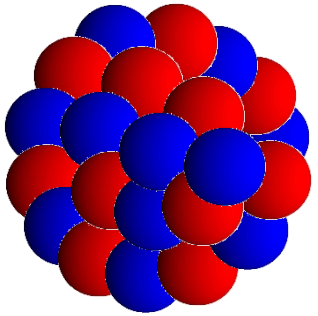
原子核物理学2

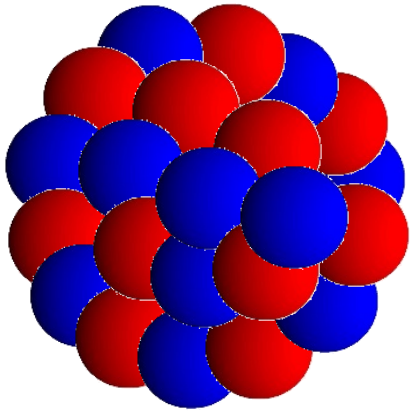
物理第二教室　原子核理論研究室
萩野浩一

1. 原子核の基本概念（質量、大きさ、形など）
2. 原子核の表面振動
3. 核分裂
4. 魔法数と殻模型
5. 原子核の対相関
6. 原子核の変形
7. 原子核の安定性（α崩壊、β崩壊、γ崩壊）
8. 超重元素の物理



核子多体系の量子力学

核子多体問題



原子核 ＝ 陽子と中性子の多体系

多体のハミルトニアン

$$H = \sum_i T_i + \underbrace{\sum_{i<j} v_{ij}}_{\text{2体力}} + \underbrace{\sum_{i<j<k} v_{ijk}}_{\text{3体力}}$$

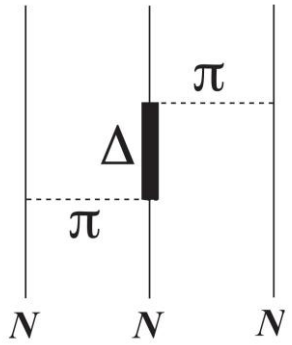
このハミルトニアンを核子間のパウリ原理を考慮してどのように（近似的に）解くのか？

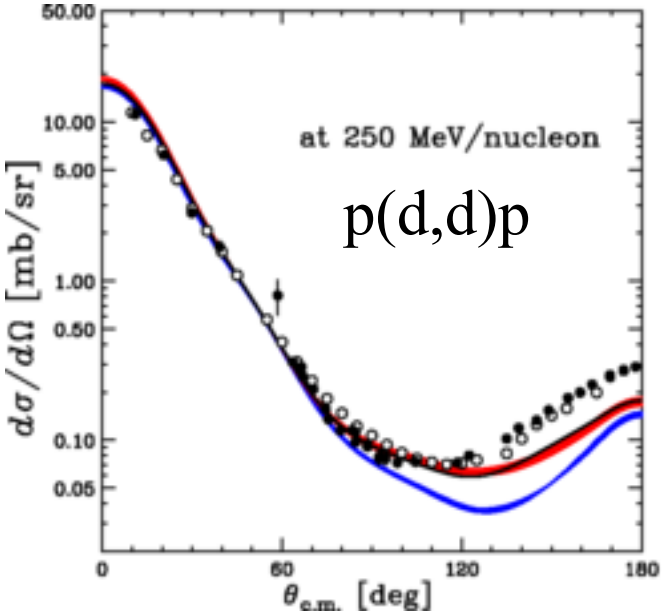
核子多体問題

$$H = \sum_i T_i + \sum_{i<j} v_{ij} + \sum_{i<j<k} v_{ijk}$$

2体力　　3体力

3体力:

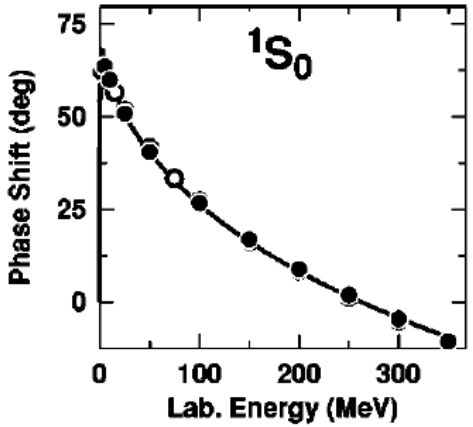




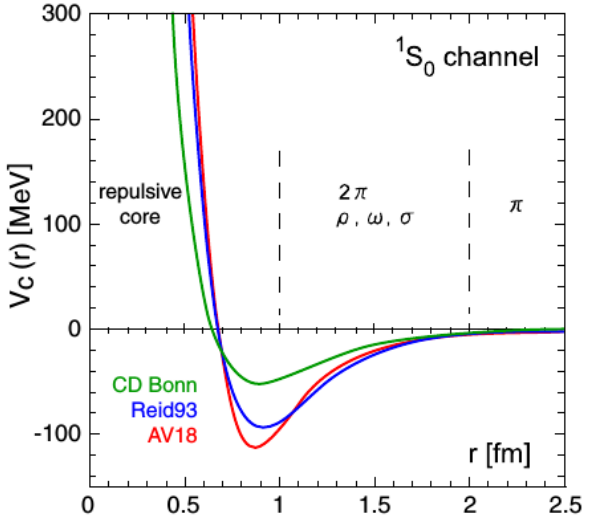
K. Sekiguchi et al.,
PRC89(‘14)064007

2体力:

核子・核子散乱実験



現象論的ポテンシャル

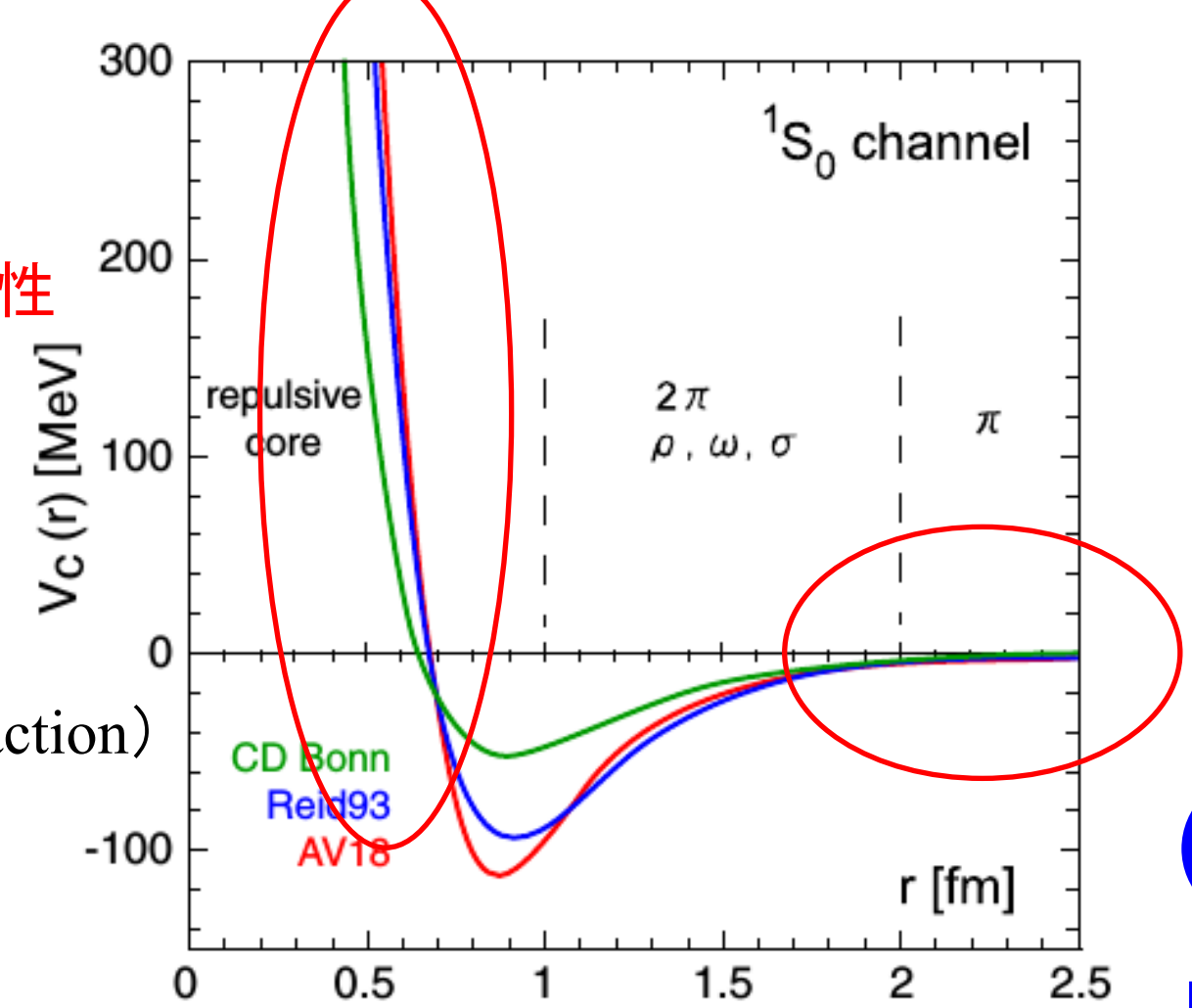


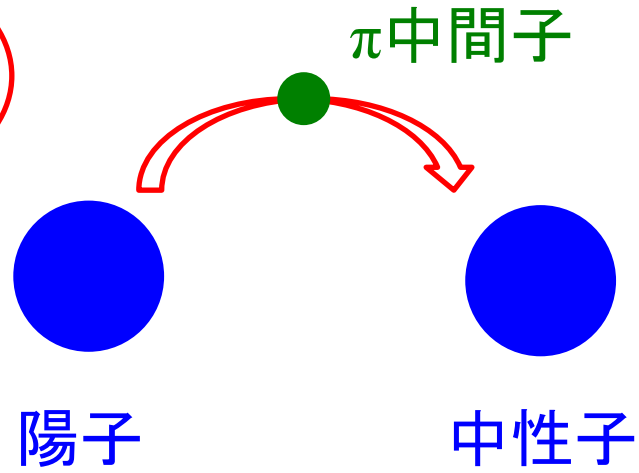
最近では、格子QCDに基づく
核力ポテンシャルも

斥力芯→原子核の飽和性

斥力芯の起源

- クォーク間の
  パウリ原理
- グルーオン交換力
  （color magnetic interaction）





強いスピン・アイソスピン依存性：

$$V_C(r) = V_0(r) + V_\sigma(r)\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 + V_\tau(r)\boldsymbol{\tau}_1\cdot\boldsymbol{\tau}_2 + V_{\sigma\tau}(r)(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2)(\boldsymbol{\tau}_1\cdot\boldsymbol{\tau}_2)$$

＋テンソル力、スピン軌道力、など

中間子交換ポテンシャル

$$\nabla^2\phi(\boldsymbol{r}) = -4\pi\rho(\boldsymbol{r}) \;\rightarrow (\nabla^2 - k^2)\phi(\boldsymbol{r}) = 4\pi f\rho(\boldsymbol{r})$$

（湯川による拡張）

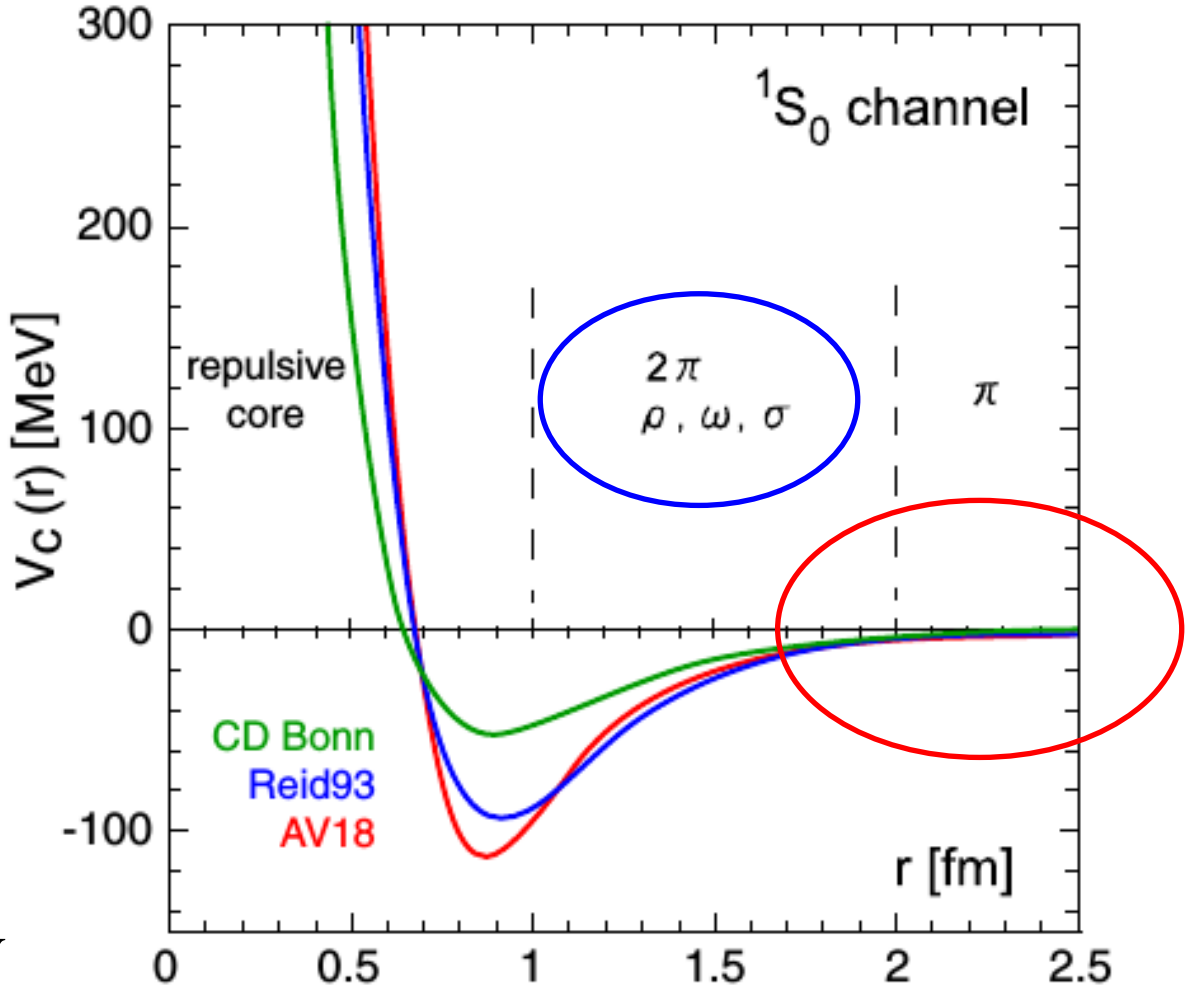
この解は、 $\phi(\boldsymbol{r}) = -f\int d\boldsymbol{r}'\,\dfrac{\exp(-k|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|)}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\rho(\boldsymbol{r}')$

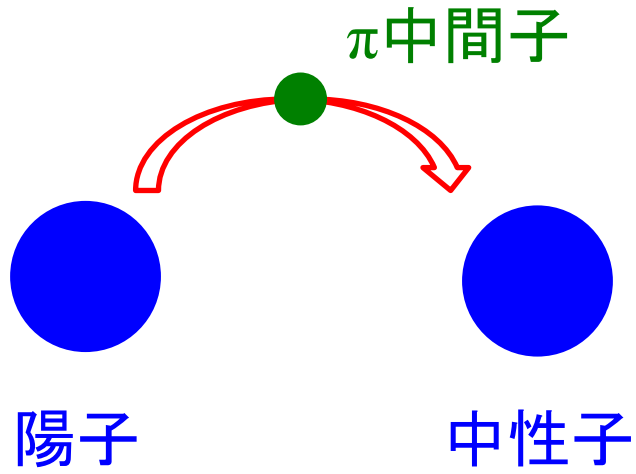
点粒子であれば $\rho(\boldsymbol{r}') = \delta(\boldsymbol{r}') \rightarrow \phi(r) = -f\dfrac{e^{-kr}}{r}$ （湯川関数）

Klein-Gordon方程式:

$$\left(\nabla^2 - \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\phi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \qquad \rightarrow k = \frac{mc}{\hbar}$$

→ 核力の到達距離: $R = k^{-1} = \dfrac{\hbar}{mc} \sim 1.4$ fm





$m_\rho c^2$=770 MeV
$m_\omega c^2$=782 MeV
$m_\sigma c^2$=400-550 MeV

中間領域はより重い中間子（ρ中間子など）の交換

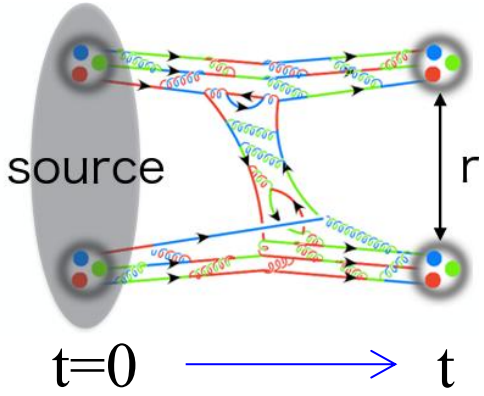
$$R = k^{-1} = \frac{\hbar}{mc}$$ →重い中間子はレンジが短い

[格子QCDによる核力](#)

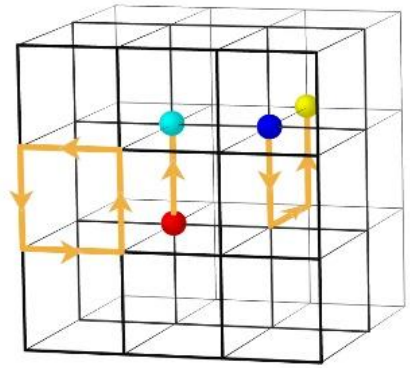
N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda,
Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 022001

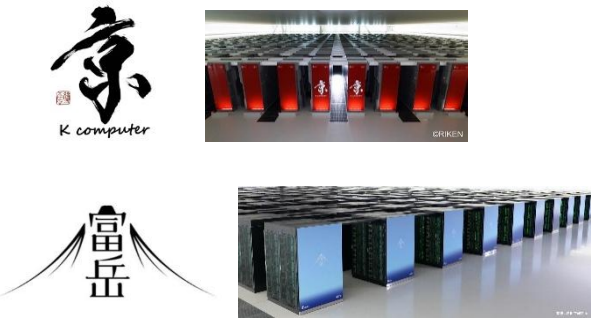
ベーテ・サルピータ振幅

$$G_{NN}(\boldsymbol{r},t) = \langle 0|N(\boldsymbol{r},t)N(\boldsymbol{0},t)\bar{J}_{\rm src}(t=0)|0\rangle$$



時間発展

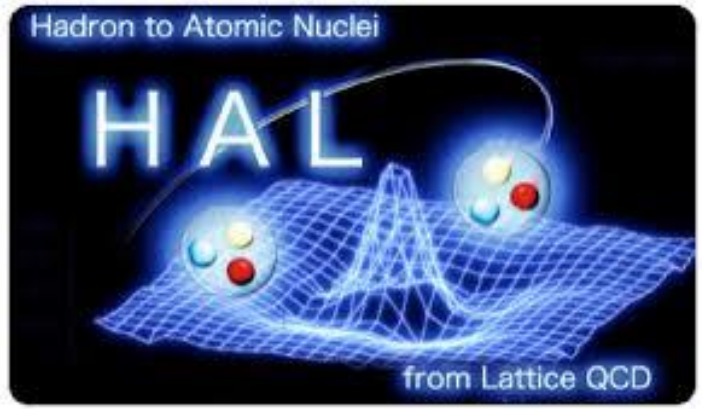




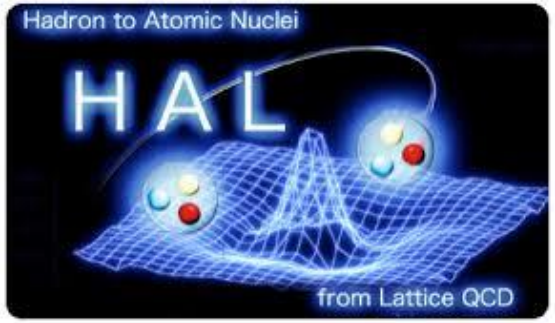
$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\psi(\boldsymbol{r}) + V(r)\psi(\boldsymbol{r}) = E\psi(\boldsymbol{r})$$

$$\psi(\boldsymbol{r}) \equiv \lim_{t\to\infty} G_{NN}(\boldsymbol{r},t)$$

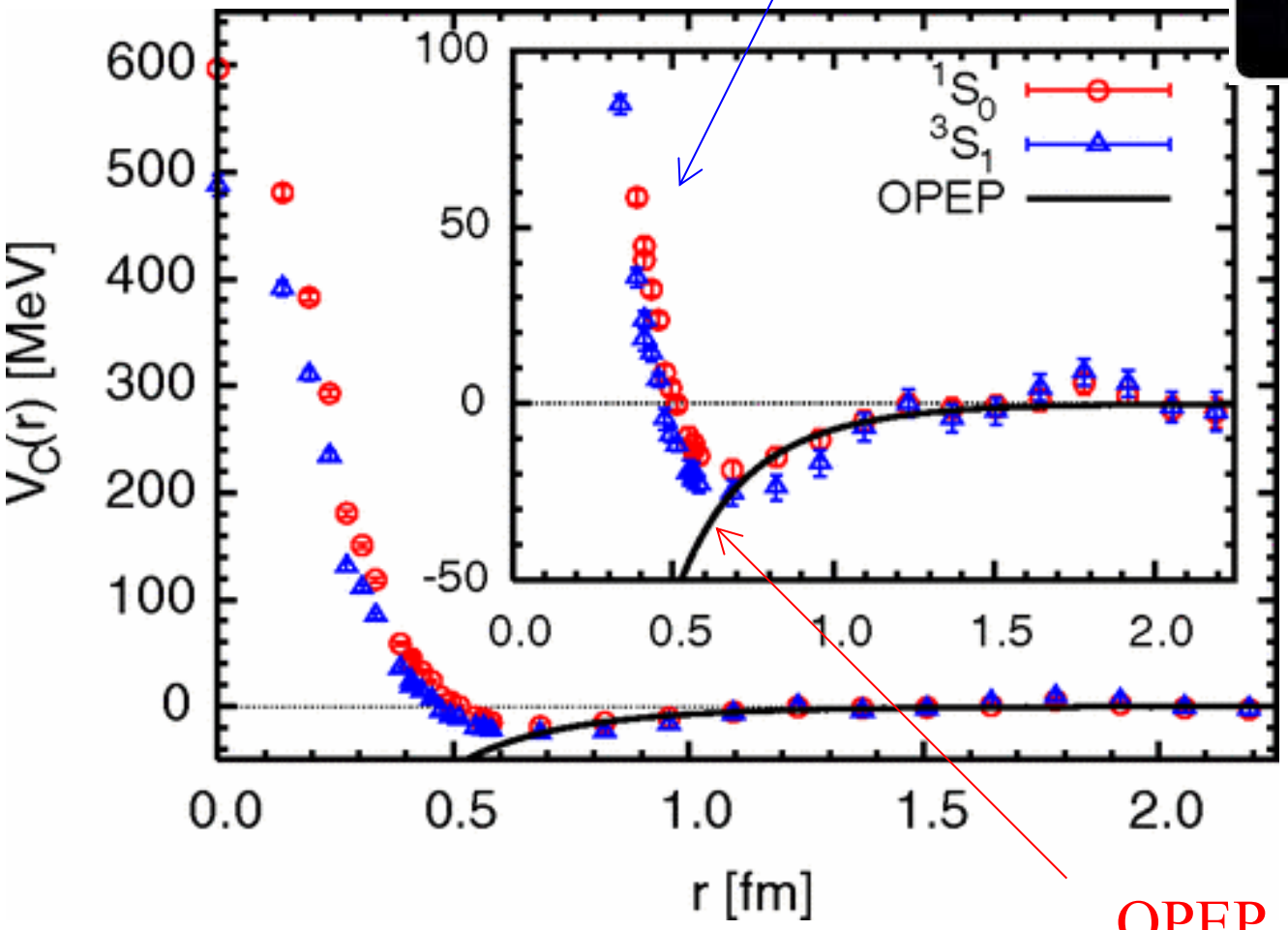
を仮定してポテンシャル V を求める



格子QCDによる核力



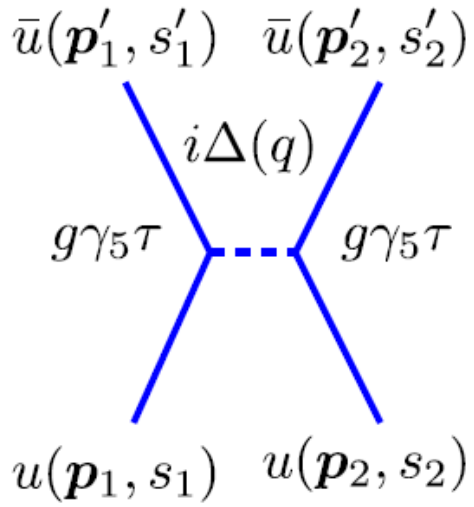
斥力芯



OPEP

N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, Phys. Rev. Lett. 99 (2007) 022001

One-pion exchange potential (OPEP)



もう少し場の理論的にポテンシャルを求めると:

$$V(\boldsymbol{r}) = -\frac{g^2}{4\pi}(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\nabla})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{\nabla})\frac{e^{-\mu r}}{r}$$

$$\mu = m_\pi c/\hbar$$

$$= \frac{g^2}{4\pi}(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)\left[((\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) + S_{12}Y_T(\mu r))\,\frac{\mu^2}{3}\frac{e^{-\mu r}}{r} - \frac{4\pi}{3}(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)\delta(\boldsymbol{r})\right]$$

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

テンソル演算子

$$Y_T(\mu r) = \left(1 + \frac{3}{\mu r} + \frac{3}{\mu^2 r^2}\right)$$

テンソル力

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

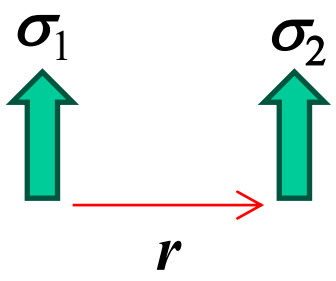
$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_2 = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}_1 + \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}_2$ を用いると

$$S_{12} = \frac{2}{\hbar^2}\left[\frac{3(\boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{r})^2}{r^2} - (\boldsymbol{S})^2\right]$$ と書き直すことができる。

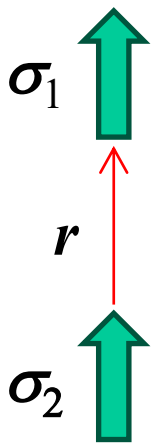
cf. $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{A})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B})$

→ S=0 ではゼロになる

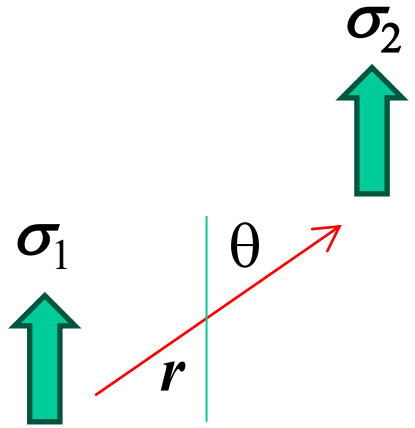
古典的には:



$S_{12} = -1$



$S_{12}=2$



$S_{12}=3\cos^2\theta-1 \sim Y_{20}(\theta)$

テンソル力

$$S_{12} = \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$$

→ S=0 ではゼロになる

・重陽子（S=1) が束縛し、nn (S=0) が束縛しない理由
・重陽子のD波成分（四重極モーメント）の説明（4%程度のD波成分）

https://www.eurekalert.org/news-releases/670011

アイソスピン

2核子系

スピン：

$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_2$

	$S=1$	$S=0$
$S_z=1$	$\lvert\uparrow\rangle\lvert\uparrow\rangle$	
$S_z=0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\lvert\uparrow\rangle\lvert\downarrow\rangle + \lvert\downarrow\rangle\lvert\uparrow\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\lvert\uparrow\rangle\lvert\downarrow\rangle - \lvert\downarrow\rangle\lvert\uparrow\rangle)$
$S_z=-1$	$\lvert\downarrow\rangle\lvert\downarrow\rangle$	

アイソスピン：

$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{t}_1 + \boldsymbol{t}_2$

	$T=1$	$T=0$
$T_z=1$	$\lvert n\rangle\lvert n\rangle$	
$T_z=0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\lvert n\rangle\lvert p\rangle + \lvert p\rangle\lvert n\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\lvert n\rangle\lvert p\rangle - \lvert p\rangle\lvert n\rangle)$
$T_z=-1$	$\lvert p\rangle\lvert p\rangle$	

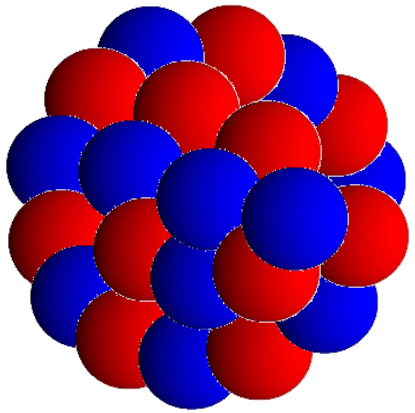
$$\Psi_{NN}(\boldsymbol{r}) = R_L(r)Y_{LM}(\hat{\boldsymbol{r}})\chi_S\chi_T$$

2核子の入れ換え→ $(-1)^L$ +1(S=1) +1(T=1)
-1 (S=0) -1 (T=0)

$^{2S+1}L_J$ L=0なら

$S\backslash T$	0	1
0	^{1}O	^{1}E
1	^{3}E	^{3}O

原子核の基本的な性質

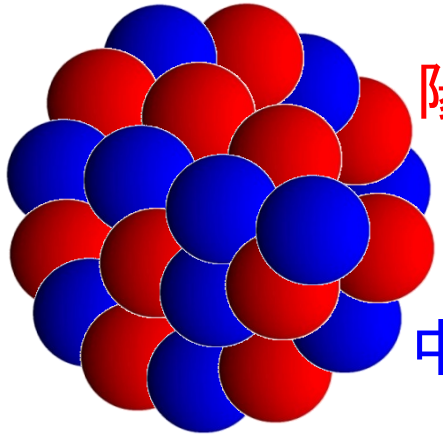


$$H = \sum_i T_i + \sum_{i<j} v_{ij} + \sum_{i<j<k} v_{ijk}$$

2体力　　3体力

原子核 ＝ 陽子と中性子の多体系

- 基底状態のエネルギー（原子核の質量）？
- 多体系の大きさ（半径）？
- 基底状態の形（変形？）
- 励起スペクトル？
- 原子核と原子核を衝突させると何が起きる？



原子核 ＝ 強い相互作用をする粒子（核子）の集合体

- 有限量子多体系
- 自己束縛系

安定な（自然界に存在する）原子核：287 種類
現在までに確認された原子核：約 3,000 種類
存在が予想されている原子核：約 10,000 種類

原子核物理学＝これらの原子核の静的・動的性質を研究

粒子が多体系をつくることによって初めて現われる
豊富で多様な物理現象の解明　「量子多体論」

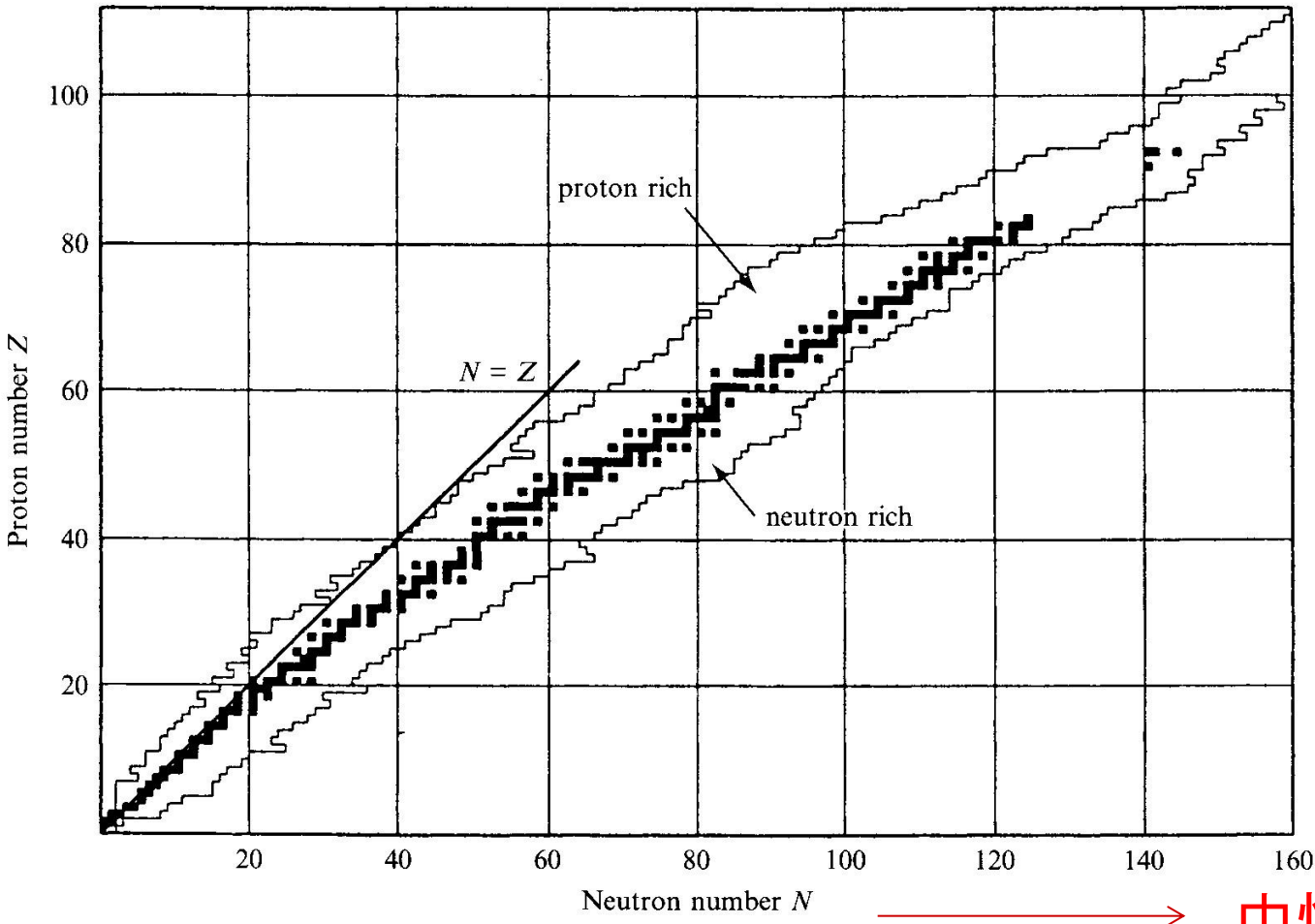
エネルギーと長さの典型的な大きさ：

MeV = 10^6 eV
fm = 10^{-15} m

hbar * c = 197.1 MeV fm

核図表

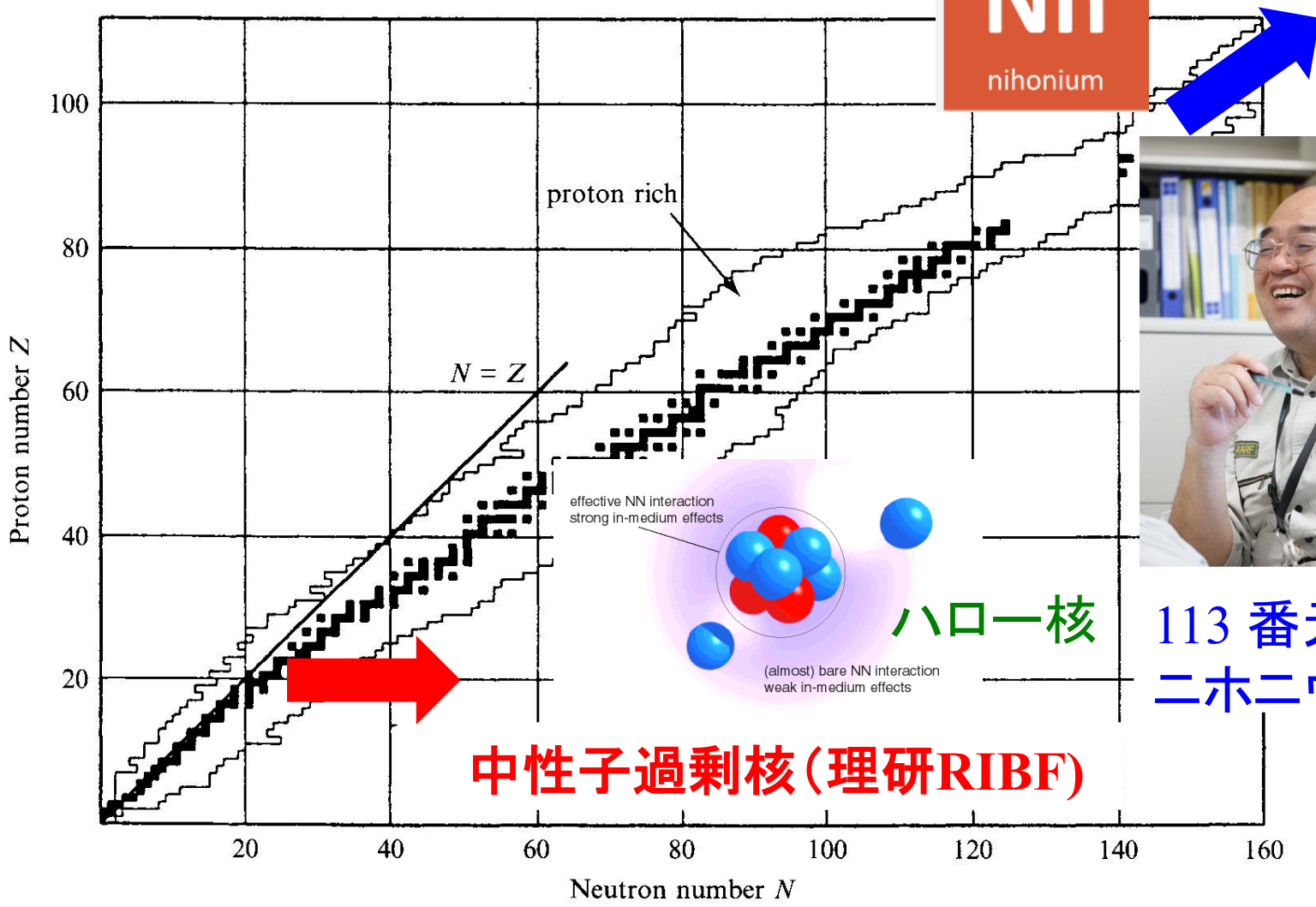
陽子数



中性子数

横軸を中性子の数、縦軸を陽子の数にとった2次元マップ
（■は地球上に存在する安定な原子核）

核図表の拡大：原子核物理のフロンティア



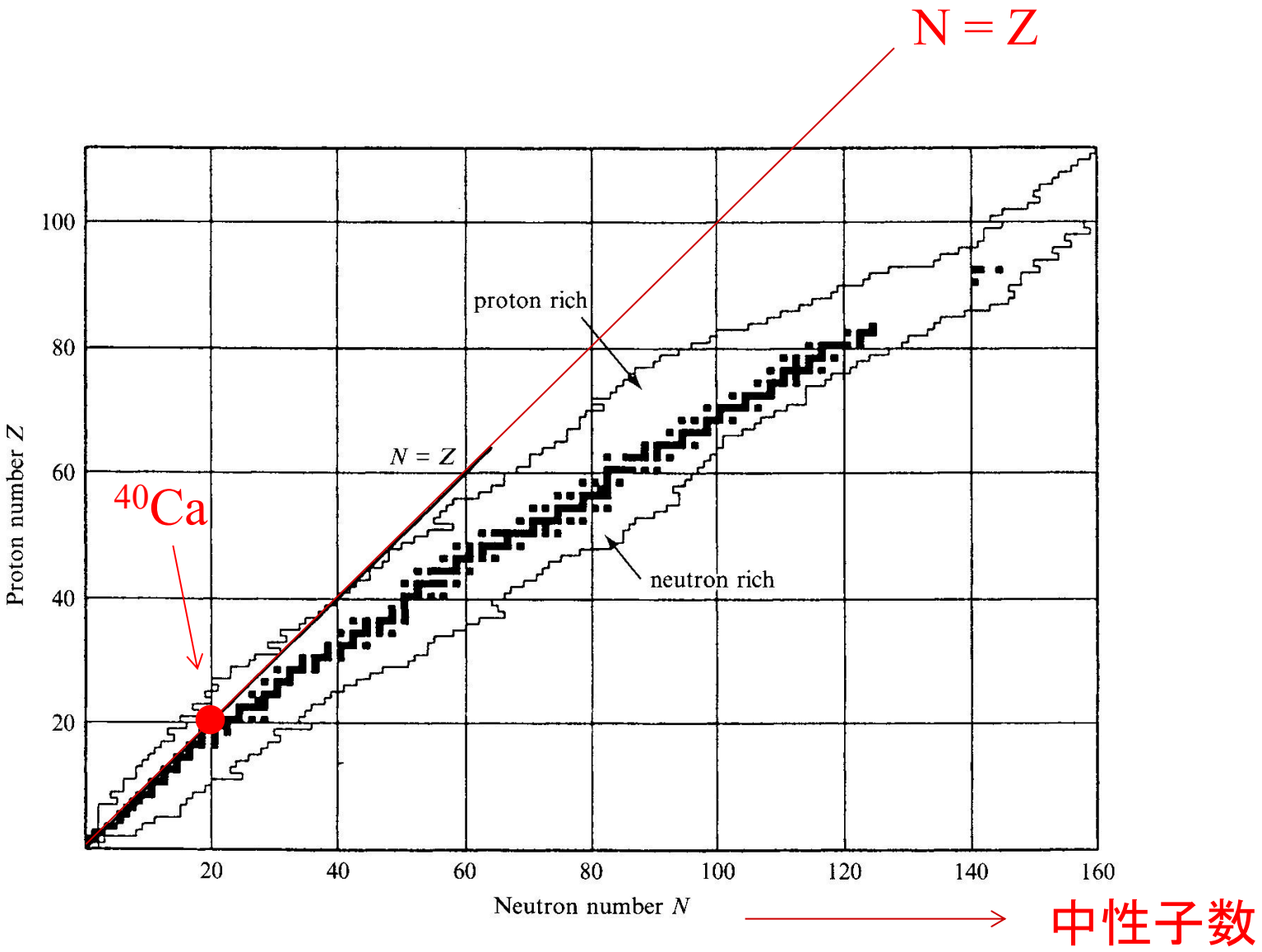
超重核

ハロー核

113 番元素
ニホニウム

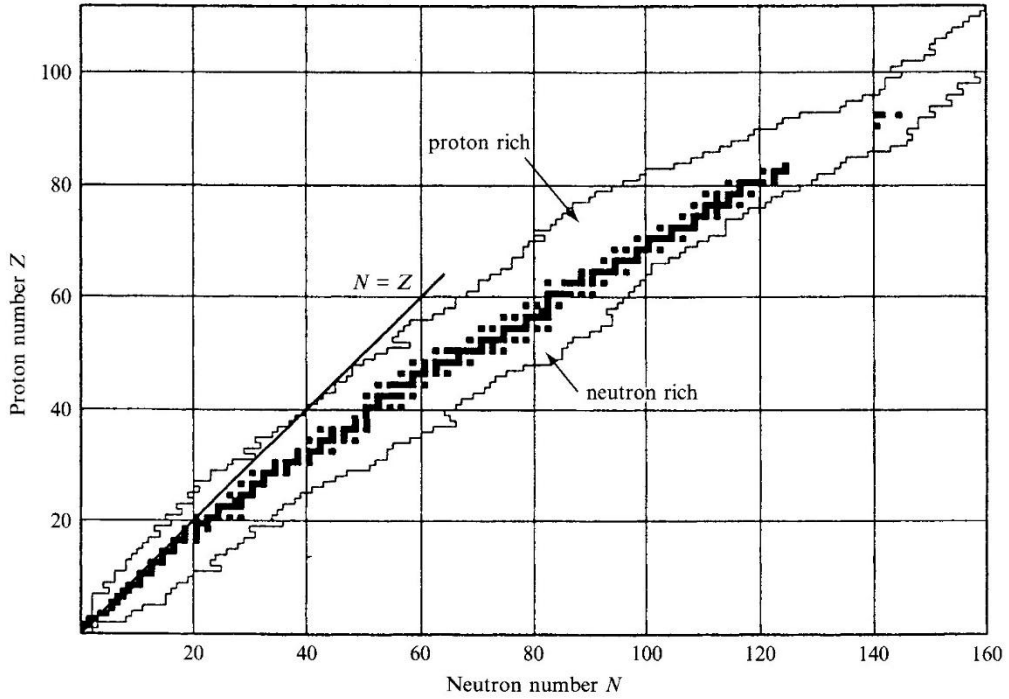
中性子過剰核（理研RIBF）

核図表



横軸を中性子の数、縦軸を陽子の数にとった2次元マップ
（■は地球上に存在する安定な原子核）

核図表



横軸を中性子の数、縦軸を陽子の数にとった2次元マップ
（■は地球上に存在する安定な原子核）

- Z ~20くらいまでは N~Z
- Z > 20 になると N > Z

何でか分かりますか?

p-p間力
p-n間力
n-n間力

どれも同じ強さ？

n-n 束縛系なし
p-p 束縛系なし

n-p 束縛系あり（重陽子）

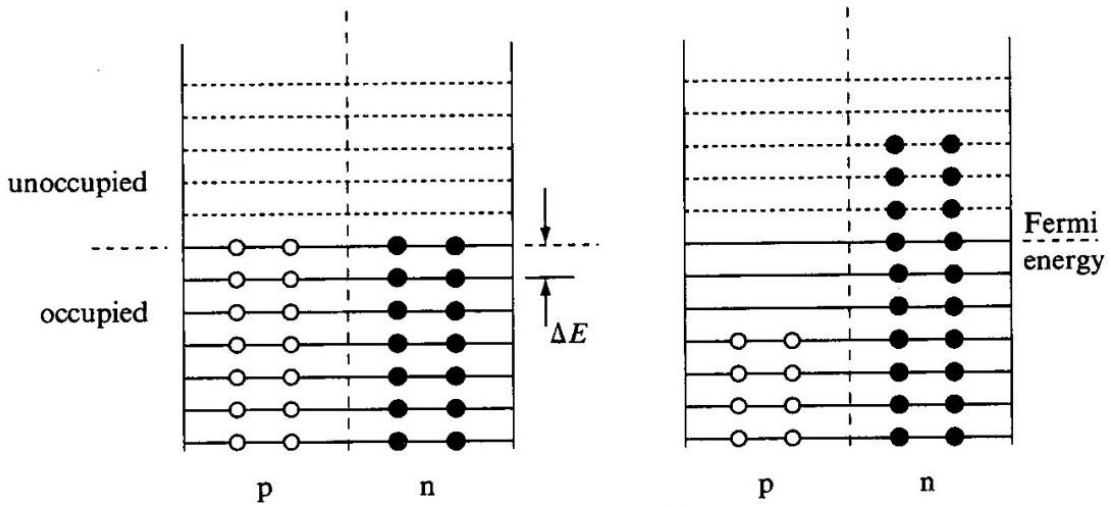
→ pn 間の引力がより強い
（量子力学：3次元ポテンシャルの束縛状態
←引力が強い場合のみ）

- 「Z ~20くらいまでは N~Z」になる理由（原子核の対称エネルギー）

2つの理由

1. 中性子間力や陽子間力よりも中性子ー陽子間力の方が強い
   cf.　重陽子

2. パウリ原理



$E_k = k\,\Delta E$（縮退度 2）だとすると、

$$
\begin{aligned}
E &= \sum_{k=1}^{N/2} 2k\Delta E + \sum_{k=1}^{Z/2} 2k\Delta E \\
&= 2\Delta E \left(\sum_{k=1}^{N/2} k + \sum_{k=1}^{Z/2} k \right) \\
&= \frac{\Delta E}{2} \left(\frac{N^2+Z^2}{2} + N + Z \right) \qquad \leftarrow \sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2} n(n+1) \\
&= \frac{\Delta E}{2} \left(\frac{A^2}{4} + A + \frac{1}{4} \cdot (N-Z)^2 \right)
\end{aligned}
$$

両方とも（同じ $A = N+Z$ であれば）$N \sim Z$ にした方が得する:「対称エネルギー」

• それでは、何故「Z > 20 では N > Z」となるか?

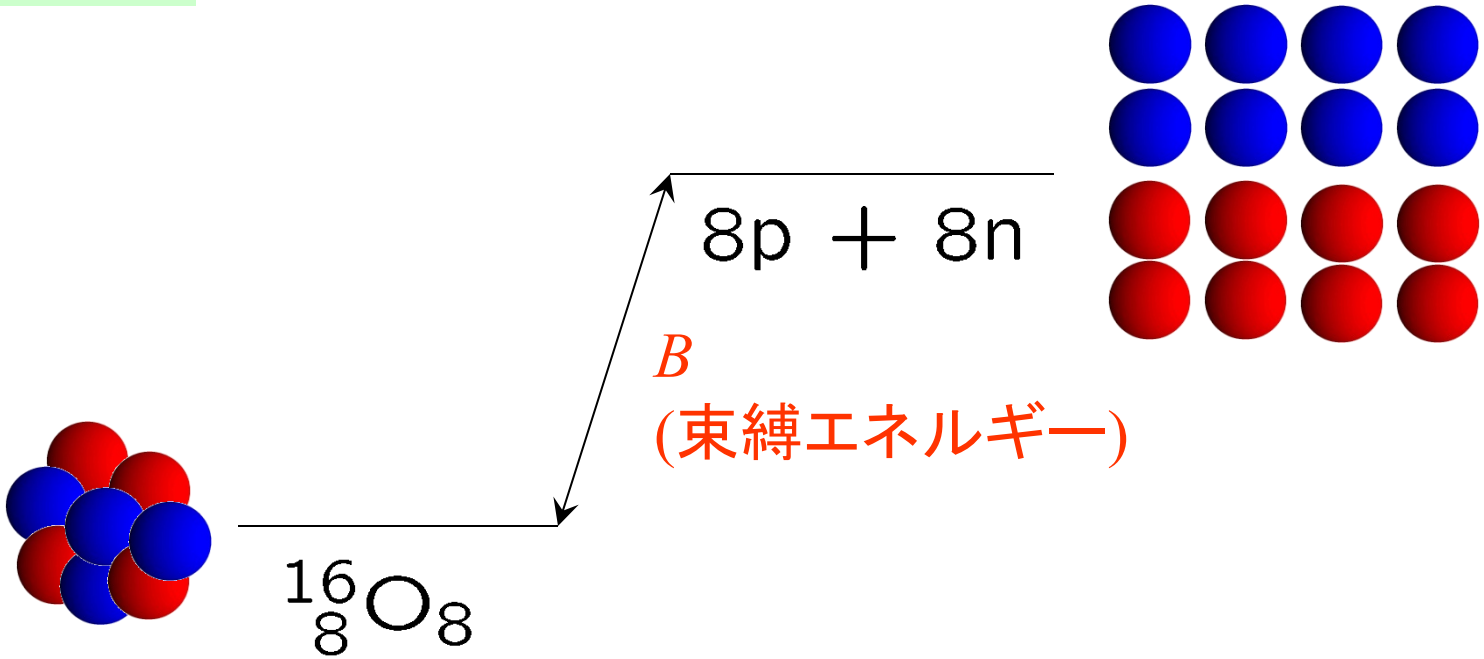
クーロン力の影響

pp, pn, nn : 核力（強い引力）
pp : +クーロン力（斥力）

➡ 中性子の数を増やして引力をかせぐ
（クーロン斥力を打ち消す）

対称エネルギーでは損をするが、トータルとしては得をする。

原子核の質量



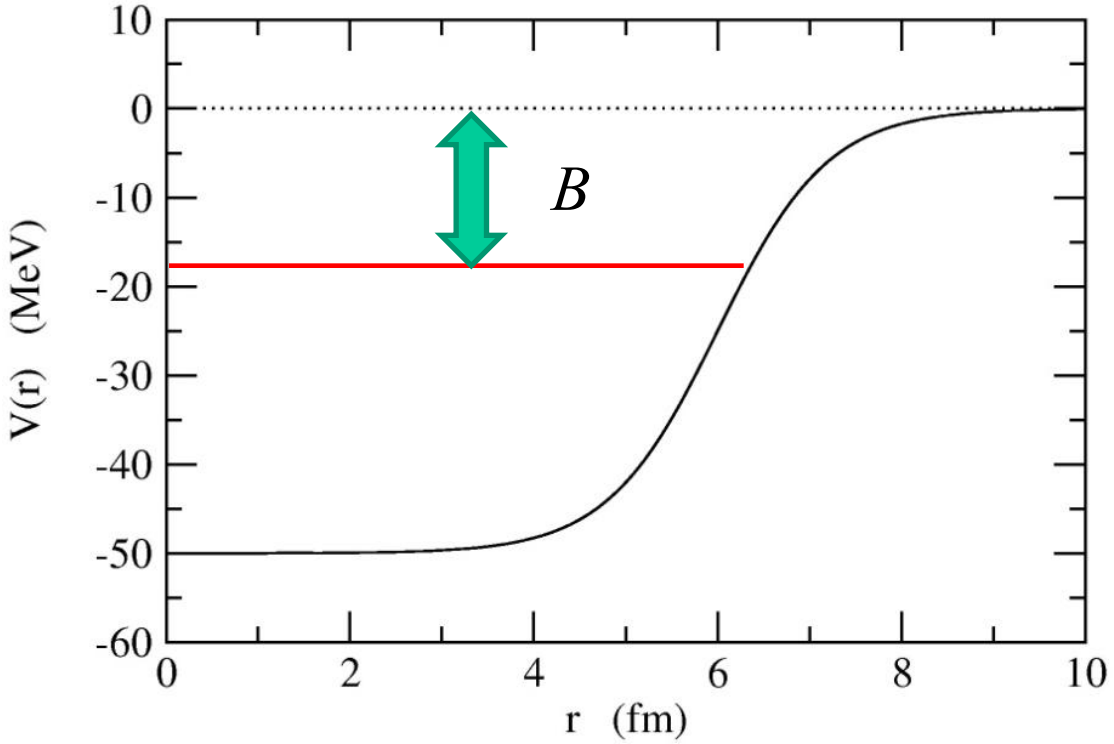
$$m(N,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - B$$

束縛エネルギー

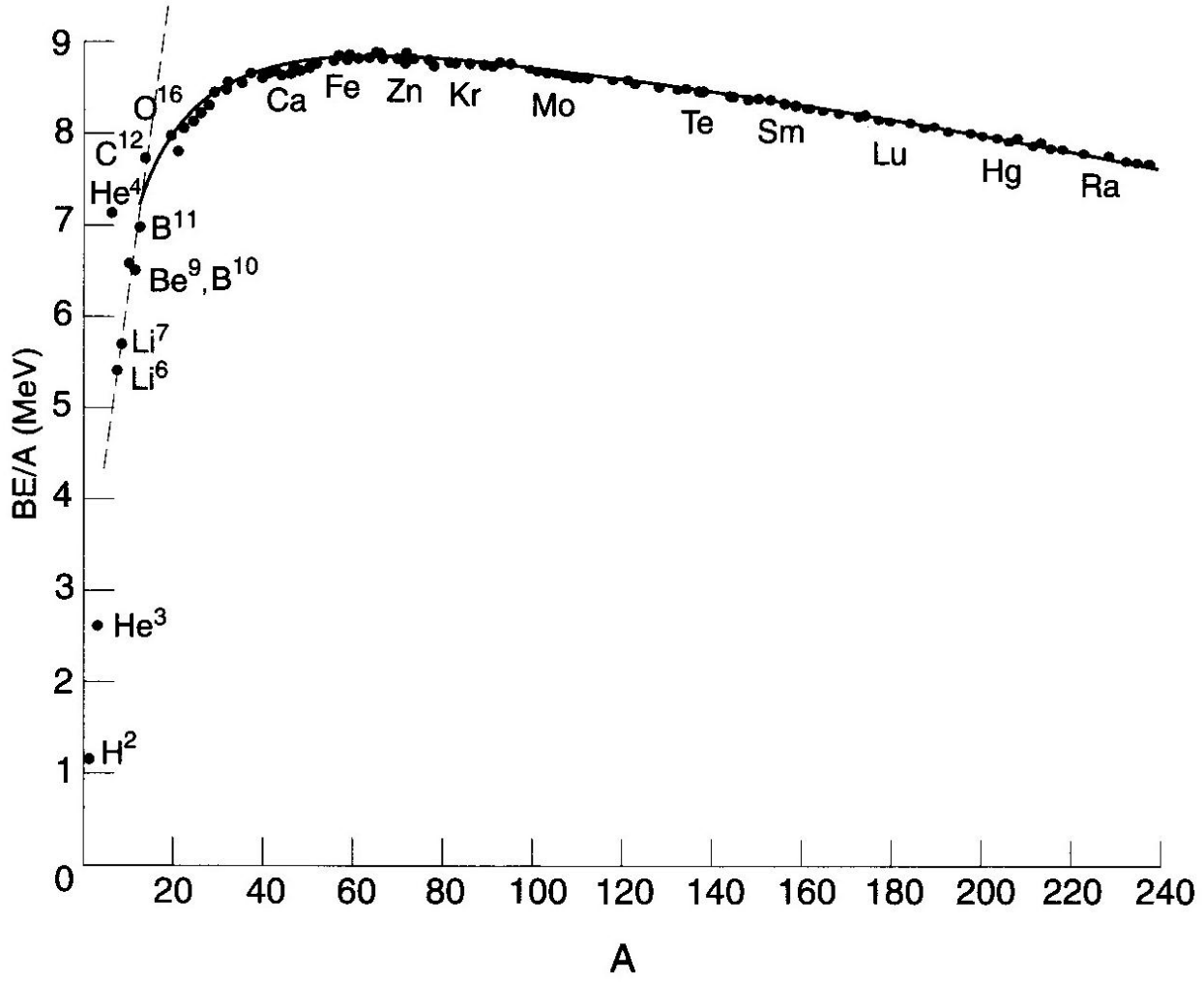
＊束縛エネルギーが大きいほど安定（質量が軽い）

cf. 2粒子系の場合（例えば水素原子＝陽子＋電子）:

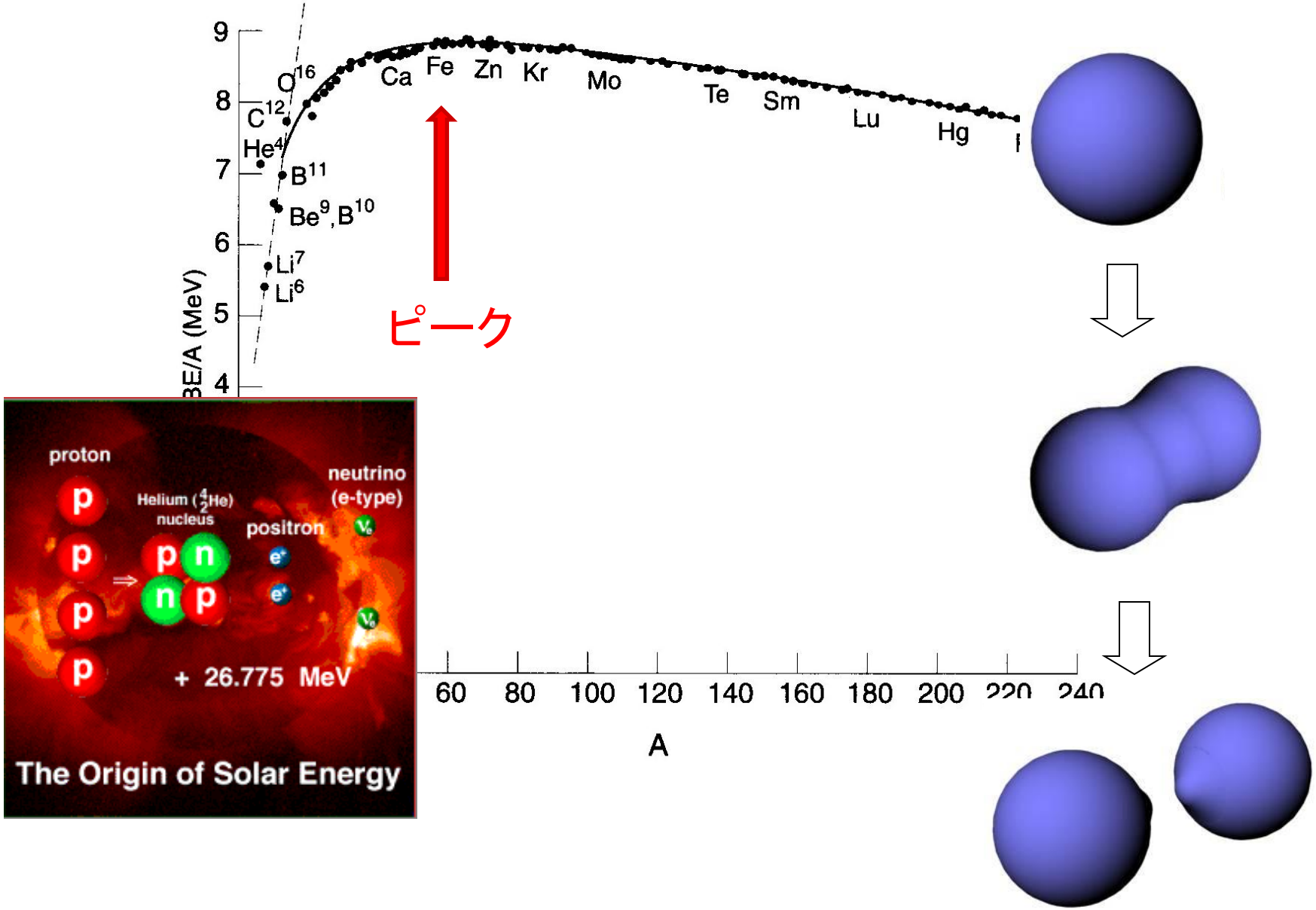
$$M\,c^2 = m_1 c^2 + m_2 c^2 - B$$



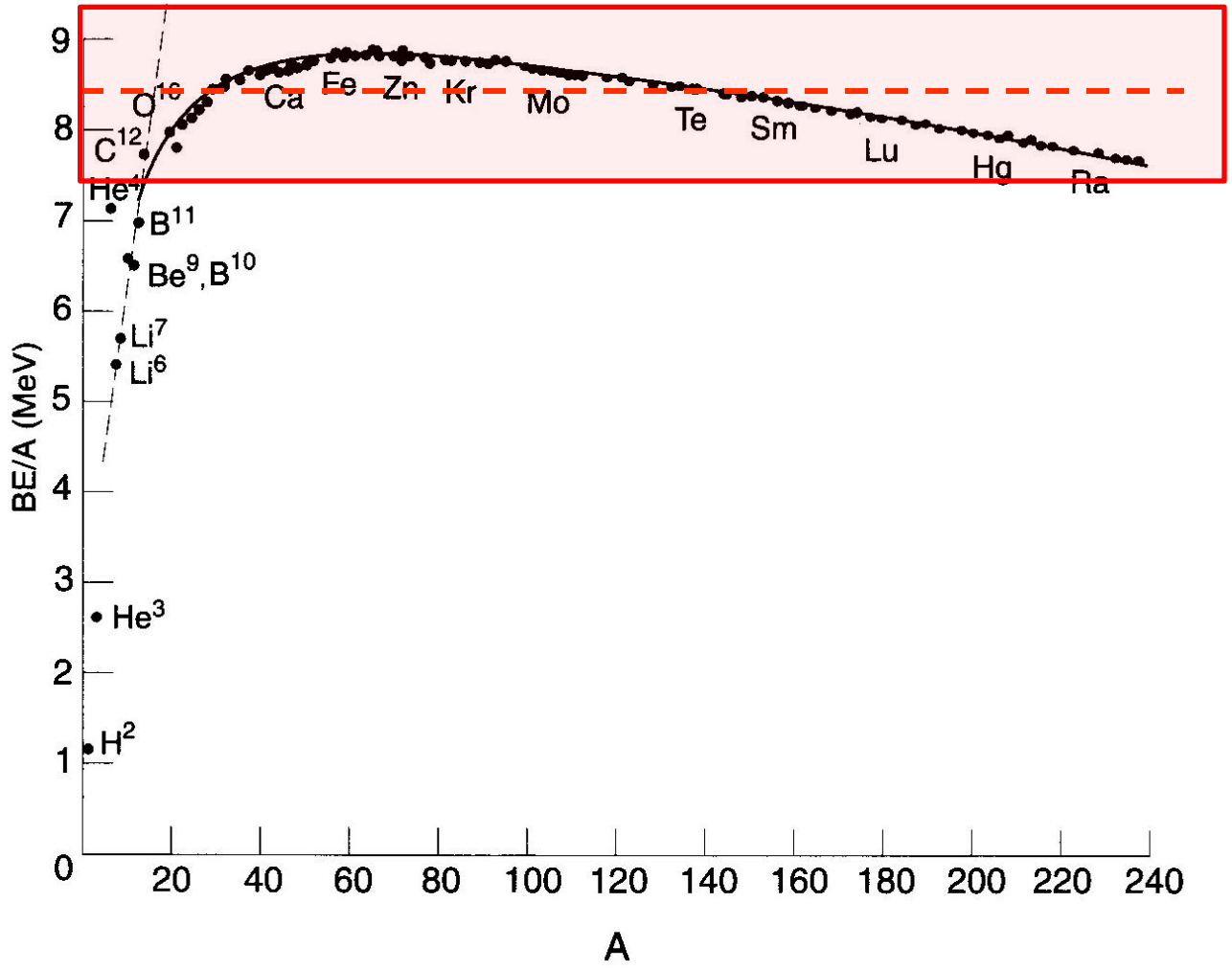
2粒子がバラバラの
状態に比べて B だけ
エネルギーが下がる
（束縛している）



B/A（核子1つあたりの平均的な束縛エネルギー）の実験データ



- 軽い核は核融合した方が安定
- 重い核は核分裂した方が安定



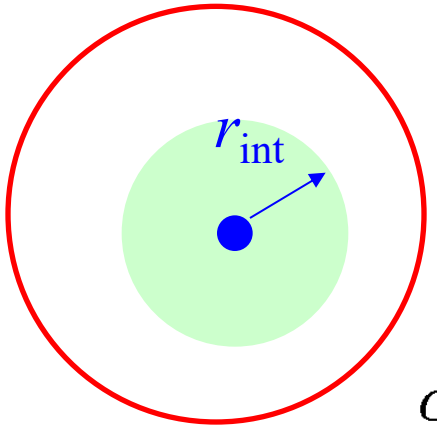
1. $B(\mathrm{N},Z)/A \sim 8.5$ MeV ($A > 12$)（ほぼ一定） ← 短距離力（核子間相互作用）

もし全ての核子と相互作用するとすると（長距離力）

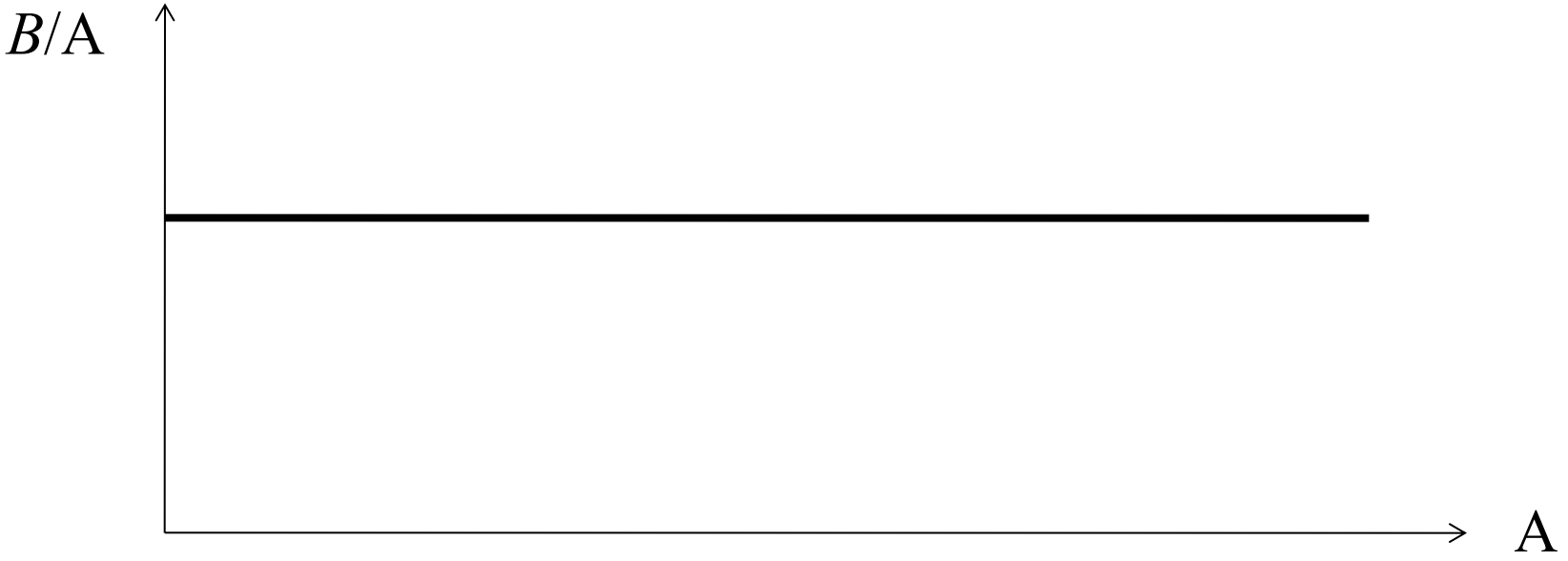
$$B \propto A(A-1)/2 \rightarrow B/A \propto A$$ となるはず。。。。

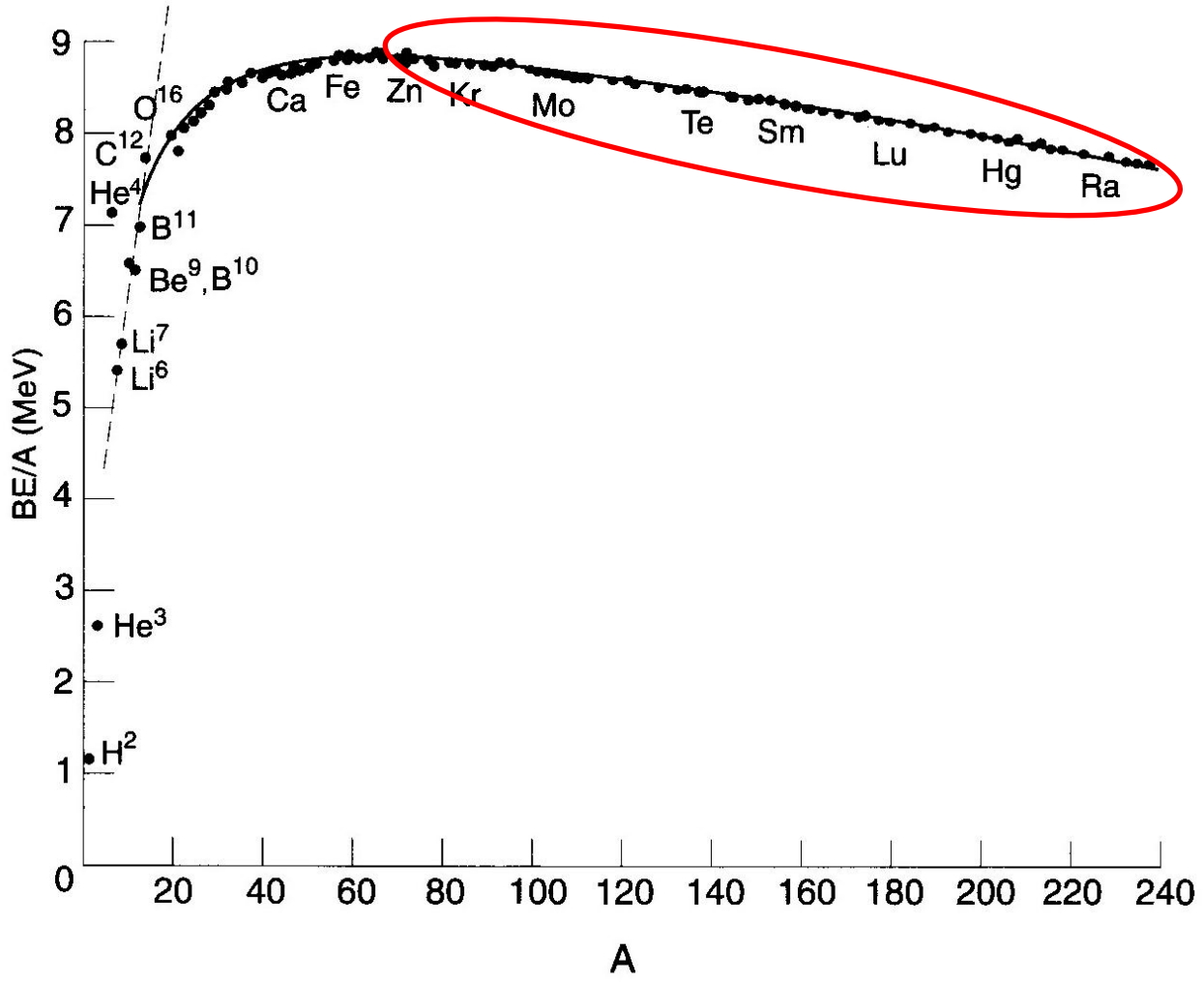
もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha\, A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$



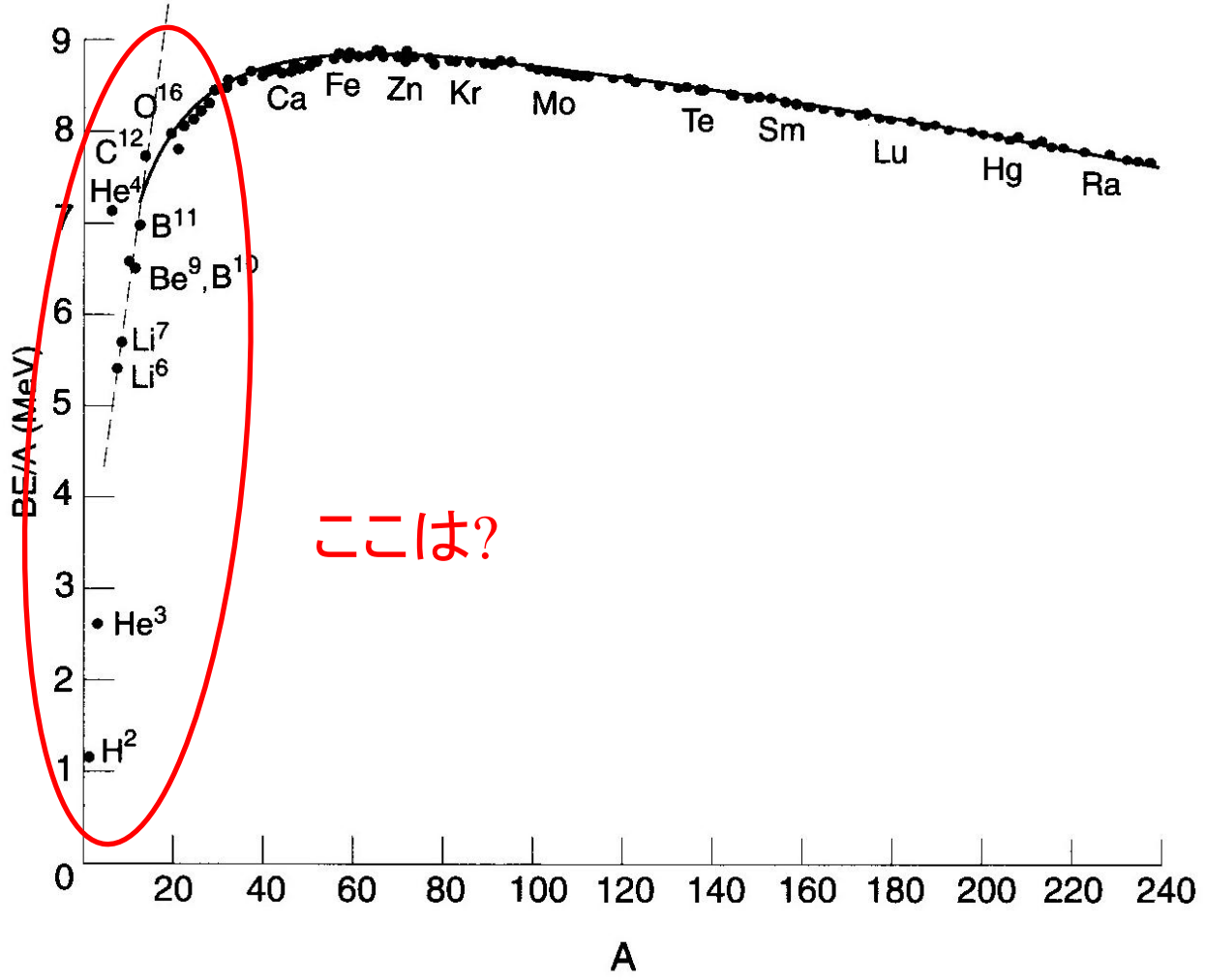
$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{int}^3 \cdot \rho$$





1. B(N,Z)/A ~ 8.5 MeV (A > 12) ⟺ 短距離力（核子間相互作用）
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

⟵ *B*/*A* が A に比例して減少
（長距離力（クーロン力）がはたらいている証拠）



1. B(N,Z)/A ~ 8.5 MeV (A > 12) ⟺ 短距離力（核子間相互作用）
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

⟵ *B*/*A* が A に比例して減少
（長距離力（クーロン力）がはたらいている証拠）

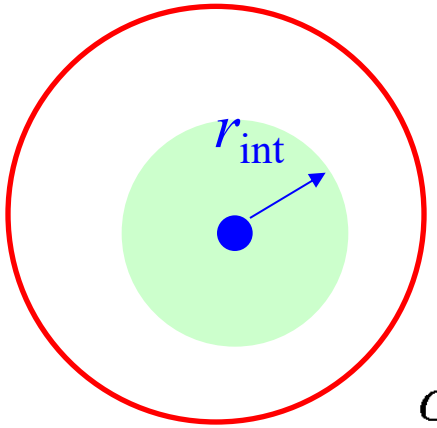
もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha\, \mathrm{A}/2 \longrightarrow B/\mathrm{A} \sim \alpha/2 \ (\text{const.})$$

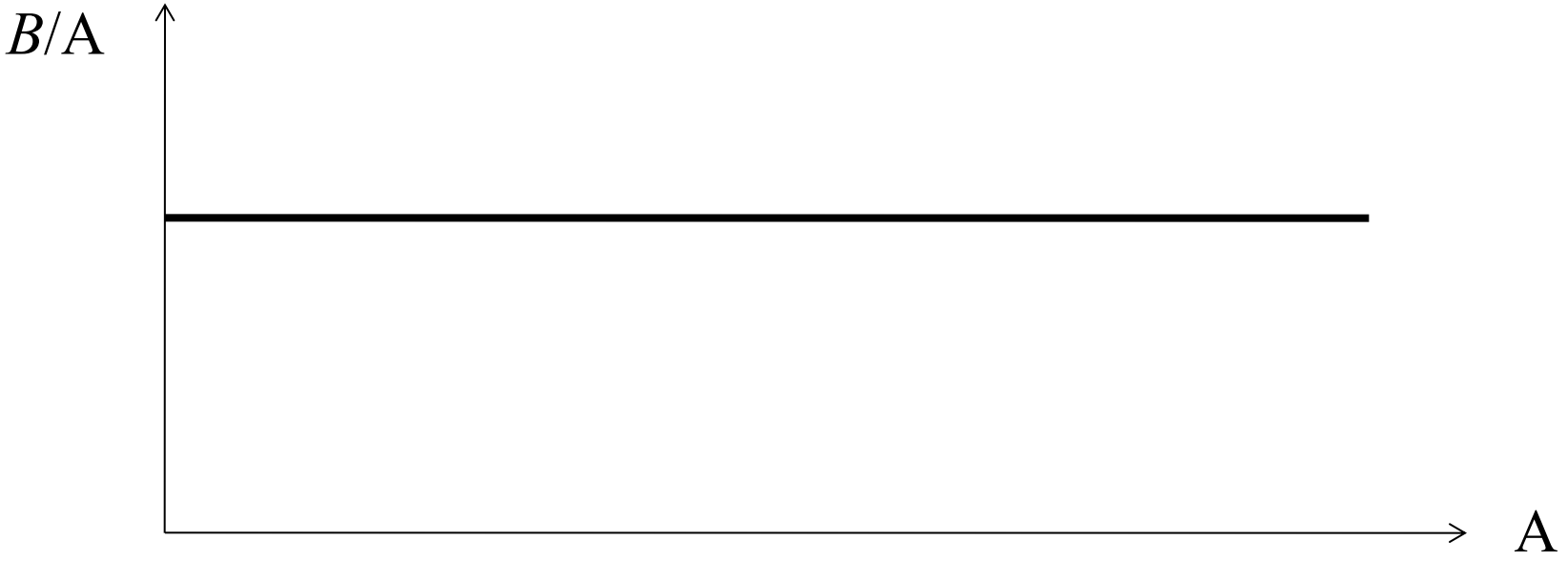
もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha\, A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

小さな原子核だと

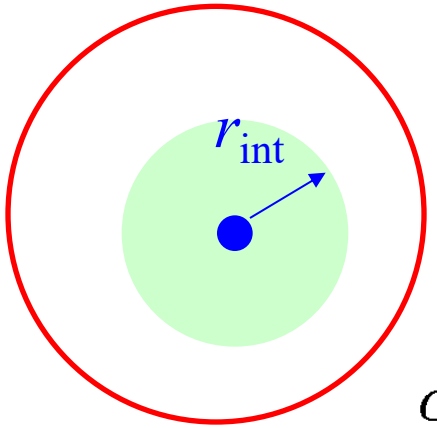


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\mathrm{int}}^3 \cdot \rho$$



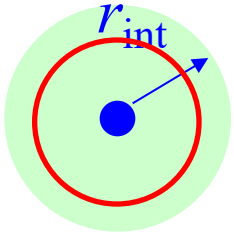
もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$B \sim \alpha\, A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2$ (const.)

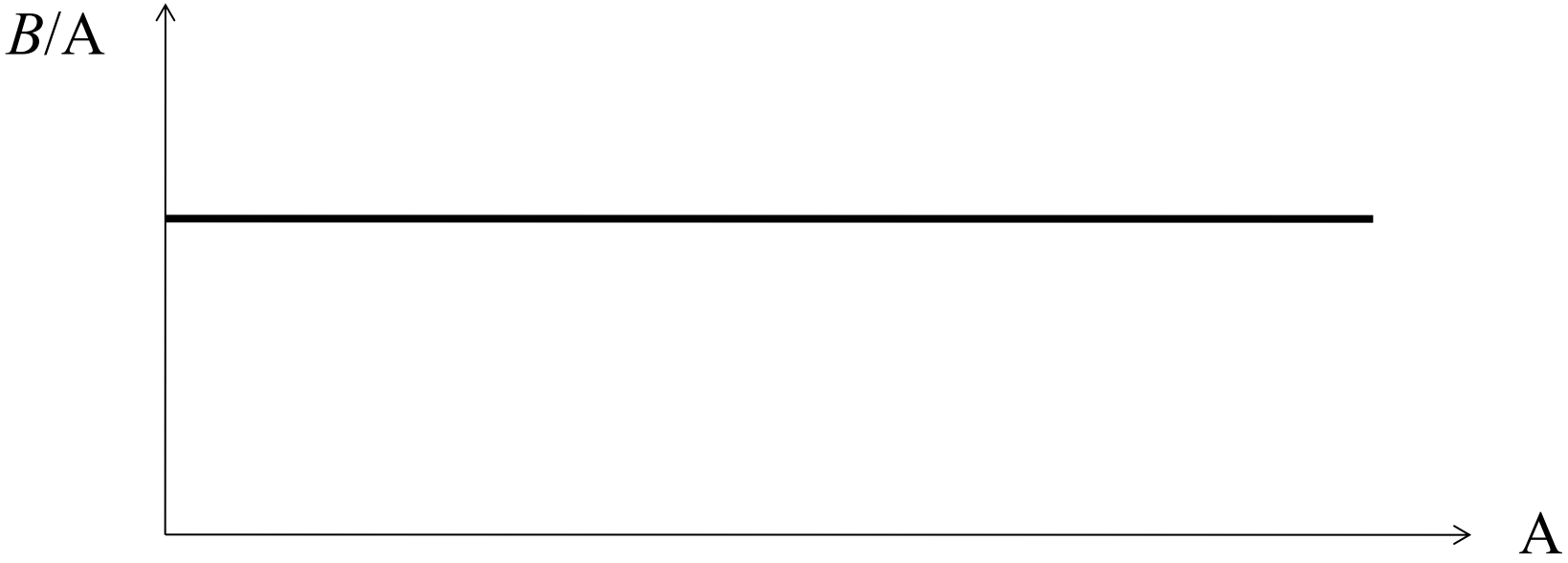


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\mathrm{int}}^3 \cdot \rho$$

小さな原子核だと

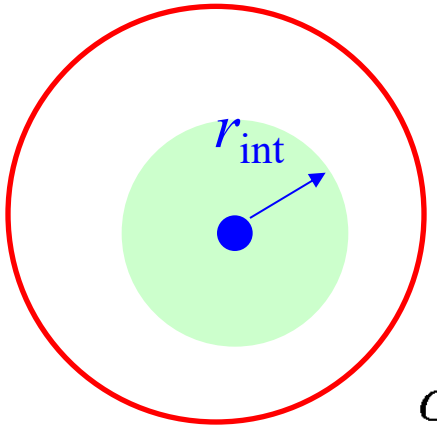


$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$



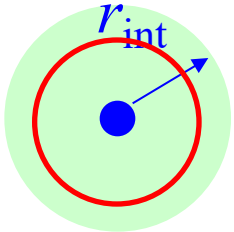
もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$B \sim \alpha\, A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2$ (const.)

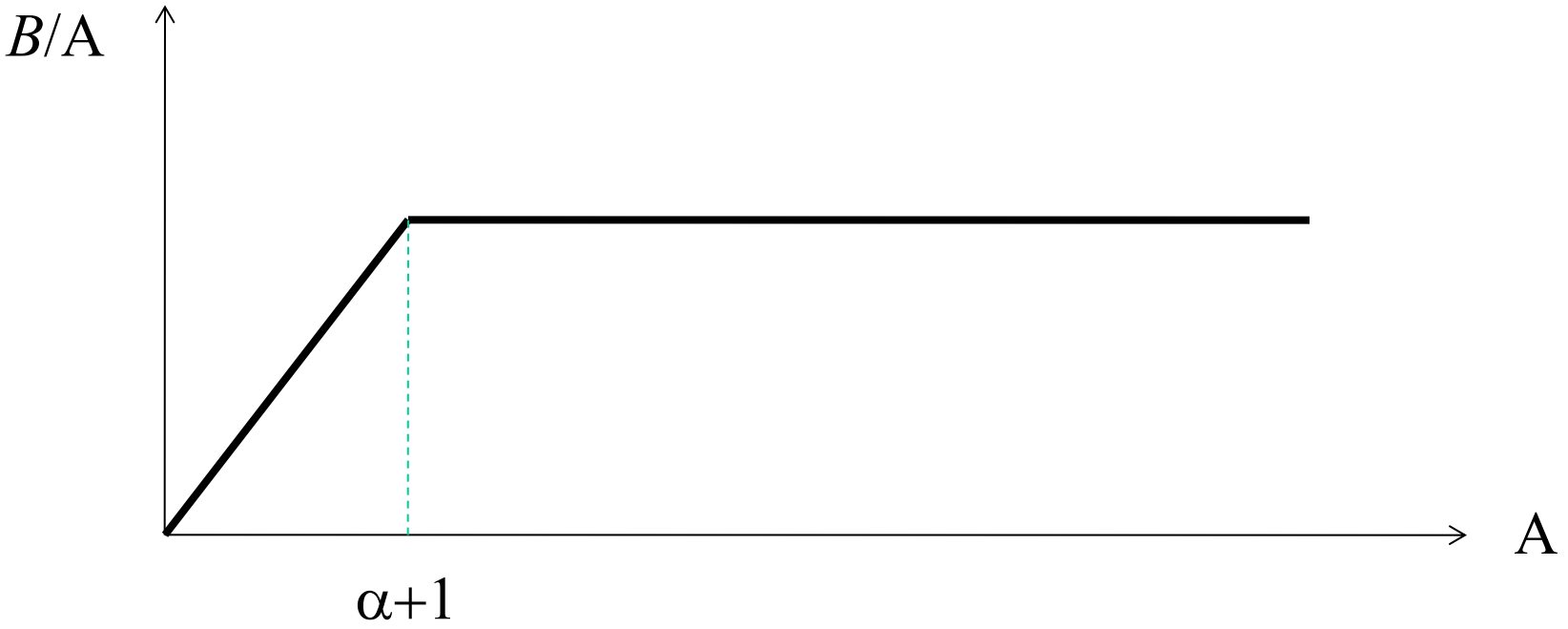


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\mathrm{int}}^3 \cdot \rho$$

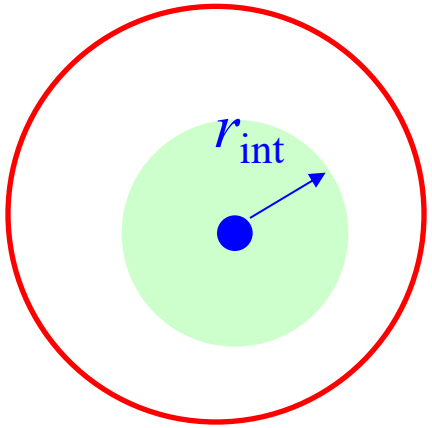
小さな原子核だと



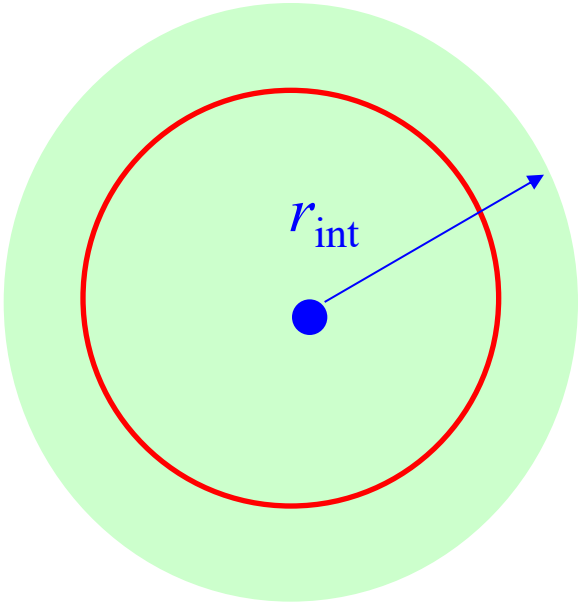
$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$

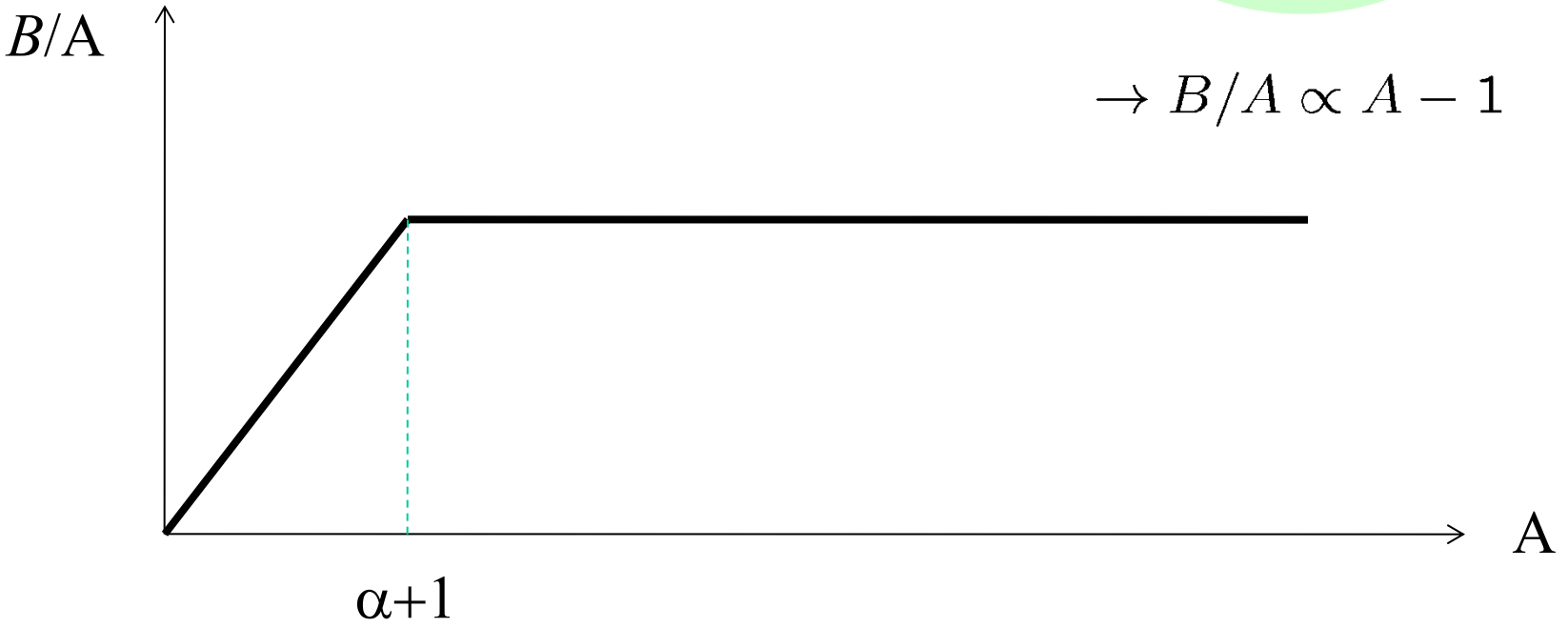


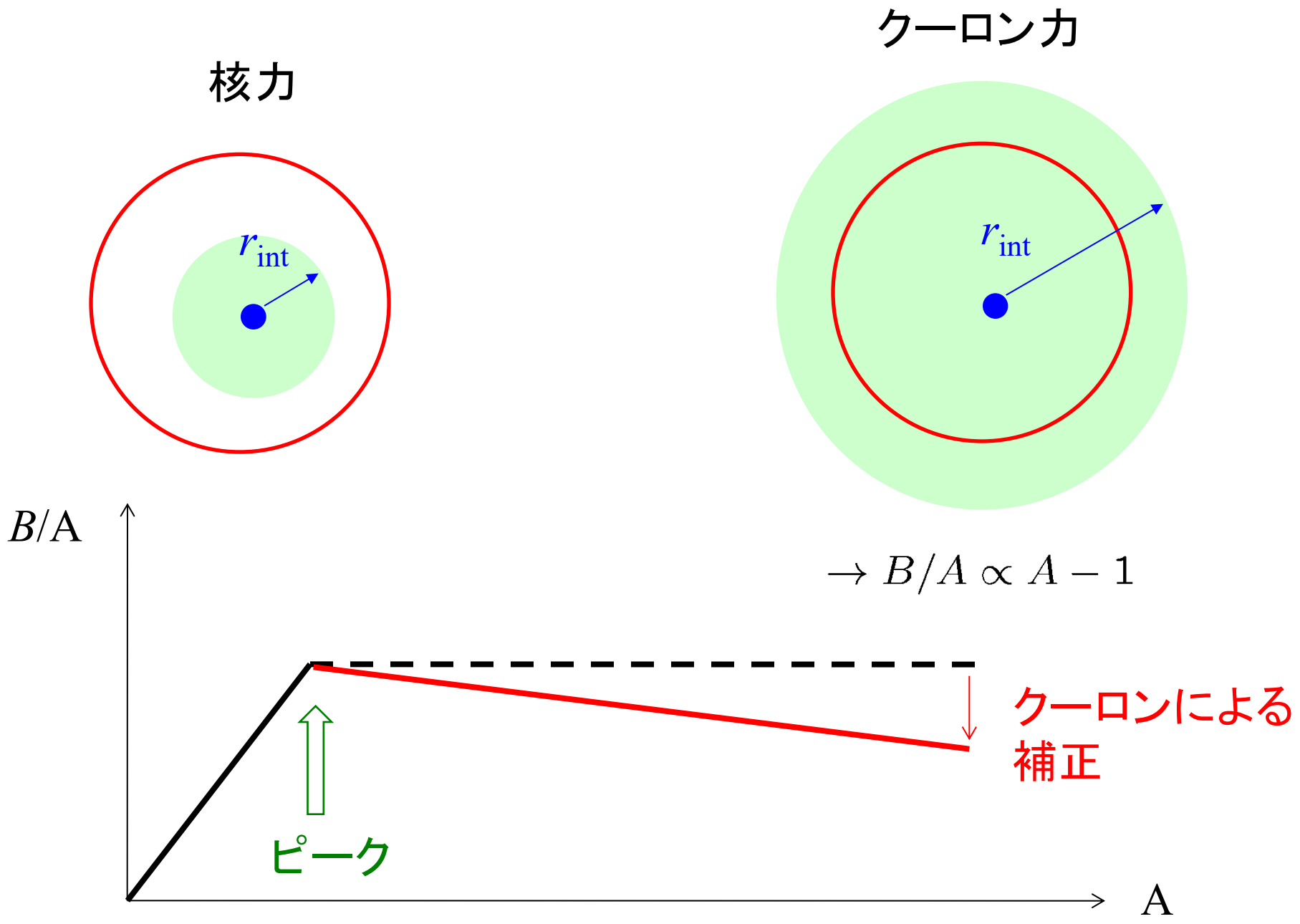
核力



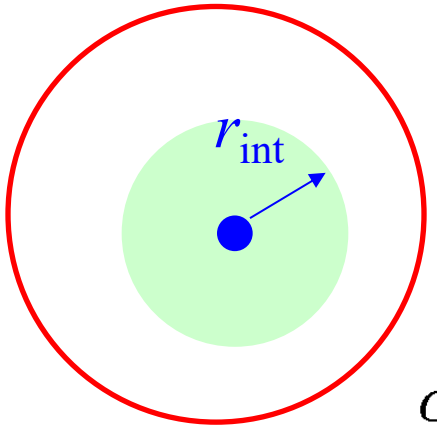
クーロン力





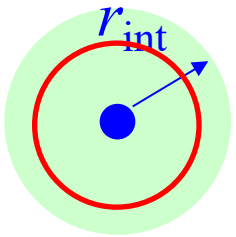

核力
クーロン力
r_{int}
r_{int}
B/A
$\rightarrow B/A \propto A - 1$
クーロンによる
補正
ピーク
A

核力のレンジの見積もり

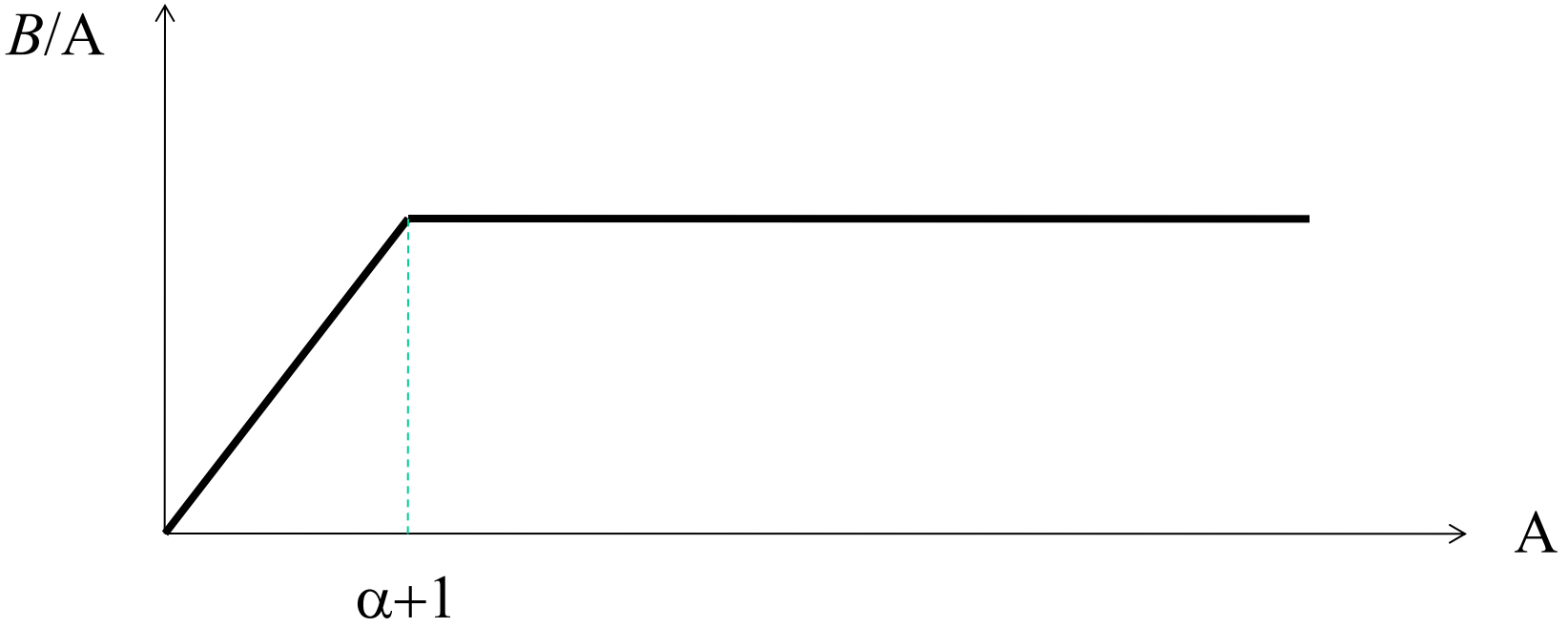


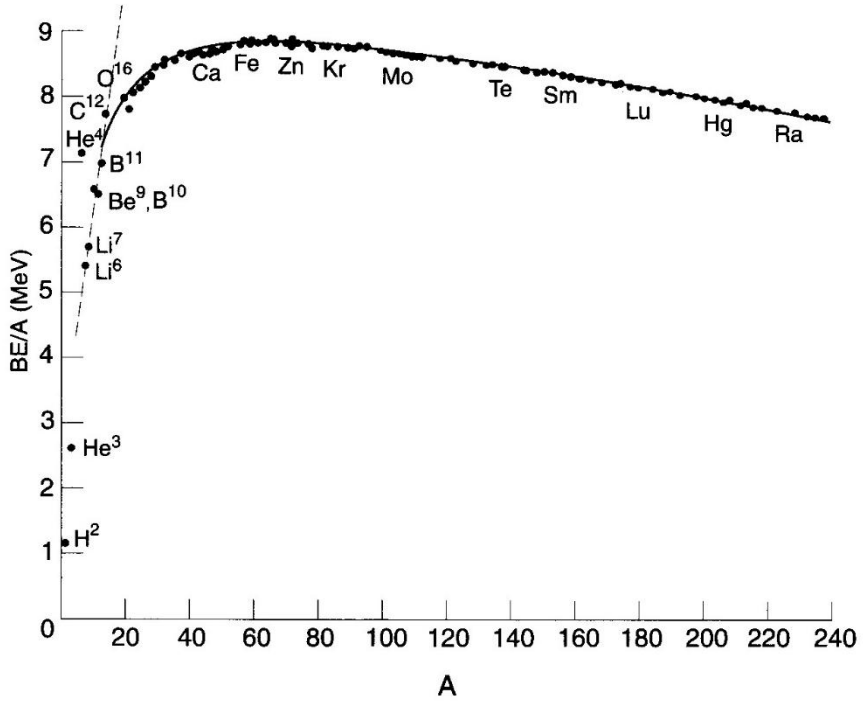
$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\mathrm{int}}^3 \cdot \rho$$

小さな原子核だと



$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$





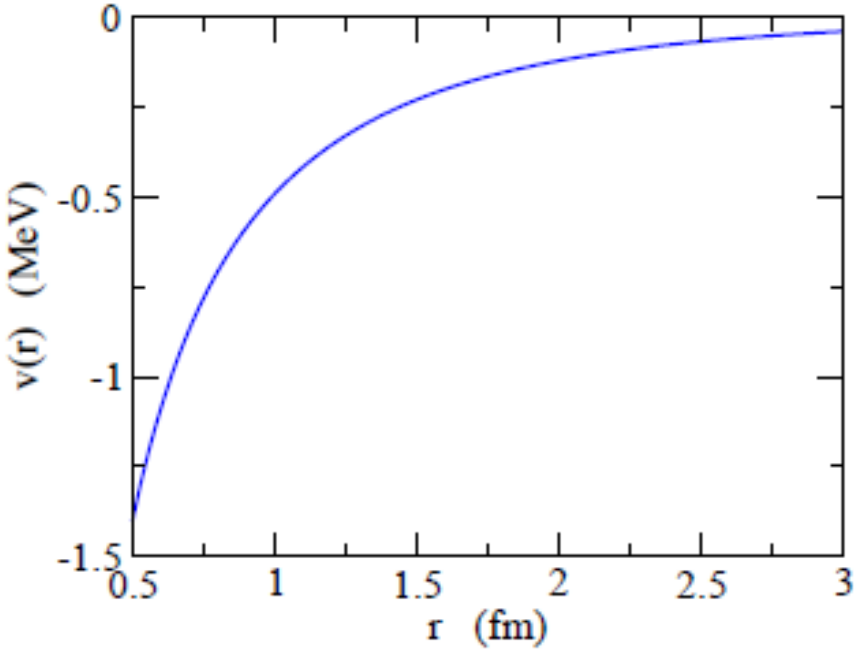
この図から α の値を読み取ると、
α ~ 10 くらい。

核力の到達距離は、
$1.1 \times 10^{1/3} = 2.37$ fm 程度。

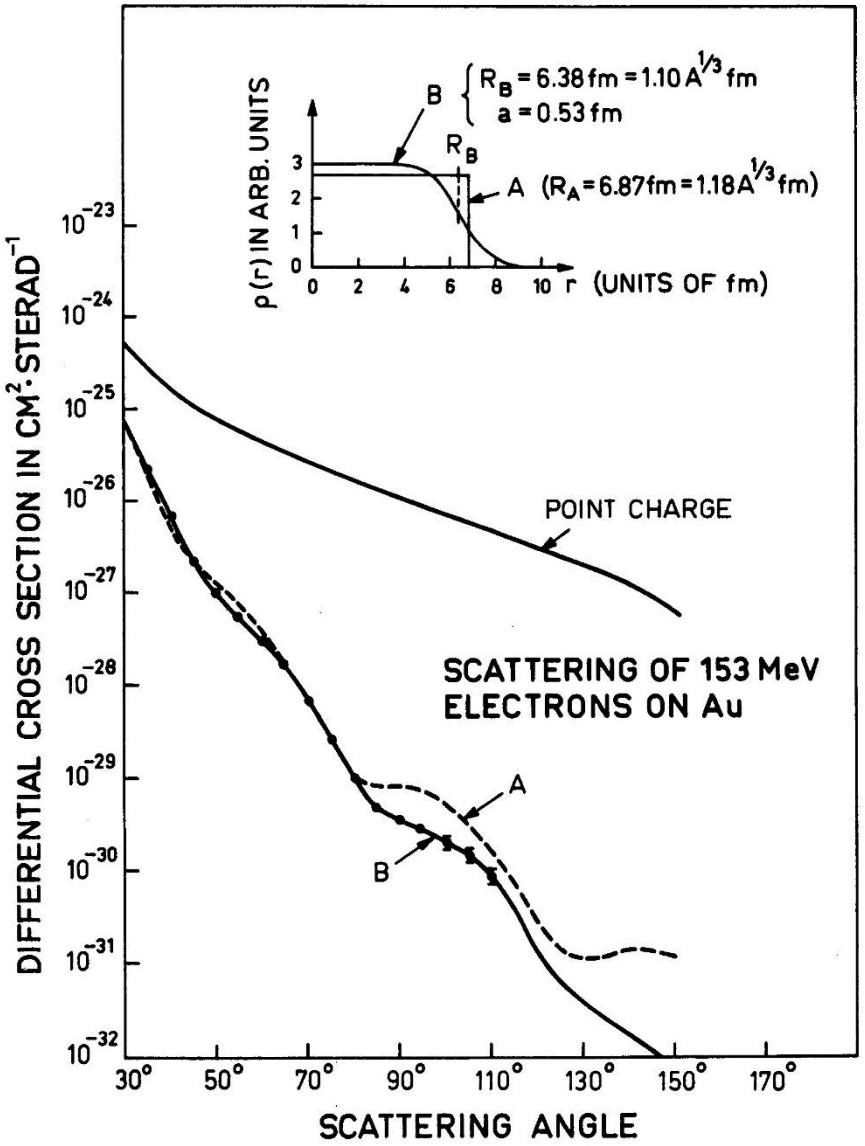
湯川相互作用:

$$v(r) = -g\frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{m_\pi c} = 1.41 \text{ fm}$$

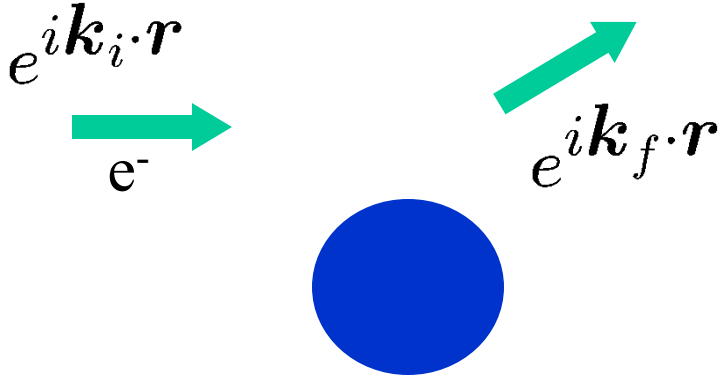


電荷分布：$R \sim 1.1A^{1/3}$ fm の根拠



高エネルギー
電子散乱

ボルン近似:



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_P^2 e^4}{(4E\sin^2\theta/2)^2}|F(\boldsymbol{q})|^2$$

形状因子（form factor）

$$F(\boldsymbol{q}) = \int e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}\,\rho(\boldsymbol{r})\,d\boldsymbol{r}$$

(密度のフーリエ変換)

電子と原子核の相互作用:

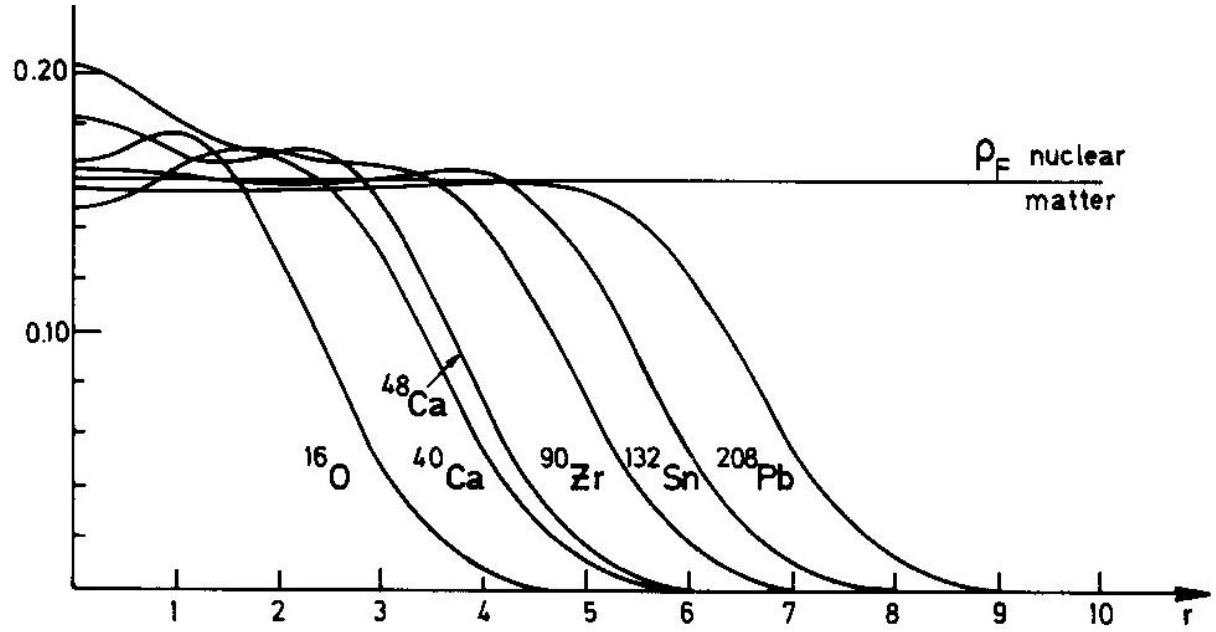
$$V(\boldsymbol{r}) = -\int d\boldsymbol{r}'\, \rho_{\mathrm{ch}}(\boldsymbol{r}') \frac{e^2}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$$

(note) $\quad \boldsymbol{\nabla}^2 V(\boldsymbol{r}) = 4\pi e^2 \rho_{\mathrm{ch}}(\boldsymbol{r})$

$$\begin{aligned} M_{fi} &= \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle = \int d\boldsymbol{r}\, \psi_f^*(\boldsymbol{r}) V(\boldsymbol{r}) \psi_i(\boldsymbol{r}) \\ &= \int d\boldsymbol{r} e^{i(\boldsymbol{k}_i - \boldsymbol{k}_f)\cdot \boldsymbol{r}} V(\boldsymbol{r}) \equiv \int d\boldsymbol{r} e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} V(\boldsymbol{r}) \\ &= -\frac{4\pi e^2}{q^2} \int d\boldsymbol{r} e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} \rho_{\mathrm{ch}}(\boldsymbol{r}) \end{aligned}$$

↑

（部分積分2回）



フェルミ分布

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_0)/a]}$$

$\rho_0 \sim 0.17 \quad (\mathrm{fm}^{-3})$ ⟸ 原子核の飽和性

$R_0 \sim 1.1 \times A^{1/3} \ (\mathrm{fm})$

$a \sim 0.57 \quad (\mathrm{fm})$

cf. 核子の感じるポテンシャルも同じような形。下から軌道を詰めて
いくとフェルミ・エネルギーは約 -8.5 MeV ←核子1個あたりの束縛エネルギー
→ ポテンシャルの深さはフェルミガス近似で見積もれる