  場所  $r$  に粒子  $a$  を生成  
反粒子  $\bar{a}$  を消滅 } させる  
オペレーター



$\psi_e^\dagger\psi_{\nu_e}$  :  $e^- \bar{\nu}_e$  を生成

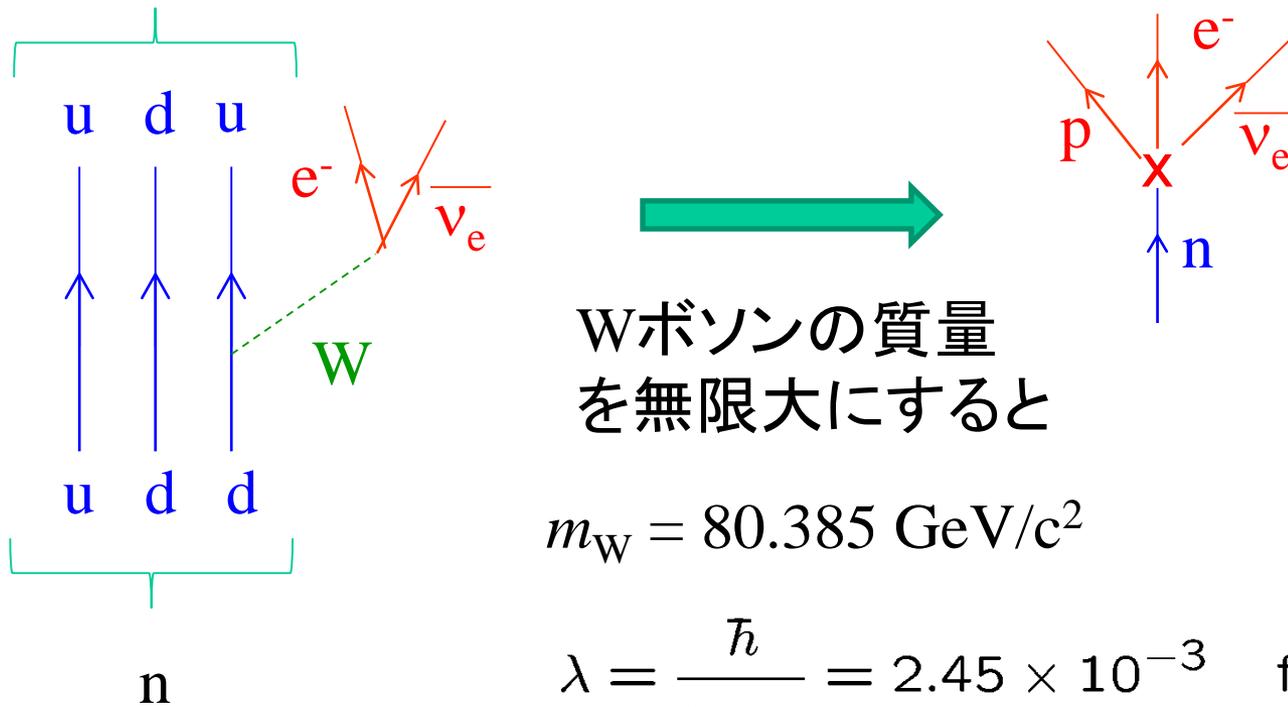


# β崩壊のフェルミ理論 (非相対論的、スピン無し模型)

$$H_\beta = g_F \int [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\psi_n(\mathbf{r})][\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + h.c.$$

$\psi_a^\dagger(\mathbf{r})$  場所  $r$  に粒子  $a$  を生成  
 反粒子  $\bar{a}$  を消滅

} させる  
 オペレーター



Wボソンの質量  
 を無限大にすると

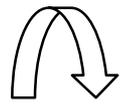
$$m_W = 80.385 \text{ GeV}/c^2$$

$$\lambda = \frac{\hbar}{m_W c} = 2.45 \times 10^{-3} \text{ fm}$$

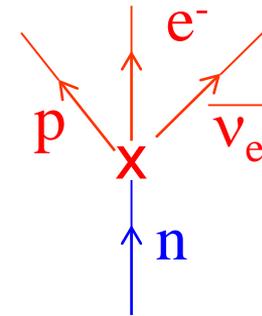
## $\beta$ 崩壊のフェルミ理論 (非相対論的、スピン無し模型)

$$H_\beta = g_F \int [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\psi_n(\mathbf{r})][\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + h.c.$$

$\psi_a^\dagger(\mathbf{r})$  場所  $r$  に粒子  $a$  を生成  
反粒子  $\bar{a}$  を消滅 } させる  
オペレーター



$\psi_e^\dagger\psi_{\nu_e}$  :  $e^- \bar{\nu}_e$  を生成



フェルミの Golden Rule:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\text{final states}} |\langle f | H_\beta | i \rangle|^2$$

$$(Z, A) \rightarrow (Z+1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

始状態:  $|i\rangle = |\Psi_i\rangle$  (原子核の多体波動関数)

終状態:  $|f\rangle = |\Psi_f\rangle \cdot \underbrace{e^{i\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{r} / \hbar}}_{\text{電子}} \cdot \underbrace{e^{i\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e} \cdot \mathbf{r} / \hbar}}_{\text{反ニュートリノ}}$



$$\langle f | H_\beta | i \rangle = g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r}) \tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] e^{-i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar} d\mathbf{r}$$

$n \rightarrow p$

$$e^{-i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar} \sim \underline{1} - i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar + \dots$$

許容転移 (allowed transition)



$$\langle f | H_\beta | i \rangle \sim g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r}) \tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] d\mathbf{r}$$

## 選択則(フェルミ遷移)

$$\langle f | H_\beta | i \rangle \sim g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r}) \tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] d\mathbf{r}$$

$\Delta I = 0$ , パリティ変化なし

$$0^+ \rightarrow 0^+$$

## 終状態の数

$$\sum_{\text{final states}} = \int \frac{d\mathbf{p}_e}{(2\pi\hbar)^3} \frac{d\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}}{(2\pi\hbar)^3} \delta(E_e + E_{\bar{\nu}_e} - Q)$$

エネルギー保存

- ✓  $\beta$ 崩壊のエネルギー  $Q$  を電子と反ニュートリノで分配
- ✓ 電子、反ニュートリノそれぞれの可能な状態をすべて足す
- ✓ ただし、エネルギー保存則を満たす状態のみ足すという制限をつける

## 終状態の数

$$\begin{aligned}\sum_{\text{final states}} &= \int \frac{d\mathbf{p}_e}{(2\pi\hbar)^3} \frac{d\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}}{(2\pi\hbar)^3} \delta(E_e + E_{\bar{\nu}_e} - Q) \\ &= \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int p_e^2 dp_e p_{\bar{\nu}_e}^2 dp_{\bar{\nu}_e} \delta(E_e + cp_{\bar{\nu}_e} - Q) \\ &\quad p_e = \frac{1}{c} \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} \rightarrow dp_e = \frac{E_e dE_e}{c \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}} \\ &= \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int \frac{E_e^2 - m_e^2 c^4}{c^2} \cdot \frac{E_e dE_e}{c \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}} \cdot \frac{(Q - E_e)^2}{c^3} \\ &= \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int dE_e \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}{c^6} \cdot (Q - E_e)^2\end{aligned}$$

## 終状態の数

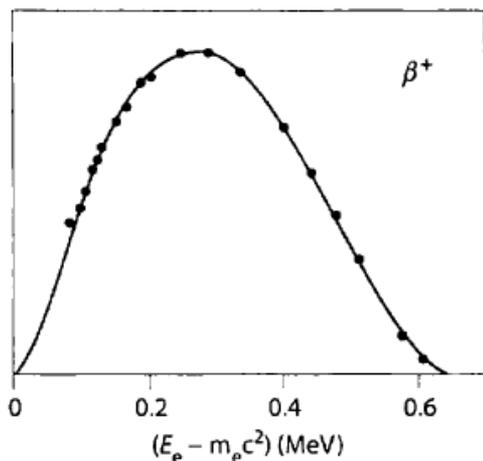
$$\sum_{\text{final states}} = \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int dE_e \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}{c^6} \cdot (Q - E_e)^2$$



$$\lambda = \int dE_e \frac{d\lambda}{dE_e}$$

$$\frac{d\lambda}{dE_e} \propto |\langle f | H_\beta | i \rangle|^2 \cdot \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} (Q - E_e)^2}{c^6}$$

電子のエネルギー分布



## β線スペクトル: $^{64}\text{Cu}$ 原子核の $\beta^-$ 崩壊及び $\beta^+$ 崩壊

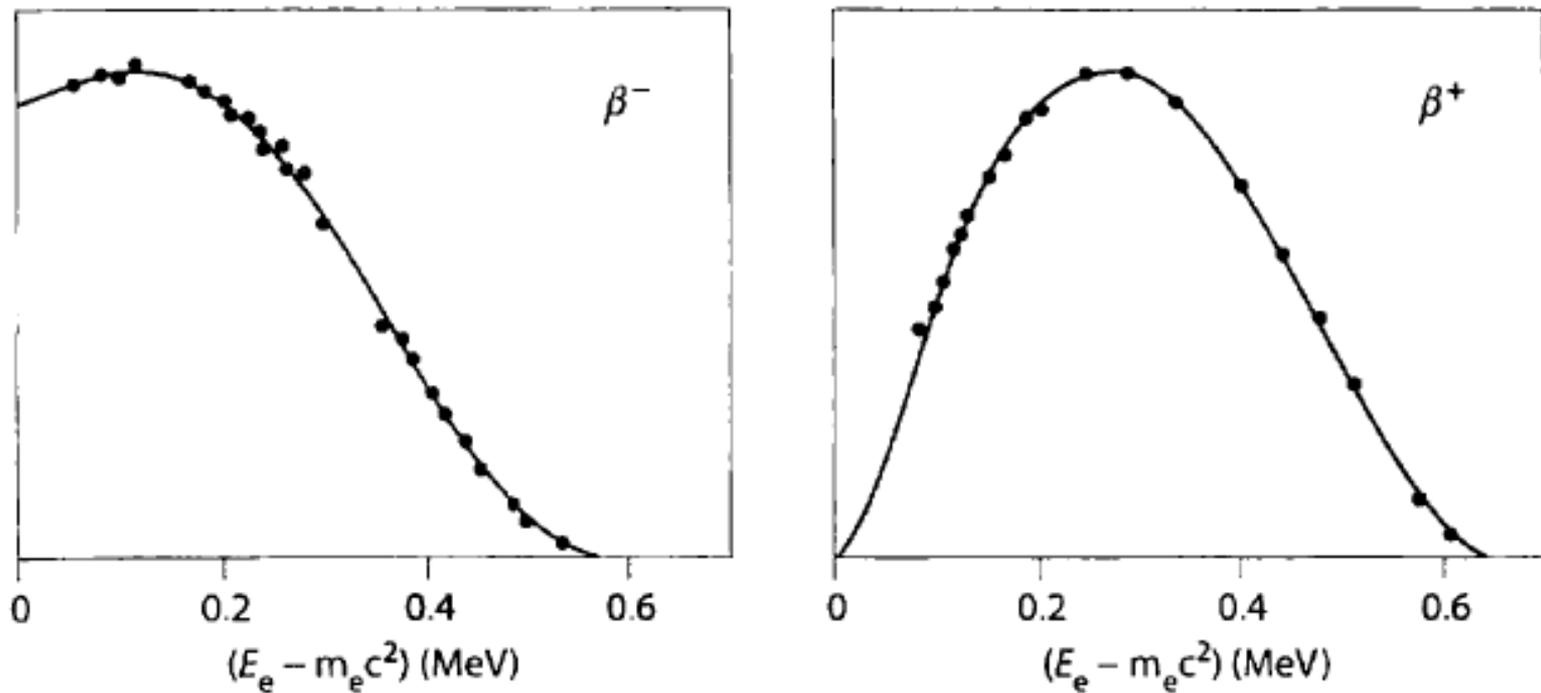


Figure 8.1 Energy distribution of the electron and positron in  $^{64}\text{Cu}$  decay. The low energy part of the electron spectrum is enhanced due to the deceleration caused by the nuclear attraction. For the positron one has the opposite effect.

C.A. Bertulani, "Nuclear Physics in a Nutshell"

低エネルギー領域では電子(陽電子)と原子核のクーロン相互作用の影響を受ける(特に電子)

低エネルギー領域では電子(陽電子)と原子核のクーロン相互作用の影響を受ける(特に電子)

$$\langle f | H_\beta | i \rangle = g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r}) \tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] e^{-i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar} d\mathbf{r}$$

$$n \rightarrow p$$

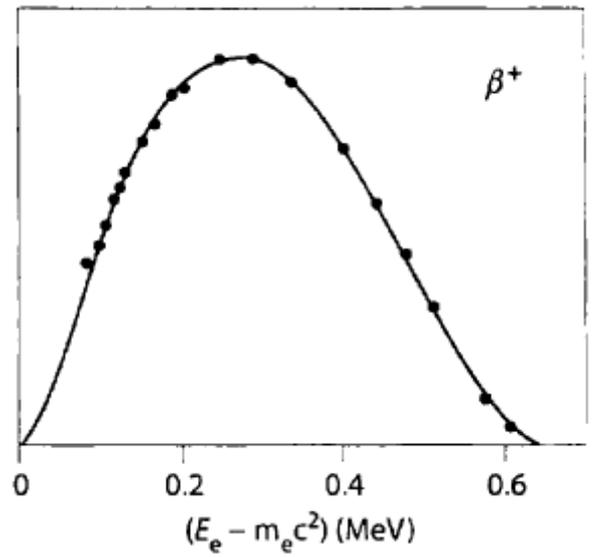
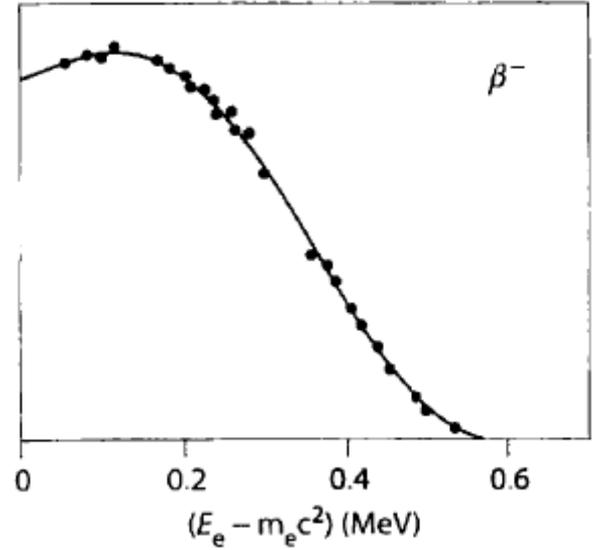
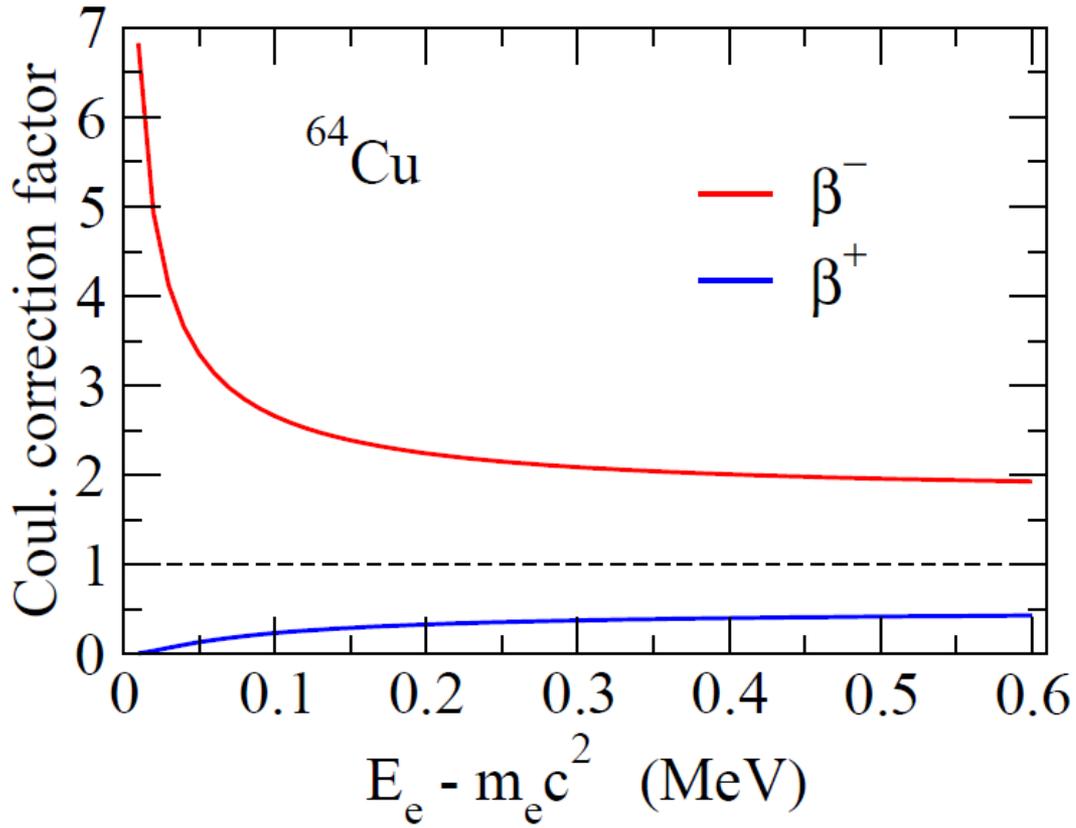
$$e^{-i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar} \sim 1$$

原点付近での電子の波動関数の振る舞いが重要となる

← クーロン場により波動関数が乱され、平面波からずれる

$$\left[ \frac{\psi_{e^\mp}(r=0, Z)}{\psi_{e^\mp}(r=0, Z=0)} \right]^2 = \frac{-2\pi\eta}{1 - e^{2\pi\eta}}, \quad \eta = \frac{\mp Ze^2}{\hbar v} \quad (\text{for } e^\mp)$$

$$\left[ \frac{\psi_{e^\mp}(r=0, Z)}{\psi_{e^\mp}(r=0, Z=0)} \right]^2 = \frac{-2\pi\eta}{1 - e^{2\pi\eta}}, \quad \eta = \frac{\mp Ze^2}{\hbar v} \text{ (for } e^\mp \text{)}$$



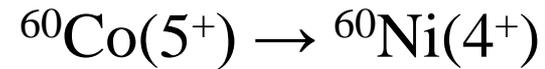
## 選択則(フェルミ遷移)

$$H_\beta = g_F \int [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\psi_n(\mathbf{r})][\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + h.c.$$

$$\langle f|H_\beta|i\rangle \sim g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r})\tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] d\mathbf{r}$$

$$\Delta I = 0, \text{ パリティ変化なし} \quad 0^+ \rightarrow 0^+$$

これでは説明できないベータ崩壊も見つかっている:



## → スピンの導入(ガモフ・テラー遷移)

$$H_\beta = g_{GT} \int d\mathbf{r} \sum_{spin} [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\boldsymbol{\sigma}\psi_n(\mathbf{r})] \cdot [\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\boldsymbol{\sigma}\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] + h.c.$$

$$\Delta I = 1, \text{ パリティ変化なし}$$

(n → p で核子のスピンのフリップする)

## 相対論的な取り扱い

### “V-A型” 相互作用

$$H_{\beta} = \int d\mathbf{r} \left\{ C_V (\psi_p^{\dagger} \gamma_{\mu} \psi_n) (\psi_e^{\dagger} \gamma^{\mu} (1 + \gamma_5) \psi_{\nu}) + h.c. \right. \\ \left. - C_A (\psi_p^{\dagger} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi_n) (\psi_e^{\dagger} \gamma^{\mu} \gamma_5 (1 + \gamma_5) \psi_{\nu}) + h.c. \right\}$$

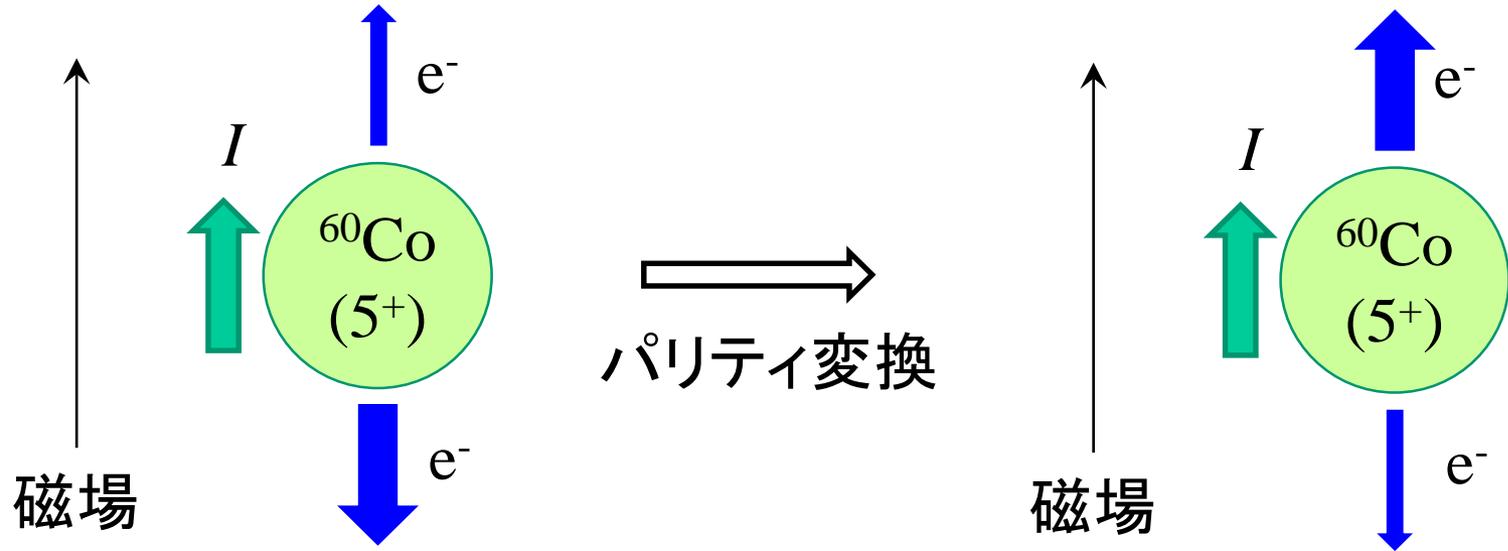
パリティ非保存

$$\gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_k \\ i\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-i\gamma_k\gamma_5 = \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & -\sigma_k \end{pmatrix}, \quad -i\gamma_0\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

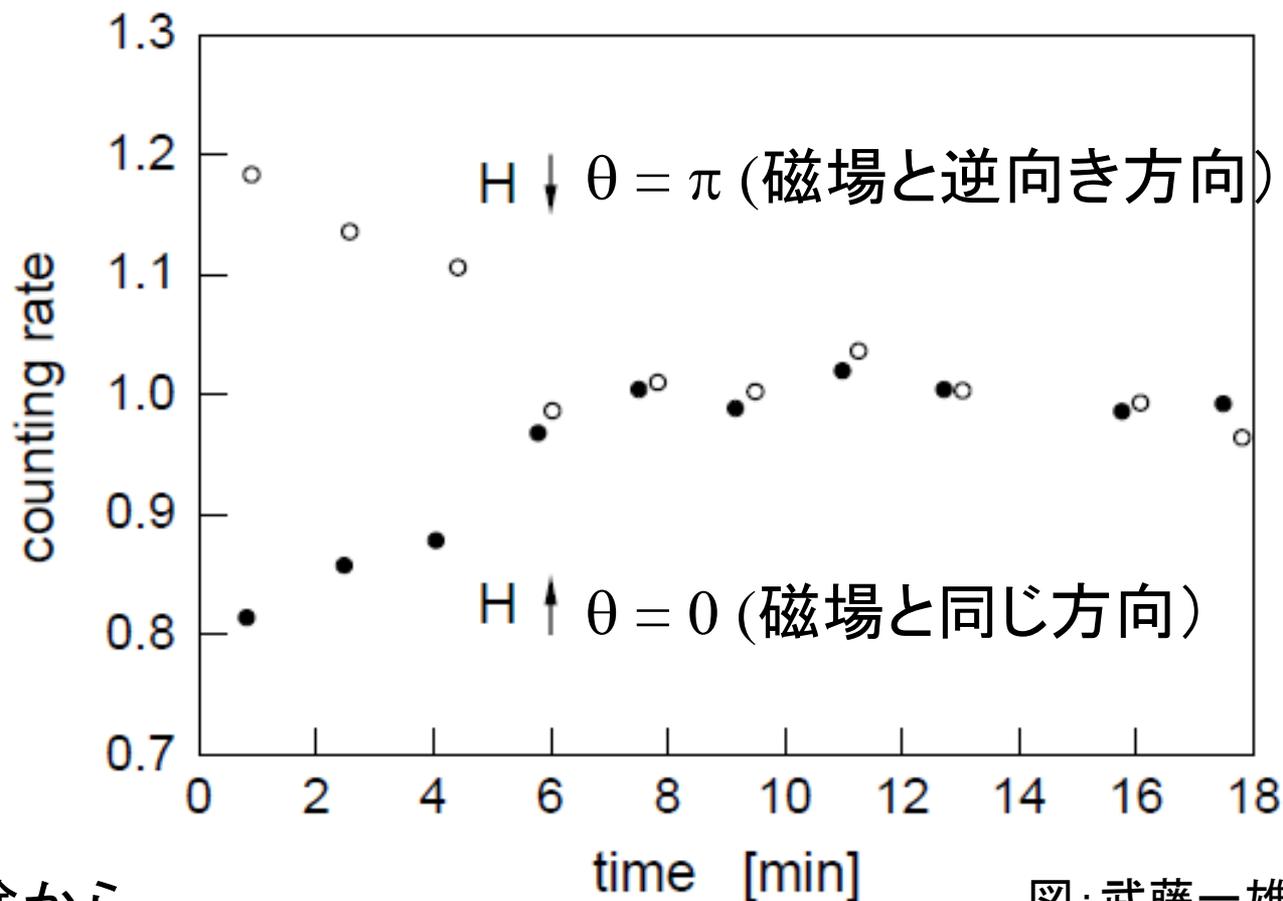
# パリティ非保存



電子の放出方向に偏りがあれば、パリティ変換で現象が変わってしまう(パリティ非保存)

(パリティの固有状態になっているなら、電子の放出方向に偏りはないはず。)

# Wuの実験 (1957)



この実験から

図: 武藤一雄氏講義録より

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_e^\dagger \gamma^\mu (C_V + C'_V \gamma_5) \psi_\nu, \quad C_V \sim C'_V \\ \psi_e^\dagger \gamma^\mu \gamma_5 (C_A + C'_A \gamma_5) \psi_\nu, \quad C_A \sim C'_A \end{array} \right.$$

→ パリティ保存則は最大に破れている

## 相対論的な取り扱い

ナイーブな非相対論極限

$$H_\beta = \int d\mathbf{r} \left\{ C_V (\psi_p^\dagger \overset{1}{\gamma_\mu} \psi_n) (\psi_e^\dagger \overset{1}{\gamma^\mu} (1 + \overset{0}{\gamma_5}) \psi_\nu) + h.c. \right. \\ \left. - C_A (\psi_p^\dagger \overset{1}{\gamma_\mu} \gamma_5 \psi_n) (\psi_e^\dagger \overset{1}{\gamma^\mu} \gamma_5 (1 + \overset{0}{\gamma_5}) \psi_\nu) + h.c. \right\}$$

$\rightarrow i\sigma_k \qquad \qquad \rightarrow i\sigma_k \qquad \qquad \rightarrow 0$

$$\gamma_k = \begin{pmatrix} \overset{0}{0} & -i\sigma_k \\ i\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_0 = \begin{pmatrix} \overset{0}{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} \overset{0}{0} & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-i\gamma_k\gamma_5 = \begin{pmatrix} \overset{0}{\sigma_k} & 0 \\ 0 & -\sigma_k \end{pmatrix}, \quad -i\gamma_0\gamma_5 = \begin{pmatrix} \overset{0}{0} & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

## 相対論的な取り扱い

ナイーブな非相対論極限

$$H_\beta = \int d\mathbf{r} \left\{ C_V (\psi_p^\dagger \overset{1}{\gamma_\mu} \psi_n) (\psi_e^\dagger \overset{1}{\gamma^\mu} (1 + \overset{0}{\gamma_5}) \psi_\nu) + h.c. \right. \\ \left. - C_A (\psi_p^\dagger \overset{1}{\gamma_\mu} \gamma_5 \psi_n) (\psi_e^\dagger \overset{1}{\gamma^\mu} \gamma_5 (1 + \overset{0}{\gamma_5}) \psi_\nu) + h.c. \right\}$$

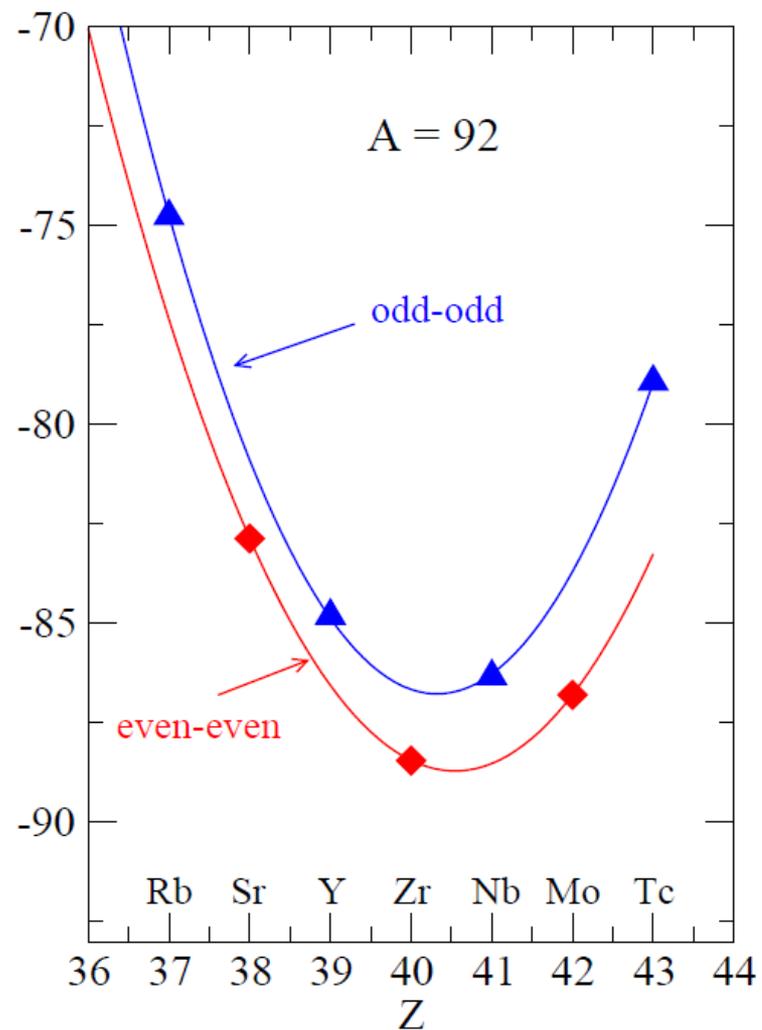
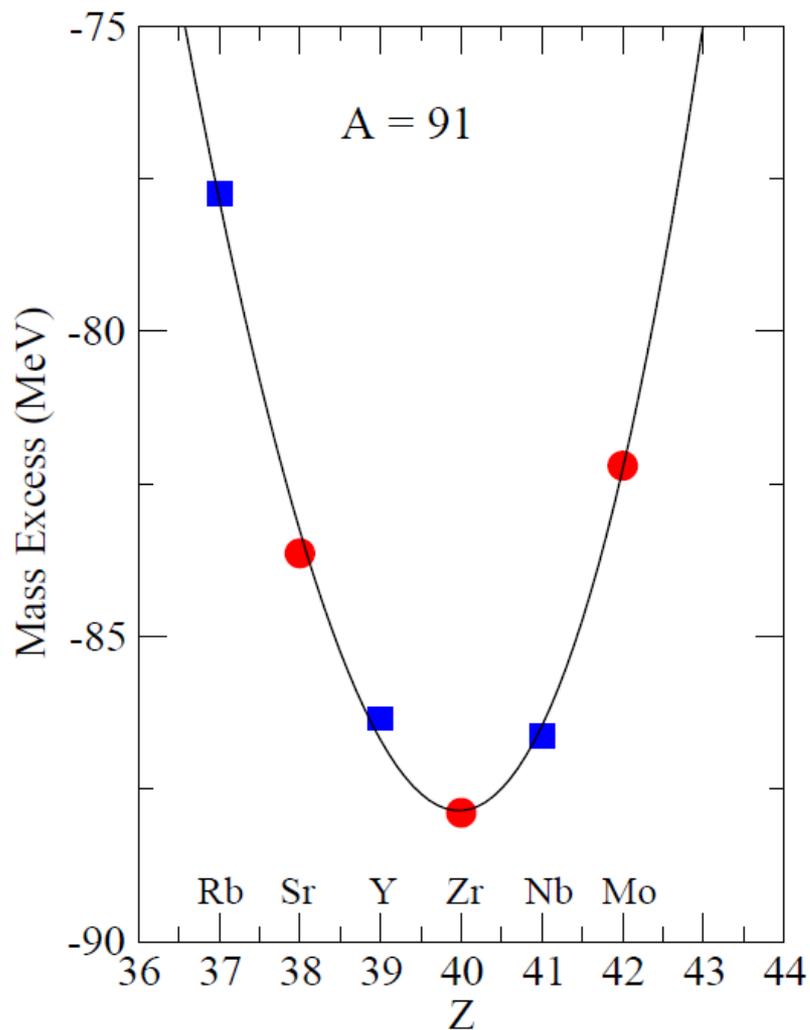
$\rightarrow i\sigma_k \qquad \qquad \rightarrow i\sigma_k \qquad \qquad \rightarrow 0$

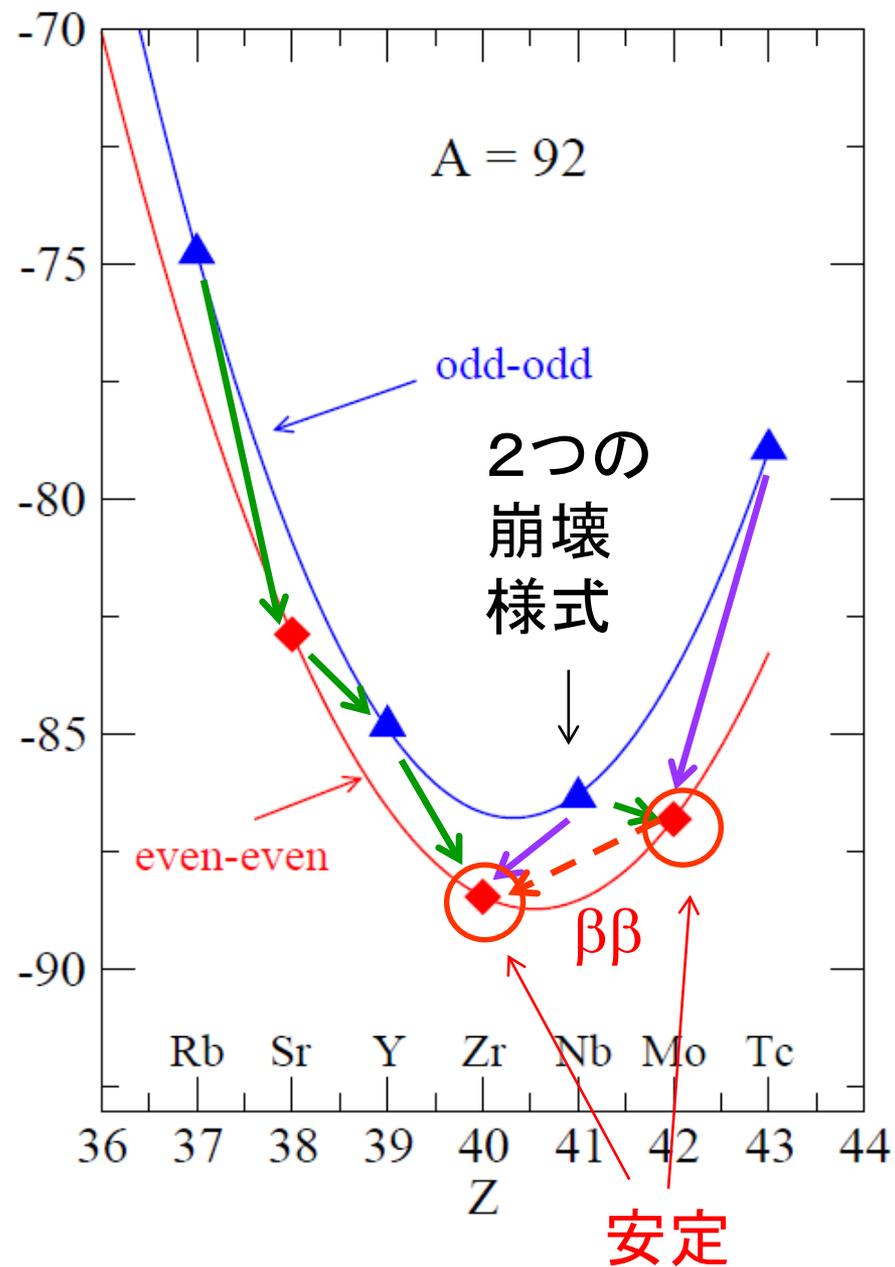
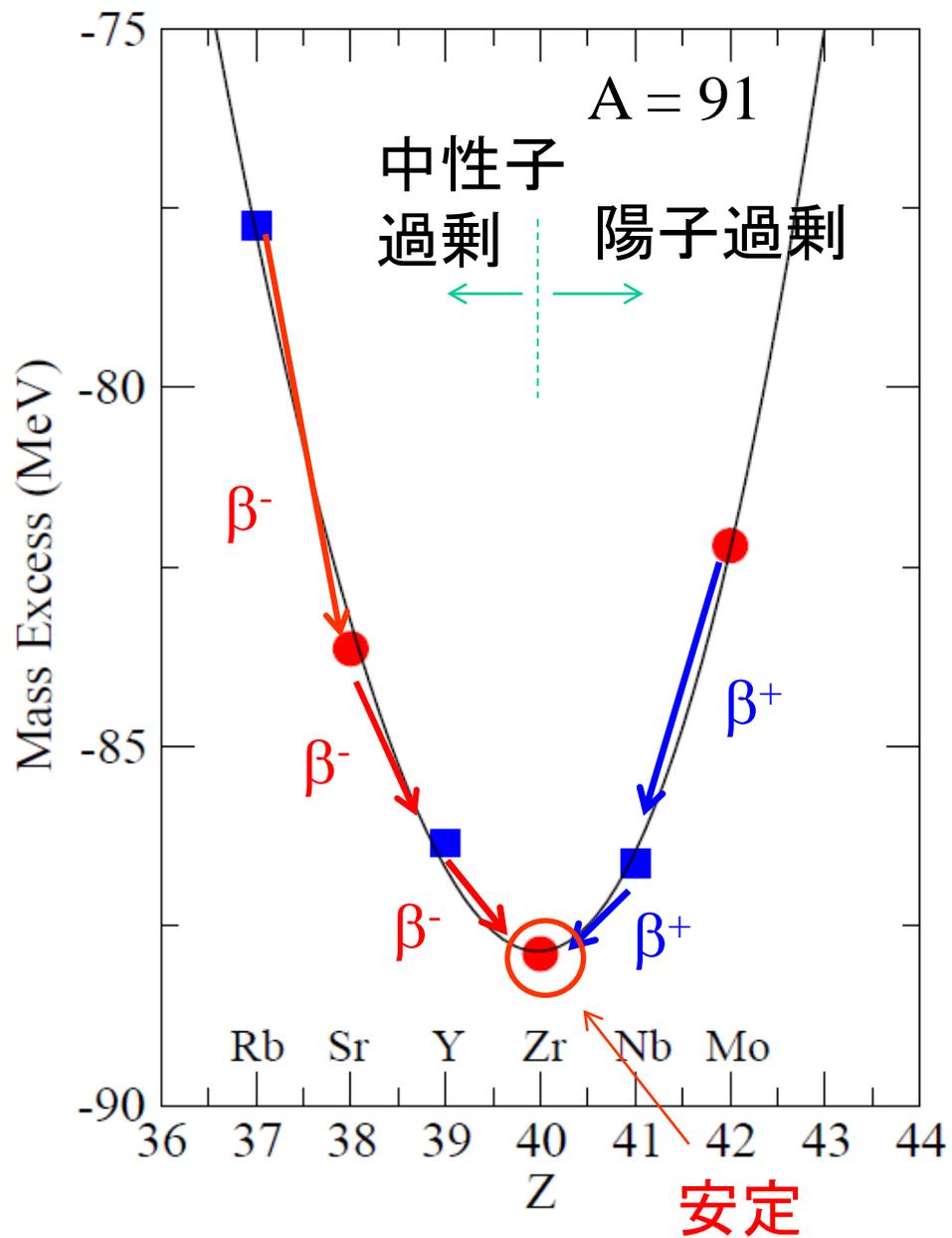
フェルミ型

$$\sim \int d\mathbf{r} \left\{ C_V (\psi_p^\dagger \psi_n) (\psi_e^\dagger \psi_\nu) + h.c. \right. \\ \left. + C_A (\psi_p^\dagger \boldsymbol{\sigma} \psi_n) \cdot (\psi_e^\dagger \boldsymbol{\sigma} \psi_\nu) + h.c. \right\}$$

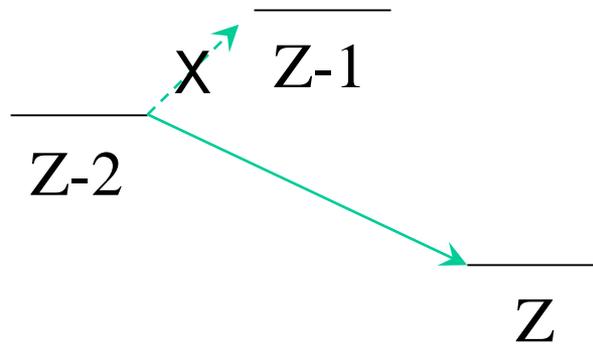
ガモフ・テラー型

## 二重 $\beta$ 崩壊





## 2種類の2重β崩壊

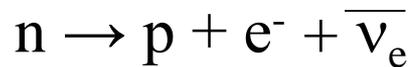


✓  $2\nu\beta\beta$

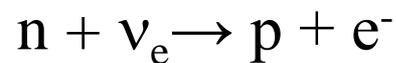


β崩壊が2回おこる

✓  $0\nu\beta\beta$

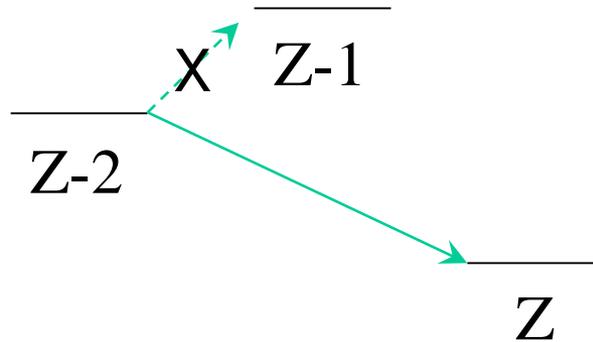


$\nu_e = \bar{\nu}_e$  だったら (マヨラナ・ニュートリノ)

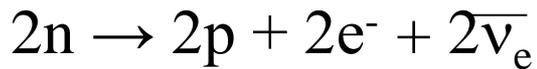


(正味のプロセス)  $2n \rightarrow 2p + 2e^-$  (レプトン数の非保存)

## 2種類の2重β崩壊



✓  $2\nu\beta\beta$



β崩壊が2回おこる

✓  $0\nu\beta\beta$



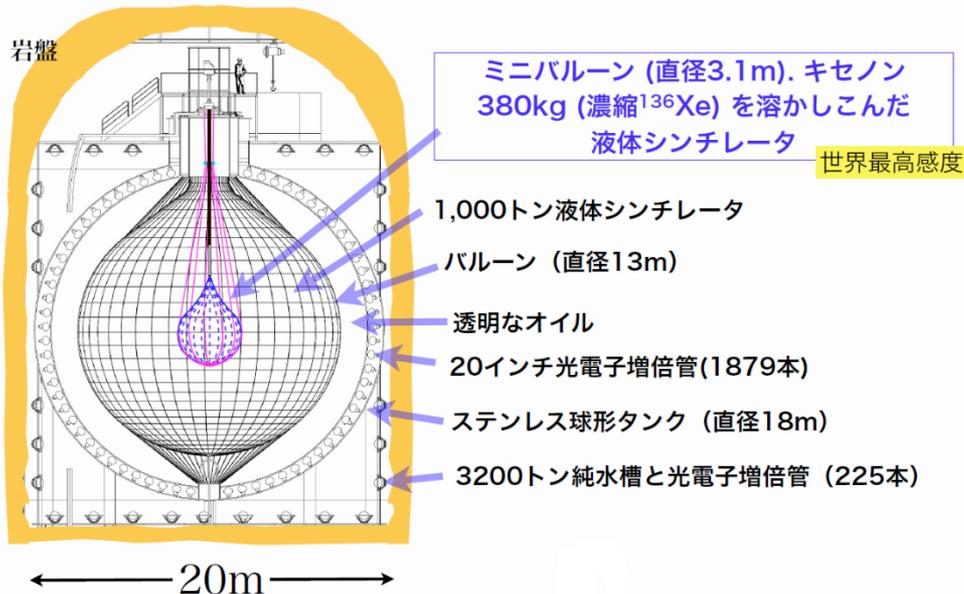
$$\left[ T_{1/2}^{(0\nu)} \right]^{-1} = G_{0\nu} |M_{0\nu}|^2 \langle m_\nu \rangle^2$$

ただし、核行列要素  $M_{0\nu}$  も重要

# カムランド禅による $^{136}\text{Xe}$ 核の $0\nu\beta\beta$ の探索

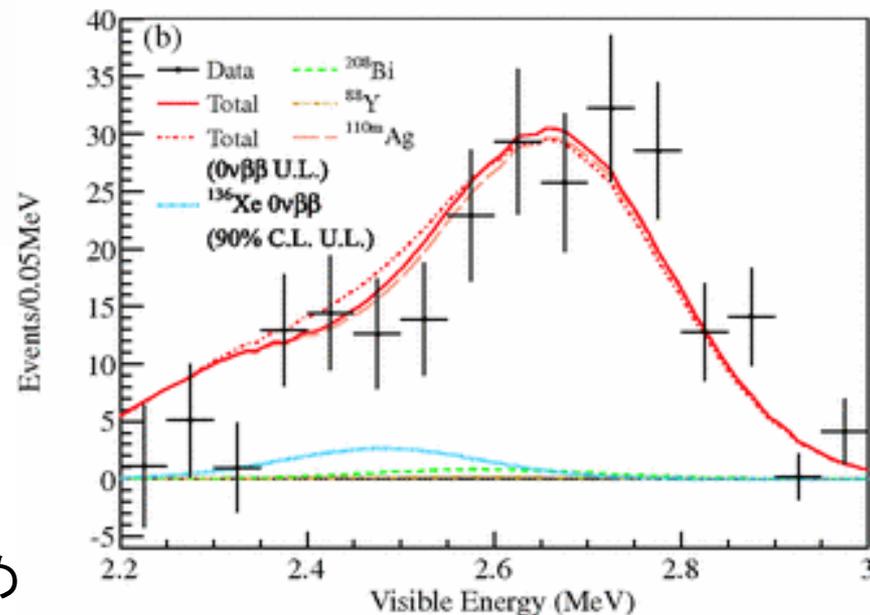
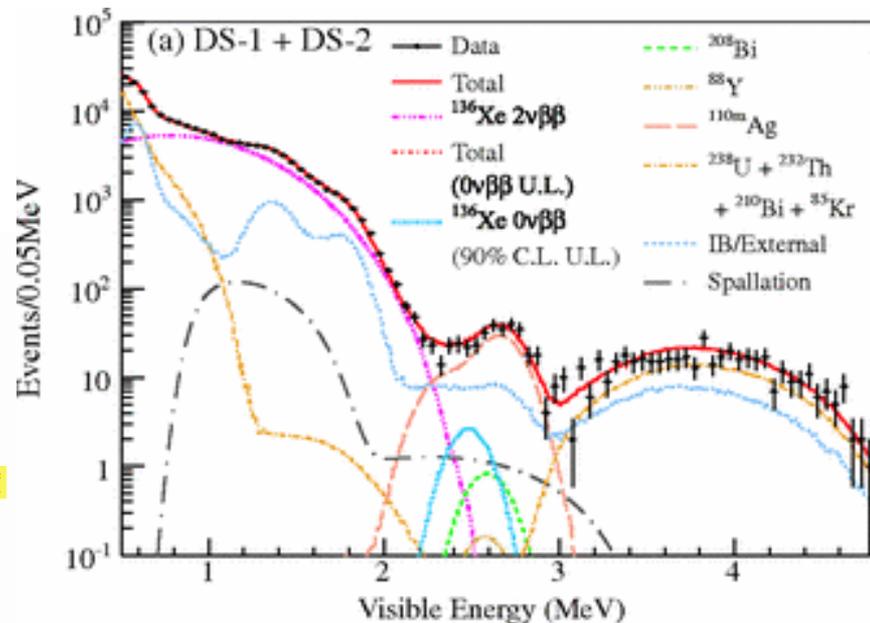
## カムランド禅検出器

岐阜県神岡鉱山の地下1,000メートル



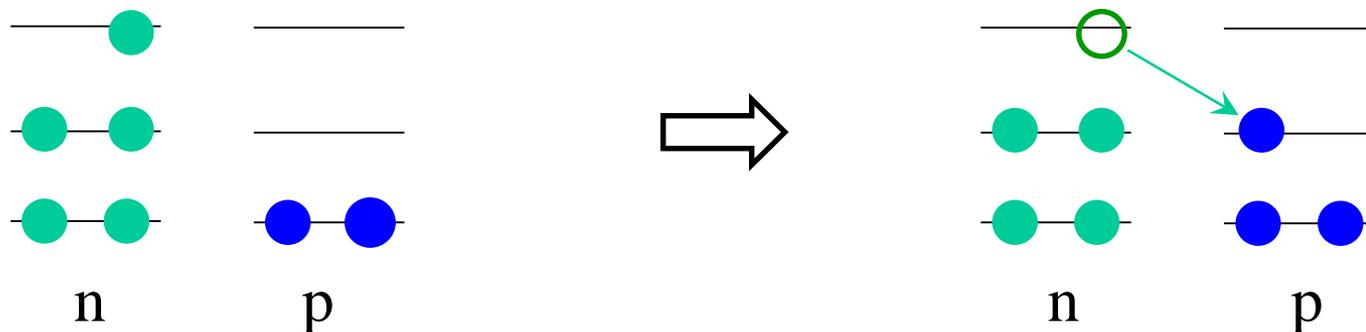
cf. KamLAND-ZEN によるニュートリノ質量の upper limit:  
61-165 meV  
(PRL117,082503 (2016))

\* 幅があるのは核行列要素の不定性のため



# 荷電交換反応

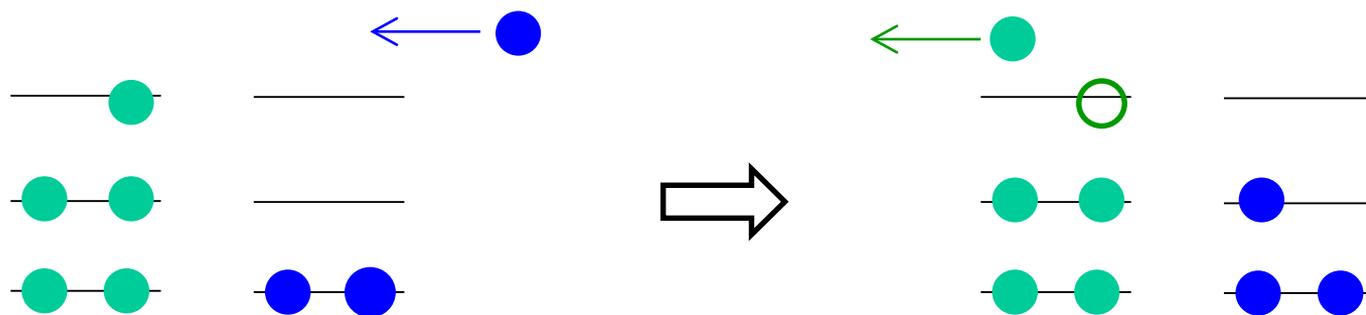
## ✓ 核内でのβ崩壊



## ✓ 荷電交換反応

代表例: (p,n) 反応

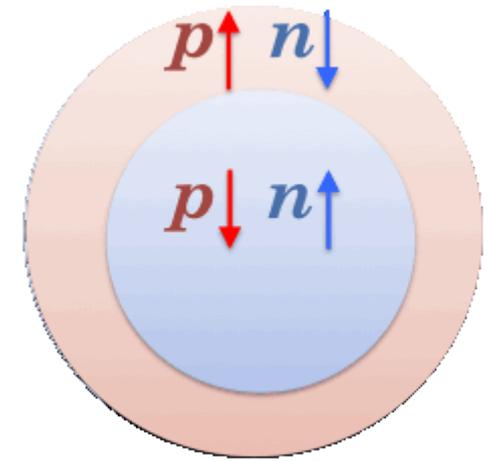
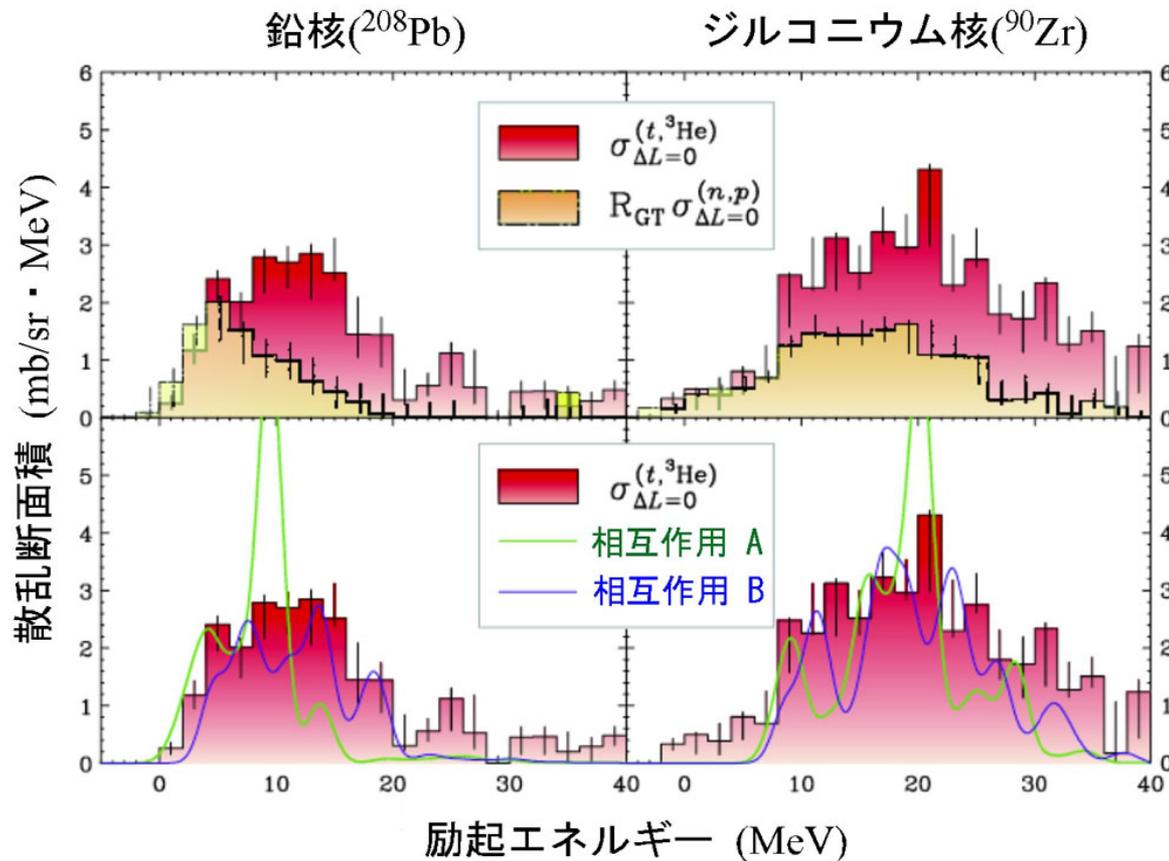
p をぶつけて n を放出



β崩壊と同じ  $\Psi_i, \Psi_f$ , 同じ行列要素  $\langle \Psi_f | \tau | \Psi_i \rangle$  や  $\langle \Psi_f | \tau \sigma | \Psi_i \rangle$

→ 強い相互作用を使って弱い相互作用の物理を調べられる  
(ニュートリノ反応など)

# 三木謙二郎さんの研究 ( $(t, {}^3\text{He})$ 反応による IV スピン単極子励起 )



K. Miki et al., Phys. Rev. Lett. 108 (2012) 262503